BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

TRẦN TUẤN LONG

NGHIÊN CỨU PHÁT TRIỂN TÍNH CHẤT TRỰC GIAO ÁP DỤNG TRONG PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH VÀ DAO ĐỘNG PHI TUYẾN

Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật
Mã số: 9 52 01 01

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SỸ

NGÀNH KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ CƠ KỸ THUẬT

Hà Nội – 2023

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Người hướng dẫn khoa học 1: GS. TSKH. Nguyễn Đông Anh

Người hướng dẫn khoa học 2: PGS. TS. Nguyễn Xuân Thành

Phản biện 1: GS.TS. Trần Minh Tú

Phản biện 2: PGS.TS. Lã Đức Việt

Phản biện 3: GS.TS. Trần Ích Thịnh

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện, họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi … giờ ....’, ngày … tháng … năm 2023.

Có thể tìm hiểu luận án tại:
- Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
- Thư viện Quốc gia Việt Nam

MỞ ĐẦU

1. Tính cấp thiết của luận án

Nhằm cải tiến độ chính xác của nghiệm xấp xỉ bậc nhất của phương pháp Galerkin cũng như phát triển tính chất trực giao và ứng dụng vào một số bài toán điển hình về ổn định đàn hồi của cột và xem xét với tiết diện không đổi và tiết diện thay đổi, đồng thời cải tiến tính trực giao thông qua phát triển phương pháp tuyến tính hóa đối ngẫu với một trọng số cho các hệ động tiền định phi tuyến bằng giải pháp thay thế tương đương của một hàm phi tuyến bằng một hàm tuyến tính được hiệu chỉnh ngắn gọn bằng cách sử dụng phương pháp đối ngẫu với hai phép thay thế lượt đi và lượt về. Việc lựa chọn thêm một trọng số kết nối hai hàm mục tiêu được khảo sát và áp dụng để phân tích tần số của dao động tự do phi tuyến, cùng một số nghiên cứu điển hình sau đó được thực hiện để xác minh độ chính xác và ảnh hưởng của phi tuyến tính đến hiệu quả của kỹ thuật được đề xuất.

Với những phân tích ở trên, tác giả đã lựa chọn đề tài: "***Nghiên cứu phát triển tính chất trực giao áp dụng trong phân tích ổn định và dao động phi tuyến***" để làm đề tài nghiên cứu.

2. Mục tiêu nghiên cứu của luận án

Phát triển tính chất trực giao của phương pháp số dư trọng số (cụ thể là phương pháp Galerkin) với trung bình thông thường và áp dụng tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số của phương pháp tuyến tính hóa tương đương cho bài toán ổn định đàn hồi.

Giải quyết bài toán chọn một hàm trọng số cụ thể trong số lớp các hàm trọng số một tham số và phát triển tính chất trực giao bằng cách đề xuất xây dựng một trung bình cục bộ có trọng số mới ứng dụng vào phương pháp Galerkin và kết hợp với phương pháp bình phương tối thiểu khảo sát bài toán ổn định với thanh có tiết diện không đổi và có tiết diện thay đổi.

Đề xuất một công cụ tính toán thay thế mới và hiệu quả để tính toán kỹ thuật trong việc thiết kế các hệ kết cấu với các tiết diện thay đổi

Xây dựng qui trình, phát triển tính chất trực giao thông qua phương pháp tuyến tính hóa đối ngẫu một trọng số cho các hệ động tiền định phi tuyến và áp dụng để phân tích tần số của dao động tự do phi tuyến một số trường hợp điển hình và so sánh kết quả một số phương pháp gần đúng để đánh giá hiệu quả của phương pháp đề xuất.

3. Các nội dung nghiên cứu chính của luận án

Luận án gồm phần mở đầu, 04 chương, phần kết luận, danh mục các công trình đã công bố của tác giả liên quan đến luận án, tài liệu tham khảo. Trong đó nội dung chính của các chương như sau:

Chương 1: "***Tổng quan về các phương pháp giải bài toán ổn định đàn hồi và dao động phi tuyến hệ một bậc tự do***". Trình bày các mô hình ổn định, các bài toán ổn định đàn hồi, bài toán dao động phi tuyến một bậc tự do và một số hệ dao động phi tuyến thường gặp đồng thời tổng quan về các phương pháp giải bài toán ổn định và dao động phi tuyến, các phương pháp tính toán gần đúng phương pháp số dư trọng số, Galerkin và phân tích tính chất trực giao trong các phương pháp này.

Chương 2: "***Phương pháp tuyến tính hóa tương đương***", trình bày các phương pháp tuyến tính hóa tương đương và phân tích ưu nhược điểm của các phương pháp, ý tưởng tuyến tính hóa đối ngẫu có trọng số cho bài toán ổn định và bài toán dao động phi tuyến làm cơ sở phát triển tính chất trực giao áp dụng trong Chương 3, Chương 4.

Chương 3: "***Phát triển tính chất trực giao áp dụng trong phân tích bài toán ổn định***". Phát triển tính chất trực giao thông qua tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số (WDC) và bằng phép lấy trung bình cục bộ có trọng số (WLA) tại một giá trị cục bộ r với một hàm cục bộ là $r^{f(r)}$. Áp dụng tuyến tính hóa đối ngẫu có trọng số, GWLA, SGWLA, chọn hàm trọng số, khảo sát số với các bài toán ổn định đàn hồi tiết diện không đổi, tiết diện thay đổi và kết luận về hiệu quả của kỹ thuật được đề xuất.

Chương 4: “***Phát triển tính chất trực giao áp dụng trong phân tích bài toán dao động phi tuyến***”. Xây dựng cơ sở lý thuyết, phát triển tính chất trực giao, xây dựng qui trình tuyến tính hóa và khảo sát số với các bài toán dao động tiền định phi tuyến và kết luận về hiệu quả của kỹ thuật tính toán được đề xuất.

Kết luận và đóng góp mới của luận án và hướng nghiên cứu tiếp theo.

Danh sách các công trình đã công bố và tài liệu trích dẫn.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI VÀ DAO ĐỘNG PHI TUYẾN HỆ MỘT BẬC TỰ DO

1.1. Ổn định đàn hồi

1.1.1. Phương pháp tĩnh học

Phương pháp thiết lập và giải phương trình vi phân; Phương pháp thông số ban đầu; Phương pháp lực; Phương pháp chuyển vị; Phương pháp hỗn hợp; Phương pháp sai phân hữu hạn; Phương pháp dây xích; Phương pháp nghiệm đúng tại từng điểm; Phương pháp Bubnov-Galerkin; Phương pháp giải đúng dần. Trong thực tế, áp dụng các phương pháp tĩnh học để tìm nghiệm chính xác của bài toán ổn định thường gặp nhiều khó khăn và đôi khi không thể thực hiện được.

1.1.2. Phương pháp động lực học

Lập và giải phương trình dao động riêng của hệ. Xác định lực tới hạn bằng cách biện luận tính chất nghiệm của chuyển động: nếu dao động của hệ có biên độ tăng không ngừng theo thời gian thì dạng cân bằng ban đầu là không ổn định; ngược lại, nếu hệ luôn dao động bé quanh vị trí cân bằng ban đầu hoặc tắt dần thì là dạng đó là ổn định.

1.1.3. Phương pháp năng lượng

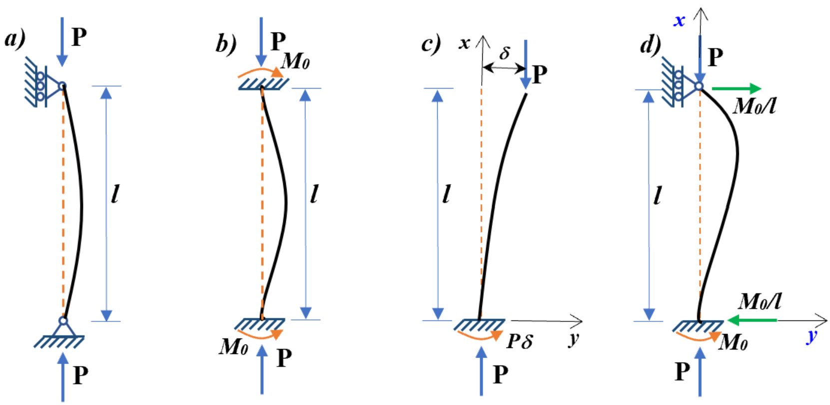
Trực tiếp nguyên lý Lejeune-Dirichlet; Phương pháp Rayleigh-Ritz; Phương pháp Timoshenko. Do giả thiết trước biến dạng của hệ nên kết quả lực tới hạn tìm được thường là gần đúng và cho kết quả lớn hơn giá trị của lực tới hạn chính xác.

