BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

Vũ Thành Long

ỔN ĐỊNH CỦA VỎ FGM CÓ LỖ RỖNG VÀ PANEL SANDWICH FG-CNTRC VỚI CÁC CẠNH BIÊN CHỊU LIÊN KẾT ĐÀN HỒI

Chuyên ngành: Cơ học kỹ thuật
Mã số: 952 01 01

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ NGÀNH CƠ HỌC

Hà Nội, 2022

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Người hướng dẫn khoa học 1: PGS. TS. Hoàng Văn Tùng
Người hướng dẫn khoa học 2: PGS. TS. Đào Như Mai

Phản biện 1:
Phản biện 2:
Phản biện 3:

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện, họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi ….. giờ .....', ngày … tháng ….. năm 2022

Có thể tìm hiểu luận án tại:
- Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
- Thư viện Quốc gia Việt Nam

MỞ ĐẦU

1. Tính cấp thiết của luận án

Vật liệu cơ tính biến đổi (Functionally Graded Material) với tên quốc tế FGM là vật liệu tiên tiến với các đặc tính ưu việt như độ cứng, độ bền, khả năng chịu nhiệt rất cao. Vật liệu này đã được ứng dụng trong nhiều kết cấu khác nhau và còn nhiều ứng dụng tiềm năng đang được triển khai. Tuy nhiên, trong quá trình chế tạo, các lỗ rỗng (pores) có thể xuất hiện bên trong vật liệu FGM và ảnh hưởng đến cơ tính của FGM. Vì vậy, các nghiên cứu về ảnh hưởng của lỗ rỗng lên đáp ứng tĩnh và động nói chung và sự ổn định nói riêng của các tấm vỏ FGM là một vấn đề cần được quan tâm. Các loại vỏ trụ, vỏ trống và vỏ cầu được ứng dụng nhiều trong các kết cấu thực tế. Tuy nhiên, chưa có nghiên cứu nào phân tích ảnh hưởng đồng thời của các lỗ rỗng, tính đàn hồi trong ràng buộc dịch chuyển các cạnh biên và biến dạng trượt ngang lên sự ổn định tuyến tính và phi tuyến của các loại vỏ này.

Nhờ có độ cứng và độ bền rất cao cùng với tỷ lệ kích thước rất lớn, CNTs là loại vật liệu độn (filler) lý tưởng vào các loại nền đẳng hướng để tạo thành composite gia cường ống nano các-bon. Hầu hết các nghiên cứu về kết cấu làm từ composite gia cường ống nano các-bon cơ tính biến đổi (FG-CNTRC) đều tập trung vào các dạng đơn lớp. Hiện còn rất ít các công trình nghiên cứu về ứng xử của kết cấu sandwich làm từ các lớp FG-CNTRC. Sự ra đời của các loại vật liệu mới như FG-CNTRC đặt ra yêu cầu cần phát triển các dạng sandwich mới để tìm ra giải pháp tối ưu về khía cạnh vật liệu và kết cấu. Các panel sandwich dạng phẳng và cong làm từ các lớp FG-CNTRC có nhiều đặc tính ưu việt và tiềm năng ứng dụng rộng rãi trong nhiều kết cấu từ vi mô đến vĩ mô. Vì vậy, bài toán ổn định của các dạng panel

sandwich từ FG-CNTRC là một chủ đề cần được nghiên cứu. Từ những lý do trên, luận án nghiên cứu *Ổn định của vỏ FGM có lỗ rỗng và panel sandwich FG-CNTRC với các cạnh biên chịu liên kết đàn hồi*.

2. Mục tiêu của luận án

Phân tích ổn định tuyến tính của vỏ trụ và vỏ trống dày làm từ FGM có lỗ rỗng có xét đến ảnh hưởng của điều kiện biên đàn hồi. Đánh giá các ảnh hưởng của lỗ rỗng và tính đàn hồi trong điều kiện ràng buộc dịch chuyển các cạnh biên lên ứng xử vồng và sau vồng của các vỏ trụ tròn, vỏ cầu thoải và tấm tròn làm từ FGM chịu các tải cơ, nhiệt và kết hợp cơ-nhiệt. Phân tích ổn định phi tuyến của các panel sandwich phẳng và cong làm từ vật liệu FG-CNTRC có xét đến điều kiện ràng buộc đàn hồi ở các cạnh biên.

3. Phương pháp nghiên cứu

Luận án sử dụng phương pháp nghiên cứu lý thuyết dựa trên cách tiếp cận giải tích và bán giải tích. Cụ thể, các phương trình cơ bản được thiết lập dựa trên các lý thuyết cổ điển (CST), biến dạng trượt bậc nhất (FSDT) và biến dạng trượt bậc cao (HSDT), sau đó được giải bằng phương pháp Galerkin và phương pháp lặp.

4. Các nội dung nghiên cứu chính của luận án

Nội dung chính của luận án được trình bày trong 5 chương. Cụ thể, chương 1 trình bày tổng quan. Chương 2 nghiên cứu ổn định tuyến tính của vỏ trụ và vỏ trống làm từ FGM có lỗ rỗng. Chương 3 nghiên cứu ổn định phi tuyến của vỏ trụ tròn FGM có lỗ rỗng dựa trên FSDT. Chương 4 nghiên cứu ổn định phi tuyến của vỏ cầu thoải và tấm tròn mỏng làm từ FGM có lỗ rỗng. Cuối cùng, chương 5 nghiên cứu ổn định phi tuyến của các tấm và panel cong sandwich FG-CNTRC.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN

Phần đầu của chương này trình bày tổng quan về vật liệu cơ tính biến đổi FGM, các đặc tính nổi bật của các ống nano các-bon (CNTs) và vật liệu composite gia cường các ống nano các-bon có cơ tính biến đổi (Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite: FG-CNTRC). Phần tiếp theo của chương này trình bày tổng quan các nghiên cứu đã tiến hành về bài toán ổn định của các kết cấu dạng vỏ FGM và kết cấu dạng đơn lớp và sandwich làm từ vật liệu FG-CNTRC. Cụ thể, luận án đã tổng quan các nghiên cứu đã tiến hành về ổn định tuyến tính và phi tuyến của các vỏ trụ và vỏ trống FGM không có lỗ rỗng; về ổn định của vỏ cầu thoải và tấm tròn FGM không có lỗ rỗng; về kết cấu FGM có lỗ rỗng; về ổn định của kết cấu FG-CNTRC dạng đơn lớp và sandwich. Từ tổng quan có thể nhận thấy rằng:

- Có tương đối ít các công bố về ổn định của các kết cấu làm từ vật liệu FGM có lỗ rỗng. Đặc biệt, chưa có công bố nào về ổn định tuyến tính và phi tuyến của các vỏ trống và vỏ trụ FGM có lỗ rỗng.

- Hiện chưa có nghiên cứu nào được tiến hành về ổn định phi tuyến của vỏ cầu thoải và tấm tròn làm từ vật liệu FGM có lỗ rỗng.

- Trong số các nghiên cứu đã tiến hành về kết cấu sandwich FG-CNTRC, hầu như chỉ một mô hình sandwich đó là lớp lõi đẳng hướng và các lớp mặt FG-CNTRC. Mô hình kết cấu sandwich làm từ lớp lõi FG-CNTC và các lớp mặt từ vật liệu thuần nhất chưa được xem xét.

- Hiện chưa có nghiên cứu nào đánh giá các ảnh hưởng đồng thời của các lỗ rỗng (porosity) và điều kiện biên đàn hồi lên sự ổn định của các vỏ kín FGM tương đối dày, các vỏ cầu và tấm tròn FGM.

