

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

----- \*\*\* -----

LÊ XUÂN THUY

VẬT CHẤT TỐI VÀ KHỐI LƯỢNG NEUTRINO  
TRONG MÔ HÌNH 3 – 4 – 1 – 1

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán  
Mã số: 9 44 01 03

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ

Hà Nội - 2023

**Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn Lâm Khoa Học và Công nghệ**

**Người hướng dẫn Khoa học 1: GS.TS.Phùng Văn Đồng**

**Người hướng dẫn Khoa học 2: PGS.TS.Đỗ Thị Hương**

Phản biện 1:

Phản biện 2:

Phản biện 3:

Luận án sẽ được bảo vệ trước hội đồng đánh giá Luận án Tiến sĩ cấp Học viện họp tại Học viện Khoa Học và Công Nghệ vào hồi ... giờ ... tháng ... năm .....

Có thể tìm hiểu Luận án tại:

- Thư viện Học viện Khoa Học và Công Nghệ
- Thư viện quốc gia Việt Nam

# MỞ ĐẦU

## 1. Tính cấp thiết của luận án

Có thể nói rằng, mô hình chuẩn (SM) của vật lý hạt cơ bản được coi là lý thuyết thành công nhất khi mô tả tương tác mạnh dựa trên nhóm  $SU(3)_c$  và thống nhất điện yếu dựa trên nhóm  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Vì nhiều tiên đoán của SM đều được thực nghiệm kiểm chứng. Chẳng hạn, sự tồn tại của các hạt boson  $W^\pm, Z$ , quark  $c, t$ , dòng trung hoà, khối lượng hạt  $W, Z, \dots$ , đặc biệt là dự đoán sự tồn tại của hạt Higgs. Tuy nhiên, SM vẫn còn bỏ ngỏ một số vấn đề trong thế giới vật lý của chúng ta.

Từ những tồn tại của SM, có rất nhiều mô hình vật lý mới ra đời và chủ yếu tập trung giải thích các số liệu và thực nghiệm gần đây như: DM, khối lượng neutrino, vật lý mới. Chính vì vậy, chúng tôi tập trung nghiên cứu lớp các mô hình mở rộng dựa trên nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$ , gọi tắt là  $3-P-1-1$ . Ưu điểm khác biệt của lớp các mô hình này là có thể tìm cơ chế phá vỡ đối xứng sao cho đối xứng tàn dư sẽ đóng vai trò đảm bảo tính chất bền vững của DM. Các phiên bản trước với làm việc với  $P = 3$  cho thấy đối xứng tàn dư là một nhóm  $Z_2$ . Các ứng cử viên có thể là một trong các trường có  $Z_2$  lẻ. Chúng tôi sẽ đề cập đến lớp mô hình với  $P$  là nguyên và tùy ý, chứng minh nếu mô hình với  $4 \leq P$  thì có thể tồn tại nhiều hơn một nhóm đối xứng gián đoạn tàn dư nên các mô hình dự đoán ứng cử viên cho DM có nhiều thành phần. Mô hình đơn giản nhất là mô hình tối thiểu  $3-4-1-1$ , chứa DM hai thành phần. Do nhóm đối xứng chứa hai nhóm giao hoán nên về mặt nguyên tắc sẽ chứa số hạng trộn động năng giữa hai nhóm. Chính vì vậy, mô hình  $3-4-1-1$  có một số hiệu ứng vật lý mới gắn liền với tương tác của các boson - hiệu ứng trộn động năng. Bên cạnh đó, như là kết quả, mô hình còn cho khối lượng neutrino xấp xỉ theo cơ chế seesaw.

Với các lý do trên, chúng tôi chọn đề tài: "Vật chất tối và khối lượng

neutrino trong mô hình  $3 - 4 - 1 - 1''$ .

## 2. Mục đích nghiên cứu của luận án

- Nghiên cứu hiệu ứng trộn của các boson chuẩn trong mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  có xét đến số hạng trộn động năng.
- Giải quyết vấn đề về DM nhiều thành phần trong mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$ .

## 3. Nội dung nghiên cứu chính của luận án

- Tổng quan về SM.
- Nghiên cứu lý thuyết về mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$ .
- Khảo sát mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  với hiệu ứng trộn động năng.
- Khảo sát mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  với DM nhiều thành phần.

# CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU VỀ MÔ HÌNH CHUẨN

## 1.1. Tổng quan về mô hình chuẩn

### 1.1.1. Đối xứng chuẩn

SM mô tả tương tác mạnh, tương tác điện từ và tương tác yếu dựa trên nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  gọi tắt là nhóm  $(3 - 2 - 1)$ . Trong đó,  $SU(3)_C$  mô tả tương tác mạnh, còn  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  thống nhất tương tác điện yếu.

### 1.1.2. Sắp xếp các hạt

Trong SM, các fermion phân cực trái biến đổi lưỡng tuyến dưới nhóm  $SU(2)_L$ , các fermion phân cực phải biến đổi đơn tuyến dưới nhóm  $SU(2)_L$ , toán tử điện tích  $Q = T_3 + Y/2$ .

Như vậy, các fermion gồm các lepton và các quark được sắp xếp dưới biến đổi chuẩn như sau:

$$\begin{aligned} \psi_{aL} &= \begin{pmatrix} \nu_{aL} \\ e_{aL} \end{pmatrix} \sim (1, 2, -1), \\ e_{aR} &\sim (1, 1, -2) \quad . \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} Q_{aL} &= \begin{pmatrix} u_{aL} \\ d_{aL} \end{pmatrix} \sim \left(3, 2, \frac{1}{3}\right), \\ u_{aR} &\sim \left(3, 1, \frac{4}{3}\right), \quad d_{aR} \sim \left(3, 1, -\frac{2}{3}\right), \end{aligned} \quad (1.2)$$

trong đó  $a = 1, 2, 3$  là chỉ số thế hệ.

Lưỡng tuyến Higgs được ký hiệu là  $\phi$  và biến đổi dưới nhóm đối xứng chuẩn như sau:

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1). \quad (1.3)$$

### 1.1.3. Lagrangian

Lagrangian tái chuẩn hóa tổng quát nhất được viết như sau:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} + \mathcal{L}_{Yuk} + V_\phi + \mathcal{L}_{gf} + \mathcal{L}_{FPG} \quad (1.4)$$

Trong đó, phần tử thứ nhất bao gồm Lagrangian chứa số hạng động năng và tương tác chuẩn, hai phần tử tiếp theo lần lượt là: tương tác Yukawa, thế vô hướng, hai phần tử cuối gồm số hạng cố định chuẩn, trường ma, tương ứng.

### 1.1.4. Thế vô hướng và Cơ chế Higgs

Thế Higgs có dạng như sau:

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.5)$$

Với điều kiện cực tiểu của thế:  $v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$  và điều kiện:  $\mu^2 < 0, \lambda > 0$ , ta thu được hạt Higgs vật lý là  $h$  và hai hạt không khối lượng được đồng nhất là 2 hạt Goldstone boson,  $G_Z, G_{W^\pm}$ .

Lưỡng tuyến  $\phi$  khai triển theo trạng thái vật lý có dạng như sau:

$$\phi = \left( \begin{array}{c} G_W^+ \\ \frac{v+h+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{array} \right). \quad (1.6)$$

Higgs boson  $h$ , với khối lượng là:

$$m_h^2 = 2\lambda v^2. \quad (1.7)$$

Thực nghiệm đã xác định khối lượng của hạt  $h$ :

$$m_h = 125.09 \pm 0.24 GeV. \quad (1.8)$$

## 1.2. Khối lượng của các fermion trong SM

Tương tác Yukawa được viết:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = Y_{ij}^e \bar{\psi}_L^i \phi_R^j + Y_{ij}^d \bar{Q}_L^i \phi_R^j + Y_{ij}^u \bar{Q}_L^i (i\sigma_2 \phi^*) u_R^j + H.c., \quad (1.9)$$

Sau khi chéo hoá các ma trận khối lượng, thu được khối lượng vật lý của các lepton mang điện và các quark như sau:

$$m_e = \frac{y_e v}{\sqrt{2}}, \quad m_\mu = \frac{y_\mu v}{\sqrt{2}}, \quad m_\tau = \frac{y_\tau v}{\sqrt{2}}, \quad (1.10)$$

$$m_u = \frac{y_u v}{\sqrt{2}}, \quad m_c = \frac{y_c v}{\sqrt{2}}, \quad m_t = \frac{y_t v}{\sqrt{2}}, \quad (1.11)$$

$$m_d = \frac{y_d v}{\sqrt{2}}, \quad m_s = \frac{y_s v}{\sqrt{2}}, \quad m_b = \frac{y_b v}{\sqrt{2}}, \quad (1.12)$$

$$m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu} = m_{\nu_\tau} = 0. \quad (1.13)$$

Như vậy, trong SM neutrino có khối lượng bằng không.