Đường lối của ba loại phương pháp (phương pháp tĩnh; phương pháp động; phương pháp năng lượng) tuy khác nhau nhưng cho cùng một kết quả đối với hệ bảo toàn. Đối với hệ không bảo toàn, các phương pháp tĩnh và các phương pháp năng lượng dẫn đến kết quả không chính xác, người ta phải sử dụng các phương pháp động lực học.

1.2. Mô hình mất ổn định

Loại mất ổn định đầu tiên được nghiên cứu và được chú ý nhiều là mất ổn định loại 1 hay cổ điển hoặc phân nhánh. Mất ổn định loại 2 (snapthrough buckling) là hiện tượng được đặc trưng bởi một bước nhảy có thể nhìn thấy và đột ngột từ trạng thái cân bằng đến một trạng thái cân bằng khác có chuyển vị lớn hơn chuyển vị ở trạng thái cân bằng đầu tiên. Một loại mất ổn định khác mà Libove [25] gọi là sự mất ổn định chuyển vị hữu hạn.

1.3. Các bài toán ổn định đàn hồi



Hình 1.6. Các bài toán ổn định Euler

1.3.1. Thanh hai đầu liên kết bản lề (P-P)

1.3.2. Thanh hai đầu ngàm (C-C)

1.3.3. Thanh một đầu liên kết ngàm và một đầu tự do (C-F)

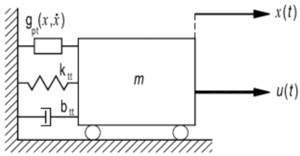
1.3.4. Thanh một đầu ngàm một đầu liên kết bản lề (C-P)

1.4. Bài toán dao động phi tuyến

1.4.1. Phân loại dao động phi tuyến: Dao động tự do, dao động cưỡng bức, dao động không cản, dao động có cản, dao động tiền định, dao động ngẫu nhiên, dao động của hệ 1 bậc tự do, nhiều bậc tự do và vô hạn bậc tự do

1.4.2. Hệ cơ học một bậc tự do phi tuyến:

$$m\ddot{x} + b_{tt}\dot{x} + k_{tt}x + \mathrm{g}_{pt}(x,\dot{x}) = u(t) \tag{1.5}$$



Hình 1.7. Hệ cơ học 1 bậc tự do phi tuyến

1.4.3. Một số hệ dao động phi tuyến thường gặp: Hệ dao động Lutes Sarkani, Van der pol, có cản phi tuyến bậc ba, đàn hồi phi tuyến theo qui luật mũ, Duffing, Atlik-Utku, với lực phục hồi bậc phân số, điều hòa Duffing, có khả năng mở rộng hữu hạn, kiểu Duffing.

1.5. Một số phương pháp gần đúng giải phương trình vi phân

1.5.1. Phương pháp biến phân Rayleigh – Ritz

1.5.2. Phương pháp số dư trọng số

$$\int W_i R_\Gamma d\Gamma = 0 \tag{1.34}$$

Tính trực giao thể hiện trong công thức 1.34 và các phương pháp số dư trọng số khác nhau trong việc định nghĩa hàm W_i.

1.5.3. Phương pháp Galerkin và tính trực giao của phần dư phương trình với các hàm so sánh

Phương pháp Galerkin giải quyết trực tiếp từ phương trình vi phân trong khi phương pháp Reyleigh-Ritz tập trung vào năng lượng.

$$\int_0^l Q(\phi)g_i(x)\,dx = 0, \text{với i} = 1, 2, \ldots, \text{n} \tag{1.49}$$

Các mối quan hệ được cho bởi phương trình (1.65) được gọi là phương trình **Galerkin**. Đối với một bài toán nhất định bất kỳ hàm chuyển vị giả định mà phù hợp với các điều kiện biên và phương trình Galerkin sẽ là một nghiệm gần đúng của bài toán. Phương trình này **thể hiện tính trực giao** giữa n hàm thử và phần dư

1.6. Kết luận chương 1

Trình bày tổng quan về các phương pháp giải các bài toán ổn định đàn hồi và nghiệm chính xác của các bài toán này đồng thời cũng chỉ ra tính chất chung của các phương pháp gần đúng như phương pháp Reyleigh-Ritz, Galerkin và các phương pháp số dư trọng số (MWR) thể hiện qua tính trực giao giữa phần dư với hàm so sánh và tính trực giao lại phụ thuộc vào toán tử lấy trung bình tác động lên phần dư. Do đó, để có được các nghiệm xấp xấp xỉ khác bằng cách sử dụng cùng một quy trình Galerkin và các hàm so sánh, ta có thể sửa đổi toán tử lấy trung bình chính là tính chất trực giao. Luận án xây dựng và phát triển tính chất trực giao trong phân tích bài toán ổn định và dao động phi tuyến dựa trên những kết quả chính xác đã có từ bài toán ổn định, dao động tự do phi tuyến để so sánh với phương pháp Galerkin và các phương pháp gần đúng khác để đánh giá hiệu quả của phương pháp đề xuất.

CHƯƠNG 2. PHƯƠNG PHÁP TUYẾN TÍNH HÓA TƯƠNG ĐƯƠNG

2.1. Giới thiệu

Chương này trình bày các phương pháp tuyến tính hóa tương đương cho hệ một bậc tự do trong mục 2.2 với các hệ số tuyến tính hóa ta có các các phiên bản khác nhau dựa trên tiêu chuẩn kinh điển, tiêu chuẩn cực tiểu sai số thế năng, tiêu chuẩn tuyến tính hóa tương đương có điều chỉnh, tiêu chuẩn tuyến tính hóa từng phần. Sự phát triển của tiêu chuẩn đối ngẫu và ứng dụng của nó được trình bày trong 2.3. Sự hình thành và ý tưởng của tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số và các tính chất của nó được trình bày chi tiết trong 2.4. Kết luận Chương 2 trình bày trong 2.5.

2.2. Phương pháp tuyến tính hóa tương đương cho hệ một bậc tự do

2.3. Tiêu chuẩn đối ngẫu của phương pháp tuyến tính hóa tương đương

2.4. Tiêu chuẩn tuyến tính hóa đối ngẫu có trọng số

$$S_d = (1-p)\langle (A - k_d B)^2 \rangle + p\langle (k_d B - \lambda_d A)^2 \rangle \longrightarrow \min_{k_d, \lambda_d} \tag{2.65}$$

Tiêu chuẩn (2.65) gọi là tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số (weighted dual criterion - WDC), được phát biểu là trung bình trọng số của trung bình bình phương của các quá trình thay thế lượt đi và lượt về là nhỏ nhất theo các hệ số tuyến tính hóa k_d và hệ số trở về λ_d được cho bởi (2.60), (2.61) và r^2 được định nghĩa và cho bởi (2.62) với đặc điểm từ (2.63) và điều kiện cần thỏa mãn từ (2.64).

2.5. Kết luận chương 2

Phương pháp tuyến tính hóa tương đương là làm thế nào để tìm ra các hệ số tuyến tính hóa cho một hệ phi tuyến đã cho. Mục tiêu của những cải tiến và phát triển đối với phương pháp tuyến tính hóa tương đương là xác định các hệ số tuyến tính hóa để có thể thu được trung bình bình phương hay phương sai xấp xỉ gần với nghiệm chính xác nhất.Việc phát triển tính chất trực giao trong phép lấy trung bình áp dụng trong tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số cho bài toán ổn định sẽ được khảo sát chi tiết trong Chương 3, đồng thời đề xuất phép lấy trung bình trọng số và việc mở rộng, phát triển tính trực giao từ phương pháp Galerkin với trung bình cục bộ có trọng số. Trong Chương 4, tác giả sẽ trình bày việc phát triển tính chất trực giao trong tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu với một trọng số cho các hệ động lực tiền định phi tuyến đồng thời khảo sát và áp dụng tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu với trọng số đã chọn để phân tích tần số dao động tự do phi tuyến và một số trường hợp điển hình và đánh giá hiệu quả của phương pháp đề xuất.

