

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



LÊ XUÂN THUY

VẬT CHẤT TỐI VÀ KHỐI LƯỢNG NEUTRINO
TRONG MÔ HÌNH 3 – 4 – 1 – 1

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

HÀ NỘI - 2023

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM
HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

----- *** -----

LÊ XUÂN THUY

VẬT CHẤT TỐI VÀ KHỐI LƯỢNG NEUTRINO
TRONG MÔ HÌNH 3 – 4 – 1 – 1

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán

Mã số: 9 44 01 03

Người hướng dẫn khoa học: 1. GS. TS. Phùng Văn Đồng
2. PGS. TS. Đỗ Thị Hương

HÀ NỘI - 2023

LỜI CAM ĐOAN

Luận án này được tôi hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS.TS.Phùng Văn Đồng và PGS.TS.Đỗ Thị Hương. Tôi xin cam đoan những kết quả trình bày trong luận án là do bản thân tôi đã thực hiện trong thời gian làm nghiên cứu sinh. Cụ thể, chương 1 là phần tổng quan giới thiệu những vấn đề cơ sở có liên quan đến luận án. Trong chương 2 và chương 3, tôi sử dụng các kết quả nghiên cứu mà tôi đã thực hiện cùng với GS.TS.Phùng Văn Đồng, TS.Dương Văn Lợi, TS.Cao Hoàng Nam. Cuối cùng, tôi xin khẳng định các kết quả có trong luận án "Vật chất tối và khối lượng neutrino trong mô hình 3-4-1-1" là kết quả mới, không trùng lặp với kết quả của các luận án và công trình đã công bố.

Lê Xuân Thuỳ

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc nhất tới GS.TS.Phùng Văn Đồng và PGS.TS.Đỗ Thị Hương, những người thầy đã tận tình hướng dẫn chuyên môn, quan tâm, chia sẻ những khó khăn trong cuộc sống, giúp đỡ tôi hoàn thành luận án.

Tôi xin cảm ơn Trung tâm Vật lý lý thuyết - Viện Vật Lý, Học viện Khoa học và Công nghệ đã tạo nhiều điều kiện thuận lợi, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian làm nghiên cứu sinh. Đặc biệt, tôi xin cảm ơn PGS. TS. Đỗ Thị Hương đã giúp tôi vượt qua giai đoạn khó khăn nhất, rèn cho tôi tính cẩn thận trong cách suy nghĩ, cách làm việc. Tôi xin cảm ơn GS.TS.Phùng Văn Đồng, PGS.TS.Đỗ Thị Hương, TS.Dương Văn Lợi, TS.Cao Hoàng Nam đã giúp đỡ tôi rất nhiều về mặt chuyên môn trong các công trình nghiên cứu. Tôi xin cảm ơn GS.TS.Hoàng Ngọc Long đã truyền đạt nhiều kiến thức, luôn hỏi thăm, động viên tôi trong quá trình học tập tại Viện Vật Lý.

Tôi xin cảm ơn thầy GS. TS. Phùng Văn Đồng, TS. Dương Văn Lợi, TS. Cao Hoàng Nam đã đồng ý cho tôi sử dụng kết quả nghiên cứu để viết và bảo vệ luận án.

Tôi xin cảm ơn Ban Giám Hiệu, Lãnh đạo Khoa Khoa học Cơ bản Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long đã tạo mọi điều kiện thuận lợi nhất cho tôi trong quá trình học tập.

Cuối cùng, tôi xin dành sự biết ơn đến gia đình đã luôn động viên, ủng hộ và hỗ trợ về vật chất cũng như tinh thần để tôi có thể yên tâm nghiên cứu và hoàn thành luận án này.

DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT

Viết tắt	Tên
SM	Mô hình chuẩn (Standard Model)
SMC	Mô hình chuẩn của Vũ trụ (The Standard Model of Cosmology)
QCD	Thuyết sắc động lực học lượng tử (Quantum Chromodynamics)
CKM	Ma trận Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa)
DM	Vật chất tối (Dark Matter)
FCNCs	Dòng trung hòa thay đổi vị (Flavor Changing Neutral Currents)
LHC	Máy gia tốc năng lượng cao (Large Hadron Collider)
LEP II	Máy gia tốc tán xạ Electron-Positron năng lượng cao (Large Electron-Positron Collider)
VEV	Giá trị trung bình chân không (Vacuum Expectation Value)
SMSM	Hai hạt trong SM (Standard Model Standard Model)

MỤC LỤC

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Danh mục các từ viết tắt	iii
Danh sách bảng	viii
Danh sách hình vẽ	xi
Mở đầu	1
Chương 1. GIỚI THIỆU VỀ MÔ HÌNH CHUẨN	10
1.1. Tổng quan về SM	10
1.1.1. Đối xứng chuẩn	10
1.1.2. Sắp xếp các hạt	10
1.1.3. Lagrangian	11
1.1.4. Thế vô hướng và Cơ chế Higgs	12
1.2. Khối lượng của các fermion trong SM	12
1.3. Khối lượng của các boson chuẩn - Tương tác của các boson chuẩn	14
1.4. Dòng trung hoà	16
1.5. Kết luận chương 1	17
Chương 2. CÁC THÀNH PHẦN DM TRONG LÝ THUYẾT KHÔNG GIAO HOÁN $B - L$	19
2.1. Lý thuyết không giao hoán ($B - L$)	22

2.2. Mô hình DM đa thành phần tối thiểu tổng quát.....	30
2.3. Nghiên cứu DM trong mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ với $p = q = 0$	34
2.3.1. Hạt vô hướng và hạt boson chuẩn.....	36
2.3.2. Các tương tác.....	44
2.4. Hiện tượng luận DM nhiều thành phần.....	48
2.4.1. Kích bản hai thành phần DM là hạt fermion.....	48
2.4.2. Kích bản hai thành phần DM là hạt vô hướng.....	57
2.4.3. Kích bản DM với 1 fermion và 1 vô hướng.....	63
2.5. Kết luận chương 2.....	66
Chương 3. ẢNH HƯỞNG CỦA SỐ HẠNG TRỘN ĐỘNG NĂNG	
 TỚI MỘT SỐ HIỆU ỨNG VẬT LÝ TRONG MÔ HÌNH	
 $3 - 4 - 1 - 1$.....	68
3.1. Ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới phổ khối lượng của các trường chuẩn.....	68
3.1.1. Cơ sở hình thành số hạng trộn động năng.....	68
3.1.2. Khối lượng các boson.....	69
3.2. Tham số ρ trong mô hình $3 - 4 - 1 - 1$	78
3.3. Ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới tương tác của các boson Z_1 với các fermion.....	84
3.4. Dao động của các meson trong mô hình $3 - 4 - 1 - 1$..	85
3.5. Vật lý tại máy gia tốc.....	90
3.6. Kết luận chương 3.....	90
Kết luận chung.....	91
Những đóng góp mới của luận án.....	94
Danh mục các công trình đã công bố.....	95
Tài liệu tham khảo.....	96
PHỤ LỤC.....	113
A. Huỷ dị thường.....	113

B. Khối lượng fermion	117
C. Tương tác vector và trục vector	118
D. Tương tác chuẩn của các vô hướng	120
E. Kiểm tra dị thường	135

DANH SÁCH BẢNG

2.1	Giá trị vật chất chẵn lẻ đa thành phần P của các hạt trong mô hình, với $P_{k,l}^{\pm} \equiv (-1)^{\pm(3n_{k,l}+1)}$ và $k, l = 1, 2, 3, \dots, P - 2$. Và G, B, C, A, W được định nghĩa là các boson chuẩn liên kết số màu, X, N , Cartan và toán tử nâng hạ vi tử.	29
2.2	Biểu diễn trường của mô hình.	31
2.3	Tích Q , $(B - L)$ và tích chẵn lẻ P cho các hạt trong mô hình vật chất đa thành phần.	33
2.4	Các ứng cử viên DM thuộc các phiên bản khác nhau của mô hình $3 - 4 - 1 - 1$	34
C.1	Tương tác của Z_1 với các fermion.	119
C.2	Tương tác của Z_2 với các fermion.	120
D.1	Tương tác của 1 boson chuẩn với 2 vô hướng.	121
D.2	Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.	122
D.3	Tương tác của 1 vô hướng với 2 boson chuẩn mang điện.	123
D.4	Tương tác của 1 vô hướng với 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện.	124
D.5	Tương tác của 1 vô hướng với 2 boson chuẩn trung hoà.	125
D.6	Tương tác của 2 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng.	126
D.7	Tương tác của 2 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng.	127
D.8	Tương tác của 2 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng.	128

D.9	Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng	129
D.10	Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng	130
D.11	Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng	131
D.12	Tương tác của 2 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.	132
D.13	Tương tác của 2 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.	133
D.14	Tương tác của 2 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.	134

DANH SÁCH HÌNH VẼ

- 2.1 Đóng góp chủ yếu vào việc huỷ hai thành phần DM thành các hạt trong SM. 49
- 2.2 Sự chuyển đổi giữa các thành phần DM. 49
- 2.3 Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM biểu diễn như là một hàm của (m_E, m_F) , chúng tôi đã chọn các tham số w, V đảm bảo ứng cử viên DM là bền. 52
- 2.4 Tổng mật độ tàn dư hai thành phần DM như là hàm của khối lượng DM đối với trường hợp $m_F > m_E$ 53
- 2.5 Tỷ lệ đóng góp của các thành phần DM fermion với mật độ như một hàm của khối lượng DM trong trường hợp $m_F > m_E$ 54
- 2.6 Tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin của DM với nucleon được xem như là hàm của khối lượng DM khi cố định $(w, V) = (5, 6), (8, 9)$ và $(11, 12)$ TeV và các tham số khác chọn sao cho: $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.12$ 56
- 2.7 Các kênh huỷ của hai thành phần DM vô hướng thành các hạt SM. 57
- 2.8 Kênh huỷ giữa các thành phần DM vô hướng. 57
- 2.9 Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM biểu diễn như là một hàm của $(m_{\mathcal{H}_2}, m_{\mathcal{H}_3})$, trong đó chúng tôi chọn các tham số w, V đảm bảo ứng cử viên DM là bền. 59
- 2.10 Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM vô hướng được khảo sát là hàm của khối lượng DM trong trường hợp $m_{\mathcal{H}_3} > m_{\mathcal{H}_2}$, trong vùng màu đỏ là vùng không đảm bảo tính bền của DM. 60

2.11	Tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin của DM với hạt nhân được xem như là một hàm của khối lượng DM ứng với từng bộ tham số w, V và $m_{\mathcal{H}_{2,3}}$ cố định, vùng màu đỏ xác định DM không bền	62
2.12	Quá trình huỷ hai DM fermion ra hai DM vô hướng.	63
2.13	Giới hạn về tổng mật độ tàn dư của DM biểu diễn như là hàm của khối lượng DM fermion và khối lượng DM vô hướng, chúng tôi đã chọn các giá trị khác nhau của w, V đảm bảo ứng cử viên DM là bền.	64
2.14	Tổng mật độ tàn dư của DM biểu diễn theo khối lượng DM fermion khi m_E được biểu diễn qua $m_{\mathcal{H}_3}$ và cố định các giá trị w, V	65
2.15	Tiết diện tìm kiếm trực tiếp của các thành phần DM vô hướng và fermion khi m_E được biểu diễn qua $m_{\mathcal{H}_3}$ và cố định các giá trị w, V	65
3.1	Giá trị (u, w) được giới hạn bởi tham số ρ cho $w = 0.5V \ll \Lambda$, các hình theo thứ tự từ trái sang phải, từ trên xuống tương ứng bốn phiên bản khác nhau.	79
3.2	Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với $w \ll V, \Lambda$, hình bên trái cho $\beta = 1/\sqrt{3}$ và hình bên phải cho $\beta = -1/\sqrt{3}$	80
3.3	Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ cho $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, với các hình từ trái qua phải và từ trên xuống tương ứng bốn giá trị của $\delta = -0.9, 0, 0.3$ và 0.9	81
3.4	Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, ở đây các hình từ trái sang phải, từ trên xuống tương ứng với $\delta = -0.9, 0$ và 0.9	82

- 3.5 Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, trong đó các hình từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng với $\delta = -0.9, 0$ và 0.9 83
- 3.6 Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với các phiên bản $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, ở đây tương ứng cho từng loại mô hình DM từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng với $\delta = -0.9, -0.3, 0$ và 0.9 . 84
- 3.7 Giới hạn thang vật lý mới phụ thuộc vào δ với $|\epsilon_{1,2,3}| = 10^{-3}$, ở đây các đường đỏ, xanh, đen biểu diễn $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ trong các phiên bản $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6}), (\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3}), (\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6})$ 85
- 3.8 Giới hạn thang vật lý mới từ công thức của δ trong FCNCs với $w = 0.5\Lambda \ll V$, các hình từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng bốn mô hình DM. 89

MỞ ĐẦU

Lý do chọn đề tài

Với sự phát triển không ngừng của khoa học kỹ thuật, con người luôn có nhu cầu khám phá, tìm hiểu về sự vận động của Vũ trụ. Con người quan niệm rằng Vũ trụ của chúng ta bị chi phối chủ yếu bởi bốn loại lực trong tự nhiên, lực hấp dẫn, lực tương tác mạnh, lực tương tác yếu, và lực điện từ. Các Nhà khoa học đã xây dựng thành công các mô hình mô tả tương tác trong Vũ trụ; trong đó có hai lý thuyết lớn là mô hình chuẩn của hạt cơ bản và mô hình chuẩn của Vũ trụ (SMC). SMC dựa trên giả thiết: Vũ trụ được sinh ra từ năng lượng do vụ nổ lớn (Big-Bang), vụ nổ lớn là nguyên nhân sinh ra không gian, thời gian, toàn bộ vật chất, năng lượng trong Vũ trụ ngày nay. Các hạt vật chất sinh ra trong bể nhiệt. Khoảng 10^{-12} giây sau Big-Bang, tất cả các loại hạt cơ bản như quark, các lepton và các hạt truyền tương tác như photon, boson chuẩn, các gluon được sinh ra. Chúng luôn tán xạ hoặc sinh huỷ ở trạng thái cân bằng nhiệt động. Theo thời gian, Vũ trụ giãn nở và nhiệt độ giảm dần, các hạt nặng sẽ phân huỷ thành các hạt nhẹ (khoảng 10^{-5} sau Big-Bang). Trạng thái cân bằng nhiệt động kết thúc khi tốc độ giãn nở của Vũ trụ bằng tốc độ huỷ hạt. Các hạt nhẹ và rã chậm tồn tại tới thời điểm hiện tại. Khi nhiệt độ hạ xuống một mức nào đó, các quark và các gluon kết hợp với nhau để tạo thành các proton và các neutron kết hợp để tạo thành hạt nhân nguyên tử của các hạt và chủ yếu là các hạt nhẹ (Hydro, Heli và các hạt nhẹ khác). Vũ trụ tiếp tục hạ nhiệt trong quá trình giãn nở, hạt nhân nguyên tử Hydro, Heli, ... đã bắt các electron, do đó tạo nên các nguyên tử

trung hoà. Điều này ước tính đã xảy ra khoảng 400.000 năm sau Big-Bang, khi các photon ngừng tương tác đáng kể với vật chất dẫn đến sự xuất hiện của bức xạ nền của Vũ trụ. Sau một thời gian, những đám mây khổng lồ gồm các nguyên tố nguyên thuỷ gom lại do lực hấp dẫn tạo thành các thiên hà. Ngoài ra, SMC còn dựa trên giả thuyết :Vũ trụ là đồng nhất, đẳng hướng và có tính chất đối xứng cầu, các nhà khoa học đã đưa ra metric mô tả Vũ trụ. Có thể nói SMC được cho là mô hình mô tả thành công tương tác hấp dẫn giữa vật chất và năng lượng trong Vũ trụ thông qua lý thuyết tương đối tổng quát (GRT). Tuy nhiên các vấn đề thực nghiệm chính của vật lý hạt cơ bản và Vũ trụ học, đang được nghiên cứu và bàn luận sôi nổi gồm: dao động neutrino, vật chất tối,... Hai lý thuyết trụ cột, mô hình chuẩn và SMC, không thể giải thích vấn đề trên.