### 1.3. Khối lượng của các boson chuẩn - Tương tác của các boson chuẩn

Trong SM, các boson chuẩn biến đổi dưới nhóm chuẩn như sau:

$$G_a^\mu \sim (8, 1, 0), W_a^\mu \sim (1, 3, 0), B^\mu \sim (1, 1, 0) \quad a = 1, 2, 3. \quad (1.14)$$

Số hạng động năng của các trường trong SM có dạng như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{kin} = & -\frac{1}{4}G^{\mu\nu a}G_{\mu\nu a} - \frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+W^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\ & -i\bar{Q}_{aL}\gamma^\mu D_\mu Q_{aL} - i\bar{\psi}_{aL}\gamma^\mu D_\mu \psi_{aL} - i\bar{e}_{aR}\gamma^\mu D_\mu e_{aR} \\ & -i\bar{u}_{aR}\gamma^\mu D_\mu u_{aR} - i\bar{d}_{aR}\gamma^\mu D_\mu d_{aR} - (D^\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Phần khối lượng của các hạt boson chuẩn được xác định từ số hạng đạo hàm hiệp biến như sau:

$$\mathcal{L}_{gauge-mass} = (D^\mu \langle \phi \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \phi \rangle), \quad (1.16)$$

với:

$$D_\mu \langle \phi \rangle = (\partial_\mu + igT_a W_\mu^a + ig' B_\mu) \langle \phi \rangle. \quad (1.17)$$

Trong cơ sở vật lý, (1.16) được viết lại:

$$\mathcal{L}_{gauge-mass} = \frac{1}{4}g^2 v^2 W^{+\mu}W_\mu^- + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)v^2 Z^\mu Z_\mu. \quad (1.18)$$

Từ (1.18), khối lượng các hạt boson chuẩn  $A, Z, W^\pm$  là:

$$m_A = 0, \quad m_Z = \frac{gv}{2c_W}, \quad m_{W^\pm} = \frac{gv}{2}. \quad (1.19)$$

SM tiên đoán  $\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 c_{\theta_W}^2} = 1$ . Tuy nhiên, theo kết quả thực nghiệm:

$m_W = 80.385 \pm 0.015$  GeV,  $m_Z = 91.1876 \pm 0.0021$  GeV. Do đó, tham số  $\rho$  xác định bởi thực nghiệm và SM có sự sai lệch. Như vậy, có thể có đóng góp của vật lý mới vào tham số  $\rho$ .

## 1.4. Dòng trung hoà

Lagrangian trong phương trình (1.15) chứa tương tác của các boson chuẩn trung hoà với các fermion. Trong đó, dòng trung hoà có dạng như sau:

$$\mathcal{L}_{NC} = g s_W J_\mu^{em} A^\mu + \frac{g}{2c_W} J_\mu^0 Z^\mu, \quad (1.20)$$

với  $J_\mu^{em}, J_\mu^0$  lần lượt là dòng mang điện và dòng trung hoà tương ứng:

$$\begin{aligned} J_\mu^{em} &= Q(f) \bar{f} \gamma_\mu f, \\ J_\mu^0 &= \bar{f} \gamma_\mu \left[ g_V^{Z^\mu}(f) - g_A^{Z^\mu}(f) \gamma_5 \right] f, \end{aligned} \quad (1.21)$$

hằng số  $g_V^f$  và  $g_A^f$  có dạng:

$$g_V^f = g_L^f + g_R^f \quad g_A^f = g_L^f - g_R^f, \quad (1.22)$$

với  $g_{L,R}^f = T_3(f_{L,R}) - s_W^2 Q(f)$ . Biểu thức  $g_{L,R}^f$  của từng fermion:

$$\begin{aligned} g_L^\nu &= \frac{1}{2}, \quad g_R^\nu = 0, \quad g_L^e = -\frac{1}{2} + s_W^2, \quad g_R^e = s_W^2, \\ g_L^u &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3} s_W^2, \quad g_R^u = -\frac{2}{3} s_W^2, \quad g_L^d = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} s_W^2, \quad g_R^d = \frac{1}{3} s_W^2. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Từ cấu trúc các hạt của SM và các tương tác của các hạt, ta nhận thấy SM không chứa ứng cử viên thoả mãn tính chất của DM.

## 1.5. Kết luận chương 1

Trong chương này, chúng tôi đưa ra một số điểm nổi bật của SM. Bên cạnh đó cũng đưa ra một số vấn đề chưa thể giải quyết được trong phạm vi của SM có liên quan đến nội dung của luận án như vấn đề về khối lượng neutrino, DM và tham số  $\rho$ .



## CHƯƠNG 2. CÁC THÀNH PHẦN VẬT CHẤT TỐI TRONG LÝ THUYẾT KHÔNG GIAO HOÁN $B - L$

### 2.1. Lý thuyết không giao hoán ( $B - L$ )

Nhóm đối xứng mô tả tương tác mạnh được giữ nguyên, đối xứng điện yếu của nhóm  $SU(2)_L$  mở rộng thành đối xứng điện yếu cao hơn  $SU(P)_L$ , với  $P = 3, 4, 5, \dots$ .

- Các lepton phân cực trái được xếp vào P-tuyến của nhóm  $SU(P)_L$ :

$$\psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu^{0,-1} \\ e^{-1,-1} \\ E_1^{q_1, n_1} \\ E_2^{q_2, n_2} \\ \vdots \\ E_{P-2}^{q_{P-2}, n_{P-2}} \end{pmatrix}_{aL} \sim P, \quad (2.1)$$

Đối với các quark phân cực trái, hai thế hệ đầu được xếp vào Phần P-tuyến, thế hệ thứ ba xếp vào P-tuyến của nhóm  $SU(P)_L$ :

$$Q_{\alpha L} = \begin{pmatrix} d^{-1/3, 1/3} \\ -u^{2/3, 1/3} \\ J_1^{-q_1 - 1/3, -n_1 - 2/3} \\ J_2^{-q_2 - 1/3, -n_2 - 2/3} \\ \vdots \\ J_{P-2}^{-q_{P-2} - 1/3, -n_{P-2} - 2/3} \end{pmatrix}_{\alpha L} \sim P^*, \quad (2.2)$$

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u^{2/3,1/3} \\ d^{-1/3,1/3} \\ J_1^{q_1+2/3,n_1+4/3} \\ J_2^{q_2+2/3,n_2+4/3} \\ \vdots \\ J_{P-2}^{q_{P-2}+2/3,n_{P-2}+4/3} \end{pmatrix}_{3L} \sim P, \quad (2.3)$$