CHƯƠNG 3 PHÁT TRIỂN TÍNH CHẤT TRỰC GIAO ÁP DỤNG TRONG PHÂN TÍCH BÀI TOÁN ỔN ĐỊNH

3.1. Giới thiệu

Chương này được tổ chức như sau: Mục 3.2 Áp dụng tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số cho bài toán ổn định đàn hồi, Chọn trọng số p được trình bày trong Mục 3.3 và Mục 3.4 trình bày phát triển tính chất trực giao thông qua phép lấy trung bình cục bộ có trọng số. Sau đó, sự kết hợp của phép lấy trung bình cục bộ có trọng số với phương pháp Galerkin được đưa ra trong Mục 3.5. Độ chính xác của phương pháp Galerkin với phép lấy trung bình cục bộ có trọng số và nghiệm xấp xỉ của nó được khảo sát trong Mục 3.6 với ứng dụng xác định tải trọng tới hạn của cột Euler đàn hồi tiết diện không đổi và với các điều kiện biên điển hình khác nhau. Ngoài ra, việc áp dụng phương pháp Galerkin với phép lấy trung bình cục bộ có trọng số đối với các cột có tiết diện thay đổi được trình bày trong Mục 3.7, trong đó phát triển tính chất trực giao trong phương pháp bình phương tối thiểu được triển khai. Cuối cùng, thảo luận về các kết quả phát triển tính chất trực giao được tóm tắt trong Mục 3.8, tiếp theo là phần kết luận Chương 3 trong 3.9.

3.2. Áp dụng tiêu chuẩn đối ngẫu cho bài toán ổn định đàn hồi

3.2.1. Thanh hai đầu liên kết bản lề đơn giản (P-P)

Bảng 3.1. Lực tới hạn P_{cr}^{G} và sai số với các hàm f_i khác nhau

TT	Các hàm f_i	Nghiệm Galerkin	Sai số với nghiệm Euler (%)
1	$x(l-x)$	10	1,321180
2	$x(l-x)^2$	14	41,849660
3	$x^2(l-x)$	14	41,849660
4	$x^2\ (l-x)^2$	12	21,585420
5	$x(l-x)+x^2(l-x)$	10.5	6,387240
6	$x(l-x)+x^2(l-x)^2$	9,87097	0,013814

Bảng 3.2. Lực tới hạn P_{cr}^{dn} và sai số với $y(x) = x(l - x)$

t	v	r	p	P_{cr}^{dn}	*Sai số với* P_{cr}^{E}
1	0	0,91287092	0,087129080	9,84341568	-0,265347%
1	1		0,079537600	9,85802719	-0,117302%
1	2		0,072607600	9,87119382	0,016104%
2	2		0,006326230	9,98940041	1,213787%
2	1		0,006930040	9,98838285	1,203477%
3	1		0,000603808	9,99899315	1,310982%
3	2		0,000551198	9,99908091	1,311871%
2	3		0,005775030	9,99032840	1,223190%
1	3		0,066281300	9,88307270	0,136462%
3	3		0,000503173	9,99916103	1,312683%
4	3		0,000043841	9,99992693	1,320443%
3	4		0,000459332	9,99923415	1,313424%
4	4		4,00212E-05	9,99993330	1,320508%
5	5		3,18319E-06	9,99999469	1,321130%
6	6		2,53183E-07	9,99999958	1,321179%
10	10		1,01327E-11	10,0000000	1,321184%

Bảng 3.3. Lực tới hạn P_{cr}^{dn} và sai số với y(x) khác nhau

	$y(x)$	r	p	P_{cr}^{dn}	P_{cr}^{E}	$t;\ v$	P_{cr}^{G}
1	$x^2(l-x)$	0,68313	0,316869	11,22346	9,8696	1; 0	14,0000
			0,216463	12,20212	9,8696	1; 1	
2	$x^2(l-x)^2$	0,53452	0,132994	10,81502	9,8696	1; 2	12,0000
			0,115814	10,97333	9,8696	2; 1	
			0,465478	7,39818	9,8696	1; 0	
3	$x(l-x)+x^2(l-x)$	0,83666	0,163339	9,91905	9,8696	1; 0	10,5000
			0,136660	10,02398	9,8696	1; 1	
4	$x(l-x)+x^2(l-x)^2$	0,99942	0,000576	9,87096	9,8696	1; 0	9,87097
			0,000575	9,87096	9,8696	1; 1	
			0,000575	9,87096	9,8696	1; 2	

3.2.2. Thanh hai đầu liên kết ngàm (C-C)

P_{cr}^{E}	P_{cr}^{G}	P_{cr}^{dn}
$39,4784\mathrm{EI}/l^2$	$41,3369\mathrm{EI}/l^2$	$39.3943\ \mathrm{EI}/l^2$

3.2.1. Thanh một đầu ngàm, một đầu tự do (C-F)

P_{cr}^{E}	P_{cr}^{G}	P_{cr}^{dn}

2,4674 EI/l^2	1,33EI/l^2	1,5037 EI/l^2

3.2.1. Thanh một đầu ngàm, một đầu liên kết bản lề (C-P)

P_{cr}^{E}	P_{cr}^{G}	P_{cr}^{dn}
20,1906 EI/l^2	22,4211EI/l^2	21,5968 EI/l^2

3.3. Chọn trọng số *p* với bài toán ổn định đàn hồi

$$p = (1 - r^t)^u . r^v \tag{3.41}$$

Bảng 3.4. Lực tới hạn P_{cr}^{dn} và sai số khi xét hàm f_3 với các hàm trọng số $p_i(r)$

i	p_{i2};p_{i0}	k_{i2};k_{i0}	P_{cr}^{dn} và *sai số (%)*	P_{cr}^{G} và *%)*
1	0,124145; 0,10680	-10,6745; 10,6586	21,3330 (*5,91297*)	22,4211 (*11,3147*)
2	0,056938; 0,03302	-11,0621; 10,9371	21,9992 (*9,22042*)	
3	0,091341; 0,08876	-10,8674; 10,7295	21,5968 *(7.22262)*	
4	0,067206; 0,07377	-11,0048; 10,7870	21,7917 *(8,19021)*	
5	0,018898; 0,00984	-11,2689; 11,0187	22,2876 *(10,6512)*	

Bảng 3.5. Lực tới hạn P_{cr}^{dn} và sai số với các f_j và các trọng số $p_i(r)$

j	f_j	p_i	P_{cr}^{dn} và *sai số (%)*	P_{cr}^{G} và *(%)*
1	$f_1 = \frac{3M_0}{4lEI}x^2(l-x)$	p_1	19,8803 (*-1.29959)*	21,0000 *(4.2595)*
		p_2	20,4618 *(1,58733)*	
		p_3	20,2217*(0,39551)*	
		p_4	20,4509*(1,53348)*	
		p_5	20,8157*(3,34441)*	
2	$f_2 = \frac{3M_0}{4lEI}x^3(l-x)$	p_1	31,0252 *(54,0319)*	32,8000 *(62,8434)*
		p_2	31,7871 *(57,8144)*	
		p_3	31,6788 *(57,2771)*	
		p_4	32,0766 *(59,2520)*	
		p_5	32,4233 *(60,9733)*	
4	$f_4 = \frac{3M_0}{4lEI}x^4(l-x)$	p_1	44,5491 *(121,174)*	47,1429 *(134,052)*
		p_2	45,6020*(126,402)*	
		p_3	45,5307 *(126,048)*	
		p_4	45,9478 *(128,119)*	
		p_5	46,5097 *(130,908)*	
5		p_1	20,8242 *(3,38678)*	21,8042 *(8,25201)*
		p_2	21,4487*(6,48699)*	