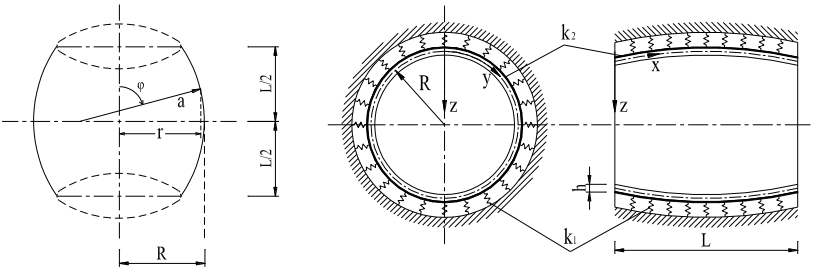
- Trong số các nghiên cứu về ứng xử của kết cấu có nền đàn hồi, chỉ có một số rất ít các công trình xem xét đến mô hình nền đàn hồi phi tuyến ba tham số.

Luận án sẽ tập trung giải quyết các vấn đề chưa xem xét kể trên.

CHƯƠNG 2. ỔN ĐỊNH TUYẾN TÍNH CỦA VỎ TRỐNG FGM CÓ LỖ RỖNG SỬ DỤNG LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO

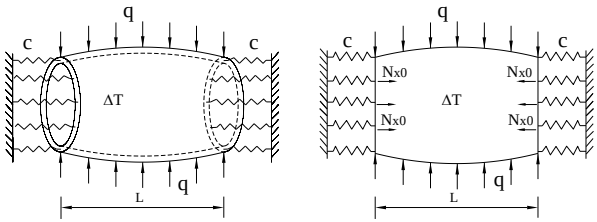
2.1. Mô hình vật liệu và kết cấu

Mô hình kết cấu được nghiên cứu trong chương này là các vỏ trống có hình dạng như hình 2.1. Vỏ được bao quanh trong môi trường đàn hồi, đặt trong môi trường nhiệt $\Delta T = T - T_0$ và chịu tác dụng của tải nén dọc trục P tác dụng trên hai cạnh, áp lực ngoài q vuông góc với mặt giữa hoặc đồng thời nén dọc trục và áp lực ngoài.



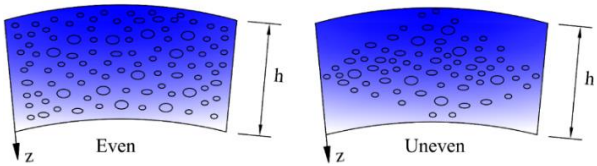
Hình 2.1. Hình dạng và hệ tọa độ của một vỏ trống được bao quanh bởi nền đàn hồi.

Luận án xét đến tính đàn hồi trong ràng buộc dịch chuyển các cạnh biên. Cụ thể, các cạnh biên được mô hình lo xo như hình 2.2.



Hình 2.2. Mô hình ràng buộc đàn hồi theo phương tiếp tuyến ở các cạnh biên.

Vỏ trống được làm từ FGM có lỗ rỗng, trong đó các lỗ rỗng được giả thiết phân bố bố trong FGM theo kiểu đều (even) hoặc không đều (uneven) như được minh họa trong hình 2.3.



Hình 2.3. Các kiểu phân bố đều (Even) và không đều (Uneven) của lỗ rỗng.

Do sự có mặt của các lỗ rỗng, các tính chất hiệu dụng P_{eff} của FGM có thể được xác định theo phiên bản cải tiến của quy tắc hỗn hợp.

$$P_{eff} = P_m\left(V_m - \frac{\xi}{2}\right) + P_c\left(V_c - \frac{\xi}{2}\right) \tag{2.1}$$

trong đó $0 \le \xi \ll 1$ là tỷ lệ thể tích lỗ rỗng và $\xi = 0$ khi vật liệu FGM không lỗ rỗng. Các mô đun đàn hồi hiệu dụng E và hệ số dãn nở nhiệt hiệu dụng α của FGM có lỗ rỗng được xác định theo các công thức

$$E(z,T) = \left[E_m(T) - E_c(T)\right]\left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^N + E_c - \frac{\xi}{2}\left[E_m(T) + E_c(T)\right]\left(1 - 2\tau\frac{|z|}{h}\right) \tag{2.2a}$$

$$\alpha(z,T) = \left[\alpha_m(T) - \alpha_c(T)\right]\left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^N + \alpha_c - \frac{\xi}{2}\left[\alpha_m(T) + \alpha_c(T)\right]\left(1 - 2\tau\frac{|z|}{h}\right) \tag{2.2b}$$

với $\tau = 0$ và $\tau = 1$ tương ứng khi lỗ rỗng phân bố đều và không đều.

2.2. Các phương trình cơ bản và nghiệm giải tích

Bài toán ổn định tuyến tính được đặt theo ứng suất. Các phương trình cơ bản gồm phương trình cân bằng và phương trình tương thích biến dạng được thiết lập dựa trên lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc cao (HSDT) với các hàm ẩn cơ bản là hàm độ võng w, hàm ứng suất f và hai hàm biểu thị các góc xoay ϕ_x, ϕ_y. Phương trình cân bằng dạng

$$c_1^2\left(\frac{D_2 D_5}{D_4} - D_3\right)\nabla^6 w + \left(c_1\frac{D_2}{D_4} + 1\right)D_6\nabla^4 w$$
$$+\left(1 - c_1\frac{D_5}{D_4}\right)\nabla^2\left(f_{,yy}w_{,xx} - 2f_{,xy}w_{,xy} + f_{,xx}w_{,yy} + \frac{f_{,yy}}{a} + \frac{f_{,xx}}{R} + q - k_1 w + k_2\nabla^2 w\right)$$
$$-\frac{D_6}{D_4}\left(f_{,yy}w_{,xx} - 2f_{,xy}w_{,xy} + f_{,xx}w_{,yy} + \frac{f_{,yy}}{a} + \frac{f_{,xx}}{R} + q - k_1 w + k_2\nabla^2 w\right) = 0 \tag{2.3}$$

trong đó $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ là toán tử Laplace. Phương trình tương thích biến dạng có dạng

$$\nabla^4 f + E_1\left(\frac{w_{,xx}}{R} + \frac{w_{,yy}}{a}\right) = 0\,. \tag{2.4}$$

Liên hệ giữa hợp lực N_{x0} ở cạnh biên và điều kiện đóng vòng:

$$N_{x0} = -\frac{c}{2\pi RL}\int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\frac{\partial u}{\partial x}dxdy\ ,\ \int_0^{2\pi R}\int_0^{L}\frac{\partial v}{\partial y}dxdy = 0 \tag{2.5a,b}$$

Để thỏa mãn xấp xỉ các điều kiện biên tựa bản lề, luận án sử dụng các nghiệm giải tích như sau

$$w(x,y) = W_0 + W_1 \sin\beta_m x \sin\delta_n y$$

$$f(x,y) = A_1\cos 2\beta_m x + A_2\cos 2\delta_n y + A_3 \sin\beta_m x\sin\delta_n y - \frac{1}{2}\sigma_{0y}hx^2 + \frac{1}{2}N_{x0}y^2$$

$$\phi_x = B_1\cos\beta_m x\sin\delta_n y\ ,\ \phi_y = B_2\sin\beta_m x\cos\delta_n y \tag{2.6}$$

Thay (2.6) vào phương trình cân bằng và áp dụng Galerkin được

$$-\bar{N}_{x0}\frac{R_a}{R_h} + \frac{\sigma_{0y}}{R_h} - q + K_1\frac{E_m^0}{R_h^4}\bar{W}_0 = 0 \tag{2.7a}$$

$$\frac{1+a_{11}}{R_h^2}\left(\bar{N}_{x0}\frac{m^2\pi^2}{L_R^2} - \sigma_{0y}n^2\right) + a_{21} = 0 \tag{2.7b}$$

2.3. Các bài toán cụ thể

2.3.1. Vỏ với các cạnh bị ràng buộc chịu áp lực mặt và/hoặc nhiệt độ.

Sau khi xác định N_{x0} và σ_{0y} từ điều kiện (2.5a,b), thay vào (2.7) và khử $\bar{W}_0$ từ hệ phương trình kết quả ta nhận được biểu thức của áp lực mặt q làm vỏ trống vồng

$$q = g_{11}g_{12} - \left(g_{11}g_{22} - g_{21}\right)\Delta T \tag{2.8}$$

2.3.2. Vỏ với các cạnh tựa di động chịu tải cơ kết hợp

Vỏ có cạnh biên tựa di động chịu đồng thời áp lực nén P ở hai cạnh và áp lực mặt q. Sau khi xác định σ_{0y} từ (2.5b) và thay σ_{0y} cùng với $\bar{N}_{x0} = -P$ vào (2.7) rồi khử $\bar{W}_0$ ta nhận được biểu thức tải vồng

$$P = \frac{a_{22} - a_{32}\Delta T}{\gamma + a_{12}} \tag{2.9}$$

với $\gamma = q/P$ là tỷ số tải. Các giá trị tải tới hạn $P_{cr}, q_{cr}, \Delta T_{cr}$ là giá trị nhỏ nhất trong số các tải vồng theo mode vồng (m,n).