Cho đến nay, SM được coi là mô hình mô tả tương tác mạnh và thống nhất điện yếu thành công nhất vì các tiên đoán của SM đều được kiểm chứng tại máy gia tốc lớn (LHC). SM của vật lý hạt cơ bản dựa trên lý thuyết thống nhất điện yếu nhóm $SU(2)_L \times U(1)_Y$ và lý thuyết QCD nhóm $SU(3)_c$. Một số tiên đoán của SM: sự tồn tại của các hạt boson W^\pm, Z , quark c, t , dòng trung hoà... đều được thực nghiệm kiểm chứng với độ chính xác cao. Hạt W, Z được thực nghiệm kiểm chứng, khối lượng của chúng như mô hình đã đề xuất [1]. Đặc biệt, hạt Higgs đã được tìm thấy năm 2012 tại máy gia tốc năng lượng cao (LHC) tại Trung tâm nghiên cứu hạt nhân Châu Âu bằng hai thiết bị đo độc lập là A Toroidal LHC ApparatuS (ATLAS) và Compact Muon Solenoid (CMS) với khối lượng đo được khoảng 125 – 126 GeV có những đặc tính trùng với Higgs boson của SM đã tiên đoán mà trước đó thực nghiệm chưa tìm thấy [2]. Có thể nói SM là thành công lớn. Tuy nhiên, SM còn nhiều hạn chế khi giải thích các số liệu và thực nghiệm gần đây như:

Vấn đề về Khối lượng của neutrino

Thực nghiệm về sự dao động neutrino cho thấy các neutrino khi chuyển động có khả năng chuyển vị mà xác suất chuyển vị theo cơ học lượng tử phụ

thuộc vào hiệu bình phương khối lượng:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha} &= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i>j} \mathcal{R}(U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j}) \left(1 - \cos \frac{\Delta m_{ji}^2 L}{2E}\right) \\ &\quad - 2 \sum_{i>j} \mathcal{I}(U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\alpha j} U_{\beta j}) \sin \frac{\Delta m_{ji}^2 L}{2E}. \end{aligned} \quad (0.1)$$

Trong đó: \mathcal{R} , \mathcal{I} : thành phần thực và thành phần ảo của số phức tương ứng.

$U_{\alpha i}, U_{\alpha j}, U_{\alpha j}, U_{\beta j}$: các phần tử ma trận trộn.

Δm_{ji}^2 : hiệu bình phương khối lượng của các trạng thái neutrino riêng khối lượng.

L: khoảng cách từ vị trí neutrino được quan sát đến vị trí được dò thấy.

E: năng lượng tới của neutrino.

Dựa vào biểu thức (0.1), để xác suất chuyển vị neutrino khác không thì Δm_{ji}^2 phải khác không, nghĩa là neutrino phải có khối lượng và giữa chúng có sự trộn lẫn. Trong SM, neutrino không có khối lượng và không có sự trộn vị do số lepton thế hệ được bảo toàn.

Cách đơn giản nhất để neutrino có khối lượng là thêm neutrino phân cực phải và xuất hiện số hạng khối lượng từ tương tác giữa Higgs và các neutrino phân cực trái, phải. Trong trường hợp này neutrino là các hạt Dirac fermion. Không có thang năng lượng mới xuất hiện, không có phá vỡ đối xứng số lepton. Muốn khối lượng neutrino là nhỏ thì yêu cầu duy nhất là hằng số tương tác Yukawa của neutrino là rất nhỏ. Nó tạo ra sự phân bậc rất lớn của hằng số tương tác Yukawa trong mô hình. Điều này là không tự nhiên. Để giải quyết vấn đề khối lượng nhỏ của neutrino, người ta đưa neutrino phân cực phải vào mô hình để giải thích dựa trên cơ chế cầu bập bênh (seesaw) [3–9]. Cơ chế seesaw chính tắc trước đây [3, 4, 6] xuất hiện trong các lý thuyết: đối xứng trái phải, thống nhất lớn SO(10) hoặc SM với các neutrino phải như mô hình 3 – 3 – 1... Theo cách này có thể nhận các khối lượng nhỏ của neutrino thông qua cơ chế seesaw [10] thông thường nên thang seesaw sẽ rất cao, có thể vào thang thống nhất lớn và dẫn đến vấn đề phân bậc không tự nhiên trong mô hình 3-3-1 làm việc ở thang TeV. Để giảm thang seesaw cỡ TeV, người ta

có thể giải thích khối lượng nhỏ của neutrino thông qua cơ chế seesaw nghịch đảo [11].

Bên cạnh đó, có những cách giải thích khác như cơ chế bổ đính khối lượng trong các mô hình [12–14], mô hình siêu đối xứng [15–17], mô hình $3 - 3 - 1$ [18–24], mô hình đối xứng trái phải tối thiểu [25–29]...

Vì neutrino phân cực phải chưa được quan sát, các đặc tính của nó hoàn toàn chưa được biết, có một khả năng nó có số lepton bằng không. Hệ quả, vấn đề phân bậc trong thang seesaw được giải quyết, với giá trị tự nhiên cỡ TeV [16]. Tuy nhiên, vấn đề khác phát sinh là tính tự nhiên và nguồn gốc của neutrino phải, tại sao neutrino phải không mang số lepton [30]. Đây là một trong những vấn đề đang được đông đảo cộng đồng khoa học quan tâm.

Vấn đề về vật chất tối

Khi khám phá ra cấu tạo của nguyên tử, các nhà khoa học nghĩ rằng đã hiểu được toàn bộ vật chất cấu tạo nên Vũ trụ. Tuy nhiên, vào năm 1933, nhà thiên văn học người Thụy Sĩ Fitz Zwicky đưa ra ý kiến: cấu thành Vũ trụ phần lớn không phải là vật chất thông thường, mà là một thứ gì đó khác hoàn toàn, thuật ngữ "vật chất tối" để chỉ nhóm vật chất này. Tuy nhiên, luận điểm này bị lãng quên cho tới những năm 1970 khi nhà thiên văn học Vera Rubin phát hiện ra các thiên hà ở gần chúng ta không quay theo cách bình thường. Trong hệ mặt trời, có một quy luật đơn giản càng xa mặt trời thì tốc độ quay của các hành tinh càng chậm do lực hấp dẫn yếu dần. Quy luật này lẽ ra cũng phải đúng với các ngôi sao quay quanh trung tâm thiên hà; các ngôi sao xa nhất sẽ di chuyển chậm nhất. Tuy nhiên, theo Rubin quan sát, các ngôi sao ở xa cũng quay quanh tâm thiên hà nhanh như các ngôi sao ở gần. Vì tốc độ quay của các ngôi sao lớn, nên phải có một thứ gì đó giữ chúng trên quỹ đạo để không bị văng ra ngoài. Các nhà khoa học thống nhất gọi đó là vật chất tối (DM), thành phần cơ bản cấu tạo nên Vũ trụ [31].

Không giống như vật chất thông thường, DM không có tương tác điện từ. Điều này có nghĩa là DM không hấp thụ, phản xạ hoặc phát ra ánh sáng,

khiến nó vô cùng khó phát hiện. Trên thực tế, các nhà nghiên cứu có thể suy luận sự tồn tại của DM từ hiệu ứng thấu kính hấp dẫn. Hiện nay, bằng chứng thực nghiệm có ý nghĩa định lượng nhất về DM chính là sự tiên đoán sự tồn tại của DM còn dựa trên sự phân tích bức xạ nền Vũ trụ. Các dữ liệu về phân bố vật chất trong vũ trụ từ Planck và WMAP , cho thấy khoảng 5% vật chất thông thường, 68.5% năng lượng tối, 26.5% DM [32, 33] . Nhưng SMC không chỉ ra tại sao vật chất trong Vũ trụ lại phân bố như vậy và SM cũng không cho thấy sự có mặt của DM. Đây cũng là một động lực lớn để các nhà vật lý lý thuyết tiếp tục mở rộng SM để tìm kiếm hạt DM cũng như tìm ra Vật lý mới.

Theo quan điểm của vật lý hạt cơ bản, DM được phân loại theo vận tốc chuyển động của chúng như sau:

- DM nóng là các hạt vật chất có khối lượng nhẹ và chuyển động nhiệt với vận tốc rất lớn. Neutrino là ứng viên cho DM nóng.
- DM lạnh là các hạt có khối lượng và chuyển động với vận tốc nhỏ. Các ứng viên có thể là neutralino, boson Higgs, axion...
- DM ấm là những hạt có tính chất trung gian giữa DM nóng và DM lạnh.

Lúc đầu người ta cho rằng các hạt neutrino hầu như không tương tác với bất kỳ hạt nào khác. Các nhà nghiên cứu đề xuất ý tưởng, tổng khối lượng tất cả các neutrino trong Vũ trụ chính là phần khối lượng hấp dẫn còn thiếu để cân bằng. Như vậy, neutrino sẽ là DM nóng, nghĩa là chúng rất nhẹ và có tốc độ di chuyển cao. Tuy nhiên, khi thử mô phỏng Vũ trụ với DM nóng đã thấy rằng giả thiết này không thể xảy ra. Vũ trụ với DM nóng khác hoàn toàn với Vũ trụ thực. Từ đó, các nhà khoa học đi đến kết luận, DM phải là DM lạnh và di chuyển chậm. Với một số nghiên cứu khác, DM là những hạt có khối lượng lớn nhưng tương tác yếu (WIMP). Vì tương tác yếu với vật chất thông thường khiến DM khó phát hiện. Chúng có thể là các hạt fermion, boson chuẩn hoặc Higgs boson. Điều này đã được chỉ ra ở nhiều nghiên cứu [34–39].

DM đã được nghiên cứu trong mô hình $3 - 3 - 1$ với lepton mang điện

ngoại lai [40], DM đã được đồng nhất là chưa đúng (hoặc nó là mode Goldstone không vật lý hoặc là vô hướng có trung bình chân không) và do đó rõ ràng. Thực tế, mô hình này không có DM. Trong mô hình $3 - 3 - 1$ với các neutrino phân cực phải [41], hạt DM đã được đồng nhất đúng, tuy nhiên tính bền của DM không được đảm bảo do hiệu ứng lượng tử. Chính vì vậy, tính bền của DM trong các SM mở rộng là một trong các yếu tố rất quan trọng. Vì nếu thời gian sống của DM không đủ bền thì ta có thể phát hiện ra nó thông qua các sản phẩm rã của chúng.

Cơ chế bền cho DM trong mô hình $3 - 3 - 1$ do các đối xứng bổ sung đã được thảo luận [42, 43], ở đây ba ứng cử viên cho hạt DM (vô hướng, fermion và có thể vector) đã được đồng nhất. Tuy nhiên, đối xứng Z_2 chắc chắn bị phá vỡ bởi các chân không Higgs. Số lepton cũng bị vi phạm hoặc phá vỡ do sinh khối lượng cho neutrino. Đối xứng mới $U(1)_G$ sẽ bị phá vỡ tự phát do nó hoạt động như một đối xứng chuẩn. Vì vậy, các hạt DM đó sẽ rã và không bền [34, 35, 38, 39, 47].

Để đảm bảo tính bền của DM, người ta thường đưa thêm các đối xứng vào SM mở rộng. Phổ biến nhất là đưa thêm đối xứng gián đoạn vào mô hình để hạn chế tương tác của chúng với vật chất thông thường. Cách làm này cũng đã được áp dụng cho các phiên bản DM trong mô hình $3 - 3 - 1$ với đa tuyến Higgs trơ [44]. Với cách làm này, mô hình tiên đoán ứng cử viên của DM là hạt vô hướng trơ, khối lượng của DM lớn hơn thang điện yếu, cỡ TeV. Tuy nhiên, nguồn gốc của đối xứng gián đoạn không được đề cập. Bên cạnh đó, các ý tưởng đơn giản hơn như mở rộng SM bằng cách thêm một đơn tuyến vô hướng thực trung hoà và đối xứng Z_2 , thêm một lưỡng tuyến vô hướng và đối xứng Z_2 hoặc thêm một đối xứng chuẩn $U(1)$ với các phá vỡ về nhóm gián đoạn Z_N . Những lý thuyết như vậy có thể cho giải thích về DM, tuy nhiên chúng được đưa vào bằng tay rất tùy tiện, không có căn nguyên, động lực rõ ràng.

Siêu đối xứng là lý thuyết rất tự nhiên cho DM vì đối xứng R-parity (chẵn lẻ vật chất và spin) đảm bảo tính bền của DM. Lý thuyết này có cơ sở gắn với việc giải quyết vấn đề phân bậc do sự không bền của khối lượng

Higgs dưới hiệu ứng lượng tử. Tuy nhiên, để giải thích phân bậc, các hạt mới - hạt siêu đối xứng bị giới hạn cỡ hoặc nằm dưới thang TeV. Cho đến bây giờ các hạt siêu đối xứng chưa được tìm thấy. Không gian tham số bị giới hạn rất hẹp bởi các thực nghiệm LEP, Tevatron và LHC.