	$f_5 = \frac{M_0}{10lEI} x^2(7l^2 - 2lx - 2x^2)(l - x)$	p_3 p_4 p_5	21,0456 (*4,48593)* 21,2132 *(5,31816)* 21,6940*(7,70495)*	
6	$f_6 = \frac{M_0}{4lEI} x^4(3l - 2x)(l - x)$	p_1 p_2 p_3 p_4 p_5	31,4423*(56,1026)* 32,3490*(60,6042)* 31,9289*(58,5186)* 32,2642 *(60,1832)* 32,8613*(63,1479)*	33,1190 *(64,4274)*
7	$f_7 = \frac{M_0}{10lEI} x(7l^3x^2 - 9x^3l^2 + 2x^5)$	p_1 p_2 p_3 p_4 p_5	33,2967 *(65,3092)* 34,1035 *(69,3149)* 33,5610 *(66,6215)* 33,7619 *(67,6192)* 34,3975 *(70,7747)*	34,5291 *(71,4279)*

3.4. Phép lấy trung bình cục bộ có trọng số

$$\langle g(x)|x^{1+\alpha-2\alpha r}, r\rangle = \frac{r^{1+\alpha-2\alpha r}}{r}\int_0^r g(x)dx + \frac{1-r^{1+\alpha-2\alpha r}}{1-r}\int_r^1 g(x)dx \qquad (3.53)$$

3.5. Phát triển tính chất trực giao trong phương pháp Galerkin với phép lấy trung bình cục bộ có trọng số

Áp dụng GCA vào (3.57) dẫn đến các phương trình của điều kiện trực giao như sau:

$$\left\langle A\left(\sum_{j=1}^{N} a_j W_j(x)\right) W_i(x)\right\rangle = 0, i = 1,2,\ldots,N \qquad (3.59)$$

$$\frac{r^{1+\alpha-2\alpha r}}{r}\int_0^r A\left(\sum_{j=1}^{N} a_j W_j(x)\right) W_i(x)dx + \frac{1-r^{1+\alpha-2\alpha r}}{1-r}\int_r^1 A\left(\sum_{j=1}^{N} a_j W_j(x)\right) W_i(x)dx = 0, \quad i = 1,2,\ldots,N \qquad (3.61)$$

hay

$$\sum_{j=1}^{N} a_j \left[\frac{r^{1+\alpha-2\alpha r}}{r}\int_0^r A\left(W_j(x)\right)W_i(x)dx + \frac{1-r^{1+\alpha-2\alpha r}}{1-r}\int_r^1 A\left(W_j(x)\right)W_i(x)dx\right] = 0, \quad i = 1,2,\dots,N \tag{3.66}$$

GWLA cho phép nhận được các lời giải chính xác hơn nhiều ứng với một số bài toán GWLA sẽ được triển khai để tìm tải trọng tới hạn cho các cột đàn hồi với các loại điều kiện biên và các loại mặt cắt khác nhau, khi so sánh với các lời giải nhận được từ GCA.

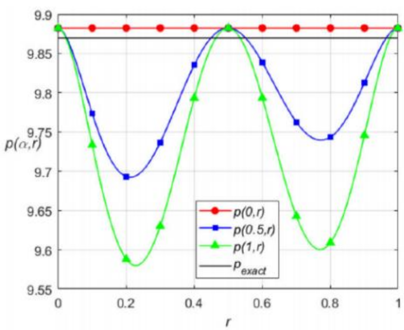
3.6. Mất ổn định đàn hồi của cột Euler với tiết diện không đổi

$$P_{GWLA}^{const}(\alpha,r) = -\frac{\frac{r^{1+\alpha-2\alpha r}}{r}\int_0^r \frac{d^4w}{dx^4}wdx + \frac{1-r^{1+\alpha-2\alpha r}}{1-r}\int_1^1 \frac{d^4w}{dx^4}wdx}{\frac{r^{1+\alpha-2\alpha r}}{r}\int_0^r \frac{d^2w}{dx^2}wdx + \frac{1-r^{1+\alpha-2\alpha r}}{1-r}\int_1^1 \frac{d^2w}{dx^2}wdx} \tag{3.72}$$

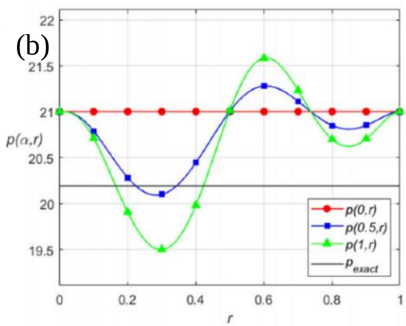
Để giảm khối lượng tính toán, tác giả đề xuất phương pháp Galerkin đơn giản hóa với phép lấy trung bình cục bộ có trọng số (simplified Galerkin method with weighted local averaging - viết tắt là SGWLA)

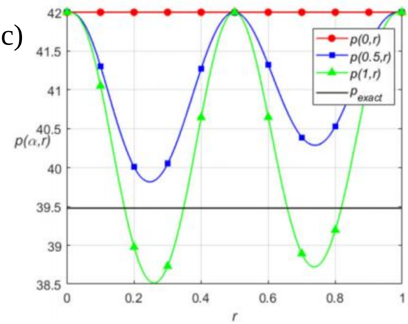
$$P_{SGWLA}^{const} = min\left(P_{GWLA}^{const}(0.5,0.25), P_{GWLA}^{const}(0.5,0.75)\right) \tag{3.79}$$

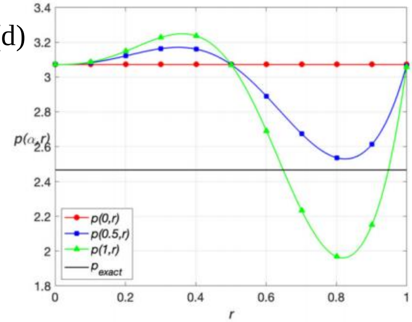
(a)



(b)







Hình 3.2. Tải trọng tới hạn đã được chuẩn hóa, $P_{GWLA}^{const}(\alpha, r)$ bởi GWLA, dưới dạng một hàm của r với $r \in [0,1]$ và ba giá trị của α: 0, 0,5 và 1 so sánh với giá trị chính xác, P_{exact}^{const}, cho cột có tiết diện không đổi: a) P-P, b) C-P, c) C-C và d) C-F.

Bảng 3.7. Tải trọng tới hạn đã chuẩn hóa nhận được bởi GWLA và SGWLA, GCA và nghiệm chính xác cho bốn loại cột khác nhau có tiết diện không đổi.

Cột	P_{exact}^{const}	P_{GWLA}^{const}	%E	P_{SGWLA}^{const}	%E	P_{GCA}^{const}	%E
P-P	9,8696	9,7054	1,6640	9,7011	1,7074	9,8823	0,1289
C-P	20,1907	20,1444	0,2293	20,1247	0,3271	21,0000	4,0081
C-C	39,4784	39,9657	1,2344	39,8185	0,8614	42,0000	6,3872
C-F	2,4674	2,5248	2,3263	2,5881	4,8900	3,0725	24,5230

3.7. Mất ổn định đàn hồi của cột Euler với tiết diện thay đổi

3.7.2. Chuyển đổi cột tiết diện thay đổi thành cột tương đương

$$P_{GWLA}^{var} = k^{var} P_{GWLA}^{const} \tag{3.93}$$

3.7.2. Áp dụng với bài toán mất ổn định đàn hồi có tiết diện thay đổi

Đối với các cột có mô-men quán tính theo hàm mũ, ta có

$$G(Lx) = e^{-aLx} \tag{3.94}$$

Bảng 3.9. Tải trọng tới hạn đã chuẩn hóa, nhận được bởi GWLA, GCA và nghiệm chính xác với bốn loại cột có mô-men quán tính hàm số mũ

Cột	aL	p_{exact}^{exp}	p_{GCA}^{exp}	$\%E$	$p_{GWLA}^{exp,CA}$	$\%E$	$p_{GWLA}^{exp,WLA}$	Er $\%E$
P-P	0	9,8696	9,8823	0,1289	9,7054	1,6639	9,7054	1,6639