- Các fermion phân cực phải được xếp vào đơn tuyến của nhóm  $SU(P)_L$ :

$$\nu_{aR} \sim (1), e_{aR} \sim (1), E_{kaR} \sim (1) \quad (2.4)$$

$$u_{aR} \sim (1), d_{aR} \sim (1), J_{k\alpha R} \sim (1) \quad (2.5)$$

$$E_{k3R} \sim (1), J_{k3R} \sim (1). \quad (2.6)$$

Cả điện tích  $Q$  và tích Baryon trừ Lepton ( $B - L$ ) đều không giao hoán và cũng không đóng kín đại số đại với  $SU(P)_L$ . Cụ thể, chúng tuân theo hệ thức không giao hoán sau:

$$[Q, T_1 \pm iT_2] = \pm(T_1 \pm iT_2), \quad (2.7)$$

$$[Q, T_4 \pm iT_5] = \mp q_1(T_4 \pm iT_5), \quad (2.8)$$

$$[Q, T_6 \pm iT_7] = \mp(1 + q_1)(T_6 \pm iT_7), \quad (2.9)$$

$$[Q, T_9 \pm iT_{10}] = \mp q_2(T_9 \pm iT_{10}), \quad (2.10)$$

$$[Q, T_{11} \pm iT_{12}] = \mp(1 + q_2)(T_{11} \pm iT_{12}), \quad (2.11)$$

$$[Q, T_{13} \pm iT_{14}] = \mp(q_2 - q_1)(T_{13} \pm iT_{14}), \quad (2.12)$$

..... ,

$$[Q, T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}] = \mp(q_{P-2} - q_{P-3})(T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}) \quad (2.13)$$

$$[B - L, T_4 \pm iT_5] = \mp(1 + n_1)(T_4 \pm iT_5), \quad (2.14)$$

$$[B - L, T_6 \pm iT_7] = \mp(1 + n_1)(T_6 \pm iT_7), \quad (2.15)$$

$$[B - L, T_9 \pm iT_{10}] = \mp(1 + n_2)(T_9 \pm iT_{10}), \quad (2.16)$$

$$[B - L, T_{11} \pm iT_{12}] = \mp(1 + n_2)(T_{11} \pm iT_{12}), \quad (2.17)$$

$$[B - L, T_{13} \pm iT_{14}] = \mp(n_2 - n_1)(T_{13} \pm iT_{14}), \quad (2.18)$$

..... ,

$$[B - L, T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}] = \mp(n_{P-2} - n_{P-3})(T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}) \quad (2.19)$$

Để đóng kín đại số, chúng tôi cần đưa vào mô hình hai nhóm đối xứng giao hoán. Đối xứng tổng quát là:

$$SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N, \quad (2.20)$$

được gọi là nhóm  $3-P-1-1$ , trong đó bao gồm nhóm đối xứng màu  $SU(3)_C$ , tích  $X, N$  xác định điện tích  $Q$  và tích  $(B-L)$  như sau:

$$Q = \sum_{k=0}^{P-2} \beta_k H_k + X, \quad B-L = \sum_{k=0}^{P-2} b_k H_k + N, \quad (2.21)$$

trong đó  $H_k = T_{(k+2)^2-1} = T_3, T_8, T_{15}, \dots, T_{P^2-1}$  với  $k = 0, 1, 2, \dots, P-2$  là các vi tử Cartan của  $SU(P)_L$ .

Như vậy, với nhóm đối xứng tổng quát là  $3-P-1-1$ , các fermion trong mô hình được sắp xếp lại như sau:

$$\psi_{aL} \sim \left( 1, P, \frac{q-1}{P}, \frac{n-2}{P} \right), \quad (2.22)$$

$$Q_{\alpha L} \sim \left( 3, P^*, -\frac{1}{3} + \frac{1-q}{P}, -\frac{2}{3} + \frac{2-n}{P} \right), \quad (2.23)$$

$$Q_{3L} \sim \left( 3, P, \frac{2}{3} + \frac{q-1}{P}, \frac{4}{3} + \frac{n-2}{P} \right), \quad (2.24)$$

$$\nu_{aR} \sim (1, 1, 0, -1), e_{aR} \sim (1, 1, -1, -1), E_{kaR} \sim (1, 1, q_k, n_k), \quad (2.25)$$

$$u_{aR} \sim (3, 1, 2/3, 1/3), d_{aR} \sim (3, 1, -1/3, 1/3), \quad (2.26)$$

$$J_{k\alpha R} \sim (3, 1, -q_k - 1/3, -n_k - 2/3),$$

$$J_{k3R} \sim (3, 1, q_k + 2/3, n_k + 4/3), \quad (2.27)$$

trong đó  $k = 1, 2, 3, \dots, P-2$ ,  $q \equiv q_1 + q_2 + \dots + q_{P-2}$  và  $n \equiv n_1 + n_2 + \dots + n_{P-2}$ .

Để phá vỡ đối xứng chuẩn và sinh khối lượng cho các hạt, chúng tôi đưa vào các vô hướng đa tuyến và 1 vô hướng đơn tuyến:

$$\left( \begin{array}{c} \varphi_{11}^{0,0} \\ \varphi_{1,0}^{-1,0} \\ \varphi_{21} \\ \varphi_{q_1, n_1+1} \\ \varphi_{31} \\ \varphi_{q_2, n_2+1} \\ \varphi_{41} \\ \vdots \\ \varphi_{q_{P-2}, n_{P-2}+1} \\ \varphi_{P1} \end{array} \right), \quad \left( \begin{array}{c} \varphi_{12}^{1,0} \\ \varphi_{0,0} \\ \varphi_{22} \\ \varphi_{q_1+1, n_1+1} \\ \varphi_{32} \\ \varphi_{q_2+1, n_2+1} \\ \varphi_{42} \\ \vdots \\ \varphi_{q_{P-2}+1, n_{P-2}+1} \\ \varphi_{P2} \end{array} \right),$$

$$\left( \begin{array}{c} \varphi_{13}^{-q_1, -1-n_1} \\ \varphi_{-1-q_1, -1-n_1} \\ \varphi_{23} \\ \varphi_{0,0} \\ \varphi_{33} \\ \varphi_{q_2-q_1, n_2-n_1} \\ \varphi_{43} \\ \vdots \\ \varphi_{q_{P-2}-q_1, n_{P-2}-n_1} \\ \varphi_{P3} \end{array} \right), \quad (2.28)$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_{14}^{-q_2, -1-n_2} \\ \varphi_{-1-q_2, -1-n_2}^{24} \\ \varphi_{q_1-q_2, n_1-n_2}^{34} \\ \varphi_{0,0}^{44} \\ \varphi_{44} \\ \vdots \\ \varphi_{P4}^{q_{P-2}-q_2, n_{P-2}-n_2} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \varphi_{1P}^{-q_{P-2}, -1-n_{P-2}} \\ \varphi_{-1-q_{P-2}, -1-n_{P-2}}^{2P} \\ \varphi_{q_1-q_{P-2}, n_1-n_{P-2}}^{3P} \\ \varphi_{q_2-q_{P-2}, n_2-n_{P-2}}^{4P} \\ \varphi_{4P} \\ \vdots \\ \varphi_{PP}^{0,0} \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

$\phi \sim (1, 1, 0, 2).$

Để phù hợp với SM, chúng tôi áp đặt  $v_{1,2} \ll v_{3,4,5,\dots,P}, \Lambda$ . Sơ đồ phá vỡ đối xứng được tóm tắt như sau:

$$\begin{aligned}
& SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N \\
& \quad \downarrow v_{3,4,\dots,P}, \Lambda \\
& SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times P \\
& \quad \downarrow v_{1,2} \\
& SU(3)_C \times U(1)_Q \times P
\end{aligned}$$

$P$  là đối xứng tàn dư của phá vỡ  $(B-L)$ , được xác định như sau:

$$P = (-1)^{3(B-L)+2s}, \quad (2.30)$$

## 2.2. Mô hình DM đa thành phần tối thiểu tổng quát

Đối xứng chuẩn được cho bởi:

$$SU(3)_C \times SU(4)_L \times U(1)_X \times U(1)_N. \quad (2.31)$$

Tích  $Q$  và  $(B-L)$  như sau:

$$Q = T_3 + \beta T_8 + \gamma T_{15} + X, \quad B-L = bT_8 + cT_{15} + N, \quad (2.32)$$

VEVs của các đa tuyến được viết như sau:

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

$$\langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Xi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \Lambda \quad (2.34)$$

Các thành phần chẵn lẻ vật chất được cho bởi:

$$P = P_n \otimes P_m, \quad (2.35)$$

với tính chẵn lẻ của  $P_n$  và  $P_m$ , có những giá trị hoặc là 1 hoặc  $P_n^\pm = (-1)^{\pm(3n+1)} = -1$  và  $P_m^\pm = (-1)^{\pm(3m+1)} = -1$  thỏa điều kiện  $n, m = 2z/3 = 0, \pm 2/3, \pm 4/3, \pm 2, \dots$ . Giá trị của  $P$  chia phổ hạt thành các lớp như sau:

1. Các hạt thông thường  $P = (+, +)$  bao gồm các hạt trong SM.
2. Các hạt sai  $P = (+, -), (-, +)$  hoặc  $(-, -)$  gồm các hạt mới.