2.4. Các kết quả số và thảo luận

Phần này trình bày một số kết quả số nổi bật cho phân tích vồng của các vỏ trống làm từ các vật liệu thành phần là silicon nitride (Si_3N_4) và inox 304 ($SUS304$) với các tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ.

Để đánh giá độ tin cậy của cách tiếp cận, luận án thực hiện so sánh kết quả tính toán các tải tới hạn của vỏ trụ FGM với các cạnh tựa di động chịu tải cơ kết hợp. Kết quả tính toán tải tới hạn của luận án được so sánh trong bảng 2.3 với kết quả trong công trình của Shen và Noda [30] sử dụng các nghiệm nhiễu và phương pháp lặp. Có thể thấy rằng kết quả của luận án phù hợp tốt với kết quả công bố trong [30].

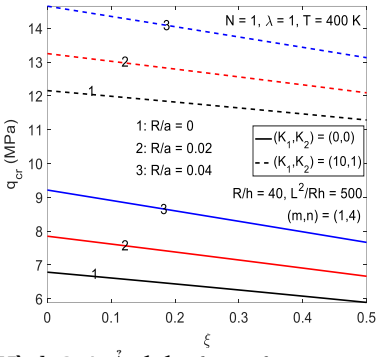
Bảng 2.3. So sánh các tải tới hạn (P_{cr}, q_{cr}) (MPa) của các vỏ trụ FGM $Si_3N_4/SUS304$ chịu tải kết hợp ($R/h = 30$, $L^2/Rh = 500$, $T = 300$ K).

N	Nguồn	(P_{cr}, q_{cr}) (MPa)			
0.2	Ref. [30]	(4110.57, 0)	(3865.17, 2.577)	(1248.38, 8.323)	(0, 11.061)
	Luận án	(4510.5, 0) *	(3865.17, 2.578)	(1248.377, 8.323)	(0, 11.061)
1.0	Ref. [30]	(4735.33, 0)	(4420.00, 2.947)	(1427.56, 9.571)	(0, 12.648)
	Luận án	(5192.4, 0)	(4420.00, 2.949)	(1427.56, 9.530)	(0, 12.648)
2.0	Ref. [30]	(5018.19, 0)	(4654.40, 3.103)	(1503.25, 10.022)	(0, 13.319)
	Luận án	(5499.1, 0)	(4654.40, 3.105)	(1503.25, 10.022)	(0, 13.319)

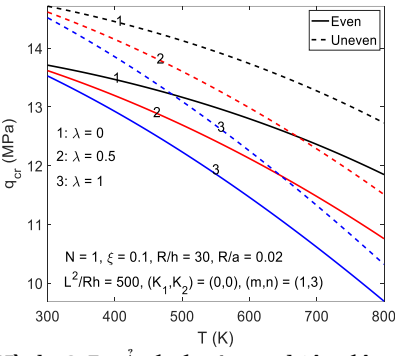
* Mode $(m,n) = (13,1)$ với $q_{cr} = 0$ và $(m,n) = (1,3)$ với các trường hợp khác.

Ảnh hưởng của tỷ số độ cong Gaus R/a, tỷ lệ lỗ rỗng ξ và các hệ số độ cứng không thứ nguyên K_1, K_2 của nền đàn hồi lên tải tới hạn

q_{cr} của các vỏ trống FGM có lỗ phân bố đều và các cạnh tựa cố định ($\lambda = 1$) chỉ chịu áp lực mặt được khảo sát trong hình 2.4. Có thể thấy rằng q_{cr} bị giảm và được tăng mạnh khi lần lượt ξ và R/a được tăng lên. Hơn nữa, sự có mặt của nền Pasternak làm tăng đáng kể q_{cr}.

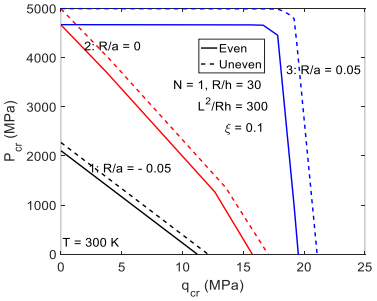


Hình 2.4. Ảnh hưởng của R/a, ξ và nền đàn hồi lên áp lực mặt tới hạn q_{cr} của vỏ trống FGM.

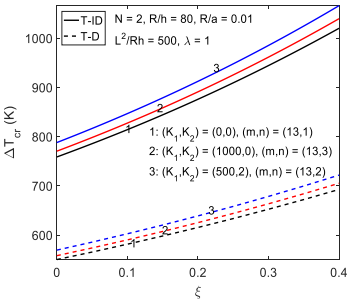


Hình 2.5. Ảnh hưởng nhiệt độ, ràng buộc cạnh biên và loại phân bố lỗ rỗng lên tải tới hạn q_{cr}.

Hình 2.5 chỉ ra rằng tải áp lực tới hạn q_{cr} bị giảm nhẹ và giảm mạnh khi các cạnh bị ràng buộc chặt chẽ hơn (λ lớn hơn) lần lượt ở nhiệt độ phòng và nhiệt độ cao, và q_{cr} thấp hơn khi lỗ rỗng phân đều.



Hình 2.6. Ảnh hưởng của độ cong R/a và phân bố lỗ rỗng lên miền ổn định của vỏ chịu tải kết hợp.



Hình 2.7. Ảnh hưởng của tỷ lệ lỗ rỗng lên tải nhiệt tới hạn ΔT_{cr} của vỏ trống FGM.

Tiếp theo, hình 2.6 đánh giá ảnh hưởng của độ cong Gauss R/a và kiểu phân bố lỗ rỗng lên miền ổn định của vỏ trống FGM chịu tải cơ kết hợp. Như có thể thấy, miền ổn định của vỏ trụ ($R/a = 0$) lần lượt cao hơn và thấp hơn đáng kể so với miền ổn định của vỏ trống lõm ($R/a < 0$) và vỏ trống lồi ($R/a > 0$), và miền ổn định hẹp hơn khi các lỗ rỗng phân bố đều (even). Cuối cùng, hình 2.7 chỉ ra ảnh hưởng của tỷ lệ lỗ rỗng lên tải nhiệt tới hạn ΔT_{cr} của vỏ trống FGM chịu nhiệt tăng đều. Rõ ràng là, trái ngược với trường hợp các vỏ chịu tải cơ, các lỗ rỗng có ảnh hưởng tích cực lên khả năng kháng vồng nhiệt của vỏ và tải nhiệt tới hạn được tăng lên khi tỷ lệ lỗ rỗng tăng.

2.5. Kết luận chương 2

1. Sự có mặt của các lỗ rỗng có ảnh hưởng tích cực và tiêu cực lần lượt lên sự ổn định của các vỏ FGM chịu tải nhiệt và tải cơ. Các tải nhiệt và cơ tới hạn lần lượt được tăng và bị giảm khi tỷ lệ rỗng tăng.

2. Tải nhiệt tới hạn của vỏ cao hơn trong trường hợp các lỗ rỗng phân bố đều, ngược lại tải cơ tới hạn cao hơn trong trường hợp các lỗ rỗng phân bố không đều.