	0,1	9,3800	9,4020	0,2349	9,2337	1,5597	9,2210	1,6951
	0,5	7,6340	7,7308	1,2676	7,5923	0,5462	7,5386	1,2497
	1	5,8270	6,1017	4,7139	5,9925	2,8402	5,9043	1,3266
C-P	0	20,1907	21,0000	4,0081	20,1444	0,2293	20,1444	0,2294
	0,1	19,2000	20,1519	4,9577	19,3269	0,6609	19,1603	0,2068
	0,5	15,6400	17,2408	10,2355	16,5210	5,6330	15,7930	0,9783
	1	11,9900	14,4716	20,6976	13,8517	15,5271	12,6102	5,1726
C-C	0	39,4784	42,0000	6,3872	39,9657	1,2344	39,9657	1,2343
	0,1	37,5500	39,9778	6,4655	38,0322	1,2842	37,6781	0,3411
	0,5	30,6000	33,2473	8,6514	31,5969	3,2578	30,0830	1,6895
	1	23,4900	27,1709	15,6700	25,7867	9,7773	23,2644	0,9604
C-F	0	2,4674	3,0725	24,5230	2,5248	2,3263	2,5248	2,3263
	0,1	2,3943	2,1381	10,6993	2,4588	2,7014	2,4476	2,2268
	0,5	2,1104	-0,6757	132,0193	2,2212	5,2558	2,1702	2,8320
	1	1,7824	-2,7134	252,2319	1,9731	10,7036	1,8825	5,6155

Đối với các cột có mô-men quán tính được cho bởi hàm lũy thừa,

$$G(Lx) = (1 - bLx)^{a} \tag{3.101}$$

$$P_{GWLA}^{pow,CA} = k_{CA}^{pow} P_{GWLA}^{const} \tag{3.103}$$

$$P_{GWLA}^{pow,WLA} = k_{WLA}^{pow} P_{GWLA}^{const} \tag{3.104}$$

Bảng 3.12. Tải trọng tới hạn đã chuẩn hóa nhận được bởi GWLA, GCA và nghiệm chính xác với bốn loại cột có mô-men quán tính thay đổi tuyến tính (a = 1)

Cột	bL	P_{exact}^{pow}	P_{GCA}^{pow}	$\%E$	$P_{GWLA}^{pow,CA}$	$\%E$	$P_{GWLA}^{pow,WLA}$	$\%E$
P-P	0	9,8696	9,8823	0,1289	9,7054	1,6639	9,7054	1,6639
	0,1	9,3720	9,3882	0,1729	9,2201	1,6205	9,2069	1,7613
	0,3	8,3430	8,4000	0,6828	8,2496	1,1196	8,2099	1,5954
	0,5	7,2560	7,4117	2,1462	7,2791	0,3177	7,2130	0,5932
C-P	0	20,1907	21,0000	4,0081	20,1444	0,2293	20,1444	0,2294
	0,1	19,1700	20,1250	4,9817	19,3010	0,6831	19,1287	0,2153
	0,3	17,0300	18,3750	7,8978	17,6143	3,4308	17,0972	0,3944
	0,5	14,7400	16,6250	12,7883	15,9274	8,0554	15,0656	2,2089
C-C	0	39,4784	42,0000	6,3872	39,9657	1,2344	39,9657	1,2343
	0,1	37,4800	39,9000	6,4568	37,9578	1,2749	37,5889	0,2907
	0,3	33,2700	35,7000	7,3039	33,9421	2,0201	32,8354	1,3062
	0,5	28,7000	31,5000	9,7561	29,9259	4,2715	28,0819	2,1537
C-F	0	2,4674	3,0725	24,5230	2,5248	2,3263	2,5248	2,3263

	0,1	2,3932	2,0835	12,9424	2,4576	2,6926	2,4458	2,1968
	0,3	2,2350	0,1054	95,2830	2,3231	3,9438	2,2879	2,3668
	0,5	2,0623	-1,8726	190,8021	2,1887	6,1302	2,1300	3,2814

Bảng 3.13. Tải trọng tới hạn đã chuẩn hóa nhận được bởi GWLA, GCA và nghiệm chính xác với bốn loại cột có mô-men quán tính thay đổi bậc hai (a = 2)

Cột	bL	P_{exact}^{pow}	P_{GCA}^{pow}	$\%E$	$P_{GWLA}^{pow,CA}$	$\%E$	$P_{GWLA}^{pow,WL}$	$\%E$
P-P	0	9,8696	9,8823	0,1289	9,7054	1,6639	9,7054	1,6639
	0,1	8,8930	8,9223	0,3297	8,7626	1,4661	8,7373	1,7509
	0,3	7,0050	7,1717	2,3801	7,0433	0,5469	6,9739	0,4438
	0,5	5,1980	5,6470	8,6381	5,5460	6,6941	5,4413	4,6812
C-P	0	20,1907	21,0000	4,0081	20,1444	0,2293	20,1444	0,2294
	0,1	18,1900	19,3050	6,1297	18,5107	1,7630	18,1779	0,6652
	0,3	14,2900	16,4250	13,6809	15,5612	8,8954	14,6345	2,4108
	0,5	10,5300	13,6250	29,3922	13,0356	23,7953	11,6112	10,2681
C-C	0	39,4784	42,0000	6,3872	39,9657	1,2344	39,9657	1,2343
	0,1	35,5600	37,9600	6,7492	36,1026	1,5259	35,3956	0,4623
	0,3	27,9100	30,8400	10,4980	29,2949	4,9619	27,3545	1,9903
	0,5	20,4800	25,0000	22,0703	23,7109	15,7757	20,7798	1,4637
C-F	0	2,4674	3,0725	24,5230	2,5248	2,3263	2,5248	2,3263
	0,1	2,3190	1,2076	47,9254	2,3933	3,2022	2,3703	2,2114
	0,3	2,0120	-1,8431	191,606	2,1471	6,7155	2,0824	3,4967
	0,5	1,6830	-3,9885	336,989	1,9238	14,3061	1,8222	8,2724

3.8. Thảo luận về kết quả phát triển tính chất trực giao dựa vào kỹ thuật WLA

3.9. Kết luận chương 3

Các thuật toán số mới này có thể đưa ra một công cụ thay thế mới và hiệu quả để tính toán kỹ thuật trong việc thiết kế các hệ kết cấu với các tiết diện thay đổi. Tuy nhiên, cần phải tiến hành các nghiên cứu toàn diện hơn nữa để tìm ra các hàm trọng số thích hợp mà có thể đưa ra các nghiệm xấp xỉ tốt nhất cho các lớp bài toán lớn hơn. Đặc biệt, WLA được đề xuất có thể được kiểm chứng đối với các cột có các điều kiện biên khác và cũng được mở rộng cho các bài toán đột chuyển của các kết cấu phức tạp hơn như cột, tấm và vỏ phi tuyến trong đó việc sử dụng dạng giải tích của phương pháp Galerkin thường bị giới hạn bởi các phép xấp xỉ bậc nhất.

CHƯƠNG 4. PHÁT TRIỂN TÍNH CHẤT TRỰC GIAO ÁP DỤNG TRONG PHÂN TÍCH BÀI TOÁN DAO ĐỘNG PHI TUYẾN

4.1. Giới thiệu

Chương này phát triển tính chất trực giao thông qua tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu với một trọng số cho các hệ động lực tiền định phi tuyến. Bài toán thay thế tương đương của một hàm phi tuyến bằng một hàm tuyến tính được hiệu chỉnh ngắn gọn bằng cách sử dụng phương pháp đối ngẫu bao gồm hai bước thay thế lượt đi và lượt về. Việc lựa chọn thêm một trọng số kết nối hai hàm mục tiêu được khảo sát bằng cách sử dụng phân tích bán giải tích. Tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu với trọng số đã được chọn để phân tích tần số của dao động tự do phi tuyến, và một số trường hợp cụ thể được nghiên cứu sau đó được thực hiện để xác minh độ chính xác và ảnh hưởng của tính phi tuyến đến hiệu quả của kỹ thuật được đề xuất.

Nội dung của chương tập trung vào việc phát triển tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu (dual equivalent linearization - DEL) với một trọng số cho các hệ động lực tiền định phi tuyến. Hơn nữa, việc lựa chọn một trọng số kết nối hai hàm mục tiêu là mục tiêu chính. Chương này được cấu trúc như sau: Mục 4.2 trình bày công thức của DEL, các tính chất cơ bản của nó và việc lựa chọn trọng số được đề xuất bằng cách sử dụng khảo sát bán giải tích. Mục 4.3 bao gồm việc áp dụng qui trình tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu với trọng số đã chọn để phân tích tần số của dao động tự do phi tuyến, và một số trường hợp điển hình sau đó được khảo sát. Các nghiệm xấp xỉ mà DEL đề xuất đưa ra được so sánh với các nghiệm chính xác cũng như của một số phương pháp phân tích gần đúng khác để xác minh độ chính xác và ảnh hưởng của tính phi tuyến tính đến hiệu quả của phương pháp đề xuất. Kết luận của Chương 4 được đưa ra trong Mục 4.4.