Các ứng cử viên DM có thể là các trường lepton mới, trường vô hướng vật lý, các trường boson chuẩn.

Mô hình	$(-, +)$ ứng cử viên	$(+, -)$ ứng cử viên	$(-, -)$ ứng cử viên
$q = p = 0$	$E_{1,2,3}, \mathcal{H}_2, W_{13}$	$F_{1,2,3}, \mathcal{H}_3, W_{14}$	$\mathcal{H}_6, W_{34}$
$q = 0, p = -1$	$E_{1,2,3}, \mathcal{H}_2, W_{13}$	$\mathcal{H}_5, W_{24}$	Non
$q = -1, p = 0$	$\mathcal{H}_4, W_{23}$	$F_{1,2,3}, \mathcal{H}_3, W_{14}$	Non
$q = p = -1$	$\mathcal{H}_4, W_{23}$	$\mathcal{H}_5, W_{24}$	$\mathcal{H}_6, W_{34}$
$q = p \neq 0, -1$	Non	Non	$\mathcal{H}_6, W_{34}$

Bảng 2.4 : Các ứng cử viên DM thuộc các phiên bản khác nhau của mô hình 3 - 4 - 1 - 1

Từ kết quả liệt kê trên bảng 2.4, chúng tôi nhận thấy, phiên bản với  $p = q = 0$  sẽ hứa hẹn nhiều hoạt cảnh DM hai thành phần. Chính vì vậy, chúng tôi sẽ nghiên cứu kỹ phiên bản này trong phần tiếp theo.

### 2.3. Nghiên cứu DM trong mô hình 3 - 4 - 1 - 1 với $p = q = 0$

Chúng tôi khảo sát phiên bản DM hai thành phần với  $q = p = 0$ . Lagrangian toàn phần dưới đối xứng chuẩn (bỏ qua số hạng cố định chuẩn và các trường ma) được xác định một cách tổng quát như sau:

$$\mathcal{L} = \bar{F}i\gamma^\mu D_\mu F + (D^\mu S)^\dagger (D_\mu S) - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} - V_{\text{Higgs}}, \quad (2.36)$$

trong đó  $F, S$  và  $A$  tính cho các đa tuyến fermion, đa tuyến vô hướng, đa tuyến boson chuẩn tương ứng. Tương tác Yukawa trong Phụ lục B.

Thế vô hướng được cho bởi biểu thức sau:

$$\begin{aligned} V_{\text{Higgs}} = & \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \mu_4^2 \Xi^\dagger \Xi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 \\ & + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_4 (\Xi^\dagger \Xi)^2 + (\eta^\dagger \eta)(\lambda_5 \rho^\dagger \rho + \lambda_6 \chi^\dagger \chi + \lambda_7 \Xi^\dagger \Xi) \\ & + (\rho^\dagger \rho)(\lambda_8 \chi^\dagger \chi + \lambda_9 \Xi^\dagger \Xi) + \lambda_{10} (\chi^\dagger \chi)(\Xi^\dagger \Xi) + \lambda_{11} (\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \eta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\lambda_{12}(\eta^\dagger\chi)(\chi^\dagger\eta) + \lambda_{13}(\eta^\dagger\Xi)(\Xi^\dagger\eta) + \lambda_{14}(\rho^\dagger\chi)(\chi^\dagger\rho) \\
& +\lambda_{15}(\rho^\dagger\Xi)(\Xi^\dagger\rho) + \lambda_{16}(\chi^\dagger\Xi)(\Xi^\dagger\chi) \\
& +(\lambda_{17}\eta\rho\chi\Xi + H.c.) + V(\phi),
\end{aligned} \tag{2.37}$$

ở đây phần tử cuối cùng là thế năng của  $\phi$  cộng với tương tác của  $\phi$  với  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $\chi$  và  $\Xi$  như sau:

$$V(\phi) = \mu^2\phi^*\phi + \lambda(\phi^*\phi)^2 + (\phi^*\phi)(\lambda_{18}\eta^\dagger\eta + \lambda_{19}\rho^\dagger\rho + \lambda_{20}\chi^\dagger\chi + \lambda_{21}\Xi^\dagger\Xi). \tag{2.38}$$

### 2.3.1. Hạt vô hướng và hạt boson chuẩn

Tóm lại, các boson chuẩn vật lý trung hoà có quan hệ với trạng thái ban đầu bởi biểu thức  $(A \ Z_1 \ Z_2 \ Z_3)^T = U(A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B)^T$ , trong đó ma trận  $U$  chuyển cơ sở được cho bởi biểu thức sau:

$$U = \begin{pmatrix} s_W & \beta s_W & \gamma s_W & \frac{s_W}{t_X} \\ c_W & -\beta s_W t_W & -\gamma s_W t_W & -\frac{s_W t_W}{t_X} \\ 0 & c_\varphi \sqrt{1-\beta^2 t_W^2} & -\frac{s_\varphi}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{c_\varphi \beta \gamma t_W^2}{\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} & \frac{s_\varphi \gamma t_X}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{c_\varphi \beta t_W^2}{t_X \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \\ 0 & s_\varphi \sqrt{1-\beta^2 t_W^2} & \frac{c_\varphi}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{s_\varphi \beta \gamma t_W^2}{\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} & -\frac{c_\varphi \gamma t_X}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{s_\varphi \beta t_W^2}{t_X \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \end{pmatrix}.$$

### 2.3.2. Các tương tác

#### Tương tác chuẩn cho các fermion

Trong Phụ lục C, chúng tôi đã tính tương tác của  $Z_1$  với các fermion.

#### Tương tác chuẩn cho các vô hướng

Trong Phụ lục D, chúng tôi tính toán cho tất cả tương tác boson chuẩn và vô hướng.

## 2.4. Hiện tượng luận DM nhiều thành phần

Xét mô hình  $q = p = 0$ . Trong trường hợp này, các hạt trung hoà biến đổi bất thường dưới vật chất chẵn lẻ đa thành phần  $P = P_n \otimes P_m$  là  $E_a^0$ ,  $F_a^0$ ,  $\mathcal{H}_2^0$ ,  $\mathcal{H}_3^0$ ,  $\mathcal{H}_6^0$ ,  $W_{13}^0$ ,  $W_{14}^0$  và  $W_{34}^0$ . thể hiện rõ ràng trong bảng 2.4. Chúng tôi chia 3 khả năng của sự tồn tại 2 thành phần DM.

### 2.4.1. Kích bản hai thành phần DM là hạt fermion

Giả sử rằng  $E$  là (1 trong 3 loại hạt vật chất nhỏ  $E_a^0$ ) và  $F$  (1 trong 3 loại hạt vật chất nhỏ  $F_a^0$ ), là các hạt mang tích các tích lẻ  $P_n$  ( $P_m$ ) và là các hạt nhẹ nhất trong các lớp hạt cùng loại ( $E_a, \mathcal{H}_2, W_{13}$ ) và ( $F_a, \mathcal{H}_3, W_{14}$ ) tương ứng.