3. Tải tới hạn tăng lên đáng kể khi vỏ được bao bởi nền đàn hồi. Nền loại Winkler và Pasternak lần lượt có ảnh hưởng tích cực hơn lên khả năng kháng áp lực mặt và áp lực nén dọc trục của vỏ trống FGM.

4. Sự ràng buộc các cạnh biên làm giảm nhẹ và giảm mạnh áp lực mặt tới hạn của vỏ trống lần lượt ở nhiệt độ phòng và nhiệt độ cao.

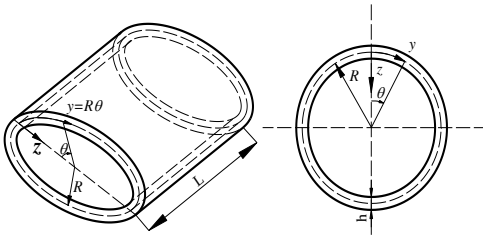
5. Trong trường hợp vỏ trống chịu nhiệt độ tăng đều, nhiệt độ tới hạn giảm mạnh khi các cạnh biên bị ràng buộc chặt chẽ hơn và/hoặc áp lực ngoài (tác dụng trước) tăng lên.

Các kết quả chính của chương 2 đã được công bố trong 2 bài báo khoa học đăng trên các tạp chí quốc tế thuộc danh mục ISI, cụ thể là các bài báo số 1 và số 2 trong danh mục các công trình của tác giả liên quan đến luận án.

CHƯƠNG 3. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ FGM CÓ LỖ RỖNG SỬ DỤNG LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC NHẤT

3.1. Mô hình vật liệu và kết cấu

Mô hình kết cấu được nghiên cứu trong chương này là các vỏ trụ tròn có chiều dài L, bán kính R và chiều dày h và hoàn hảo hình dáng (hình 3.1).



Hình 3.1. Mô hình vỏ trụ và hệ tọa độ.

Vỏ trụ được tựa bản lề trên hai cạnh biên $x = 0, L$ và các cạnh bị ràng buộc dịch chuyển theo phương tiếp tuyến như được mô tả trong chương 2. Vỏ trụ được làm từ vật liệu FGM có các lỗ rỗng với các tính chất vật liệu giống như được đề cập trong mục 2.1 ở chương 2.

3.2. Các phương trình cơ bản và nghiệm giải tích

Trong chương này, luận án sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (FSDT) để thiết lập các phương trình cơ bản cho bài toán ổn định phi tuyến của vỏ trụ tròn FGM có lỗ rỗng chịu các tải cơ và nhiệt. Bài toán ổn định đặt theo ứng suất và các phương trình cơ bản gồm phương trình cân bằng phi tuyến và phương trình tương thích biến dạng được biểu diễn qua các hàm ẩn là hàm độ võng w, hàm ứng suất f và hai hàm góc xoay ϕ_x, ϕ_y. Phương trình cân bằng dựa trên FSDT

$$D\nabla^2\left(\phi_{x,x}+\phi_{y,y}\right)+f_{,yy}w_{,xx}-2f_{,xy}w_{,xy}+f_{,xx}w_{,yy}+f_{,xx}/R+q=0 \quad (3.1)$$

Phương trình tương thích biến dạng:

$$\nabla^4 f+E_1\left(\frac{w_{,xx}}{R}+w_{,xx}w_{,yy}-w_{,xy}^2\right)=0 \quad (3.2)$$

Luận án sử dụng dạng nghiệm giải tích xấp xỉ như (2.6).

Sau khi thay các nghiệm vào phương trình tương thích (3.2) ta có thể xác định được các hệ số A_1, A_2, A_3. Sau đó, thay nghiệm (2.6) vào phương trình cân bằng (3.1) và áp dụng phương pháp Galerkin ta được

$$-\frac{\sigma_{0y}}{R_h} + q = 0 \tag{3.3a}$$

$$-g_{11} - g_{21}\bar{W}_1^2 - \frac{m^2\pi^2}{R_h^2 L_R^2}\bar{N}_{x0} + \frac{n^2}{R_h^2}\sigma_{0y} = 0 \tag{3.3b}$$

trong đó g_{11}, g_{21} phụ thuộc vào các tính chất vật liệu và hình học, $R_h = R/h$, $L_R = L/R$ và q là áp lực ngoài.

3.3. Các bài toán cụ thể

3.3.1. *Vỏ có các cạnh bị ràng buộc chịu áp lực ngoài và/hoặc tải nhiệt*

Từ các liên hệ động học và các biểu thức của hợp lực, có thể biểu diễn $u_{,x}, v_{,y}$ qua các đạo hàm riêng của f, w, ϕ_x, ϕ_y. Sau đó thay $u_{,x}, v_{,y}$ vào điều kiện ràng buộc cạnh biên và điều kiện đóng vòng như (2.5a,b) ta sẽ thu được một hệ phương trình đại số mà từ đó có thể xác định được hợp phản lực $\bar{N}_{x0}$ ở các cạnh và ứng suất vòng σ_{0y} như sau

$$\bar{N}_{x0} = -g_{13}\bar{W}_0 + g_{23}\bar{W}_1^2 - g_{33}\Delta T,\ \sigma_{0y} = g_{12}\bar{W}_0 - g_{22}\bar{W}_1^2 + g_{32}\Delta T \tag{3.4}$$

Đặt (3.4) vào hệ (3.3) và khử $\bar{W}_0$ từ các phương trình kết quả ta nhận được liên hệ phi tuyến giữa áp lực ngoài và độ võng như sau

$$q = \frac{1}{g_{14}}\left(g_{11} + g_{24}\bar{W}_1^2 - g_{34}\Delta T\right) \tag{3.5}$$

Biểu thức độ võng lớn nhất không thứ nguyên có dạng

$$\bar{W}_{\max} = \bar{W}_0 + \bar{W}_1 = \bar{W}_1 + \frac{g_{22}}{g_{12}}\bar{W}_1^2 - \frac{g_{32}}{g_{12}}\Delta T + \frac{R_h}{g_{12}}q \tag{3.6}$$

Các biểu thức (3.5) và (3.6) được sử dụng để xác định các đường liên hệ tải – độ võng lớn nhất cho phân tích sau vồng của vỏ trụ FGM có lỗ rỗng chịu áp lực ngoài trong môi trường nhiệt. Tải áp lực vồng có thể xác định từ biểu (3.5) với $\bar{W}_1 = 0$ như sau

$$q_b = \frac{1}{g_{14}}\left(g_{11} - g_{34}\Delta T\right) \tag{3.7}$$

Trường hợp vỏ chỉ chịu nhiệt độ tăng đều, các biểu thức của nhiệt độ ΔT là hàm của độ võng và tải nhiệt vồng ΔT_b có thể thu được từ (3.5) và (3.7) khi $q = 0$ nhưng không hiển thị để cho ngắn gọn.

3.3.2. Vỏ có các cạnh tựa tự do chịu tải cơ kết hợp

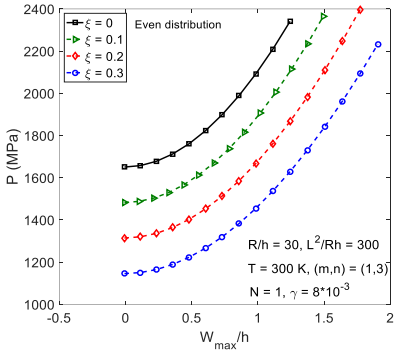
Sau khi xác định σ_{0y} từ (2.5b), thay $\bar{N}_{x0} = -P$ và σ_{0y} vào (3.3) và khử $\bar{W}_0$ từ các phương trình kết quả ta thu được liên hệ sau

$$P = \frac{R_h^2 L_R^2}{m^2\pi^2 + \gamma n^2 R_h L_R^2}\left(g_{11} + g_{21}\bar{W}_1^2\right) \tag{3.8}$$

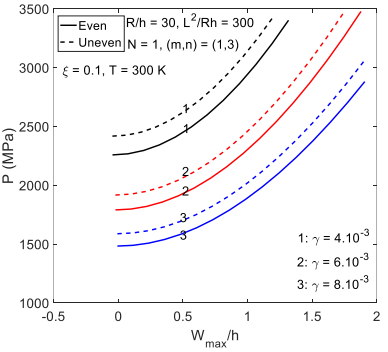
trong đó $\gamma = q / P$ là tỷ số tải.