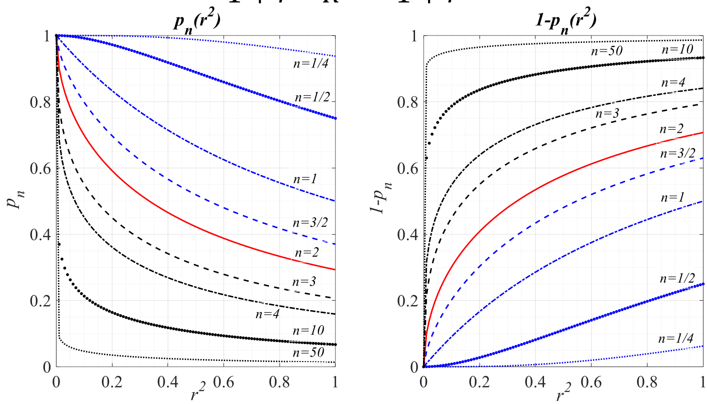
4.2. Tuyến tính hóa đối ngẫu áp dụng cho các hệ dao động tiền định phi tuyến

4.2.1. Tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số

4.2.2. Chọn trọng số cho hệ động lực học tiền định

$$\frac{(1-p)^n}{1^n}+\frac{p^n}{R^n}=1, n, R>0 \tag{4.17}$$

$$(1-p)^n=\frac{r^2}{1+r^2}, \frac{p^n}{R^n}=\frac{1}{1+r^2} \tag{4.18}$$



Hình 4.1. Đồ thị của họ đường cong $p_n$và $1-p_n$ với r^2

Với trường hợp $n=2$ ta có

$$p_2=1-\sqrt{\frac{r^2}{1+r^2}} \tag{4.22}$$

Hệ số tuyến tính hóa tương đương tương ứng sẽ là

$$k_d=\frac{r}{(1-r^2)\sqrt{1+r^2}+r^3}\frac{\langle AB\rangle}{\langle B^2\rangle} \tag{4.23}$$

4.3. Áp dụng tuyến tính hóa đối ngẫu trong phân tích dao động tự do phi tuyến

4.3.1. Qui trình tuyến tính hóa đối ngẫu

Tần số xấp xỉ

$$\omega_{app}=\sqrt{k_d} \tag{4.30}$$

4.3.2. Bài toán 1: Dao động với lực phục hồi bậc phân số

Bảng 4.1. Sai số của các tần số xấp xỉ

n	ω_e	ω_c	(%)	ω_{as}	(%)	ω_{aw}	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
1,0	1,000	1,000	0,00	1,000	0,00	1,000	0,00	1,000	0,00	1,000
1,5	0,955	0,957	0,21	0,965	1,05	0,952	-0,25	0,954	-0,06	0,987
2,0	0,915	0,921	0,73	0,931	1,74	0,912	-0,25	0,914	-0,11	0,961
2,5	0,879	0,892	1,42	0,898	2,12	0,878	-0,09	0,878	-0,10	0,930
3,0	0,847	0,866	2,22	0,866	2,22	0,849	0,16	0,847	-0,02	0,900
3,5	0,818	0,844	3,09	0,835	2,07	0,822	0,46	0,819	0,12	0,871
4,0	0,792	0,824	3,99	0,806	1,71	0,799	0,80	0,795	0,30	0,843
4,5	0,769	0,806	4,92	0,777	1,15	0,778	1,16	0,773	0,51	0,818
5,0	0,747	0,791	5,86	0,750	0,42	0,758	1,53	0,752	0,75	0,794
5,5	0,727	0,776	6,79	0,724	-0,45	0,741	1,91	0,734	1,01	0,771
6,0	0,708	0,763	7,72	0,698	-1,45	0,724	2,28	0,717	1,28	0,751
6,5	0,691	0,751	8,65	0,673	-2,56	0,709	2,66	0,702	1,56	0,732
7,0	0,675	0,740	9,56	0,650	-3,77	0,695	3,02	0,687	1,85	0,714
7,5	0,660	0,729	10,46	0,627	-5,06	0,682	3,39	0,674	2,14	0,697
8,0	0,646	0,719	11,35	0,604	-6,43	0,670	3,74	0,662	2,43	0,682
8,5	0,633	0,710	12,22	0,583	-7,86	0,659	4,09	0,650	2,72	0,667
9,0	0,620	0,702	13,08	0,563	-9,33	0,648	4,42	0,639	3,01	0,653
9,5	0,609	0,693	13,93	0,543	-10,85	0,638	4,76	0,629	3,31	0,640
10,0	0,598	0,686	14,76	0,523	-12,41	0,628	5,08	0,619	3,59	0,628

4.3.3. Bài toán 2: Dao động điều hòa Duffing

Bảng 4.2. Sai số của các tần số xấp xỉ

a	ω_e	ω_c	(%)	ω_{hb},ω_{PEM}	(%)	$\omega_{aw}=\omega_{as}$	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
0,01	0,0093	0,0095	2,22	0,0095	2,22	0,0093	0,15	0,0093	-0,02	0,900
0,05	0,0423	0,0433	2,21	0,0433	2,23	0,0424	0,16	0,0423	-0,02	0,900
0,1	0,0844	0,0862	2,20	0,0863	2,24	0,0845	0,19	0,0844	-0,02	0,901
0,5	0,3874	0,3942	1,77	0,3974	2,58	0,3906	0,83	0,3870	-0,09	0,916
1,0	0,6368	0,6436	1,07	0,6547	2,81	0,6470	1,60	0,6357	-0,17	0,943
2,0	0,8476	0,8507	0,36	0,8660	2,17	0,8615	1,64	0,8463	-0,16	0,976
3,0	0,9196	0,9209	0,14	0,9333	1,49	0,9308	1,21	0,9186	-0,10	0,988
4,0	0,9509	0,9515	0,07	0,9608	1,04	0,9592	0,88	0,9502	-0,07	0,994
5,0	0,9670	0,9673	0,03	0,9744	0,76	0,9733	0,66	0,9665	-0,05	0,996
6,0	0,9763	0,9765	0,02	0,9820	0,58	0,9813	0,51	0,9760	-0,03	0,997
7,0	0,9822	0,9823	0,01	0,9867	0,45	0,9861	0,40	0,9820	-0,02	0,998
8,0	0,9861	0,9862	0,01	0,9897	0,37	0,9893	0,32	0,9860	-0,02	0,999
9,0	0,9889	0,9890	0,01	0,9919	0,30	0,9915	0,27	0,9888	-0,01	0,999
10,0	0,9909	0,9910	0,00	0,9934	0,25	0,9931	0,22	0,9908	-0,01	0,999

4.3.4. Bài toán 3: Dao động phi tuyến có khả năng mở rộng hữu hạn

Bảng 4.3. Sai số của các tần số xấp xỉ

a	ω_e	ω_c	(%)	ω_{as}	(%)	ω_{lbh}	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
0,100	1,004	1,004	0,00	1,004	0,00	1,004	0,00	1,004	0,00	1,000
0,200	1,015	1,015	0,00	1,015	0,00	1,015	0,00	1,015	0,00	1,000
0,300	1,036	1,036	0,01	1,036	-0,02	1,036	0,00	1,036	0,00	0,999
0,400	1,067	1,067	0,04	1,066	-0,06	1,067	0,00	1,067	0,00	0,998
0,500	1,111	1,112	0,10	1,109	-0,18	1,111	0,00	1,111	-0,01	0,995
0,600	1,176	1,179	0,25	1,170	-0,44	1,175	-0,01	1,175	-0,01	0,988
0,700	1,271	1,278	0,59	1,257	-1,05	1,270	-0,04	1,271	0,00	0,972
0,800	1,423	1,443	1,42	1,387	-2,56	1,420	-0,21	1,424	0,06	0,937
0,825	1,477	1,504	1,80	1,429	-3,24	1,472	-0,32	1,479	0,11	0,923
0,850	1,541	1,577	2,32	1,477	-4,14	1,533	-0,50	1,544	0,17	0,904
0,875	1,619	1,668	3,03	1,533	-5,36	1,606	-0,80	1,624	0,27	0,879
0,900	1,718	1,788	4,06	1,596	-7,08	1,695	-1,31	1,725	0,43	0,846
0,950	2,036	2,209	8,54	1,759	-13,58	1,950	-4,18	2,061	1,26	0,725
0,990	2,769	3,525	27,30	1,943	-29,83	2,305	-16,75	2,913	5,22	0,433