Các ứng cử viên DM này chủ yếu huỷ thành các hạt vật chất trong SM. Các kênh đó là:

$$EE^c \rightarrow \nu\nu^c, l^-l^+, qq^c, Z_1H_1, \quad (2.39)$$

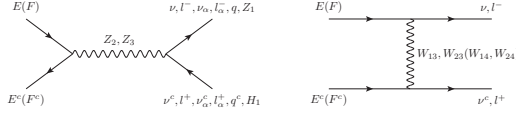
$$FF^c \rightarrow \nu\nu^c, l^-l^+, qq^c, Z_1H_1, \quad (2.40)$$

Trong phiên bản DM đa thành phần, trong đó các thành phần DM nặng hơn sẽ huỷ các thành phần DM nhẹ hơn. Vì thế, có thêm 1 trong 2 quá trình huỷ sau:

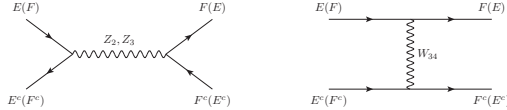
$$EE^c \rightarrow FF^c \quad \text{nếu } m_E > m_F, \quad (2.41)$$

$$FF^c \rightarrow EE^c \quad \text{nếu } m_F > m_E. \quad (2.42)$$

Sự huỷ cặp DM thành các hạt trong SM và sự chuyển đổi giữa các DM, được cho trong hình 2.1 và 2.2 tương ứng:



Hình 2.1: Đóng góp chủ yếu vào việc huỷ hai thành phần DM thành các hạt trong SM.



Hình 2.2: Sự chuyển đổi giữa các thành phần DM.

Chúng ta có thể thu được mật độ tàn dư của từng thành phần DM như sau:

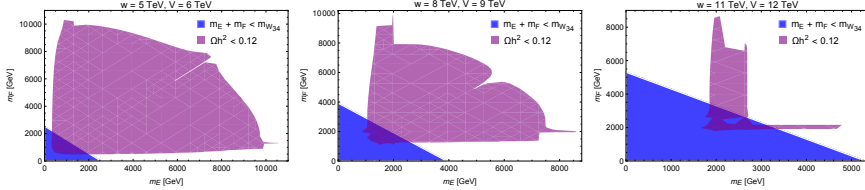
$$\Omega_E h^2 = 2.752 \frac{m_E}{\text{GeV}} Y_E(x_\infty) \times 10^8, \quad (2.43)$$

$$\Omega_F h^2 = 2.752 \frac{m_F}{\text{GeV}} Y_F(x_\infty) \times 10^8, \quad (2.44)$$

Mật độ tàn dư DM được xác định là tổng đóng góp của từng thành phần DM đơn:

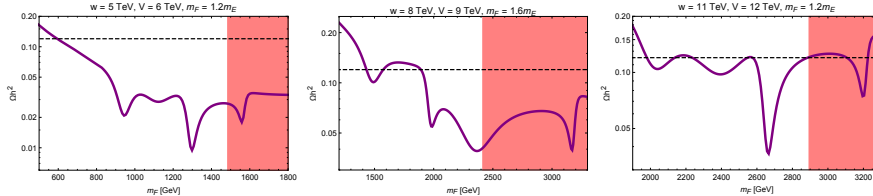
$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = \Omega_E h^2 + \Omega_F h^2. \quad (2.45)$$

Đối với khảo sát số, chúng tôi sử dụng các giá trị tham số sau:  $u = v \simeq 174 \text{ GeV}$ ,  $s_W^2 \simeq 0.231$ ,  $g = \sqrt{4\pi\alpha}/s_W$ ,  $m_{Z_1} = 91.187 \text{ GeV}$ . Các số proton và số khối của Xenon được lấy:  $Z = 54$  và  $A = 131$ .



Hình 2.3: Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM biểu diễn như là một hàm của  $(m_E, m_F)$ , chúng tôi đã chọn các tham số  $w, V$  đảm bảo ứng cử viên DM là bền.

Trong hình 2.3, chúng tôi chỉ ra vùng tham số thoả mãn có hai tính chất của DM là giới hạn về mật độ tàn dư và điều kiện đảm bảo DM bền chính là vùng xen phủ giữa hai vùng màu.



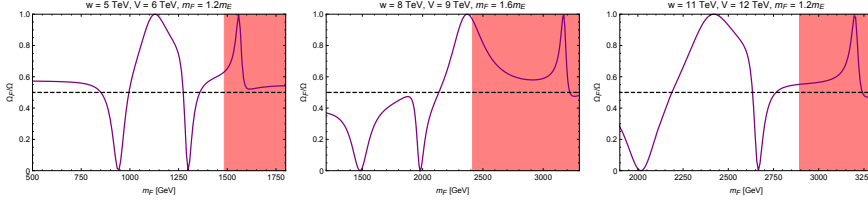
Hình 2.4: Tổng mật độ tàn dư hai thành phần DM như là hàm của khối lượng DM đối với trường hợp  $m_F > m_E$ .

Trong hình 2.4 chúng tôi mô tả tổng mật độ tàn dư DM là hàm của  $m_F$  khi cố định  $w, V$  và  $m_E$  biểu diễn theo  $m_F$ .

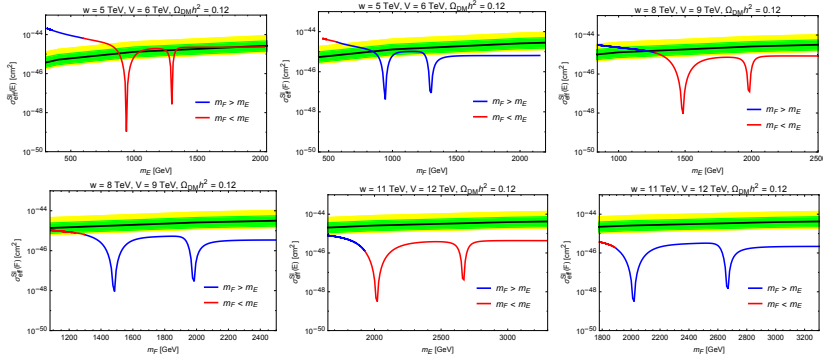
Hình 2.5 chúng tôi so sánh mật độ tàn dư DM của từng thành phần với sự lựa chọn các thang vật lý  $w, V$  và  $m_E$  được biểu diễn theo  $m_F$ .

Trong hình 2.6, chúng tôi vẽ tiết diện của DM tương ứng với các lựa chọn ở trên của tham số  $(w, V)$  tương ứng.





Hình 2.5: Tỷ lệ đóng góp của các thành phần DM fermion với mật độ như một hàm của khối lượng DM trong trường hợp  $m_F > m_E$ .



Hình 2.6: Tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin của DM với nucleon được xem như là hàm của khối lượng DM khi cố định  $(w, V) = (5, 6)$ ,  $(8, 9)$  và  $(11, 12)$  TeV và các tham số khác chọn sao cho:  $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.12$ .

### 2.4.2. Kịch bản hai thành phần DM là hạt vô hướng

Chúng tôi khảo sát cả hai thành phần DM là hạt vô hướng, chúng là  $\mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3$ . Với kịch bản này, chúng tôi đã khảo sát và thu được các kết quả trong luận án như: Quá trình huỷ các thành phần DM thành các hạt trong SM và huỷ các thành phần DM vô hướng, mật độ tàn dư của hai thành phần DM, quá trình tìm kiếm trực tiếp các thành phần DM thông qua tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin của DM với hạt nhân.

### 2.4.3. Kịch bản DM với 1 fermion và 1 vô hướng

Trong phần này, chúng tôi xét  $E$  và  $\mathcal{H}_3$  là hai thành phần DM. Chúng tôi khảo sát tương tự như 2 kịch bản trên trong luận án.

## 2.5. Kết luận chương 2

Chúng tôi đã chỉ ra rằng lý thuyết chuẩn chứa đựng đối xứng isospin yếu cao hơn  $SU(P)_L$ , phải được thu từ một đối xứng dạng  $SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$ , trong đó hai nhóm đối xứng giao hoán cuối cùng lần lượt xác định điện tích  $Q$  và tích  $(B - L)$ . Hai tích cuối cùng thống nhất với tích yếu theo cách làm của lý thuyết thống nhất điện yếu. Ngoài ra, các khối lượng neutrino được tạo ra thông qua phá vỡ đối xứng chuẩn, các số hạng khối lượng này thoả mãn cơ chế seesaw.