Vấn đề về tham số ρ

Trong SM, các hằng số tương tác của Higgs với các boson chuẩn, được xác định từ Lagangian tương tác:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{HB}} &= (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) \\ &\supset \frac{g^2v}{2}h^0W^{\mu+}W_\mu^- + \frac{g'^2v}{2}h^0Z^\mu Z_\mu.\end{aligned}\quad (0.2)$$

Từ (0.2) cho chúng ta xác định được hằng số tương tác. Do đó, tham số ρ được xác định:

$$\rho_{SM} = \frac{g^2}{g'^2c_W} = \frac{m_{W^\pm}^2}{m_Z^2c_W^2} = 1. \quad (0.3)$$

Tuy nhiên kết quả thực nghiệm cho thấy $\rho_{ex} > 1$, trong tài liệu [45]. Như vậy có sự khác biệt rất nhỏ $\Delta\rho$ giữa lý thuyết SM và thực nghiệm. Sự lệch rất nhỏ này được kỳ vọng do đóng góp từ bỏ đỉnh bậc cao, tuy nhiên đóng góp bỏ đỉnh cũng chưa phù hợp với thực nghiệm [46]. Như vậy, sự lệch rất nhỏ này rất có thể là do sai số thống kê từ thực nghiệm, cũng có thể do đóng góp từ vật lý mới ngoài SM. Vấn đề đóng góp từ vật lý mới vào tham số ρ sẽ được thảo luận ở các phần sau của luận án.

Bên cạnh những vấn đề liệt kê kể trên, thì cả hai mô hình SM và SMC cũng không đưa ra được lời giải thích cho: sự bất đối xứng giữa vật chất và phản vật chất, các vấn đề của Vũ trụ sớm (đơn cực từ, Vũ trụ phẳng, đường chân trời), vấn đề về ảnh hưởng qua lại giữa tương tác hấp dẫn và các tương tác còn lại... Từ những tồn tại của SM, có rất nhiều mô hình vật lý mới ra đời và chủ yếu tập trung vào giải quyết một số vấn đề lớn của thực nghiệm như vấn đề về DM, khối lượng neutrino, vật lý mới. Chính vì vậy, luận án tập trung nghiên cứu lớp các mô hình mở rộng dựa trên nhóm đối xứng chuẩn

$SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$, gọi tắt là 3–P–1–1. Ưu điểm khác biệt của lớp các mô hình này là có thể tìm cơ chế phá vỡ đối xứng sao cho đối xứng tàn dư sẽ đóng vai trò đảm bảo tính chất bền vững của DM. Các phiên bản trước với làm việc với $P = 3$ [47], cho thấy đối xứng tàn dư là một nhóm Z_2 . Các ứng cử viên có thể là một trong các trường có Z_2 lẻ. Trong luận án này, chúng tôi sẽ đề cập đến lớp mô hình với P là nguyên và tùy ý. Chúng tôi sẽ chứng minh nếu mô hình với $4 \leq P$ thì có thể tồn tại nhiều hơn một nhóm đối xứng gián đoạn tàn dư nên các mô hình dự đoán ứng cử viên cho DM có nhiều thành phần. Mô hình đơn giản nhất là mô hình tối thiểu 3–4–1–1, chứa DM hai thành phần. Do nhóm đối xứng chứa hai nhóm giao hoán nên về mặt nguyên tắc sẽ chứa số hạng trộn động năng giữa hai nhóm. Chính vì vậy, luận án sẽ hướng tới nghiên cứu một số hiệu ứng vật lý mới gắn liền với tương tác của các boson - hiệu ứng trộn động năng. Bên cạnh đó, luận án còn nghiên cứu khối lượng của neutrino.

Mục đích nghiên cứu

- Nghiên cứu hiệu ứng trộn của các boson chuẩn trong mô hình 3–4–1–1 có xét đến số hạng trộn động năng.
- Giải quyết vấn đề về DM nhiều thành phần trong mô hình 3–4–1–1.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Đối tượng nghiên cứu: Các hạt boson chuẩn trong mô hình 3–4–1–1, các hạt mới đồng nhất là DM: các hạt boson chuẩn mới, các fermion mới và các hạt vô hướng mới.
- Phạm vi nghiên cứu: Mô hình 3–4–1–1 .

Nội dung nghiên cứu

- Tổng quan về SM.

- Nghiên cứu lý thuyết về mô hình $3 - 4 - 1 - 1$
- Khảo sát mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ với hiệu ứng trộn động năng.
- Khảo sát mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ với DM nhiều thành phần.

Phương pháp nghiên cứu

- Lý thuyết trường lượng tử.
- Lý thuyết nhóm.
- Sử dụng phần mềm Mathematica tính số và vẽ đồ thị.

Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu và phụ lục, nội dung chính của luận án được trình bày trong 3 chương. Nội dung của các chương được bố cục như sau:

- Trong chương 1: Giới thiệu tổng quan về SM, ưu nhược điểm của SM.
- Trong chương 2: Giới thiệu về lý thuyết không giao hoán ($B - L$), DM nhiều thành phần trong lý thuyết không giao hoán ($B - L$).
- Trong chương 3: Nghiên cứu mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ tối thiểu về hiệu ứng trộn động năng.

CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU VỀ MÔ HÌNH CHUẨN

1.1. Tổng quan về SM

1.1.1. Đối xứng chuẩn

SM mô tả tương tác mạnh, tương tác điện từ và tương tác yếu dựa trên nhóm đối xứng chuẩn $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ gọi tắt là nhóm $(3 - 2 - 1)$ [48–52]. Trong đó, $SU(3)_C$ không bị phá vỡ, là nhóm đối xứng màu mô tả tương tác mạnh, tác động lên các hạt quark mang tích màu thông qua tám hạt boson chuẩn không khối lượng tương ứng với tám vi tử của nhóm $SU(3)_C$, gọi là các gluon (G^a , với $a = 1 \dots 8$). Còn $SU(2)_L \times U(1)_Y$ thống nhất tương tác điện yếu, tác động lên các fermion (bao gồm quark và lepton - thành phần chính cấu tạo nên Vũ trụ), thông qua bốn boson chuẩn tương ứng với các vi tử của nhóm $SU(2)_L \times U(1)_Y$ là các hạt truyền tương tác điện từ là photon (không khối lượng) và ba hạt boson chuẩn có khối lượng W^\pm, Z truyền tương tác yếu.

1.1.2. Sắp xếp các hạt

Trong SM, các fermion phân cực trái biến đổi lưỡng tuyến dưới nhóm $SU(2)_L$, các fermion phân cực phải biến đổi đơn tuyến dưới nhóm $SU(2)_L$, toán tử điện tích $Q = T_3 + Y/2$, với T_3 là vi tử chéo của nhóm $SU(2)_L$, Y là siêu tích yếu: với đơn tuyến siêu tích yếu bằng 2 lần điện tích: $Y = 2Q$, đối với lưỡng tuyến siêu tích yếu bằng điện tích: $Y = Q$. Như vậy, các fermion gồm các lepton và các quark được sắp xếp dưới biến đổi chuẩn như sau:

$$\begin{aligned}\psi_{aL} &= \begin{pmatrix} \nu_{aL} \\ e_{aL} \end{pmatrix} \sim (1, 2, -1), \\ e_{aR} &\sim (1, 1, -2) \quad .\end{aligned}\tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}Q_{aL} &= \begin{pmatrix} u_{aL} \\ d_{aL} \end{pmatrix} \sim \left(3, 2, \frac{1}{3}\right), \\ u_{aR} &\sim \left(3, 1, \frac{4}{3}\right), \quad d_{aR} \sim \left(3, 1, -\frac{2}{3}\right),\end{aligned}\tag{1.2}$$

trong đó $a = 1, 2, 3$ là chỉ số thế hệ.

Trong SM, số hạng khối lượng của fermion không bất biến dưới nhóm đối xứng chuẩn vì sự biến đổi khác nhau giữa các fermion phân cực trái và phân cực phải. Các boson chuẩn do chúng biến đổi như là một biểu diễn phó dưới phép biến đổi chuẩn nên số hạng khối lượng của chúng cũng không bất biến chuẩn. Do vậy, người ta đưa vào lưỡng tuyến Higgs phá vỡ đối xứng tự phát để sinh khối lượng cho các fermion và các lepton trong mô hình. Lưỡng tuyến Higgs được ký hiệu là ϕ và biến đổi dưới nhóm đối xứng chuẩn như sau:

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1).\tag{1.3}$$

1.1.3. Lagrangian

Với cấu trúc hạt trong SM được trình bày ở trên, Lagrangian tái chuẩn hóa tổng quát nhất có dạng như sau:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} + \mathcal{L}_{Yuk} + V_\phi + \mathcal{L}_{gf} + \mathcal{L}_{FPG},\tag{1.4}$$

trong đó, \mathcal{L}_{kin} không chỉ chứa số hạng động năng của các trường mà còn chứa các số hạng tương tác giữa các trường và các hạt boson chuẩn. Số hạng động năng của trường Higgs, sau khi phá vỡ đối xứng còn đưa ra phổ khối lượng của trường chuẩn. \mathcal{L}_{Yuk} mô tả tương tác của các quark và các lepton mang điện với trường vô hướng Higgs. Sau khi phá vỡ đối xứng, số hạng này chứa

số hạng khối lượng của các hạt fermion. V_ϕ là thế vô hướng của trường Higgs. Lagrangian cố định chuẩn \mathcal{L}_{gf} cho số hạng cố định chuẩn dạng $\frac{1}{2\xi}(\partial^\mu A_\mu)^2$ và các số hạng trộn lẫn giữa các trường chuẩn với các Goldstone. Trong \mathcal{L}_{FPG} có các số hạng "dạng khối lượng", số hạng trường ma.

1.1.4. Thế vô hướng và Cơ chế Higgs

Thế Higgs bất biến dưới phép biến đổi chuẩn và tái chuẩn hoá được của trường vô hướng (1.3) có dạng như sau:

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.5)$$

Khai triển trường Higgs xung quanh các trị trung bình chân không (VEVs) ta có điều kiện cực tiểu của thế: $v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$, và điều kiện bền của cực tiểu đòi hỏi: $\mu^2 < 0, \lambda > 0$. Sau khi thay điều kiện cực tiểu vào thế Higgs, ta thu được hạt Higgs vật lý là h và hai hạt không khối lượng được đồng nhất là hạt Goldstone boson, G_Z, G_{W^\pm} , bị ăn bởi hạt boson chuẩn W^\pm và Z . Lượng tuyến ϕ khai triển theo trạng thái vật lý có dạng như sau:

$$\phi = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{v+h+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Chúng tôi nhấn mạnh, thành phần thực h có khối lượng, gọi là Higgs boson, với khối lượng của h là:

$$m_h^2 = 2\lambda v^2. \quad (1.7)$$

Thực nghiệm [1] đã xác định khối lượng của hạt h :

$$m_h = 125.09 \pm 0.24 \text{ GeV}. \quad (1.8)$$

1.2. Khối lượng của các fermion trong SM

Trong SM thì neutrino không có khối lượng là do mô hình chỉ đưa vào neutrino phân cực trái mà không có phân cực phải. Các lepton mang điện có khối lượng thông qua tương tác Yukawa. Khi xây dựng tương tác Yukawa

cần dựa trên hai điều kiện cơ bản là bất biến dưới phép biến đổi chuẩn và tái chuẩn hoá được. Với sự sắp xếp của các hạt như trên, tương tác Yukawa được viết:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = Y_{ij}^e \bar{\psi}_L^i \phi e_R^j + Y_{ij}^d \bar{Q}_L^i \phi d_R^j + Y_{ij}^u \bar{Q}_L^i (i\sigma_2 \phi^*) u_R^j + H.c., \quad (1.9)$$

trong đó $Y_{ij}^{e,d,u}$ là các phần tử của ma trận (3×3) gọi là hằng số tương tác Yukawa.

Sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, thu được các ma trận khối lượng trộn giữa các lepton mang điện, các quark loại u và các quark loại d như sau:

$$M^e = -\frac{v}{\sqrt{2}} Y^e, \quad M^u = -\frac{v}{\sqrt{2}} Y^u, \quad M^d = -\frac{v}{\sqrt{2}} Y^d. \quad (1.10)$$

Vì các hằng số $Y^{e,u,d}$ có dạng bất kỳ nên có thể dùng hai phép biến đổi unitary để đưa chúng về dạng chéo:

$$\begin{aligned} Y^e &\rightarrow \hat{Y}_e = U_{eL} Y^e U_{eR}^\dagger, \\ Y^u &\rightarrow \hat{Y}_u = V_{uL} Y^u V_{uR}^\dagger, \\ Y^d &\rightarrow \hat{Y}_d = V_{dL} Y^d V_{dR}^\dagger, \end{aligned} \quad (1.11)$$

Khi chuyển cơ sở để thu được $Y^{e,u,d}$ về dạng chéo và thực như sau:

$$\begin{aligned} \hat{Y}^e &= \text{diag}(y_e, y_\mu, y_\tau), \\ \hat{Y}^u &= \text{diag}(y_u, y_c, y_t), \\ \hat{Y}^d &= \text{diag}(y_d, y_s, y_b). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Các trạng thái vật lý trong cơ sở có các hằng số tương tác Yukawa có dạng chéo được ký hiệu như sau:

$$\left(\begin{array}{c} \nu_{eL} \\ e_L \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{array} \right); \quad e_R, \mu_R, \tau_R. \quad (1.13)$$

$$\left(\begin{array}{c} u_{dL} \\ d_L \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} u_{sL} \\ s_L \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} u_{bL} \\ b_L \end{array} \right); \quad d_R, s_R, b_R. \quad (1.14)$$

$$\begin{pmatrix} u_{dL} \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ d_{cL} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ d_{tL} \end{pmatrix}; \quad u_R, c_R, t_R. \quad (1.15)$$