4.3.5. Bài toán 4: Dao động kiểu Duffing

Bảng 4.4. *Các sai số của các tần số xấp xỉ với n=1*

a	γ	ω_e	ω_c	(%)	ω_{as}	(%)	ω_{aw}	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
0,1	0,1	1,000	1,000	0,00	1,000	0,00	1,000	0,00	1,000	0,00	0,9
1	0,1	1,037	1,037	0,01	1,037	0,01	1,035	-0,13	1,035	-0,14	0,9
10	0,1	2,867	2,915	1,70	2,915	1,70	2,864	-0,11	2,859	-0,26	0,9
100	0,1	26,80	27,400	2,21	27,400	2,21	26,900	0,15	26,800	-0,02	0,9
sai số lớn nhất				2,21		2,21		0,15		-0,26	
a	γ	ω_e	ω_c	(%)	ω_{as}	(%)	ω_{aw}	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
0,1	1,0	1,004	1,004	0,00	1,004	0,00	1,004	-0,01	1,004	-0,02	0,9
1	1,0	1,318	1,323	0,39	1,323	0,39	1,311	-0,48	1,311	-0,55	0,9
10	1,0	8,534	8,718	2,16	8,718	2,16	8,544	0,12	8,529	-0,05	0,9
100	1,0	84,70	86,60	2,22	86,600	2,22	84,900	0,15	84,700	-0,02	0,9
sai số lớn nhất				2,22		2,22		-0,48		-0,55	
a	γ	ω_e	ω_c	(%)	ω_{as}	(%)	ω_{aw}	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
0,1	10	1,037	1,037	0,01	1,037	0,01	1,035	-0,13	1,035	-0,14	0,9
1	10	2,867	2,915	1,70	2,915	1,70	2,864	-0,11	2,859	-0,26	0,9
10	10	26,811	27,404	2,21	27,404	2,21	26,851	0,15	26,805	-0,02	0,9
100	10	267,90	273,90	2,22	273,90	2,22	268,30	0,16	267,90	-0,02	0,9

sai số lớn nhất				2,22		2,22		0,16		-0,26	
a	*γ*	ω_e	ω_c	(%)	ω_{as}	(%)	ω_{aw}	(%)	ω_{d2}	(%)	r^2
0,1	100	1,318	1,323	0,39	1,323	0,39	1,311	-0,48	1.311	-0.55	0.9
1	100	8,534	8,718	2,16	8,718	2,16	8,544	0,12	8.529	-0.05	0.9
10	100	84,727	86,608	2,22	86,608	2,22	84,859	0,15	84.711	-0.02	0.9
100	100	847,20	866,00	2,22	866,00	2,22	848,50	0,16	847.10	-0.02	0.9
sai số lớn nhất				2,22		2,22		-0,48		-0,55	

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

I. Kết luận:

1. Trong 3.2 của chương 3, tác giả đã áp dụng tiêu chuẩn tuyến tính hóa đối ngẫu có trọng số của tuyến tính hóa tương đương cho các bài toán ổn định Euler. Có thể thấy rằng kỹ thuật được đề xuất có thể đưa ra các nghiệm xấp xỉ chính xác hơn so với các nghiệm thu được từ phương pháp Galerkin tương ứng. Điều cốt yếu của phương pháp này là xác định tiêu chuẩn tương đương qua đó tìm ra các hệ số tuyến tính hóa cho một hệ phi tuyến đã cho. Độ chính xác của các hệ số tuyến tính hóa có thể được cải thiện bằng cách sử dụng phương pháp đối ngẫu kết hợp hai thay thế đi và về trong tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số. Việc đưa ra trọng số p làm cho tiêu chuẩn sai số trung bình bình phương đối ngẫu có trọng số linh hoạt hơn so với tiêu tiêu chuẩn sai số thông thường và đối ngẫu không trọng số ($p = 1/2$). Kết quả này được công bố trong bài báo số 2 là sự phát triển tiếp tục bài báo số 1 cho trường hợp dầm có một đầu ngàm và một đầu bản lề. Qua tính toán thử nghiệm với 7 hàm thử cho thấy các giá trị trọng số tính theo công thức (3.42) đều cho nghiệm có sai số tương ứng nhỏ hơn sai số của nghiệm thu được bằng phương pháp Galerkin. Với bài toán đã xét giá trị trọng số p_1 là giá trị cần tìm. Kết quả tính toán này mở ra hướng nghiên cứu áp dụng tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số cho các bài toán ổn định khác.

2. Tính chất trực giao thông qua phép lấy trung bình đóng một vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật đặc biệt là đối với phương pháp Galerkin. Việc phát triển tính chất trực giao thông qua các phép lấy trung bình khác nhau dẫn đến các nghiệm xấp xỉ khác nhau. Điều đó ngụ ý một câu hỏi mở về phép lấy trung bình thích hợp nào sẽ

được sử dụng cho một bài toán nhất định để đưa ra nghiệm chính xác nhất. Trong chương 3, tác giả đã phát triển tính chất trực giao để thay thế cho phương pháp lấy trung bình thông thường (CA) bằng phép lấy trung bình cục bộ có trọng số (WLA) tại một giá trị cục bộ r được giới thiệu trong nghiên cứu này với một hàm trọng số là $r^{f(r)}$.

4. Một lớp đa thức trọng số một tham số bậc nhất, $r^{1+\alpha-2\alpha r}$, được trình bày và phân tích chi tiết. Một đặc điểm đáng chú ý của các hàm trọng số này là WLA tương ứng trùng với CA tại 3 điểm, đó là $r = 0, r = 0{,}5$ và $r = 1$.

5. Việc áp dụng phương pháp lấy trung bình có trọng số được đề xuất vào phương pháp Galerkin dẫn đến GWLA. Hướng tiếp cận tổng thể-cục bộ được triển khai để giải bài toán chọn một hàm trọng số cụ thể trong lớp các hàm trọng số một tham số. Các phép tính gần đúng dẫn đến SGWLA đã được thực hiện để cải thiện tốc độ tính toán trong khi vẫn duy trì độ chính xác của các lời giải nhận được bởi GWLA.

6. Để giải quyết bài toán ổn định với các cột có tiết diện thay đổi, tác giả đã đề xuất WLA để áp dụng vào phương pháp bình phương tối thiểu và chuyển cột có tiết diện thay đổi thành cột tương đương với tiết diện không đổi. Kết quả này mở ra một hướng nghiên cứu có thể áp dụng trong nhiều bài toán kỹ thuật trong thực tế.

7. Ứng dụng của GWLA và SGWLA để xác định tải trọng tới hạn của các cột với các điều kiện biên và mặt cắt khác nhau được trình bày trong chương này. Các tính toán bằng số cho thấy rằng GWLA và SGWLA đưa ra những cải thiện đáng kể về độ chính xác của tải trọng tới hạn xấp xỉ so với kết quả nhận được bởi GCA đối với các cột được xem xét.

Kết quả trong chương 3 được công bố trên các công trình nghiên cứu số [1], [2], [5].

8. Phát triển tính chất trực giao thể hiện qua một số tính chất cơ bản của tuyến tính hóa tương đương đối ngẫu được xác định, cho thấy sự giống và khác nhau giữa các quá trình thay thế một chiều và hai chiều. Theo đó,

nó cũng cho thấy trọng số có quan hệ mật thiết với hệ số tương quan bình phương.

9. Dựa trên cách tiếp cận đối ngẫu, các quá trình thay thế lượt đi và lượt về có thể được xem xét dưới hai dạng: Dạng thứ nhất là các quá trình thay thế một chiều, được biểu diễn bằng hai bài toán tối ưu hóa đơn mục tiêu. Thứ hai là quá trình thay thế hai chiều được biểu thị bằng tổng trọng số của hai hàm mục tiêu đơn được đề cập ở trên. Trong tất cả các quá trình thay thế này, hệ số tương quan bình phương, là thước đo mức độ phi tuyến giữa số hạng phi tuyến ban đầu và số hạng tuyến tính tương đương, xuất hiện tự nhiên trong biểu thức của hệ số tuyến tính hóa tương đương và sai số thay thế tối ưu.