Tích chẵn lẻ  $P$  được xác định như là đối xứng tàn dư quá trình phá vỡ đối xứng chuẩn và được phân thành tích trực tiếp của tích chẵn lẻ thành phần như sau:  $P = \bigotimes_{k=1}^{P-2} P_k$ , mỗi  $P_k$  là một  $Z_2$ . Do tính chẵn lẻ này tạo ra  $(P - 2)$  loại hạt sai nên sẽ tiên đoán  $(P - 2)$  thành phần DM. Vì sự không giao hoán của tích  $(B - L)$  với các vi tử của nhóm  $SU(P)_L$  đã cho phép các thành phần của DM và các thành phần vật chất thông thường thống nhất trong một đa tuyến. Nói cách khác, các thành DM được đưa vào để hoàn thành biểu diễn  $SU(P)_L$  lớn hơn biểu diễn của SM. Vì vậy, các tương tác chuẩn sẽ chi phối các tín hiệu quan sát DM.

Chúng tôi nghiên cứu chi tiết mô hình DM đa thành phần tối thiểu tương ứng với  $P = 4$ , được gọi là mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$ . Các phiên bản khác nhau của mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  được đưa ra do lựa chọn các tham số  $\beta, \gamma$  khác nhau. Bốn phiên bản, ứng với 4 sự lựa chọn khác nhau của  $\beta, \gamma$  được đề xuất. Chúng tôi nhận thấy phiên bản ứng với  $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \gamma = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ , tức là  $p = q = 0$ , sẽ tiên đoán nhiều kịch bản cho ứng cử viên DM hai thành phần (tồn tại 3 kịch bản cho DM hai thành phần). Để nghiên cứu chi tiết các tính chất của DM hai thành phần, chúng tôi đã tìm kiếm tất cả các tương tác của fermion và vô hướng với boson chuẩn, tìm phổ hạt vật lý của Higgs boson và các tương tác của chúng với hạt boson chuẩn. Mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  với  $q = p = 0$  tuân theo 3 kịch bản của DM hai thành phần bao gồm: Kịch bản thứ nhất là DM hai thành phần là các fermion  $(E, F)$ , kịch bản thứ 2 ứng với DM hai thành phần là 2 hạt vô hướng  $(\mathcal{H}_{2,3})$  và cuối cùng là kịch bản mà các thành phần DM là 1 hạt fermion và 1 hạt vô hướng, ví dụ các ứng viên  $(E, \mathcal{H}_3)$  tương ứng. Chúng tôi đã chỉ ra không gian tham số khả thi cho mỗi kịch bản, khả năng đáp ứng mật độ tàn dư và khả năng phát hiện trực tiếp. Thông thường, khối lượng DM khả dĩ trong mỗi kịch bản cỡ 1 hoặc vài TeV. Ngoài ra, có 4 điểm cộng hưởng trong mật độ tàn dư bởi hạt  $Z_{2,3}$  chuẩn trung hoà mới hoặc các kênh Higgs trung hoà mới  $H_{3,4}$ .

### CHƯƠNG 3. ẢNH HƯỞNG CỦA SỐ HẠNG TRỘN ĐỘNG NĂNG TỚI MỘT SỐ HIỆU ỨNG VẬT LÝ TRONG MÔ HÌNH 3 – 4 – 1 – 1

#### 3.1. Ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới phổ khối lượng của các trường chuẩn

##### 3.1.1. Cơ sở hình thành số hạng trộn động năng

Lagrangian mô tả động năng của trường chuẩn gắn liền với hai nhóm  $U(1)$  của mô hình 3 – 4 – 1 – 1 phải chứa số hạng trộn động năng giữa hai trường đó. Cụ thể, ta có

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{kinetic}} &\supset -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4}C_{\mu\nu}^2 - \frac{\delta}{2}B_{\mu\nu}C^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4}(B_{\mu\nu} + \delta C_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(1 - \delta^2)C_{\mu\nu}^2,\end{aligned}\quad (3.1)$$

trong đó  $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$  và  $C_{\mu\nu} = \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu$  là các tensor cường độ trường. Hệ số ( $\delta$ ) được gọi là hệ số trộn động năng giữa hai boson chuẩn  $B_\mu$  và  $C_\mu$ . Chúng là các trường không trực giao nên chúng tôi đổi cơ sở mới  $(B_\mu, C_\mu) \rightarrow (B'_\mu, C'_\mu)$

$$B' = B + \delta C, \quad C' = \sqrt{1 - \delta^2}C. \quad (3.2)$$

Thực hiện phép biến đổi chuyển từ cơ sở  $B, C$  sang  $B', C'$  chúng tôi thu được đạo hàm hiệp biến như sau:

$$D_\mu \supset ig_X X B_\mu + ig_N N C_\mu = ig_X X B'_\mu + \frac{i}{\sqrt{1 - \delta^2}}(g_N N - g_X X \delta)C'_\mu, \quad (3.3)$$

##### 3.1.2. Khối lượng các boson

Đối xứng chuẩn 3 – 4 – 1 – 1 bị phá vỡ, dẫn tới sự trộn của  $A_3, A_8, A_{15}, B', C'$ . Lagrangian khối lượng của các boson chuẩn  $\sum_S (D_\mu \langle S \rangle)^\dagger (D^\mu \langle S \rangle)$

tính được như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{neutral}} = \frac{1}{2} (A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B' \ C') M^2 (A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B' \ C')^T, \quad (3.4)$$

Cuối cùng các trạng thái chính tắc ban đầu liên quan đến các trạng thái riêng khối lượng thông qua ma trận  $U$  bởi  $(A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B \ C)^T = U(A \ Z_1 \ Z_2 \ Z_3 \ Z_4)^T$ . Trong trường hợp đầu tiên,  $w, V \ll \Lambda$ , ta có  $U = U_\delta U_1 U_2 U_3 U_\varphi \simeq U_\delta U_1 U_2 U_\varphi$ . Trong trường hợp thứ hai,  $w \ll V, \Lambda$ , ta có  $U = U_\delta U_1 U_2 U'_3 U_\xi \simeq U_\delta U_1 U_2 U_\xi$ . Còn trường hợp cuối,  $w, \Lambda \ll V$ , hiệu ứng trộn thông qua ma trận  $U = U_\delta U_1 U_2 U'_3 U_\xi$  như sau:

$$U_\delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\delta^2}} \end{pmatrix}, \quad U_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\varphi & s_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$U_\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_\xi & s_\xi \\ 0 & 0 & 0 & -s_\xi & c_\xi \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Các trường  $A, Z_1$  có thể được đồng nhất với photon và boson chuẩn trung hoà  $Z$  trong SM. Còn  $Z_2, Z_3$  và  $Z_4$  là những trường mới, boson chuẩn, nặng. Sự trộn động năng ảnh hưởng rất nhỏ tới các boson chuẩn trong SM nhưng lại ảnh hưởng đáng kể đến góc trộn của các boson mới.