3.4. Các kết quả số và thảo luận

Phần này giới thiệu một số kết quả số cho phân tích sau vồng của các vỏ trụ FGM làm từ Si_3N_4 và $SUS304$ có các lỗ rỗng.



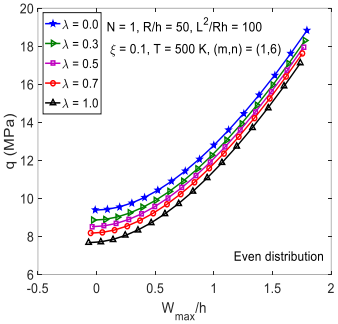
Hình 3.2. Ảnh hưởng của tỷ lệ lỗ rỗng ξ lên xử sau vồn của vỏ trụ chịu tải cơ kết hợp.



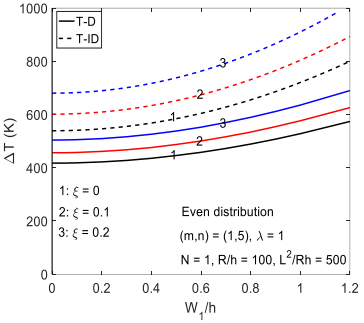
Hình 3.3. Ứng xử sau vồng của vỏ trụ với các tỷ lệ tải và loại phân bố lỗ rỗng khác nhau.

Hình 3.2 chỉ ra rằng khả năng chịu tải cơ kết hợp của vỏ trụ bị giảm mạnh khi tỷ lệ lỗ rỗng ξ trong FGM tăng lên. Hình 3.3 chứng

tỏ rằng sự tăng lên của áp lực ngoài (tồn tại trước) làm cho khả năng mang tải của vỏ trụ chịu nén dọc trục bị giảm mạnh.



Hình 3.4. Ảnh hưởng của λ lên ứng xử sau vồng của vỏ chịu q.



Hình 3.5. Ảnh hưởng của ξ lên ứng xử sau vồng của vỏ chịu T.

Hình 3.4 chỉ ra rằng khả năng mang tải áp lực giảm mạnh khi các cạnh bị ràng buộc và vỏ đặt trong trường nhiệt. Hình 3.5 chứng tỏ rằng các lỗ rỗng có ảnh hưởng tích cực lên sự ổn định nhiệt của vỏ trụ.

3.5. Kết luận chương 3.

1. Khả năng chịu tải cơ và nhiệt trong miền sau vồng của vỏ trụ giảm và tăng đáng kể khi tỷ lệ các lỗ rỗng tăng lên.

2. Khả năng mang tải áp lực của vỏ bị giảm nhẹ và giảm đáng kể khi các cạnh bị ràng buộc ở nhiệt độ phòng và nhiệt độ cao.

3. Mức độ ảnh hưởng của kiểu phân bố lỗ rỗng phụ thuộc vào loại tải, vào tỷ lệ thể tích lỗ rỗng và tỷ lệ các thành phần vật liệu (N).

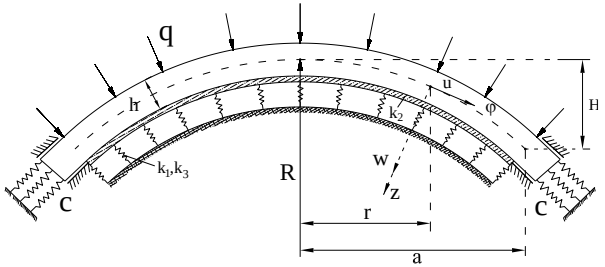
4. Nhiệt độ cao T (tồn tại trước) có thể ảnh hưởng tiêu cực lên khả năng mang tải cơ của vỏ trụ. Tuy nhiên, ảnh hưởng tiêu cực của T giảm nhẹ khi tỷ lệ lỗ rỗng trong FGM cao hơn.

Các kết quả chính của chương 3 đã được công bố trong 2 bài báo khoa học đăng trên các tạp chí quốc tế thuộc danh mục ISI, cụ thể là các bài báo số 3 và 4 trong danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án.

CHƯƠNG 4. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ CẦU THOẢI VÀ TẤM TRÒN FGM CÓ LỖ RỖNG VỚI CÁC CẠNH CHỊU LIÊN KẾT ĐÀN HỒI

4.1. Mô hình vật liệu và kết cấu

Chương này xét các vỏ cầu thoải có bán kính cong R, bán kính đáy a, chiều dày h và độ nhô H (hình 4.1)



Hình 4.1. Mô hình vỏ cầu thoải chịu áp lực ngoài.

Vỏ cầu được giả thiết rất thoải ($H \ll a$) tựa trên nền đàn hồi phi tuyến ba tham số và chịu áp lực ngoài q phân bố đều trên mặt ngoài. Cạnh biên của vỏ cầu chịu liên kết ngàm và ràng buộc đàn hồi theo phương kinh tuyến. Giả thiết vỏ cầu thoải chịu biến dạng đối xứng trục. Vỏ cầu làm từ FGM có lỗ rỗng với các tính chất như chương 2.

4.2. Các phương trình cơ bản và nghiệm giải tích

Trong chương này vỏ cầu được giả thiết mỏng và không hoàn hảo về mặt hình dạng. Bài toán ổn định được đặt theo ứng suất, các phương trình cơ bản gồm phương trình cân bằng phi tuyến và phương trình tương thích biến dạng được thiết lập dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển (CST) và được biểu diễn qua hàm độ võng w và hàm ứng suất f. Do giả thiết biến dạng đối xứng trục, các phương trình cơ bản không phụ thuộc vào tọa độ vĩ tuyến mà chỉ phụ thuộc vào tọa độ kinh tuyến φ. Trong thiết lập các phương trình cơ bản, để cho thuận lợi về mặt toán học, góc kinh tuyến được thay bằng bán kính đường tròn kinh tuyến $r = R\sin\varphi$ (hình 4.1). Cụ thể, phương trình cân bằng phi tuyến là:

$$D\Delta_s^2 w-\frac{1}{R}\Delta_s f-\frac{1}{r}f'\left(w+w^*\right)''-\frac{1}{r}f''\left(w+w^*\right)'-q+k_1 w-k_2\Delta_s w+k_3 w^3=0 \tag{4.1}$$

trong đó, trong chương này, dấu phảy trên ký hiệu đạo hàm theo biến r (ví dụ $f'=df/dr$), $\Delta_s()=()''+()'/r$ là toán tử Laplace trong trường hợp đối xứng trục, w^* là hàm biểu thị độ không hoàn hảo hình dáng, q là áp lực ngoài, trong khi đó k_1, k_2 và k_3 tương ứng là các tham số độ cứng của nền Winkler tuyến tính, lớp trượt của nền Pasternak và nền Winkler phi tuyến. Phương trình tương thích biến dạng là:

$$\frac{1}{E_1}\Delta_s^2 f=-\frac{1}{R}\Delta_s w-\frac{1}{r}\left(\frac{dw}{dr}\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{dw^*}{dr}\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{dw}{dr}\frac{d^2w^*}{dr^2}\right) \tag{4.2}$$

Điều kiện ngàm trên cạnh biên và điều kiện đối xứng trục là

$w=W$, $w'=0$, N_r hữu hạn tại đỉnh $r=0$ (4.3a)

$w=0$, $w'=0$, $N_r=N_{r0}$ tại cạnh biên $r=a$ (4.3b)

trong đó W là độ võng lớn nhất (đạt ở đỉnh) và N_{r0} là hợp phản lực trên cạnh, có liên hệ với độ co biên Δ_r và độ cứng ràng buộc c như

$$N_{r0}=c\Delta_r,\quad \Delta_r=-\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{du}{dr}dr \tag{4.4}$$