10. Một họ các trọng số được đề xuất dựa trên phân tích bán giải tích về sự đóng góp của các sai số thay thế lượt đi và lượt về tối ưu vào tổng của chúng. Hơn nữa, một trọng số được mô tả bằng phương trình của một hình elip được chọn từ họ này.

11. Quy trình tuyến tính hóa đối ngẫu với trọng số đã chọn được xây dựng cho một lớp các hệ dao động tiền định phi tuyến. Áp dụng cho một số hệ điển hình, cho thấy rằng trọng số đã chọn là một lựa chọn phù hợp để phân tích tần số dao động tự do của các hệ tiền định phi tuyến được xem xét. Bên cạnh đó, việc đánh giá mức độ sai số dựa trên hệ số tương quan bình phương cho thấy sự ảnh hưởng rõ ràng của tính phi tuyến đối với các nghiệm xấp xỉ hiện tại.

12. Có thể thấy phương pháp được đề xuất có một tiềm năng lớn và nó cần được khám phá cho các lớp rộng hơn của hệ động lực tiền định phi tuyến. Đặc biệt, việc lựa chọn trọng số được đề xuất có thể được mở rộng và nghiên cứu thêm cho các bài toán khác về tối ưu hóa đa mục tiêu

13. Kết quả phát triển tính chất trực giao thông qua phương pháp tuyến tính hóa đối ngẫu được đề xuất đem đến sai số tối đa tuyệt đối là thấp nhất trong số các tần số xấp xỉ thu được từ một số phương pháp phân tích khác khi xem xét với các mức độ phi tuyến khá lớn. Sai số tối đa tuyệt đối của nó chỉ khoảng **5%,** có thể chấp nhận được trong thiết kế kỹ thuật sơ bộ.

Kết quả nghiên cứu của chương 4 được công bố trên công trình nghiên cứu số [6].

II. Kiến nghị:

1. Kết quả phát triển tính trực giao và đưa ra một trọng số phù hợp đã mở ra hướng nghiên cứu áp dụng tiêu chuẩn đối ngẫu có trọng số cho các bài toán ổn định khác.

2. Kết quả phát triển tính trực giao thông qua WLA được đề xuất có thể được kiểm chứng đối với các cột có các điều kiện biên khác, các tiết diện thay đổi phức tạp hơn và cũng được mở rộng cho các bài toán đột chuyển của các kết cấu phức tạp hơn như cột, tấm và vỏ phi tuyến trong đó việc sử dụng dạng giải tích của phương pháp Galerkin thường bị giới hạn bởi các phép xấp xỉ bậc nhất.

3. Với WLA áp dụng vào phương pháp bình phương tối thiểu và chuyển cột có tiết diện thay đổi thành cột tương đương với tiết diện không đổi. Kết quả này mở ra một hướng nghiên cứu có thể áp dụng trong nhiều bài toán kỹ thuật trong thực tế.

4. Phương pháp DEL cải tiến với trọng số p_2 được chọn có một tiềm năng lớn và nó cần được khám phá cho các lớp rộng hơn của hệ động lực học tiền định phi tuyến và có thể xem xét áp dụng cho các lớp bài toán của hệ dao động phi tuyến cưỡng bức và các hệ dao động khác. Đặc biệt, việc lựa chọn hệ số trọng số được đề xuất có thể được mở rộng và nghiên cứu thêm cho các bài toán khác của tối ưu hóa đa mục tiêu.

NHỮNG ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN

1. Phát triển tính chất trực giao trong phương pháp gần đúng thông qua tuyến tính hóa đối ngẫu có trọng số kết hợp với đề xuất các dạng cụ thể của trọng số p đưa ra các nghiệm xấp xỉ có sai số tốt hơn phương pháp Galerkin áp dụng các bài toán ổn định đồng thời phát triển trọng số p linh hoạt hơn so với tiêu chuẩn sai số thông thường và đối ngẫu không trọng số (p=1/2)

2. Phát triển tính chất trực giao bằng cách xây dựng một trung bình cục bộ có trọng số mới (WLA) áp dụng vào phương pháp Galerkin đề xuất phương pháp Galerkin sử dụng trung bình cục bộ có trọng số (GWLA) cải thiện đáng kể độ chính xác của nghiệm xấp xỉ bậc nhất của phương pháp Galerkin.

3. Trình bày hướng tiếp cận cục bộ - toàn cục để giải quyết bài toán chọn một hàm trọng số một tham số và đề xuất phương pháp GWLA đơn giản hóa (SGWLA) giảm khối lượng tính toán nhưng vẫn duy trì độ chính xác của các lời giải nhận được từ GWLA.

4. Kết hợp WLA với phương pháp bình phương tối thiểu để đưa cột có tiết diện thay đổi thành cột tương đương với tiết diện không đổi và các thuật toán số mới này có thể đưa ra một công cụ thay thế mới và hiệu quả cho tính toán kỹ thuật trong việc thiết kế các hệ kết cấu với các tiết diện thay đổi.

5. Phát triển tính chất trực giao thông qua tuyến tính hóa đối ngẫu và xác định được hệ số tương quan bình phương, là thước đo mức độ phi tuyến giữa số hạng phi tuyến ban đầu và số hạng tuyến tính tương đương, xuất hiện tự nhiên trong biểu thức của hệ số tuyến tính hóa tương đương và sai số thay thế tối ưu.

6. Đề xuất một họ các trọng số (dưới dạng phương trình một elip) dựa trên phân tích bán giải tích về sự đóng góp của các sai số thay thế lượt đi và lượt về tối ưu vào tổng của chúng trong phân tích hệ động lực học tiền định phi tuyến.

7. Xây dựng quy trình tuyến tính hóa đối ngẫu có trọng số cho một lớp các hệ động lực học tiền định phi tuyến, chọn trọng số phù hợp và áp dụng có hiệu quả trong phân tích tần số dao động tự do của một số hệ tiền định phí tuyến điển hình.

8. Sai số tối đa tuyệt đối của tần số xấp xỉ từ phương pháp đề xuất so với các phương pháp xấp xỉ khác khoảng 5%, được chấp nhận trong thiết kế kỹ thuật sơ bộ.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

1. Trần Tuấn Long, Nguyễn Đông Anh, Nguyễn Xuân Thành, "Weighting dual technique of equivalent linearization method for Euler stability problem" in *Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X*, Hà Nội, 2017.

2. Nguyễn Đông Anh, Trần Tuấn Long, Nguyễn Xuân Thành, "Cách tiếp cận đối ngẫu áp dụng cho bài toán ổn định Euler dạng thanh một đầu ngàm, một đầu khớp," in *Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc (Kỷ niệm 40 năm thành lập Viện Cơ học)*, Hà Nội, 09/04/2019.

3. Nguyen, T. X., Tran, L. T. "*A High-Order time finite element method applied to structural dynamics problems*". Proceedings of ICOMMA - In Modern Mechanics and Applications, Springer, pp 137–148, 2020.

4. Nguyen, T. X., & Tran, L. T. *A simplified variant of the time finite element methods based on the shape functions of an axial finite bar. Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE) - HUCE, 15(4), pp 42-53, 2021. https://doi.org/10.31814/stce.huce(nuce)2021-15(4)-04.*

5. Anh Tay Nguyen, Nguyen Cao Thang, Tran Tuan Long, N. D. Anh, P. M. Thang and Nguyen Xuan Thanh "*A novel weighted local averaging for the Galerkin method with application to elastic buckling of Euler column*," *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, Volume 24, Issue 2, Pages 128-142. May 30, 2022. https://doi.org/10.1080/15502287.2022.2080612.*

6. Anh N. D., Nguyen Ngoc Linh, Tran Tuan Long, Nguyen Cao Thang, Nguyen Tay Anh. I. Elishakoff. "*Extension of dual equivalent linearization to analysis of deterministic dynamic systems*. Part 1: Single-parameter equivalent linearization," *Nonlinear Dynamics, 111, pages 997–1017, Nov, 28th 2022.*

https://doi.org/10.1007/s11071-022-07894-6.