### 3.2. Tham số $\rho$ trong mô hình 3 – 4 – 1 – 1

Trong phần này, chúng tôi sẽ nghiên cứu các đóng góp của vật lý mới và ảnh hưởng có tham số trộn động năng vào tham số  $\rho$  trong mô hình 3 – 4 – 1 – 1. Vật lý mới đóng góp vào tham số  $\rho$  được xác định tại gần đúng cây như sau

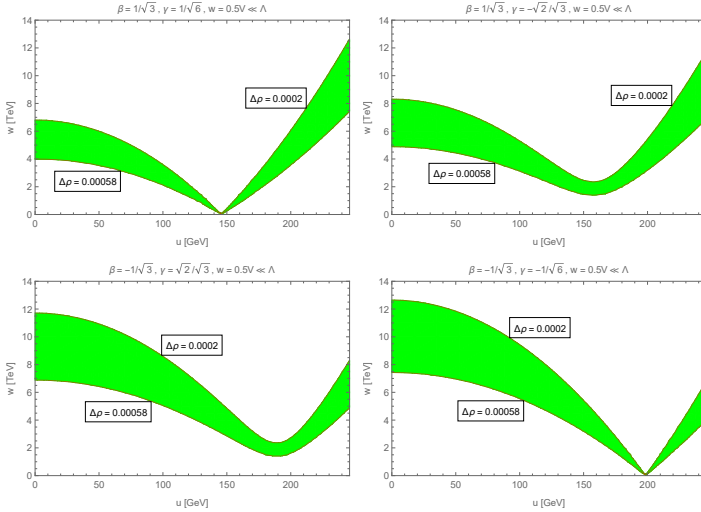
$$\begin{aligned} \Delta\rho &= \frac{m_W^2}{c_W^2 m_{Z_1}^2} - 1 \\ &= \frac{m_Z^2}{m_Z^2 - \epsilon_1 m_{Z Z_2'}^2 - \epsilon_2 m_{Z Z_3'}^2 - \epsilon_3 m_{Z C'}^2} - 1 \\ &\simeq \frac{\epsilon_1 m_{Z Z_2'}^2 + \epsilon_2 m_{Z Z_3'}^2 + \epsilon_3 m_{Z C'}^2}{m_Z^2} \\ &\equiv (\Delta\rho)^0 + (\Delta\rho)^\delta, \end{aligned} \quad (3.6)$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
(\Delta\rho)^0 \simeq & \frac{1}{4[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]^2} \left\{ \frac{[\beta_2 u^2 + (2\sqrt{3}\beta t_X^2 - \beta_2)v^2]^2}{(u^2 + v^2)w^2} \right. \\
& + \frac{\{(\beta + 2\sqrt{2}\gamma)t_X^2(u^2 + v^2) + \sqrt{3}[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2](u^2 - v^2)\}^2}{3(u^2 + v^2)V^2} \\
& \left. + \frac{(b\beta + c\gamma)^2 t_X^4 (u^2 + v^2)}{4\Lambda^2} \right\}, \tag{3.7}
\end{aligned}$$

$$(\Delta\rho)^\delta \simeq \frac{\delta[\delta + 2(b\beta + c\gamma)t_X t_N]t_X^2(u^2 + v^2)}{16[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]t_N^2\Lambda^2}. \tag{3.8}$$

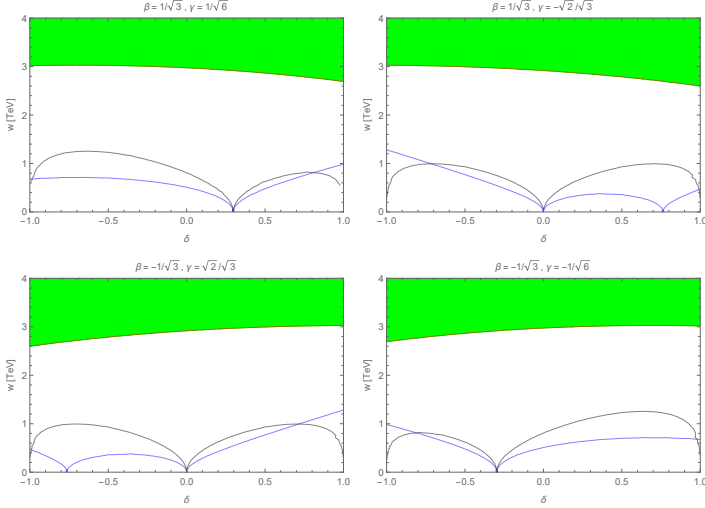
Trong hình 3.1, chúng tôi khảo sát các giới hạn của  $\Delta\rho$  trong mặt phẳng  $(u, w)$  khi sự phân bậc của các VEVs tuân theo cách sắp xếp đầu tiên. Các hình được sắp xếp thứ tự từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng với bốn phiên bản của mô hình 3-4-1-1:  $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6})$ ,  $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ ,  $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3})$  và  $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6})$ .



Hình 3.1: Giá trị  $(u, w)$  được giới hạn bởi tham số  $\rho$  cho  $w = 0.5V \ll \Lambda$ , các hình theo thứ tự từ trái sang phải, từ trên xuống tương ứng bốn phiên bản khác nhau.

### 3.3. Ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới tương tác của các boson $Z_1$ với các fermion

Chúng tôi sẽ khảo sát độ nhạy của thang vật lý mới theo tham số trộn động năng cho trường hợp ( $w, \Lambda \ll V$ ) như hình 3.7. Chúng ta nhận thấy thang vật lý mới thay đổi khi  $\delta$  thay đổi.



Hình 3.7: Giới hạn thang vật lý mới phụ thuộc vào  $\delta$  với  $|\epsilon_{1,2,3}| = 10^{-3}$ , ở đây các đường đỏ, xanh, đen biểu diễn  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  trong các phiên bản ( $\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6}$ ), ( $\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3}$ ), ( $\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3}$ ) và ( $\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6}$ ).

### 3.4. Dao động của các meson trong mô hình 3 - 4 - 1 - 1

Khối lượng của các fermion mới  $E_a, F_a, J_a$  và  $K_a$  phụ thuộc vào thang năng lượng mới  $w, V$  và được xác định như sau:

$$[m_E]_{ab} = -h_{ab}^E \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad [m_F]_{ab} = -h_{ab}^F \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad (3.9)$$

$$[m_J]_{33} = -h_{33}^J \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad [m_J]_{\alpha\beta} = -h_{\alpha\beta}^J \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad (3.10)$$

$$[m_K]_{33} = -h_{33}^K \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad [m_K]_{\alpha\beta} = -h_{\alpha\beta}^K \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad (3.11)$$

Khối lượng của các lepton mang điện, các quark  $e_a$ ,  $u_a$  và  $d_a$  phụ thuộc vào thang năng lượng phá vỡ đối xứng điện yếu như sau:

$$\begin{aligned} [m_e]_{ab} &= -h_{ab}^e \frac{v}{\sqrt{2}}, \\ [m_u]_{3a} &= -h_{3a}^u \frac{u}{\sqrt{2}}, & [m_u]_{\alpha a} &= h_{\alpha a}^u \frac{v}{\sqrt{2}}, \\ [m_d]_{3a} &= -h_{3a}^d \frac{v}{\sqrt{2}}, & [m_d]_{\alpha a} &= -h_{\alpha a}^d \frac{u}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

khối lượng các hạt này nằm trong thang điện yếu  $u, v$ . Đối với các neutrino  $\nu_{aL,R}$ , chúng có khối lượng Dirac và khối lượng Majorana lần lượt là  $[m_\nu]_{ab} = -h_{ab}^\nu \frac{u}{\sqrt{2}}$  và  $[m_\nu^R]_{ab} = -\sqrt{2}h_{ab}^{\nu} \Lambda$ . Vì  $u \ll \Lambda$  nên các neutrino quan sát được ( $\sim \nu_{aL}$ ) có khối lượng thông qua cơ chế seesaw loại I:

$$m_\nu^L \simeq -m_\nu (m_\nu^R)^{-1} (m_\nu)^T \sim u^2 / \Lambda. \quad (3.13)$$

Trong khi đó neutrino ( $\sim \nu_{aR}$ ) có khối lượng ( $m_\nu^R$ ) nặng hơn các hạt còn lại.

Tham số trộn meson được xác định thông qua Lagrangian hiệu dụng. Trong mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  các tương tác của  $Z_{1,2,3,4}$  sẽ ảnh hưởng đến sự trộn lẫn của các meson, trong đó đóng góp của  $Z_1$  là không đáng kể.