Nghiệm giải tích xấp xỉ được chọn dưới dạng sau

$$w=\frac{W}{a^4}\left(a^2-r^2\right)^2,\quad w^*=\frac{\mu h}{a^4}\left(a^2-r^2\right)^2 \tag{4.5}$$

Thay nghiệm (4.5) vào phương trình tương thích (4.2) và tích phân phương trình kết quả, các hằng số tích phân xác định từ điều kiện hữu hạn của của N_r tại đỉnh ($r=0$) và $N_r(r=a)=N_{r0}$ ta nhận được

$$\frac{df}{dr}=-\frac{E_1}{6a^4R}\left(r^5-3a^2r^3\right)W-\frac{E_1}{6a^8}\left(r^7-4a^2r^5+6a^4r^3\right)W\left(W+2\mu h\right)+\frac{E_1 r}{2a^2}W\left(W+2\mu h\right)-\frac{E_1 r}{3R}W+N_{r0}r \tag{4.6}$$

Thay nghiệm độ võng (4.5) và hàm ứng suất từ (4.6) vào phương trình cân bằng (4.1) và áp dụng phương pháp Galerkin ta được

$$q=\bar{g}_{11}\overline{W}-\bar{g}_{21}\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right)-\bar{g}_{31}\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right)+\bar{g}_{41}\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right)\left(\overline{W}+2\mu\right)$$
$$+\bar{g}_{51}\overline{W}^{3}-\bar{g}_{61}\left[\frac{2}{R_h R_a^2}\left(\overline{W}+\mu\right)-1\right]\Delta T \qquad (4.7)$$

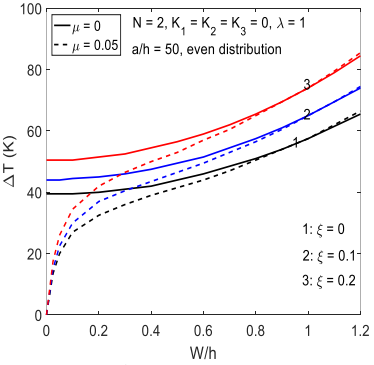
Biểu thức (4.7) là mối liên hệ phi tuyến giữa tải và độ võng của vỏ cầu thoải FGM có lỗ rỗng đặt trong môi trường nhiệt độ, tựa trên nền đàn hồi và chịu áp lực ngoài. Đặc biệt hóa (4.7) cho trường hợp $q=0$ và $R\to\infty$ ta nhận được mối liên hệ sau

$$\Delta T=\frac{\bar{E}_1+\bar{c}(1-\nu)}{4\bar{c}G\beta^2}\left(64\bar{D}+\frac{3}{5}E_m^0K_1+4E_m^0K_2\right)\frac{\overline{W}}{\overline{W}+\mu} \qquad (4.8)$$
$$+\frac{\bar{E}_1}{14\bar{c}G\beta^2}\left[3\bar{E}_1+\bar{c}\left(\frac{23}{3}-3\nu\right)\right]\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right)+\frac{E_m^0K_3\left[\bar{E}_1+\bar{c}(1-\nu)\right]}{12\bar{c}G\beta^4}\frac{\overline{W}^3}{\overline{W}+\mu}$$

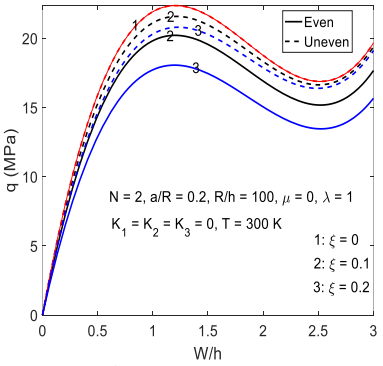
Đây là liên hệ phi tuyến giữa tải nhiệt và độ võng của tấm tròn FGM có lỗ rỗng tựa trên nền đàn hồi phi tuyến và chịu nhiệt tăng đều

4.3. Các kết quả số

Sau khi thực hiện các nghiên cứu so sánh để khẳng định độ tin cậy của phương pháp giải, luận án giới thiệu một số kết quả số sau.

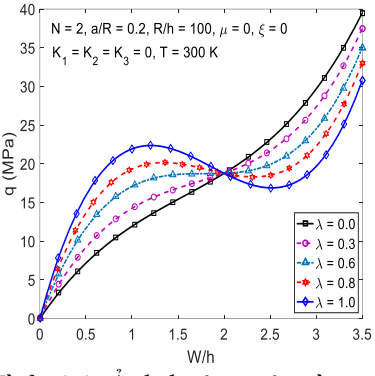


Hình 4.2. Ảnh hưởng của tỷ lệ lỗ rỗng lên ứng xử sau vồng của tấm tròn FGM chịu tải nhiệt.

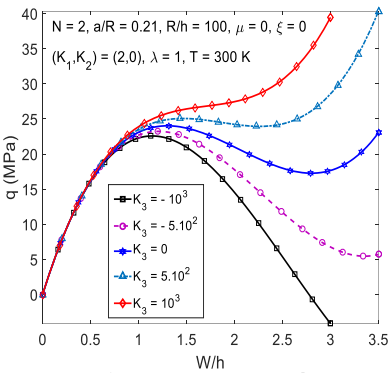


Hình 4.3. Ảnh hưởng của tỷ lệ lỗ rỗng lên ứng xử sau vồng của vỏ cầu thoải FGM chịu áp lực ngoài.

Hình 4.2 chỉ ra rằng tấm tròn chịu tải nhiệt ổn định hơn khi tỷ lệ các lỗ rỗng trong FGM tăng. Ngược lại, hình 4.3 cho thấy rằng sự tăng lên của tỷ lệ lỗ rỗng làm cho khả năng chịu áp lực giảm đáng kể.



Hình 4.4. Ảnh hưởng của ràng buộc cạnh biên lên ổn định của vỏ cầu FGM chịu áp lực ngoài.



Hình 4.5. Ảnh hưởng của nền đàn hồi phi tuyến lên ổn định của vỏ cầu FGM chịu áp lực ngoài.

4.4. Kết luận chương 4.

1. Các lỗ rỗng trong FGM lần lượt có ảnh hưởng tích cực và tiêu cực lên sự ổn định của tấm tròn chịu tải nhiệt và vỏ cầu chịu áp lực.

2. Sự ràng buộc các cạch biên làm cho tải nhiệt tới hạn và khả năng mang tải nhiệt của tấm tròn giảm. Ngược lại, sự ràng buộc cạnh biên làm tăng tải vồng nhưng cũng làm tăng cường độ hóp của vỏ cầu FGM chịu áp lực ngoài.

3. Khi chịu nhiệt độ trước và ràng buộc cạnh biên, vỏ cầu chịu áp lực ngoài có thể có đáp ứng vồng tựa rẽ nhánh.

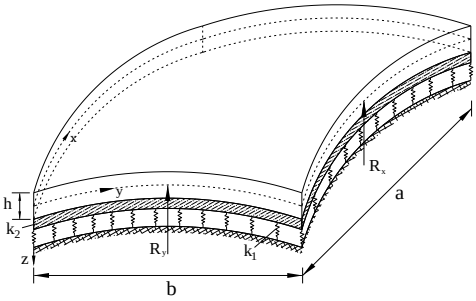
4. Nền đàn hồi có ảnh hưởng tích cực lên sự ổn định phi tuyến của vỏ cầu chịu áp lực ngoài. Hiện tượng hóp có thể được giảm hoặc bị triệt tiêu khi vỏ cầu được đỡ bởi nền đàn hồi có độ cứng phù hợp.

Các kết quả chính của chương 4 đã được công bố trong 1 bài báo khoa học đăng trên tạp chí quốc tế thuộc danh mục ISI, cụ thể là bài báo số 5 trong danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án.