Chú ý rằng, ma trận $V = V_{uL}V_{dL}^\dagger$ là đại lượng vật lý và có vai trò quan trọng trong tương tác của dòng mang điện. Đặc biệt, tương tác Yukawa là nguồn gây ra vi phạm đối xứng CP. Sau khi chéo hoá các ma trận khối lượng, thu được khối lượng vật lý của các lepton mang điện và các quark như sau:

$$m_e = \frac{y_e v}{\sqrt{2}}, \quad m_\mu = \frac{y_\mu v}{\sqrt{2}}, \quad m_\tau = \frac{y_\tau v}{\sqrt{2}}, \quad (1.16)$$

$$m_u = \frac{y_u v}{\sqrt{2}}, \quad m_c = \frac{y_c v}{\sqrt{2}}, \quad m_t = \frac{y_t v}{\sqrt{2}}, \quad (1.17)$$

$$m_d = \frac{y_d v}{\sqrt{2}}, \quad m_s = \frac{y_s v}{\sqrt{2}}, \quad m_b = \frac{y_b v}{\sqrt{2}}, \quad (1.18)$$

$$m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu} = m_{\nu_\tau} = 0. \quad (1.19)$$

Như vậy, tất cả các hạt fermion mang điện nhận được khối lượng Dirac sau khi phá vỡ đối xứng tự phát. Tuy nhiên, Các neutrino không khối lượng. **Như vậy, trong SM neutrino có khối lượng bằng không.**

1.3. Khối lượng của các boson chuẩn - Tương tác của các boson chuẩn

Số hạng động năng của trường Higgs sinh khối lượng cho các hạt boson chuẩn sau khi đối xứng bị phá vỡ tự phát. Các số hạng động năng khác sẽ tạo ra tương tác của boson chuẩn với các hạt vật lý và số hạng tự tương tác của các hạt boson chuẩn. Trong SM, các boson chuẩn biến đổi dưới nhóm chuẩn như sau:

$$G_a^\mu \sim (8, 1, 0), W_a^\mu \sim (1, 3, 0), B^\mu \sim (1, 1, 0) \quad a = 1, 2, 3. \quad (1.20)$$

Số hạng động năng của tất cả các trường trong SM có dạng như sau:

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{4}G^{\mu\nu a}G_{\mu\nu a} - \frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+W^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}
& -i\bar{Q}_{aL}\gamma^\mu D_\mu Q_{aL} - i\bar{\psi}_{aL}\gamma^\mu D_\mu \psi_{aL} - i\bar{e}_{aR}\gamma^\mu D_\mu e_{aR} \\
& -i\bar{u}_{aR}\gamma^\mu D_\mu u_{aR} - i\bar{d}_{aR}\gamma^\mu D_\mu d_{aR} - (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi). \quad (1.21)
\end{aligned}$$

$G^{\mu\nu}, W_a^{\mu\nu}, B^{\mu\nu}$ lần lượt là tensor cường độ trường của nhóm $SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y$, cụ thể:

$$\begin{aligned}
G_a^{\mu\nu} &= \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - g_s f_{abc} G_b^\mu G_c^\nu, \\
W_a^{\mu\nu} &= \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - g \epsilon_{abc} W_b^\mu W_c^\nu, \\
B^{\mu\nu} &= \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu, \quad (1.22)
\end{aligned}$$

ở đây, f_{abc}, ϵ_{abc} là hằng số cấu trúc của các nhóm $SU(3), SU(2)$. Đạo hàm hiệp biến của các trường vô hướng và fermion được viết:

$$\begin{aligned}
D_\mu \psi &= (\partial_\mu + ig T_a W_\mu^a - ig' B_\mu) \psi, \\
D_\mu e_{aR} &= (\partial_\mu - 2ig' B_\mu) e_{aR}, \\
D_\mu Q_{aL} &= \left(\partial_\mu + ig_s L_a G_\mu^a + ig T_a W_\mu^a + ig' \frac{1}{3} B_\mu \right) Q_{aL}, \\
D_\mu u_{aR} &= (\partial_\mu + ig_s L_a G_\mu^a + ig' \frac{4}{3} B_\mu) u_{aR}, \\
D_\mu d_{aR} &= (\partial_\mu + ig_s L_a G_\mu^a - ig' \frac{2}{3} B_\mu) u_{dR}, \quad (1.23)
\end{aligned}$$

trong đó ($a = 1, 2, 3$), L_a là vi tử của nhóm $SU(3)_C$. Đối với biểu diễn đơn tuyến thì $L_a = 0$, với biểu diễn tam tuyến thì $L_a = \frac{1}{2} \lambda_a$, (λ_a là các ma trận Gell-Mann). T_a là các vi tử của nhóm $SU(2)_L$. Đối với biểu diễn đơn tuyến thì $T_a = 0$, với biểu diễn lưỡng tuyến thì $T_a = \frac{1}{2} \sigma_a$ (σ_a là các ma trận Pauli). Y là siêu tích yếu của các trường. g_s, g, g' lần lượt là các hằng số tương tác của các nhóm chuẩn $SU(3)_C, SU(2)_L$ và $U(1)_Y$ và G_μ^a, W_μ^a, B_μ là các trường chuẩn tương ứng.

Phổ khối lượng của các hạt boson chuẩn được xác định từ số hạng đạo hàm hiệp biến của lưỡng tuyến vô hướng Higgs sau khi thay trường Higgs bằng trị trung bình chân không. Cụ thể:

$$\mathcal{L}_{gauge-mass} = (D^\mu \langle \phi \rangle)^\dagger (D_\mu \langle \phi \rangle), \quad (1.24)$$

với:

$$D_\mu \langle \phi \rangle = (\partial_\mu + ig T_a W_\mu^a + ig' B_\mu) \langle \phi \rangle. \quad (1.25)$$

Thay biểu thức (1.25) vào biểu thức (1.24), đồng thời chéo hoá ma trận khối lượng, thu được các trường vật lý tương ứng:

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu, \\ Z_\mu &= c_W W_\mu^3 - s_W B_\mu, \\ W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \end{aligned} \quad (1.26)$$

ở đây, $s_W = \sin \theta_W$, $c_W = \cos \theta_W$, θ_W là góc trộn lẫn giữa W_μ^3 và B_μ , θ_W được gọi là góc Weinberg với $\tan \theta_W = g'/g$, W_μ^\pm là boson chuẩn mang điện, A_μ, Z_μ là boson chuẩn trung hoà. Trong hệ cơ sở vật lý, (1.24) được viết lại:

$$\mathcal{L}_{gauge-mass} = \frac{1}{4}g^2v^2W^{+\mu}W_\mu^- + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)v^2Z^\mu Z_\mu. \quad (1.27)$$

Từ (1.27), khối lượng các hạt boson chuẩn A, Z, W^\pm là:

$$m_A = 0, \quad m_Z = \frac{gv}{2c_W}, \quad m_{W^\pm} = \frac{gv}{2}. \quad (1.28)$$

Thực nghiệm xác định được $\sin^2 \theta_W \simeq 0.231$. Mặt khác, khi đồng nhất hai hệ số đỉnh của lý thuyết Fermi và lý thuyết Glashow - Weinberg - Salam thì $G_F/\sqrt{2} \sim g^2/8m_W^2$ thu được $v \simeq 246$ GeV. Đồng thời liên hệ với hằng số tương tác điện từ $e = g \sin \theta_W$, thu được $m_W \simeq 80$ GeV và $m_Z \simeq 91$ GeV. SM tiên đoán $\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 c_{\theta_W}^2} = 1$. Tuy nhiên, theo kết quả thực nghiệm [1]: $m_W = 80.385 \pm 0.015$ GeV, $m_Z = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV. Do đó, tham số ρ xác định bởi thực nghiệm và SM có sự sai lệch. **Như vậy, có thể có đóng góp của vật lý mới vào tham số ρ .**

1.4. Dòng trung hoà

Lagrangian trong phương trình (1.21) chứa tương tác của các boson chuẩn trung hoà với các fermion. Chúng ta chia thành tương tác dạng dòng. SM chứa hai dòng tương tác gọi là dòng trung hoà và dòng mang điện. Trong đó, dòng trung hoà có dạng như sau:

$$\mathcal{L}_{NC} = g_{SW} J_\mu^{em} A^\mu + \frac{g}{2c_W} J_\mu^0 Z^\mu, \quad (1.29)$$

với J_μ^{em}, J_μ^0 lần lượt là dòng mang điện và dòng trung hoà tương ứng:

$$\begin{aligned} J_\mu^{em} &= Q(f)\bar{f}\gamma_\mu f, \\ J_\mu^0 &= \bar{f}\gamma_\mu \left[g_V^{Z\mu}(f) - g_A^{Z\mu}(f)\gamma_5 \right] f, \end{aligned} \quad (1.30)$$

hằng số g_V^f và g_A^f có dạng:

$$g_V^f = g_L^f + g_R^f \quad g_A^f = g_L^f - g_R^f, \quad (1.31)$$

với $g_{L,R}^f = T_3(f_{L,R}) - s_W^2 Q(f)$. Biểu thức $g_{L,R}^f$ của từng fermion:

$$\begin{aligned} g_L^\nu &= \frac{1}{2}, & g_R^\nu &= 0, \\ g_L^e &= -\frac{1}{2} + s_W^2, & g_R^e &= s_W^2, \\ g_L^u &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3}s_W^2, & g_R^u &= -\frac{2}{3}s_W^2, \\ g_L^d &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s_W^2, & g_R^d &= \frac{1}{3}s_W^2. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Chú ý rằng, các dòng trung hoà nối các fermion cùng loại, nghĩa là cùng ở phía trên hoặc cùng ở phía dưới của lưỡng tuyến. Trong khi đó, với dòng mang điện thì boson W nối các fermion trên với fermion dưới. **Từ cấu trúc các hạt của SM và các tương tác của các hạt, ta nhận thấy SM không chứa ứng cử viên thoả mãn tính chất của DM.** Vì các hạt DM không tham gia các tương tác mạnh, tương tác điện từ, chúng chỉ có tham gia tương tác hấp dẫn và phải là hạt trung hoà về điện, không màu. DM có thể có tương tác yếu với cường độ rất bé để đảm bảo thời gian sống của DM là lớn hơn tuổi của Vũ trụ.

1.5. Kết luận chương 1

Trong chương này, chúng tôi điểm nhanh những nét cơ bản trong SM. Cụ thể, chúng tôi trình bày những nét chính về đối xứng của SM, cách sắp xếp các fermion, phổ khối lượng các hạt trong phần boson chuẩn và vô hướng, các dòng tương tác. Chúng tôi đưa ra một số điểm nổi bật của SM như sự tiên đoán khối lượng các hạt W, Z cũng như mô tả thành công thống nhất

các tương tác điện yếu, bên cạnh đó cũng đưa ra một số vấn đề chưa thể giải quyết được trong phạm vi của SM có liên quan đến nội dung của luận án như vấn đề về khối lượng neutrino, DM và tham số ρ .

Từ những tồn tại của SM cho thấy việc mở rộng SM là cần thiết. SM có thể được mở rộng theo nhiều cách, trong đó có cách mở rộng nhóm chuẩn để giải quyết một số hạn chế mà SM chưa giải quyết được. Vì vậy, luận án sẽ tập trung trình bày các kết quả nghiên cứu ở chương 2 và chương 3 trong mô hình mở rộng $3 - 4 - 1 - 1$ về khối lượng neutrino, vấn đề về DM. Mô hình mở rộng chứa đựng hai nhóm đối xứng giao hoán nên phân động năng của trường chuẩn sẽ chứa số hạng trộn động năng của các boson chuẩn ứng với nhóm giao hoán. Chúng tôi sẽ đánh giá kỹ vai trò của hiệu ứng trộn động năng đến một số quá trình vật lý cụ thể.

CHƯƠNG 2. CÁC THÀNH PHẦN VẬT CHẤT TỐI TRONG LÝ THUYẾT KHÔNG GIAO HOÁN $B - L$

Như đã đề cập ở phần giới thiệu, SM đã rất thành công trong việc mô tả các tương tác mạnh, điện từ và yếu vì các hệ quả suy ra từ SM đã được kiểm chứng và đặc biệt là dự đoán sự tồn tại của Higgs. Tuy nhiên, SM cũng còn bỏ ngỏ một số kết quả thực nghiệm gần đây. Chẳng hạn các bằng chứng thực nghiệm về dao động neutrino đã chỉ ra rằng: các neutrino có khối lượng nhỏ, khác không và sự pha trộn vị, không thể giải quyết được trong SM [53, 54]. Ngoài ra, SM không giải quyết được vấn đề về Vũ trụ liên quan vật lý hạt, như là sự bất đối xứng vật chất - phản vật chất của Vũ trụ [55] và thực tế là SM chỉ giải quyết khoảng 5% hàm lượng vật chất của Vũ trụ. Phần còn lại bao gồm 26.5% vật chất tối và 68.5% năng lượng tối, tất cả đều vượt ra ngoài SM [32, 33]. Trong chương này, chúng tôi tập trung vào vấn đề của DM.

Ứng cử viên DM được nghiên cứu rộng rãi nhất trong vật lý hạt và Vũ trụ học là một hạt mới, không màu, trung hoà về điện và tương tác yếu, được gọi là hạt WIMP [56, 57]. Các hạt như vậy phát sinh tự nhiên trong nhiều phiên bản mở rộng của SM: từ các mô hình siêu đối xứng [58–61] đến mô hình có mở rộng nhóm chuẩn [62–65], một số ít trong các SM mở rộng phổ Higgs [66–69] và một số hướng thú vị khác [44, 47, 70–96]. Các ứng cử viên cho DM bị áp đặt bởi một số điều kiện như điều kiện bền (điều kiện ổn định về thang thời gian Vũ trụ), mật độ tàn dư [32, 33], tìm kiếm trực tiếp [97–101], tìm kiếm gián tiếp [102–106] và tìm kiếm tại máy va chạm hạt [107, 108]. Các ứng cử viên DM có thể là fermion, vector hoặc vô hướng với các thang khối

lượng khác nhau từ vài GeV đến vài TeV. Tính bền của ứng viên DM thường được đảm bảo bởi đối xứng gián đoạn, chẳng hạn như R-parity trong siêu đối xứng, KK-parity trong phổ nhiều chiều, T- chẵn lẻ trong lý thuyết hạt Higgs, vật chất chẵn lẻ trong phần mở rộng $(B - L)$ [47, 109, 110] hoặc lepton trong sơ đồ tạo khối lượng neutrino [111]. Nói chung, tất cả các hạt trong SM là chẵn trong khi các hạt mới có liên quan là lẻ, sao cho hạt lẻ nhẹ nhất là bền và đóng góp vào DM. Đối xứng rời rạc áp đặt lên hệ có thể là đối xứng chính xác hoặc đối xứng xấp xỉ. Nguồn gốc của đối xứng gián đoạn là một trong những câu hỏi đặt ra của các nhà nghiên cứu lý thuyết. Chính vì vậy, các khả năng đối xứng rời rạc phát sinh như một đối xứng tàn dư của đối xứng chuẩn là một trong các hướng đi hấp dẫn bởi vì đối xứng chuẩn không chỉ xác định và ổn định DM mà còn thiết lập các tương tác DM và các vật thể quan sát được không giống như DM trong các mô hình trước đó.