Giới hạn chặt nhất của thang vật lý mới sẽ chi phối bởi các thực nghiệm về dao động giữa  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$

$$[(V_{dL}^*)_{32}(V_{dL})_{33}]^2 \left( \frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_3^2}{m_{Z_3}^2} + \frac{g_4^2}{m_{Z_4}^2} \right) < \frac{1}{(100 \text{ TeV})^2}. \quad (3.14)$$

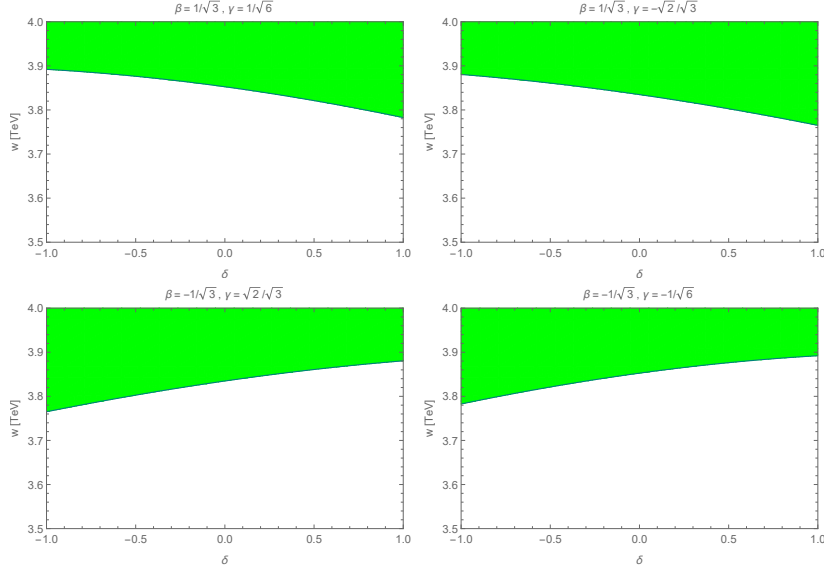
Ta nhận thấy thang vật lý mới thay đổi khác nhau khi  $\delta$  khác nhau (hình 3.8)

### 3.5. Vật lý tại máy gia tốc

Do có liên kết giữa các boson chuẩn trung hoà với các lepton và quark, chúng đóng góp vào quá trình the Drell-Yan và dijet trong các máy gia tốc.

Các nghiên cứu LEP II cho  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  tương tự như trường hợp của mô hình  $3 - 3 - 1 - 1$ , trong đó  $Z_{2,3,4}$  là các quá trình trung gian. Giả sử là tất cả các quá trình vật lý là như nhau, giới hạn thu được chúng đều nằm trong thang TeV.

Các nghiên cứu LHC cho các trạng thái cuối về dijet và dilepton có thể được nghiên cứu. Các thang vật lý mới cũng nằm trong miền TeV.



Hình 3.8: Giới hạn thang vật lý mới từ công thức của  $\delta$  trong FCNCs với  $w = 0.5\Lambda \ll V$ , các hình từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng bốn mô hình DM.

### 3.6. Kết luận chương 3

Chúng tôi đã nghiên cứu ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới một số hiệu ứng vật lý mới trong mô hình  $3-4-1-1$ . Đây là mô hình cung cấp ứng cử viên DM hai thành phần một cách tự nhiên, mô hình còn cung cấp khối lượng neutrino nhỏ thông qua cơ chế seesaw.

Chúng tôi nhận thấy sự ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới các quá trình vật lý mới là đáng xem xét khi thang vật lý mới trong miền TeV. Tùy theo từng sơ đồ phân bậc của các trị VEVs (sơ đồ phá vỡ đối xứng) mà mức độ ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới hiệu ứng vật lý mới sẽ thay đổi. Trong mô hình  $3-4-1-1$ , có thể tồn tại các hoạt cách phá vỡ đối xứng có thể làm mất hiệu ứng trộn động năng trong phần boson chuẩn mới. Chúng tôi muốn nhấn mạnh, tương tự như mô hình  $3-3-1-1$  thì mô hình  $3-4-1-1$  cũng giải quyết câu hỏi về lạm phát Vũ trụ cũng như vấn đề bất đối xứng DM và vật chất thông thường.



## KẾT LUẬN CHUNG

Chúng tôi đã nghiên cứu các vấn đề sau:

- Đề xuất trúc hạt của mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  đảm bảo khử tất cả các dị thường của nhóm chuẩn và đảm bảo sau khi phá vỡ đối xứng chúng ta có đối xứng tàn dư  $P$  được phân tích thành tích của hai đối xứng  $Z_2$ . Do đó, chúng tôi chỉ ra có thể tồn tại DM hai thành phần trong mô hình.
- Đề xuất bốn phiên bản ứng với bốn bộ chọn tham số  $p, q$  khác nhau (tức là  $\beta, \gamma$  khác nhau) và chúng tôi nhận thấy phiên bản ứng với  $p = q = 0$  sẽ đưa ra sự đa dạng về các ứng cử viên DM hai thành phần. Cụ thể, có thể cả hai DM là hạt vô hướng, cả hai DM có thể là hạt fermion, hoặc một trong hai ứng cử viên DM là vô hướng và hạt còn lại là fermion.
- Nghiên cứu các tính chất của DM cho phiên bản ứng với  $p = q = 0$ . Dựa trên các điều kiện áp đặt cho DM như mật độ tàn dư, tiết diện tìm kiếm bị hạn chế bởi thực nghiệm, chúng tôi nhận thấy nếu khối lượng của DM cỡ 1 đến vài TeV thì có thể khớp với các điều kiện áp đặt chung cho DM.
- Do có sự xuất hiện của số hạng trộn động năng trong mô hình nên chúng tôi sẽ nghiên cứu ảnh hưởng của tham số trộn động năng đến một số hiệu ứng vật lý. Tham số trộn động năng sẽ ảnh hưởng trực tiếp tới góc trộn của các hạt boson chuẩn trung hoà. Chính vì vậy, nó sẽ làm thay đổi phổ khối lượng của các hạt boson chuẩn trong mô hình mà điều này ảnh hưởng trực tiếp tới tham số  $\rho$ . Bên cạnh đó, tham số trộn động năng sẽ ảnh hưởng đến hằng số tương tác của các hạt boson chuẩn trung hoà với các hạt fermion và phản fermion trong mô hình. Mặt khác để khử dị thường, thì số tứ tuyến phải bằng phản tứ tuyến, điều này dẫn đến sự tồn tại của FCNCs gắn liền với các boson chuẩn trung

hoà mà các tương tác này sẽ bị chi phối bởi các thực nghiệm về dao động của các meson. Chính vì vậy, chúng tôi đã nghiên cứu ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới các tham số trộn meson. Chúng tôi nhận thấy, tùy theo sự phân bậc của các trị trung bình chân không tham gia vào phá vỡ đối xứng tự phát mà tham số trộn sẽ không còn ảnh hưởng tới các hiệu ứng vật lý đề cập. Hay nói cách khác, hiệu ứng trộn động năng bị triệt tiêu bởi phá vỡ đối xứng tự phát.

Các kết quả mới của luận án:

- Chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  giải quyết được một số vấn đề ngoài SM đang được các nhà khoa học quan tâm như vấn đề về khối lượng neutrino và vấn đề DM. Chúng tôi đã chỉ ra sự tồn tại khối lượng neutrino là tự nhiên do hệ quả của sự phá vỡ đối xứng tự phát.
- Chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình  $3 - 4 - 1 - 1$  được nghiên cứu thì hiệu ứng trộn động năng cần phải được xem xét. Bởi vì miền vật lý mới bị thay đổi khi có đóng góp của trộn động năng, hằng số tương tác của boson chuẩn trong SM cũng bị thay đổi bởi tham số trộn.

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

1. Duong Van Loi, Phung Van Dong and Le Xuan Thuy, *Kinetic mixing effect in noncommutative  $B - L$  gauge theory*, JHEP **09**, 2019, 054.
2. Cao Hoang Nam, Dương Van Loi, Le Xuan Thuy and Phung Van Dong, *Muticomponent dark matter in noncommutative  $B - L$  gauge theory*, JHEP **12**, 2020, 029.
3. D. T. Huong, L. X. Thuy, N. T. Nhuan and H. T. Phuong, *Investigation of the FCNC processes in the  $3 - 4 - 1 - 1$  model*, Communications in Physics, Vol. 31, No. 4 (2021), pp. 363-374.

Các kết quả chính được sử dụng trong luận án đăng ở công bố số 1 và 2.