CHƯƠNG 5. ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA TẤM VÀ PANEL SANDWICH FG-CNTRC VỚI CÁC CẠNH CHỊU LIÊN KẾT ĐÀN HỒI

5.1. Mô hình vật liệu và kết cấu

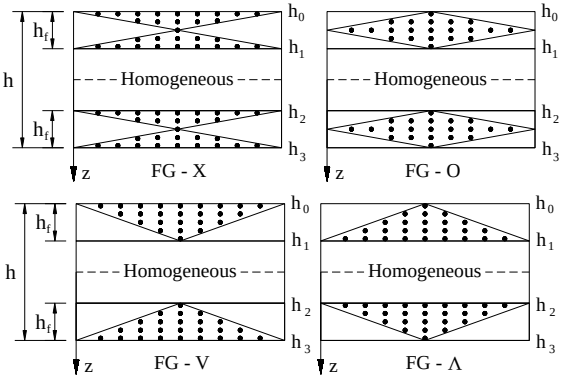
Mô hình kết cấu trong chương này là các panel sandwich (phẳng, trụ, hai độ cong) với tổng chiều dày h, các kích thước phẳng là a,b và các bán kính cong R_x, R_y.



Hình 5.1. Mô hình panel hai độ cong

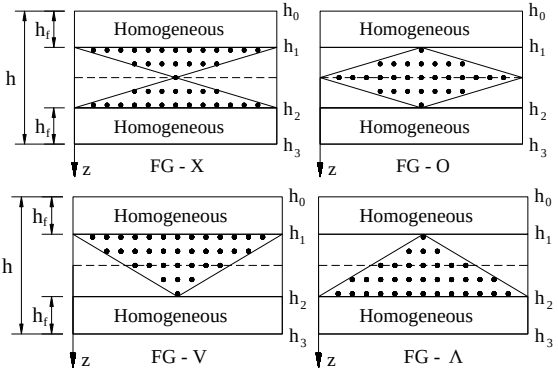
Panel trụ nhận được khi $R_x \to \infty$, $R_y = R$ và panel phẳng (tấm) nhận được khi $R_x \to \infty, R_y \to \infty$. Hai mô hình sandwich được xét:

Mô hình sandwich loại A gồm lớp lõi thuần nhất đẳng hướng và hai lớp mặt làm từ FG-CNTRC, như được minh họa trong hình 5.2.



Hình 5.2. Các kiểu phân bố FG của CNTs trong mô hình sandwich loại A.

Mô hình sandwich loại B gồm lớp lõi FG-CNTRC và hai lớp mặt thuần nhất đẳng hướng như được minh họa trong hình 5.3.



Hình 5.3. Các kiểu phân bố FG của CNTs trong mô hình sandwich loại B.

Các mô đun đàn hồi và mô đun đàn hồi hiệu dụng trong lớp FG-CNTRC được xác định theo phiên bản suy rộng của quy tắc hỗn hợp

$$E_{11} = \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E^m \tag{5.1a}$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E^m} \tag{5.1b}$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G^m} \tag{5.1c}$$

5.2. Các phương trình cơ bản và nghiệm giải tích

Các phương trình cơ bản gồm phương trình cân bằng và phương trình tương thích biến dạng được thiết lập dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất (FSDT) và biểu diễn qua hàm độ võng w, hàm ứng suất f và các hàm góc xoay ϕ_x, ϕ_y. Phương trình cân bằng như sau

$$a_{11}\phi_{x,xxx} + a_{21}\phi_{x,xyy} + a_{31}\phi_{y,xxy} + a_{41}\phi_{y,yyy} + a_{51} f_{,xxyy} + f_{,yy}\left(w_{,xx} + w^*_{,xx}\right) \tag{5.2}$$

$$-2 f_{,xy}\left(w_{,xy} + w^*_{,xy}\right) + f_{,xx}\left(w_{,yy} + w^*_{,yy}\right) + \frac{f_{,yy}}{R_x} + \frac{f_{,xx}}{R_y} + q - k_1 w + k_2\left(w_{,xx} + w_{,yy}\right) = 0$$

Phương trình tương thích biến dạng được viết như sau

$$a_{12} f_{,xxxx} + a_{22} f_{,xxyy} + a_{32} f_{,yyyy} + a_{42}\phi_{x,xxx} + a_{52}\phi_{y,xxy} + a_{62}\phi_{y,yyy} + a_{72}\phi_{x,xyy}$$

$$-w^2_{,xy} + w_{,xx} w_{,yy} - 2 w_{,xy} w^*_{,xy} + w_{,xx} w^*_{,yy} + w_{,yy} w^*_{,xx} + \frac{w_{,yy}}{R_x} + \frac{w_{,xx}}{R_y} = 0 \tag{5.3}$$

Nghiệm giải tích thỏa mãn các điều kiện biên tựa bản lề các cạnh

$$\left(w, w^*\right) = \left(W, \mu h\right) \sin\beta_m x \sin\delta_n y$$

$$f = A_1 \cos 2\beta_m x + A_2 \cos 2\delta_n y + A_3 \sin\beta_m x \sin\delta_n y + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2$$

$$\phi_x = B_1 \cos\beta_m x \sin\delta_n y \ , \ \phi_y = B_2 \sin\beta_m x \cos\delta_n y \qquad (5.4)$$

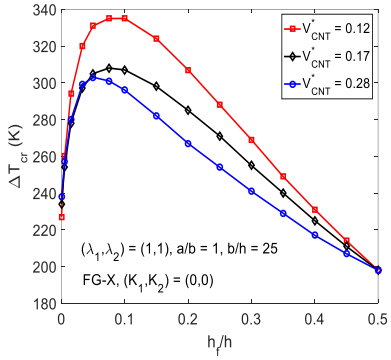
Sau khi áp dụng phương pháp Galerkin ta thu được liên hệ

$$a_{13}\overline{W} + a_{23}\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right) + a_{33}\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right) + a_{43}\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right)\left(\overline{W}+2\mu\right) - \frac{16q}{mn\pi^2}\gamma_m\gamma_n$$

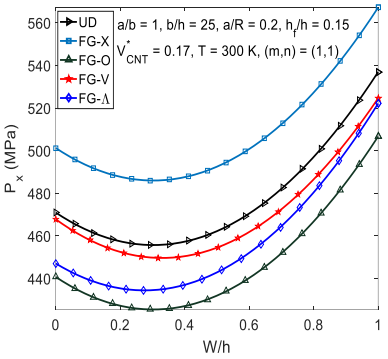
$$+\left(\overline{N}_{x0} m^2 B_a^2 + \overline{N}_{y0} n^2\right)\frac{\pi^2}{B_h^2}\left(\overline{W}+\mu\right) - \left(\overline{N}_{x0} B_a R_1 + \overline{N}_{y0} R_2\right)\frac{16}{mn\pi^2 B_h}\gamma_m\gamma_n = 0 \qquad (5.5)$$

Từ liên hệ tổng quát (5.5), các biểu thức liên hệ tải – độ võng cho các bài toán sau đã được dẫn ra 1) Panel hai độ cong sandwich với các cạnh biên chịu liên kết đàn hồi chịu áp lực ngoài trong môi trường nhiệt độ, 2) Panel trụ sandwich với các cạnh tựa di động chịu nén dọc trục trong môi trường nhiệt độ, 3) Tấm chữ nhật sandwich với tất cả các cạnh bị ràng buộc đàn hồi chịu nhiệt độ tăng đều, và 4) Tấm chữ nhật sandwich có hai cạnh $x = 0, a$ tựa di động và hai cạnh $y = 0, b$ bị ràng buộc đàn hồi chịu tác dụng đồng thời của tải nén trên hai cạnh tựa di động và nhiệt độ tăng đều.

5.3. Các kết quả số

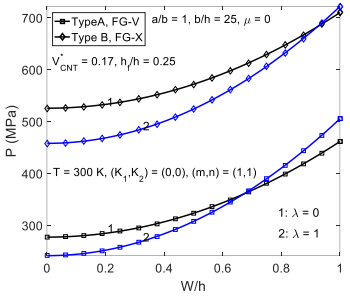


Hình 5.4. Nhiệt độ tới hạn của tấm sandwich loại B.