Các thực nghiệm đã đề cập mật độ tàn dư, tìm kiếm trực tiếp và gián tiếp, máy va chạm hạt vẫn chưa tìm ra được bức tranh hạt của DM. Rõ ràng là các lý thuyết được đề cập thường cho rằng DM được cấu tạo từ một loại hạt đơn - hạt nhẹ nhất là hạt lẻ dưới phép đối xứng rời rạc. Từ khi thành phần DM vẫn còn bỏ ngõ, không có lý do gì DM lại xuất phát từ một hạt đơn. Phiên bản của DM nhiều thành phần là tự nhiên theo quan điểm cấu trúc phong phú của vật chất bình thường ổn định - các nguyên tử. Hơn nữa, chúng được thúc đẩy về hiện tượng hoặc lý thuyết [112–131] và tiết lộ điều thú vị về cấu trúc thiên hà [132, 133]. Các phiên bản của DM đa thành phần đặc biệt để thích ứng với nhiều dòng tia gama và tăng cường tín hiệu DM [134–140], cũng như các tương tác DM [141, 142]. Về mặt lý thuyết, để có một phiên bản về DM đa thành phần, cách đơn giản nhất là thêm vào SM một đối xứng rời rạc $Z_2 \otimes Z_2$. Người ta cũng có thể thêm bằng tay một đối xứng Z_2 chính xác vào siêu đối xứng của mô hình hoặc mô hình phụ hoặc mô hình $U(1)_{B-L}$. Bên cạnh đó, có cách tiếp cận thú vị khác [143–158]. Vì cấu trúc DM được tăng thêm nên các phiên bản có hệ quả có hiện tượng luận thú vị, thu hút các nghiên cứu hiện tại.

Trong các phiên bản mở rộng của SM thì phiên bản mà tích $(B - L)$

được mô tả là tích chuẩn có đặc tính thú vị. Phiên bản này có thể giải thích khối lượng neutrino nhỏ thông qua sự xuất hiện của neutrino phải. Neutrino phải xuất hiện là do yêu cầu khử dị thường của nhóm đối xứng chuẩn $(B - L)$. Khối lượng neutrino phải phụ thuộc vào thang năng lượng phá vỡ $(B - L)$ [3–8, 159–161]. Trong các lý thuyết mô tả $(B - L)$ là tích chuẩn, tồn tại những lý thuyết mà tích $(B - L)$ không giao hoán. Tích không giao hoán $(B - L)$ cho phép phân DM và vật chất thông thường có thể thống nhất không tầm thường trong một đa tuyến của nhóm chuẩn. Đối xứng tàn dư sau khi phá vỡ đối xứng chuẩn $(B - L)$ sẽ quyết định sự bền vững của DM [44, 47, 80–86, 90, 94]. DM nằm một phần trong đa tuyến nên đối xứng chuẩn sẽ chi phối các tín hiệu quan sát DM. Các quá trình lạm phát và sinh phản đối xứng lepton sẽ liên quan trực tiếp tới đối xứng chuẩn $(B - L)$ khi thang năng lượng phá vỡ đối xứng là cao [84, 91, 95, 162].

Trong chương này, chúng tôi xuất từ giả thiết đối xứng spin đồng vị yếu là cao hơn nhóm đối xứng đó trong SM, giả thiết nhóm mô tả đối xứng spin đồng vị yếu là nhóm $SU(P)_L$. Do đó, nhóm đối xứng mô tả tương tác mạnh, yếu và điện từ sẽ mở rộng thành nhóm $SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$, được gọi là $3-P-1-1$. Hai nhóm đối xứng giao hoán cuối cùng $U(1)_X, U(1)_N$ lần lượt xác định điện tích Q và tích $(B - L)$. Chúng tôi sẽ chứng minh rằng, với đối xứng chọn như trên, chúng tôi có thể chỉ ra một cơ chế phá vỡ đối xứng để lý thuyết có thể cung cấp ứng cử viên DM là đa thành phần với phiên bản $P \geq 4$. Chú ý, mô hình với $P = 3$ đã được thiết lập tốt trong các tài liệu [47, 80, 81, 84, 85, 91, 94], mô hình này cũng tồn tại cơ chế phá vỡ đối xứng đảm bảo tính bền của DM nhưng DM chỉ là đơn thành phần.

Chính vì vậy, phần đầu của chương, chúng tôi sẽ xây dựng lý thuyết không giao hoán $(B - L)$ tổng quát cho DM đa thành phần, thảo luận về sự phá vỡ đối xứng để dẫn đến đối xứng tàn dư đảm bảo tính bền của DM. Dựa trên các VEVs đưa vào thực hiện phá vỡ đối xứng, chúng tôi sẽ nghiên cứu tính hợp lý của phổ khối lượng fermion. Trong phần tiếp theo, chúng tôi sẽ nghiên cứu phiên bản đơn giản nhất cho DM đa thành phần. Đó là mô hình $3 - 4 - 1 - 1$. Trong phần này, chúng tôi sẽ nghiên cứu phổ khối lượng của các

boson vô hướng trong phiên bản 3–4–1–1. Dựa trên hệ cơ sở vật lý vừa tìm được, chúng tôi khảo sát tất cả các tương tác của boson chuẩn với fermion và vô hướng. Các kịch bản khác nhau của DM đa thành phần và kiểm tra DM quan sát được sẽ là một phần được nghiên cứu. Cuối cùng, chúng tôi tóm tắt kết quả và đưa ra kết luận của chương.

2.1. Lý thuyết không giao hoán ($B - L$)

Nhóm đối xứng mô tả tương tác mạnh được giữ nguyên, đối xứng điện yếu của nhóm $SU(2)_L$ mở rộng thành đối xứng điện yếu cao hơn $SU(P)_L$, với $P = 3, 4, 5, \dots$. Tương ứng, mỗi lưỡng tuyến fermion trong SM mở rộng thành biểu diễn P-tuyến fermion hoặc phản P-tuyến, là liên hiệp phức của P-tuyến của nhóm $SU(P)_L$. Để khử dị thường $[SU(P)_L]^3$ yêu cầu số lượng P-tuyến fermion bằng số lượng Phản P-tuyến fermion, vì biểu diễn và liên hợp của chúng có các đóng góp dị thường trái ngược nhau. Theo đó, số thế hệ là bội số của số màu cơ bản. Bên cạnh đó, điều kiện tiệm cận QCD ngụ ý rằng số thế hệ không lớn hơn $[33/(2P)] = 5, 4, 3$ tương ứng với $P = 3, 4, 5$. Số thế hệ là 3 sẽ tương đương với điều kiện $P \leq 5$. Dị thường đã bị loại ra khỏi trong SM bởi vì dị thường $[SU(2)_L]^3$ đã bị khử trong mọi biểu diễn. Chính vì vậy, khi mở rộng nhóm đối xứng spin đồng vị yếu chúng ta cần quan tâm đến điều kiện khử dị thường $SU(P)_L^3$. Điều kiện này sẽ ảnh hưởng đến sự sắp xếp các fermion trong mô hình. Các thành phần fermion dưới nhóm chuẩn $SU(P)_L$ được sắp xếp như sau:

- Các lepton phân cực trái được xếp vào P-tuyến của nhóm $SU(P)_L$:

$$\psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu^{0,-1} \\ e^{-1,-1} \\ E_1^{q_1, n_1} \\ E_2^{q_2, n_2} \\ \vdots \\ E_{P-2}^{q_{P-2}, n_{P-2}} \end{pmatrix}_{aL} \sim P, \quad (2.1)$$

Đối với các quark phân cực trái, hai thế hệ đầu được xếp vào Phần P-tuyến, thế hệ thứ ba xếp vào P-tuyến của nhóm $SU(P)_L$:

$$Q_{\alpha L} = \begin{pmatrix} d^{-1/3, 1/3} \\ -u^{2/3, 1/3} \\ J_1^{-q_1-1/3, -n_1-2/3} \\ J_2^{-q_2-1/3, -n_2-2/3} \\ \vdots \\ J_{P-2}^{-q_{P-2}-1/3, -n_{P-2}-2/3} \end{pmatrix}_{\alpha L} \sim P^*, \quad (2.2)$$

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u^{2/3, 1/3} \\ d^{-1/3, 1/3} \\ J_1^{q_1+2/3, n_1+4/3} \\ J_2^{q_2+2/3, n_2+4/3} \\ \vdots \\ J_{P-2}^{q_{P-2}+2/3, n_{P-2}+4/3} \end{pmatrix}_{3L} \sim P, \quad (2.3)$$

- Các fermion phân cực phải được xếp vào đơn tuyến của nhóm $SU(P)_L$:

$$\nu_{aR} \sim (1), e_{aR} \sim (1), E_{kaR} \sim (1) \quad (2.4)$$

$$u_{aR} \sim (1), d_{aR} \sim (1), J_{k\alpha R} \sim (1) \quad (2.5)$$

$$E_{k3R} \sim (1), J_{k3R} \sim (1). \quad (2.6)$$

trong đó $k = 1, 2, 3, \dots, P-2$, $q \equiv q_1 + q_2 + \dots + q_{P-2}$ và $n \equiv n_1 + n_2 + \dots + n_{P-2}$. Với a, α là các chỉ số thế hệ $a = 1, 2, 3$ và $\alpha = 1, 2$. Các trường mới E và J được thêm vào để hoàn thành biểu diễn. Các chỉ số trên của các trường lần lượt là điện tích Q , tích $(B-L)$, còn các chỉ số dưới phân biệt các thành phần khác nhau của P-tuyến và Phần P-tuyến được làm rõ bên dưới.

Không mất tính tổng quát, để có một P-tuyến lepton bằng cách thêm các lepton mới vào chính biểu diễn cơ bản của lepton phân cực trái trong SM. Các hạt mới được đưa vào để hoàn thành biểu diễn P-tuyến và phần P-tuyến đối với

nhóm $SU(P)_L$, đồng thời để khử dị thường. Với các trường mới đưa vào, chưa biết điện tích Q và tích $(B-L)$, chúng tôi đặt các tích đó lần lượt là q và n . Do đó mỗi trường lepton (ν, e, E) có một cặp tích đặc trưng là Q và $(B-L)$ tương ứng với các chỉ số trên của các trường. SM và thực nghiệm nhận thấy rằng Q và $(B-L)$ là các tích đều bảo toàn. Cả Q và $(B-L)$ đều không giao hoán và cũng không đóng kín đại số đại số với $SU(P)_L$. Thật vậy, P-tuyến lepton ψ_{aL} , ta có $Q = \text{diag}(0, -1, q_1, q_2, \dots, q_{P-2})$ và $B-L = \text{diag}(1/3, 1/3, n_1, n_2, \dots, n_{P-2})$, chúng không giao hoán với toán tử nâng hạ weight của nhóm $SU(P)_L$. Cụ thể, chúng tuân theo hệ thức không giao hoán sau:

$$[Q, T_1 \pm iT_2] = \pm(T_1 \pm iT_2), \quad (2.7)$$

$$[Q, T_4 \pm iT_5] = \mp q_1(T_4 \pm iT_5), \quad (2.8)$$

$$[Q, T_6 \pm iT_7] = \mp(1 + q_1)(T_6 \pm iT_7), \quad (2.9)$$

$$[Q, T_9 \pm iT_{10}] = \mp q_2(T_9 \pm iT_{10}), \quad (2.10)$$

$$[Q, T_{11} \pm iT_{12}] = \mp(1 + q_2)(T_{11} \pm iT_{12}), \quad (2.11)$$

$$[Q, T_{13} \pm iT_{14}] = \mp(q_2 - q_1)(T_{13} \pm iT_{14}), \quad (2.12)$$

..... ,

$$[Q, T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}] = \mp(q_{P-2} - q_{P-3})(T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}), \quad (2.13)$$

$$[B-L, T_4 \pm iT_5] = \mp(1 + n_1)(T_4 \pm iT_5), \quad (2.14)$$

$$[B-L, T_6 \pm iT_7] = \mp(1 + n_1)(T_6 \pm iT_7), \quad (2.15)$$

$$[B-L, T_9 \pm iT_{10}] = \mp(1 + n_2)(T_9 \pm iT_{10}), \quad (2.16)$$

$$[B-L, T_{11} \pm iT_{12}] = \mp(1 + n_2)(T_{11} \pm iT_{12}), \quad (2.17)$$

$$[B-L, T_{13} \pm iT_{14}] = \mp(n_2 - n_1)(T_{13} \pm iT_{14}), \quad (2.18)$$

..... ,

$$[B-L, T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}] = \mp(n_{P-2} - n_{P-3})(T_{P^2-3} \pm iT_{P^2-2}) \quad (2.19)$$

trong đó $T_i = \frac{1}{2}\lambda_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots, P^2 - 1$) là các vi tử của nhóm $SU(P)_L$, xác định trên cơ sở ma trận Gell-Mann tổng quát. Sự không đóng kín đại số nêu trên là do Q và $(B-L)$ được biểu diễn qua một số các vi tử của nhóm $SU(P)_L$,

chúng có dạng tổ hợp tuyến tính theo kiểu $Q = y_i T_i$ và $(B - L) = x_i T_i$, nghĩa là $\text{Tr}Q = 0$ và $\text{Tr}(B - L) = 0$. Tuy nhiên, với E là tùy ý thì $\text{Tr}(B - L) \neq 0$ và đặc biệt là các lepton phân cực phải. Mặt khác, Q , $(B - L)$ và T_i không tự tạo thành đối xứng.

Để đóng kín đại số, chúng tôi cần đưa vào mô hình hai nhóm đối xứng giao hoán. Đối xứng tổng quát là:

$$SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N, \quad (2.20)$$

được gọi là nhóm $3-P-1-1$, trong đó bao gồm nhóm đối xứng màu $SU(3)_C$, tích X, N xác định điện tích Q và tích $(B - L)$ như sau:

$$Q = \sum_{k=0}^{P-2} \beta_k H_k + X, \quad B - L = \sum_{k=0}^{P-2} b_k H_k + N, \quad (2.21)$$

trong đó $H_k = T_{(k+2)^2-1} = T_3, T_8, T_{15}, \dots, T_{P^2-1}$ với $k = 0, 1, 2, \dots, P-2$ là các vi tử Cartan của $SU(P)_L$. Lưu ý rằng X và N độc lập tuyến tính với Q và $(B - L)$. Tất cả các tích $Q, X, (B - L)$ và N đều là chuẩn vì H_k là các tích chuẩn, hệ quả của tính không giao hoán.

Các hệ số β và b có được bằng cách tác động toán tử điện tích Q và toán tử $(B - L)$ vào các đa tuyến lepton ψ_{aL} , sau khi tác động thu được kết quả như sau:

$$\beta_k = \sqrt{\frac{k}{k+2}} \beta_{k-1} + \sqrt{\frac{2(k+1)}{k+2}} (q_{k-1} - q_k), \quad (2.22)$$

$$b_k = \sqrt{\frac{k}{k+2}} b_{k-1} + \sqrt{\frac{2(k+1)}{k+2}} (n_{k-1} - n_k), \quad (2.23)$$

với điều kiện ban đầu ($\beta_0 = 1, q_0 = -1$) tương ứng ($b_0 = 0, n_0 = -1$).

Nếu với $P \leq 5$, chúng ta dễ dàng tính được:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -(1 + 2q_1)/\sqrt{3}, \\ \beta_2 &= -(1 - q_1 + 3q_2)/\sqrt{6}, \\ \beta_3 &= -(1 - q_1 - q_2 + 4q_3)/\sqrt{10}, \\ b_1 &= -2(1 + n_1)/\sqrt{3}, \\ b_2 &= -(2 - n_1 + 3n_2)/\sqrt{6}, \end{aligned}$$

$$b_3 = -(2 - n_1 + 7n_2 - 4n_3)/\sqrt{10}.$$

Tiếp theo, tác động các toán tử Q và $(B - L)$ vào các thành phần $Q_{\alpha L}$ và Q_{3L} , thu được các tích Q , $(B - L)$ cho các thành phần thuộc trường quark được viết như công thức (2.2) và (2.3).

Chúng tôi nhận thấy, khi đối xứng spin đồng vị yếu được mô tả bởi nhóm đối xứng cao hơn $SU(P)_L$ và kết hợp với hai nhóm giao hoán thì SM mở rộng dạng $3-P-1-1$ sẽ sinh ra hai tích, Q và $(B - L)$, không giao hoán và đóng kín đại số với các vi tử của nhóm. Tương tác $(B - L)$ được thống nhất không tầm thường cùng với tương tác yếu theo kiểu thống nhất tương tác điện yếu. Tiếp theo, chúng tôi sẽ chứng minh là các fermion mới, gồm E và J, các hạt vô hướng mới, các hạt boson chuẩn mới sẽ biến đổi không tầm thường dưới đối xứng tàn dư sau phá vỡ đối xứng tự phát. Các hạt mới này sẽ đóng góp vào phần DM. Lý thuyết này sẽ xác nhận DM thống nhất với vật chất quan sát trong cùng một đa tuyến chuẩn do nguyên lý chuẩn. Nó được xem là hệ quả của việc khảo sát tích $(B - L)$ là tích không giao hoán. DM đa thành phần sẽ xuất hiện vì cấu trúc không tầm thường của các đối xứng tàn dư. Cấu trúc không tầm thường này liên quan trực tiếp tới sự mở rộng của nhóm đối xứng spin đồng vị yếu $P \geq 4$. Như vậy, với nhóm đối xứng tổng quát là $3-P-1-1$, các fermion trong mô hình được sắp xếp lại như sau:

$$\psi_{aL} \sim \left(1, P, \frac{q-1}{P}, \frac{n-2}{P}\right), \quad (2.24)$$

$$Q_{\alpha L} \sim \left(3, P^*, -\frac{1}{3} + \frac{1-q}{P}, -\frac{2}{3} + \frac{2-n}{P}\right), \quad (2.25)$$

$$Q_{3L} \sim \left(3, P, \frac{2}{3} + \frac{q-1}{P}, \frac{4}{3} + \frac{n-2}{P}\right), \quad (2.26)$$

$$\nu_{aR} \sim (1, 1, 0, -1), e_{aR} \sim (1, 1, -1, -1), E_{kaR} \sim (1, 1, q_k, n_k), \quad (2.27)$$

$$u_{aR} \sim (3, 1, 2/3, 1/3), d_{aR} \sim (3, 1, -1/3, 1/3), \quad (2.28)$$

$$J_{k\alpha R} \sim (3, 1, -q_k - 1/3, -n_k - 2/3),$$

$$J_{k3R} \sim (3, 1, q_k + 2/3, n_k + 4/3), \quad (2.29)$$

trong đó $k = 1, 2, 3, \dots, P-2$, $q \equiv q_1 + q_2 + \dots + q_{P-2}$ và $n \equiv n_1 + n_2 + \dots + n_{P-2}$. Dĩ nhiên, các fermion phân cực phải có cùng tích Q , $(B - L)$ với

các fermion phân cực trái (2.1), (2.2) và (2.3), chúng có thể không có chỉ số trên (bỏ qua) với nhiễu loạn. Với cách sắp xếp như trên, các dị thường đều bị khử (trong bảng Phụ lục A). Sự xuất hiện của ν_{aR} liên qua đến việc khử dị thường của nhóm $U(1)_N$.

Để phá vỡ đối xứng chuẩn và sinh khối lượng cho các hạt, chúng tôi đưa vào các vô hướng đa tuyến và 1 vô hướng đơn tuyến:

$$\begin{pmatrix} \varphi_{11}^{0,0} \\ \varphi_{21}^{-1,0} \\ \varphi_{31}^{q_1, n_1+1} \\ \varphi_{41}^{q_2, n_2+1} \\ \vdots \\ \varphi_{P1}^{q_{P-2}, n_{P-2}+1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \varphi_{12}^{1,0} \\ \varphi_{22}^{0,0} \\ \varphi_{32}^{q_1+1, n_1+1} \\ \varphi_{42}^{q_2+1, n_2+1} \\ \vdots \\ \varphi_{P2}^{q_{P-2}+1, n_{P-2}+1} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_{13}^{-q_1, -1-n_1} \\ \varphi_{23}^{-1-q_1, -1-n_1} \\ \varphi_{33}^{0,0} \\ \varphi_{43}^{q_2-q_1, n_2-n_1} \\ \vdots \\ \varphi_{P3}^{q_{P-2}-q_1, n_{P-2}-n_1} \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_{14}^{-q_2, -1-n_2} \\ \varphi_{24}^{-1-q_2, -1-n_2} \\ \varphi_{34}^{q_1-q_2, n_1-n_2} \\ \varphi_{44}^{0,0} \\ \vdots \\ \varphi_{P4}^{q_{P-2}-q_2, n_{P-2}-n_2} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \varphi_{1P}^{-q_{P-2}, -1-n_{P-2}} \\ \varphi_{2P}^{-1-q_{P-2}, -1-n_{P-2}} \\ \varphi_{3P}^{q_1-q_{P-2}, n_1-n_{P-2}} \\ \varphi_{4P}^{q_2-q_{P-2}, n_2-n_{P-2}} \\ \vdots \\ \varphi_{PP}^{0,0} \end{pmatrix},$$

$$\phi \sim (1, 1, 0, 2). \quad (2.31)$$

trong đó ϕ có các số lượng tử như vậy để phá vỡ đối xứng $U(1)_X$ và sinh khối lượng cho các neutrino phân cực phải thông qua các tương tác $\nu_{aR}\nu_{bR}\phi$, khi đó tính các VEVs tương ứng $\langle \phi \rangle \sim \Lambda$. Các đa tuyến vô hướng ứng với các thành phần $\varphi_{11}, \varphi_{22}, \varphi_{33}, \dots, \varphi_{PP}$, tất cả các thành phần này đều có $Q = 0$ và

$(B - L) = 0$. Các trường vô hướng trên có VEVs lần lượt là $v_1, v_2, v_3, \dots, v_P$. Các trường vô hướng còn lại không có VEVs do điện tích được bảo toàn. Hai VEVs đầu tiên phá vỡ đối xứng trong SM và sinh khối lượng cho các hạt thông thường, trong khi $v_{3,4,\dots,P}$ phá vỡ đối xứng mở rộng, cung cấp khối lượng cho các hạt mới.

Để phù hợp với SM, chúng tôi áp đặt $v_{1,2} \ll v_{3,4,5,\dots,P}, \Lambda$. Sơ đồ phá vỡ đối xứng được tóm tắt như sau:

$$\begin{aligned}
& SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N \\
& \quad \downarrow v_{3,4,\dots,P}, \Lambda \\
& SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times P \\
& \quad \downarrow v_{1,2} \\
& SU(3)_C \times U(1)_Q \times P
\end{aligned}$$

trong đó $Y = \sum_{k=1}^{P-2} \beta_k H_k + X$ là siêu tích yếu, P là đối xứng tàn dư của phá vỡ đối xứng $(B - L)$ thu được bên dưới. Để có được kịch bản phù hợp về DM đa thành phần phải lấy $v_{3,4,\dots,P}$ ở thang TeV, trong khi đó Λ xác định cả hai (thang seesaw và thang vật chất chẵn lẻ đa thành phần P) dẫn đến có thể nhận giá trị từ TeV đến thang lạm phát của Vũ trụ $\sim 10^{15}$ GeV.

Như đã chỉ ra ở trên, $B - L = \sum_{k=1}^{P-2} b_k H_k + N$ là tổ hợp các tích chéo của đối xứng $SU(P)_L \times U(1)_N$. Một trường tổng quát biến đổi dưới tích $(B - L)$ như sau: $\Phi \rightarrow \Phi' = U(\alpha)\Phi$, với $U(\alpha) = e^{i\alpha(B-L)}$ và α là tham số biến đổi. $(B - L)$ huỷ các VEVs: $v_{1,2,\dots,P}$ vì các trường vô hướng này đều có $(B - L) = 0$, hay nói cách khác $(B - L)\langle\varphi\rangle = 0$ với mọi đa tuyến vô hướng P . Tích $(B - L)$ vẫn tồn tại sau khi đối xứng chuẩn bị phá vỡ đối xứng bởi $v_{1,2,\dots,P}$. Tuy nhiên $(B - L)$ sẽ bị phá vỡ bởi Λ , nghĩa là $(B - L)\Lambda \neq 0$ do $B - L = N = 2$ đối với trường ϕ . Đối xứng tàn dư $(B - L)$ sau khi phá vỡ đối xứng $(B - L)$ phải thoả mãn: $U(\alpha)\Lambda = \Lambda$ vì $e^{i\alpha 2} = 1$ dẫn đến $\alpha = z\pi$ khi $z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Đối xứng tàn dư cuối cùng là: $U(z\pi) = (-1)^{z(B-L)}$ thu được các giá trị lớn hơn Z_2 (từ Z cao nhất đến Z_6) khi $z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Có thể xem nhóm con bất biến (hoặc nhóm con tầm thường) được tạo ra bởi phép biến đổi tàn dư $P \equiv U(3\pi) = (-1)^{3(B-L)}$ khi $z = 3$.

Đối xứng P được xác định như sau:

$$P = (-1)^{3(B-L)+2s}, \quad (2.32)$$

toán tử chẵn lẻ spin $(-1)^{2s}$ được bảo toàn dưới đối xứng Lorentz. Phép biến đổi P tương tự như R -parity trong siêu đối xứng nhưng trong mô hình 3-P-1-1 đang xem xét thì phát sinh từ phá vỡ đối xứng chuẩn và vật chất chẵn lẻ nhiều thành phần. Thật vậy, tính các giá trị P cho các trường như trong bảng 2.1

Hạt	ν_a	e_a	u_a	d_a	E_{ka}	$J_{k\alpha}$	J_{k3}	φ_{11}	φ_{12}
P	1	1	1	1	P_k^+	P_k^-	P_k^+	1	1
Hạt	φ_{21}	φ_{22}	$\varphi_{k+2,1}$	$\varphi_{k+2,2}$	$\varphi_{1,l+2}$	$\varphi_{2,l+2}$	$\varphi_{k+2,l+2}$	ϕ	G
P	1	1	P_k^+	P_k^+	P_l^-	P_l^-	$P_k^+ P_l^-$	1	1
Hạt	B	C	A	W_{12}	$W_{k+2,1}$	$W_{k+2,2}$	$W_{1,l+2}$	$W_{2,l+2}$	$W_{k+2,l+2}$
P	1	1	1	1	P_k^+	P_k^+	P_l^-	P_l^-	$P_k^+ P_l^-$

Bảng 2.1: Giá trị vật chất chẵn lẻ đa thành phần P của các hạt trong mô hình, với $P_{k,l}^\pm \equiv (-1)^{\pm(3n_{k,l}+1)}$ và $k, l = 1, 2, 3, \dots, P-2$. Và G, B, C, A, W được định nghĩa là các boson chuẩn liên kết số màu, X, N , Cartan và toán tử nâng hạ vi tử.

Chú ý rằng $(P_k^\pm)^\dagger = P_k^\mp$ và $(P_k^\pm)^2 \neq 1$ khác tính chất chẵn lẻ. Nếu các trường có tích $(B-L)$ phụ thuộc vào n_k hoặc $n_k - n_l$ tương ứng khi thực hiện biến đổi là P_k^\pm hoặc $P_k^\pm P_l^\mp$. Trong khi các trường trong SM có $P = 1$ là các hạt thông thường. Các hạt có P_k^\pm và $P_k^\pm P_l^\mp$ là các hạt không tầm thường ($\neq 1$) với $n_k \neq (2z-1)/3 = \pm 1/3, \pm 1, \pm 5/3, \dots$ và $n_k - n_l \neq 2z/3 = 0, \pm 2/3, \mp 4/3, \dots$ với mọi z nguyên. Với điều kiện như vậy, có thể chọn n_k, n_l tùy ý. Do đó, các trường có giá trị P không tầm thường gọi là các trường sai vì các trường này có tích $(B-L)$ bất thường, trái ngược với tích $(B-L)$ thông thường trong SM (có tích $(B-L) = -1, 1/3$ và 0 lần lượt của các lepton, các quark và các boson.)