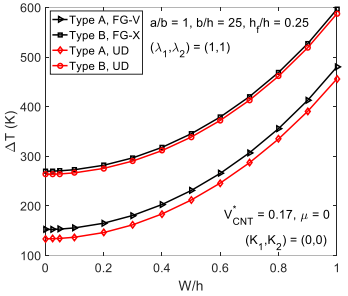


Hình 5.5. Ứng xử sau vồng của panel sandwich loại B chịu nén.

Hình 5.4 chỉ ra rằng dường như tồn tại một tỷ lệ tối ưu giữa chiều dày các lớp mà ở đó nhiệt độ tới hạn của tấm sandwich loại B là cao nhất. Hình 5.5 chứng tỏ rằng phân bố kiểu FG-X làm cho khả năng mang tải của panel trụ sandwich loại B chịu tải nén dọc trục cao nhất.



Hình 5.6. So sánh ứng xử sau vồng của tấm sandwich loại A và B chịu nén một phương.



Hình 5.7. So sánh ứng xử sau vồng của tấm sandwich loại A và B chịu nhiệt độ tăng đều.

Sự so sánh trong các hình 5.6 và 5.7 chỉ ra rằng, với cùng một tỷ lệ thể tích các thành phần vật liệu, mô hình sandwich loại B với các lớp mặt thuần nhất và lớp lõi FG-CNTRC có khả năng chịu tải cơ và nhiệt tốt hơn nhiều so với mô hình sandwich loại A.

5.4. Kết luận chương 5

1. Khả năng chịu áp lực ngoài của panel sandwich hai độ cong và chịu tải nhiệt của tấm sandwich lần lượt được tăng và giảm khi các cạnh bị ràng buộc chặt chẽ hơn.

2. Khi tấm sandwich đặt trong trường nhiệt, chỉ cần một tỷ lệ nhỏ CNT trong lớp FG-CNTRC có thể làm cho tấm chịu tải nhiệt tốt nhất.

3. Mô hình sandwich loại B với lớp lõi FG-CNTRC và hai lớp mặt mỏng thuần nhất là mô hình sandwich với nhiều đặc tính ưu việt và có tiềm năng ứng dụng cao vào thực tiễn.

Các kết quả chính của chương 5 đã được công bố trong 4 bài báo khoa học trong đó có 2 bài báo đăng trên các tạp chí quốc tế danh mục ISI và 2 bài báo đăng trên tạp chí Cơ học Việt Nam, cụ thể là các bài báo số 6,7,8 và 9 trong danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án.

KẾT LUẬN

Luận án đã đạt được một số kết quả mới sau đây:

1. Luận án đã phân tích ổn định tuyến tính của các vỏ trống FGM dày có các lỗ rỗng chịu các điều kiện tải cơ, nhiệt và kết hợp cơ–nhiệt. Các kết quả của luận án đã chỉ ra rằng các lỗ rỗng có ảnh hưởng bất lợi và có lợi lên khả năng kháng vồng của vỏ trống lần lượt chịu tải cơ và nhiệt. Các kết quả đạt được của luận án là tương đối tổng quát và đã bao hàm một miền rộng của các điều kiện ràng buộc cạnh biên, hình dáng kết cấu vỏ kín và chiều dày vỏ.

2. Luận án đã đề xuất sử dụng nghiệm độ võng dạng hai số hạng cho phân tích ổn định phi tuyến của các vỏ trụ tròn FGM có lỗ rỗng và biến dạng trượt ngang. Các kết quả thu được của luận án gợi ý rằng đối với các vỏ dày và tương đối dày số hạng độ võng đối xứng trục phi tuyến trong giai đoạn sau vồng có thể có ảnh hưởng nhỏ và vì thế dạng độ võng hai số hạng là một xấp xỉ tốt để dự đoán các ứng xử vồng và sau vồng của vỏ trụ tròn có biến dạng trượt ngang.

3. Luận án đã phân tích các ảnh hưởng đồng thời của các lỗ rỗng, sự ràng buộc dịch chuyển trên cạnh biên và nền đàn hồi phi tuyến lên sự ổn định phi tuyến của các vỏ cầu thoải FGM chịu áp lực ngoài và tấm tròn FGM chịu nhiệt độ tăng đều. Các kết quả của luận án đã khám phá ra rằng vỏ cầu FGM tương đối thoải với cạnh biên được dịch chuyển một phần và tựa trên nền đàn hồi với độ cứng phù hợp có khả năng mang tải tốt và có thể giảm đáng kể tác hại do hiện tượng hóp.

4. Luận án đã đề xuất mô hình sandwich gồm lớp lõi FG-CNTRC và hai lớp mặt thuần nhất. Kết quả phân tích của luận án khám phá ra rằng với cùng tỷ lệ các vật liệu, mô hình sandwich với lớp lõi làm từ FG-CNTRC cùng với hai lớp mặt cứng và mỏng làm từ vật liệu thuần nhất có nhiều đặc điểm chịu tải rất ưu việt. Đây có thể là mô hình sandwich chuẩn vì đảm bảo độ cứng, độ nhẹ và sự ổn định rất tốt. Các kết quả mà luận án thu được là những gợi ý có giá trị cho việc chế tạo và ứng dụng các kết cấu sandwich từ FG-CNTRC.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Mechanical buckling analysis of thick FGM toroidal shell segments with porosities using Reddy's higher order shear deformation theory*, Mechanics of Advanced Materials and Structures. In Press. Published online: 24-8-2021. https://doi.org/10.1080/15376494.2021.1969606 (ISI, Q1).

2. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Buckling behavior of thick porous FGM toroidal shell segments under external pressure and elevated temperature including tangential edge restraint*, Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, Vol. 144 (5), 2022, p. 051310 (11 pages). Published online: 11-1-2022. https://doi.org/10.1115/1.4053485 (ISI, Q2).

3. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Thermal nonlinear buckling of shear deformable functionally graded cylindrical shells with porosities*, AIAA Journal, Vol. 59 (6), 2021, pp. 2233-2241. https://doi.org/10.2514/1.J060026 (ISI, Q1)

4. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Thermomechanical nonlinear buckling of pressurized shear deformable FGM cylindrical shells including porosities and elastically restrained edges*, Journal of Aerospace Engineering, Transactions of the ASCE, Vol. 34 (3), 2021, p. 04021011 https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001252 (ISI, Q2).

5. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Postbuckling responses of porous FGM spherical caps and circular plates including edge constraints and nonlinear three-parameter elastic foundations*, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2021, pages 1-23. Article in Press. Published online: 2-8-2021. https://doi.org/10.1080/15397734.2021.1956327 (ISI, Q1).

6. Hoang Van Tung and Vu Thanh Long, *Buckling and postbuckling of CNT-reinforced composite sandwich cylindrical panels subjected to axial compression in thermal environments*, Vietnam Journal of Mechanics, VAST, Vol. 41 (3), 2019, pp. 217-231. https://doi.org/10.15625/0866-7136/13673.

7. Hoang Van Tung, Dao Nhu Mai and Vu Thanh Long, *Nonlinear response of doubly curved sandwich panels with CNT-reinforced composite core and elastically restrained edges subjected to external pressure in thermal environments*, Vietnam Journal of Mechanics, VAST, Vol. 44, No. 1, 2022, pp. 15-28. Published online: 11-12-2021. https://doi.org/10.15625/0866-7136/16575

8. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Thermal postbuckling behavior of CNT-reinforced composite sandwich plate models resting on elastic foundations with tangentially restrained edges and temperature-dependent properties*, Journal of Thermoplastic Composite Materials, Vol. 33 (10), 2020, pp. 1396-1428. https://doi.org/10.1177/0892705719828789 (ISI, Q2).

9. Vu Thanh Long and Hoang Van Tung, *Thermomechanical postbuckling behavior of CNT-reinforced composite sandwich plate models resting on elastic foundations with elastically restrained unloaded edges*, Journal of Thermal Stresses, Vol. 42 (5), 2019, pp. 658-680. https://doi.org/10.1080/01495739.2019.1571972 (ISI, Q1).