Vì lý thuyết của chúng tôi bảo toàn phép biến đổi P nên không có trường sai đơn trong tương tác. Vì thế các trường sai thì chỉ kết cặp hoặc tự tương

tác trong quá trình tương tác. Hơn nữa, nếu một tương tác có r_k của các trường P_k^+ và s_l của các trường P_l^- , với mọi r_k, s_l nguyên, bảo toàn P nghĩa là: $\sum_k r_k(3n_k + 1) - \sum_l s_l(3n_l + 1) = 2z$, với mọi số nguyên z . Điều này phù hợp cho các tham số tích n_k, n_l tùy ý, nếu khi và chỉ khi $k = l$ và $r_k = s_l$, tức là P_k^+ và P_k^- luôn luôn xuất hiện theo cặp. Nếu một tương tác có t_{kl} của trường $P_k^+ P_l^-$ với mọi t_{kl} nguyên, bảo toàn P nghĩa là $\sum_{kl} t_{kl}(3n_k - 3n_l) = 2z$, với mọi z nguyên. Điều này phù hợp cho tham số tích n_k, n_l nếu $t_{kl} = t_{lk}$ nghĩa là $P_k^+ P_l^-$ và các liên hợp phức của nó xuất hiện thành từng cặp. Cuối cùng nhưng không kém phần quan trọng nếu một tương tác có chứa cả 2 loại trường sai trên thì các trường $P_k^+ P_l^-$ có thể tự tương tác với trường P_k^- và P_l^+ sao cho P được bảo toàn.

Các phân tích trên cho kết quả rằng P_k^\pm bảo toàn khác nhau với mỗi k . Do đó nhóm con bất biến bao gồm P phải:

$$P = \bigotimes_{k=1}^{P-2} P_k = P_1 \otimes P_2 \otimes \cdots \otimes P_{P-2}, \quad (2.33)$$

trong đó, các toán tử P_k có giá trị là P_k^\pm hoặc 1 khi tác động lên các trường. Mỗi một trường có nhiều giá trị P như sau $P = (P_1, P_2, \cdots, P_{P-2})$. Các trường thông thường có $P = (+, +, \cdots, +)$, trong khi các trường sai có ít nhất $P_k = P_k^\pm \neq 1$ trong biểu thức P .

2.2. Mô hình DM đa thành phần tối thiểu tổng quát

Hiện thực hoá mô hình tối thiểu của DM đa thành phần tương ứng $P = 4$ gọi là mô hình $3 - 4 - 1 - 1$. Chúng tôi sẽ đưa ra các tính chất cần thiết để mô hình có thể chứa 2 thành phần DM.

Đối xứng chuẩn được cho bởi:

$$SU(3)_C \times SU(4)_L \times U(1)_X \times U(1)_N. \quad (2.34)$$

Tích Q và $(B - L)$ như sau:

$$Q = T_3 + \beta T_8 + \gamma T_{15} + X, \quad B - L = bT_8 + cT_{15} + N, \quad (2.35)$$

trong đó, để cho ngắn gọn hơn $\beta \equiv \beta_1$, $\gamma \equiv \beta_2$, $b \equiv b_1$ và $c \equiv b_2$. Với $SU(4)_L$ có vi tử là các T_i , với $i = 1, 2, 3, \dots, 15$. Các fermion và các thành phần vô hướng dưới đối xứng chuẩn được trình bày trong bảng 2.2, trong đó chúng tôi gán nhãn lại cho các fermion mới là $E \equiv E_1$, $F \equiv E_2$, $J \equiv J_1$, $K \equiv J_2$, tích Q , $(B - L)$ của chúng tương ứng là $q \equiv q_1$, $p \equiv q_2$, $n \equiv n_1$, $m \equiv n_2$, còn các tích X , N tương ứng với các fermion phân cực phải và các đa tuyến vô hướng tương ứng là $\eta \equiv \varphi_1$, $\rho \equiv \varphi_2$, $\chi \equiv \varphi_3$, $\Xi \equiv \varphi_4$.

Đa tuyến	$SU(3)_C$	$SU(4)_L$	$U(1)_X$	$U(1)_N$
$\psi_{aL} = (\nu \ e \ E \ F)_{aL}^T$	1	4	$\frac{q+p-1}{4}$	$\frac{n+m-2}{4}$
$Q_{\alpha L} = (d \ -u \ J \ K)_{\alpha L}^T$	3	4*	$-\frac{q+p+1/3}{4}$	$-\frac{n+m+2/3}{4}$
$Q_{3L} = (u \ d \ J \ K)_{3L}^T$	3	4	$\frac{q+p+5/3}{4}$	$\frac{n+m+10/3}{4}$
ν_{aR}	1	1	0	-1
e_{aR}	1	1	-1	-1
u_{aR}	3	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
d_{aR}	3	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
E_{aR}	1	1	q	n
F_{aR}	1	1	p	m
$J_{\alpha R}$	3	1	$-q - \frac{1}{3}$	$-n - \frac{2}{3}$
J_{3R}	3	1	$q + \frac{2}{3}$	$n + \frac{4}{3}$
$K_{\alpha R}$	3	1	$-p - \frac{1}{3}$	$-m - \frac{2}{3}$
K_{3R}	3	1	$p + \frac{2}{3}$	$m + \frac{4}{3}$
$\eta = (\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3 \ \eta_4)^T$	1	4	$\frac{q+p-1}{4}$	$\frac{n+m+2}{4}$
$\rho = (\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3 \ \rho_4)^T$	1	4	$\frac{q+p+3}{4}$	$\frac{n+m+2}{4}$
$\chi = (\chi_1 \ \chi_2 \ \chi_3 \ \chi_4)^T$	1	4	$\frac{p-3q-1}{4}$	$\frac{m-3n-2}{4}$
$\Xi = (\Xi_1 \ \Xi_2 \ \Xi_3 \ \Xi_4)^T$	1	4	$\frac{q-3p-1}{4}$	$\frac{n-3m-2}{4}$
ϕ	1	1	0	2

Bảng 2.2: Biểu diễn trường của mô hình.

Các tham số tích q, p, n, m có quan hệ với các hệ số được gán vào như

sau:

$$\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}(2q+1), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{6}}(q-3p-1), \quad (2.36)$$

$$b = -\frac{2}{\sqrt{3}}(n+1), \quad c = \frac{1}{\sqrt{6}}(n-3m-2). \quad (2.37)$$

VEVs của các đa tuyến được viết như sau:

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.38)$$

$$\langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Xi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \Lambda, \quad (2.39)$$

trong đó, để thuận tiện chúng tôi viết lại: $u \equiv v_1$, $v \equiv v_2$, $w \equiv v_3$ và $V \equiv v_4$. Như đã được đề cập, thang u, v định nghĩa cho thang điện yếu, còn w, V định nghĩa cho thang vật lý mới Λ liên quan đến DM và cơ chế seesaw, thang Λ cung cấp khối lượng neutrino nhỏ. Do đó, để phù hợp thì ta cần áp đặt điều kiện cho các VEVs như sau: $\Lambda \gg w, V \gg u, v$.

Các thành phần chẵn lẻ vật chất được cho bởi:

$$P = P_n \otimes P_m, \quad (2.40)$$

với tính chẵn lẻ của P_n và P_m , có những giá trị hoặc là 1 hoặc $P_n^\pm = (-1)^{\pm(3n+1)} = -1$ và $P_m^\pm = (-1)^{\pm(3m+1)} = -1$ thỏa điều kiện $n, m = 2z/3 = 0, \pm 2/3, \pm 4/3, \pm 2, \dots$. Giá trị của P chia phổ hạt thành các lớp như sau:

1. Các hạt thông thường $P = (+, +)$ bao gồm các hạt trong SM.
2. Các hạt sai $P = (+, -), (-, +)$ hoặc $(-, -)$ gồm các hạt mới.

Các tích Q , $(B-L)$ và tích chẵn lẻ P tương ứng với các hạt được liệt kê trong bảng 2.3.

Hạt	Q	$B - L$	P
ν_a	0	-1	(+, +)
e_a	-1	-1	(+, +)
E_a	q	n	(-, +)
F_a	p	m	(+, -)
u_a	2/3	1/3	(+, +)
d_a	-1/3	1/3	(+, +)
J_α	$-q - 1/3$	$-n - 2/3$	(-, +)
K_α	$-p - 1/3$	$-m - 2/3$	(+, -)
J_3	$q + 2/3$	$n + 4/3$	(-, +)
K_3	$p + 2/3$	$m + 4/3$	(+, -)
$\eta_1, \rho_2, \chi_3, \Xi_4$	0	0	(+, +)
ρ_1, η_2^*	1	0	(+, +)
χ_1, η_3^*	$-q$	$-n - 1$	(-, +)
χ_2, ρ_3^*	$-q - 1$	$-n - 1$	(-, +)
Ξ_1, η_4^*	$-p$	$-m - 1$	(+, -)
Ξ_2, ρ_4^*	$-p - 1$	$-m - 1$	(+, -)
Ξ_3, χ_4^*	$q - p$	$n - m$	(-, -)
ϕ	0	2	(+, +)
$G, \gamma, Z_{1,2,3,4}$	0	0	(+, +)
W	1	0	(+, +)
W_{13}	$-q$	$-n - 1$	(-, +)
W_{14}	$-p$	$-m - 1$	(+, -)
W_{23}	$-q - 1$	$-n - 1$	(-, +)
W_{24}	$-p - 1$	$-m - 1$	(+, -)
W_{34}	$q - p$	$n - m$	(-, -)

Bảng 2.3: Tích Q , $(B - L)$ và tích chẵn lẻ P cho các hạt trong mô hình vật chất đa thành phần.

Ứng cử viên cho DM phải đảm bảo điều kiện không màu, trung hoà về điện tích và là các hạt nhẹ nhất trong các lớp hạt ứng với lớp hạt có P_n và P_m là các trường lẻ. Thực tế, có thể tồn tại đồng thời hai loại ứng cử viên (P_n và P_m là các trường lẻ). Các ứng cử viên DM có thể là các trường lepton mới, trường vô hướng vật lý, các trường boson chuẩn. Cụ thể, các ứng cử viên DM thuộc các phiên bản khác nhau của mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ được liệt kê trong bảng 2.4.

Mô hình	$(-, +)$ ứng cử viên	$(+, -)$ ứng cử viên	$(-, -)$ ứng cử viên
$q = p = 0$	$E_{1,2,3}, \mathcal{H}_2, W_{13}$	$F_{1,2,3}, \mathcal{H}_3, W_{14}$	\mathcal{H}_6, W_{34}
$q = 0, p = -1$	$E_{1,2,3}, \mathcal{H}_2, W_{13}$	\mathcal{H}_5, W_{24}	Non
$q = -1, p = 0$	\mathcal{H}_4, W_{23}	$F_{1,2,3}, \mathcal{H}_3, W_{14}$	Non
$q = p = -1$	\mathcal{H}_4, W_{23}	\mathcal{H}_5, W_{24}	\mathcal{H}_6, W_{34}
$q = p \neq 0, -1$	Non	Non	\mathcal{H}_6, W_{34}

Bảng 2.4: Các ứng cử viên DM thuộc các phiên bản khác nhau của mô hình $3 - 4 - 1 - 1$.

Từ kết quả liệt kê trên bảng 2.4, chúng tôi nhận thấy, phiên bản với $p = q = 0$ sẽ hứa hẹn nhiều hoạt cảnh DM hai thành phần. Chính vì vậy, chúng tôi sẽ nghiên cứu kỹ phiên bản này trong phần tiếp theo.

2.3. Nghiên cứu DM trong mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ với $p = q = 0$

Chúng tôi khảo sát phiên bản DM hai thành phần với $q = p = 0$. Lagrangian toàn phần dưới đối xứng chuẩn (bỏ qua số hạng cố định chuẩn và các trường ma) được xác định một cách tổng quát như sau:

$$\mathcal{L} = \bar{F}i\gamma^\mu D_\mu F + (D^\mu S)^\dagger (D_\mu S) - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} - V_{\text{Higgs}}, \quad (2.41)$$

trong đó F , S và A tính cho các đa tuyến fermion, đa tuyến vô hướng và đa tuyến boson chuẩn tương ứng. $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ và V_{Higgs} lần lượt là Lagrangian Yukawa và thế vô hướng. Đạo hàm hiệp biến và tensor cường độ trường lần

lược được định nghĩa như các biểu thức dưới đây:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s t_r G_{r\mu} + ig T_i A_{i\mu} + ig_X X B_\mu + ig_N N C_\mu, \quad (2.42)$$

$$G_{r\mu\nu} = \partial_\mu G_{r\nu} - \partial_\nu G_{r\mu} - g_s f_{rst} G_{s\mu} G_{t\nu}, \quad (2.43)$$

$$A_{i\mu\nu} = \partial_\mu A_{i\nu} - \partial_\nu A_{i\mu} - g f'_{ijk} A_{j\mu} A_{k\nu}, \quad (2.44)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad C_{\mu\nu} = \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu, \quad (2.45)$$

trong đó (g_s, g, g_X, g_N) , (t_r, T_i, X, N) và (G_r, A_i, B, C) là các hằng số tương tác, các vi tử và các boson chuẩn tương ứng của các nhóm trong đối xứng $3-4-1-1$. Còn f_{rst} và f'_{ijk} là hằng số cấu trúc tương ứng của nhóm $SU(3)$ và $SU(4)$. Tương tác Yukawa được đưa ra trong Phụ lục B:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = & \frac{1}{2} f_{ab}^\nu \bar{\nu}_{aR} \nu_{bR} \phi + h_{ab}^\nu \bar{\psi}_{aL} \eta \nu_{bR} + h_{ab}^e \bar{\psi}_{aL} \rho e_{bR} + h_{ab}^E \bar{\psi}_{aL} \chi E_{bR} \\ & + h_{ab}^F \bar{\psi}_{aL} \Xi F_{bR} + h_{3a}^u \bar{Q}_{3L} \eta u_{aR} + h_{\alpha a}^u \bar{Q}_{\alpha L} \rho^* u_{aR} + h_{3a}^d \bar{Q}_{3L} \rho d_{aR} \\ & + h_{\alpha a}^d \bar{Q}_{\alpha L} \eta^* d_{aR} + h_{33}^J \bar{Q}_{3L} \chi J_{3R} + h_{33}^K \bar{Q}_{3L} \Xi K_{3R} \\ & + h_{\alpha\beta}^J \bar{Q}_{\alpha L} \chi^* J_{\beta R} + h_{\alpha\beta}^K \bar{Q}_{\alpha L} \Xi^* K_{\beta R} + H.c. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Thế vô hướng được cho bởi biểu thức sau:

$$\begin{aligned} V_{\text{Higgs}} = & \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \mu_4^2 \Xi^\dagger \Xi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 \\ & + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_4 (\Xi^\dagger \Xi)^2 + (\eta^\dagger \eta) (\lambda_5 \rho^\dagger \rho + \lambda_6 \chi^\dagger \chi + \lambda_7 \Xi^\dagger \Xi) \\ & + (\rho^\dagger \rho) (\lambda_8 \chi^\dagger \chi + \lambda_9 \Xi^\dagger \Xi) + \lambda_{10} (\chi^\dagger \chi) (\Xi^\dagger \Xi) + \lambda_{11} (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) \\ & + \lambda_{12} (\eta^\dagger \chi) (\chi^\dagger \eta) + \lambda_{13} (\eta^\dagger \Xi) (\Xi^\dagger \eta) + \lambda_{14} (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) + \lambda_{15} (\rho^\dagger \Xi) (\Xi^\dagger \rho) \\ & + \lambda_{16} (\chi^\dagger \Xi) (\Xi^\dagger \chi) + (\lambda_{17} \eta \rho \chi \Xi + H.c.) + V(\phi), \end{aligned} \quad (2.47)$$

ở đây phần tử cuối cùng là thế năng của ϕ cộng với tương tác của ϕ với η , ρ , χ và Ξ như sau:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2 + (\phi^* \phi) (\lambda_{18} \eta^\dagger \eta + \lambda_{19} \rho^\dagger \rho + \lambda_{20} \chi^\dagger \chi + \lambda_{21} \Xi^\dagger \Xi). \quad (2.48)$$

Chúng tôi xác định phổ khối lượng vô hướng và tính toán các tương tác chuẩn của các vô hướng và fermion trong [92].

2.3.1. Hạt vô hướng và hạt boson chuẩn

Các điều kiện cần thiết để thế vô hướng có giới hạn dưới và phá vỡ đối xứng chuẩn là:

$$\mu^2, \mu_{1,2,3,4}^2 < 0, \quad \lambda, \lambda_{1,2,3,4} > 0. \quad (2.49)$$

Sự phân bậc $u, v \ll w, V \ll \Lambda$ có thể nhận được bằng điều kiện

$$|\mu_{1,2}| \ll |\mu_{3,4}| \ll |\mu|. \quad (2.50)$$

Xét trường hợp phân bậc lớn $|\mu| \gg |\mu_{1,2,3,4}|$ sao cho ϕ được tách. Trường ϕ thu được VEV không lớn, $\Lambda^2 \simeq -\mu^2/\lambda$ kéo theo thế $V(\phi)$ thay đổi, vì thế ϕ được mở rộng:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Lambda + H_N + iG_{Z_N}), \quad (2.51)$$

trong đó H_N và G_{Z_N} là các hạt Higgs nặng và các Goldstone boson liên hệ với sự phá vỡ $U(1)_N$, boson chuẩn $Z_N \equiv C$. Nhóm chuẩn $U(1)_N$ và các Higgs boson có khối lượng lần lượt là $m_{Z_N} \simeq 2g_N\Lambda$ và $m_{H_N} \simeq \sqrt{2}\Lambda$. Các khối lượng này tỉ lệ với thang Λ và tách ra khỏi phổ hạt.

Bên dưới Λ , tách tương tác của ϕ ra tìm được thế hiệu dụng ban đầu trùng với thế Higgs khi bỏ qua thế $V(\phi)$:

$$V_{\text{Higgs}}^{\text{eff}} \simeq V_{\text{Higgs}} - V(\phi). \quad (2.52)$$

Các thành phần vô hướng:

$$\eta = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(u + S_1 + iA_1) \quad \eta_2^- \quad \eta_3^q \quad \eta_4^p \right)^T, \quad (2.53)$$

$$\rho = \left(\rho_1^+ \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(v + S_2 + iA_2) \quad \rho_3^{q+1} \quad \rho_4^{p+1} \right)^T, \quad (2.54)$$

$$\chi = \left(\chi_1^{-q} \quad \chi_2^{-q-1} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(w + S_3 + iA_3) \quad \chi_4^{p-q} \right)^T, \quad (2.55)$$

$$\Xi = \left(\Xi_1^{-p} \quad \Xi_2^{-p-1} \quad \Xi_3^{q-p} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(V + S_4 + iA_4) \right)^T. \quad (2.56)$$

Thay thế các η, ρ, χ và Ξ vào thế hiệu dụng ta viết lại như sau:

$$V_{\text{Higgs}}^{\text{eff}} = V_{\text{min}} + V_{\text{linear}} + V_{\text{mass}} + V_{\text{interaction}}, \quad (2.57)$$

trong đó bao gồm: năng lượng chân không, thế tuyến tính, khối lượng và thế tương tác.

Do bất biến chuẩn hệ số của V_{linear} biến mất:

$$(2\mu_1^2 + 2\lambda_1 u^2 + \lambda_5 v^2 + \lambda_6 w^2 + \lambda_7 V^2)u + \lambda_{17} v w V = 0, \quad (2.58)$$

$$(2\mu_2^2 + 2\lambda_2 v^2 + \lambda_5 u^2 + \lambda_8 w^2 + \lambda_9 V^2)v + \lambda_{17} u w V = 0, \quad (2.59)$$

$$(2\mu_3^2 + 2\lambda_3 w^2 + \lambda_6 u^2 + \lambda_8 v^2 + \lambda_{10} V^2)w + \lambda_{17} u v V = 0, \quad (2.60)$$

$$(2\mu_4^2 + 2\lambda_4 V^2 + \lambda_7 u^2 + \lambda_9 v^2 + \lambda_{10} w^2)V + \lambda_{17} u v w = 0, \quad (2.61)$$

các biểu thức trên cung cấp giá trị u, v, w, V có mối quan hệ với tham số của thế năng.

Khối lượng có thể được tách ra như sau:

$$V_{\text{mass}} = V_{\text{mass}}^S + V_{\text{mass}}^A + V_{\text{mass}}^{\text{charged}}, \quad (2.62)$$

trong đó hai biểu thức đầu bao gồm các khối lượng của CP- chẵn và CP - lẻ các trường vô hướng. Trong khi đó, phần tử cuối bao gồm khối lượng của các trường vô hướng mang điện. Sử dụng điều kiện cực tiểu thế (2.58), (2.59), (2.60) và (2.61), biểu thức V_{mass}^S được viết lại như sau:

$$V_{\text{mass}}^S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{pmatrix} M_S^2 \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{pmatrix}^T, \quad (2.63)$$

với:

$$M_S^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 u^2 - \frac{\lambda_{17} v}{2u} w V & \lambda_5 u v + \frac{\lambda_{17}}{2} w V & \lambda_6 u w + \frac{\lambda_{17}}{2} v V & \lambda_7 u V + \frac{\lambda_{17}}{2} v w \\ \lambda_5 u v + \frac{\lambda_{17}}{2} w V & 2\lambda_2 v^2 - \frac{\lambda_{17} u}{2v} w V & \lambda_8 v w + \frac{\lambda_{17}}{2} u V & \lambda_9 v V + \frac{\lambda_{17}}{2} u w \\ \lambda_6 u w + \frac{\lambda_{17}}{2} v V & \lambda_8 v w + \frac{\lambda_{17}}{2} u V & 2\lambda_3 w^2 - \frac{\lambda_{17} V}{2w} u v & \lambda_{10} w V + \frac{\lambda_{17}}{2} u v \\ \lambda_7 u V + \frac{\lambda_{17}}{2} v w & \lambda_9 v V + \frac{\lambda_{17}}{2} u w & \lambda_{10} w V + \frac{\lambda_{17}}{2} u v & 2\lambda_4 V^2 - \frac{\lambda_{17} w}{2V} u v \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Bởi vì điều kiện $u, v \ll w, V$, ma trận khối lượng trên sẽ cung cấp 1 giá trị riêng nhỏ giống hệt như khối lượng hạt Higgs boson (H_1) trong SM và 3 giá trị riêng lớn cung cấp khối lượng cho các hạt boson trung hoà mới $H_{2,3,4}$. Từ ma trận khối lượng, ở hàng đầu tiên, có được:

$$H_1 = \frac{uS_1 + vS_2}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad m_{H_1}^2 = 0, \quad (2.65)$$

$$H_2 = \frac{vS_1 - uS_2}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad m_{H_2}^2 = -\frac{\lambda_{17}(u^2 + v^2)}{2uv} w V, \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned}
H_3 &= c_{\alpha_1} S_3 - s_{\alpha_1} S_4, \\
m_{H_3}^2 &= \lambda_4 V^2 + \lambda_3 w^2 - \sqrt{(\lambda_4 V^2 - \lambda_3 w^2)^2 + 4\lambda_{10}^2 w^2 V^2}, \quad (2.67)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_4 &= s_{\alpha_1} S_3 + c_{\alpha_1} S_4, \\
m_{H_4}^2 &= \lambda_4 V^2 + \lambda_3 w^2 + \sqrt{(\lambda_4 V^2 - \lambda_3 w^2)^2 + 4\lambda_{10}^2 w^2 V^2}, \quad (2.68)
\end{aligned}$$

với:

$$\tan(2\alpha_1) = \frac{\lambda_{10} w V}{\lambda_4 V^2 - \lambda_3 w^2} \quad (2.69)$$

bị giới hạn bởi $w \sim V$.

Trong cơ sở mới (H_1, H_2, H_3, H_4) , ma trận khối lượng M_S^2 có dạng cơ chế seesaw loại I và cơ chế seesaw loại II, với cơ chế seesaw thì $m_{H_1}^2 \sim (u, v)^2$ cộng với sự trộn giữa các Higgs boson $H_{1,2,3,4}$ tỉ lệ với $(u, v)(w, V)$, trong khi đó khối lượng $H_{2,3,4}$ phụ thuộc vào $(w, V)^2$. Do theo thứ tự khối lượng đầu, Higgs boson H_1 trong SM có được thông qua cơ chế seesaw như sau:

$$m_{H_1}^2 \simeq \frac{2}{u^2 + v^2} (\lambda_1 u^4 + \lambda_2 v^4 + \lambda_5 u^2 v^2), \quad (2.70)$$

trong khi các Higgs boson nặng $H_{2,3,4}$ có khối lượng trộn còn lại và chưa tách. Sự trộn giữa các Higgs boson bị giới hạn bởi $(u, v)/(w, V) \ll 1$ được bỏ qua.

Phần tử thứ hai trong biểu thức V_{mass}^A được viết như sau:

$$V_{\text{mass}}^A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \end{pmatrix} M_A^2 \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \end{pmatrix}^T, \quad (2.71)$$

với:

$$M_A^2 = -\frac{\lambda_{17}}{2} \begin{pmatrix} \frac{v}{u} w V & w V & v V & v w \\ w V & \frac{u}{v} w V & u V & u w \\ v V & u V & \frac{V}{w} u v & u v \\ v w & u w & u v & \frac{w}{V} u v \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Ma trận khối lượng này cung cấp khối lượng cho giả vô hướng vật lý như sau:

$$\mathcal{A} = \frac{(v A_1 + u A_2) w V + (V A_3 + w A_4) u v}{\sqrt{v^2 w^2 V^2 + u^2 [w^2 V^2 + v^2 (w^2 + V^2)]}}, \quad (2.73)$$

$$m_{\mathcal{A}}^2 = -\frac{\lambda_{17}}{2} \left(\frac{u^2 + v^2}{u v} w V + \frac{w^2 + V^2}{w V} u v \right). \quad (2.74)$$

Các trị riêng còn lại là 3 giả vô hướng không khối lượng giống như Goldstone boson tương ứng boson chuẩn trung hoà $Z_{1,2,3}$ là:

$$G_{Z_1} = \frac{uA_1 - vA_2}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad G_{Z_2} = \frac{wA_3 - VA_4}{\sqrt{w^2 + V^2}}, \quad (2.75)$$

$$G_{Z_3} = \frac{(vA_1 + uA_2)(w^2 + V^2)uv - (VA_3 + wA_4)(u^2 + v^2)wV}{\sqrt{(u^2 + v^2)(w^2 + V^2)[(u^2 + v^2)w^2V^2 + (w^2 + V^2)u^2v^2]}} \quad (2.76)$$

với Z_1 và G_{Z_1} giống với các boson chuẩn trong SM. Trong khi $Z_{2,3}$ và $G_{Z_{2,3}}$ là các trạng thái vật lý mới.

Liên quan đến các vô hướng mang điện được viết như sau:

$$\begin{aligned} V_{\text{mass}}^{\text{charged}} = & \begin{pmatrix} \rho_1^+ & \eta_2^+ \end{pmatrix} M_1^2 \begin{pmatrix} \rho_1^- \\ \eta_2^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi_1^q & \eta_3^q \end{pmatrix} M_q^2 \begin{pmatrix} \chi_1^{-q} \\ \eta_3^{-q} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \Xi_1^p & \eta_4^p \end{pmatrix} M_p^2 \begin{pmatrix} \Xi_1^{-p} \\ \eta_4^{-p} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \chi_2^{q+1} & \rho_3^{q+1} \end{pmatrix} M_{q+1}^2 \begin{pmatrix} \chi_2^{-(q+1)} \\ \rho_3^{-(q+1)} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \Xi_2^{p+1} & \rho_4^{p+1} \end{pmatrix} M_{p+1}^2 \begin{pmatrix} \Xi_2^{-(p+1)} \\ \rho_4^{-(p+1)} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \Xi_3^{(q-p)} & \chi_4^{(q-p)} \end{pmatrix} M_{q-p}^2 \begin{pmatrix} \Xi_3^{-(q-p)} \\ \chi_4^{-(q-p)} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Với mỗi phần tử trong ma trận M^2 là một trị riêng khối lượng của trường vô hướng mang điện như Goldstone boson tương ứng của boson chuẩn không Hermitian và trị riêng khối lượng ứng với thang khối lượng w, V . Các trị riêng khối lượng được viết tóm tắt như sau:

$$M_1^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{u}{v}(\lambda_{11}uv - \lambda_{17}wV) & \lambda_{11}uv - \lambda_{17}wV \\ \lambda_{11}uv - \lambda_{17}wV & \frac{v}{u}(\lambda_{11}uv - \lambda_{17}wV) \end{pmatrix}, \quad (2.77)$$

$$G_W^\pm = \frac{v\rho_1^\pm - u\eta_2^\pm}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad \mathcal{H}_1^\pm = \frac{u\rho_1^\pm + v\eta_2^\pm}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad (2.78)$$

$$m_{\mathcal{H}_1^\pm}^2 = \frac{u^2 + v^2}{2uv}(\lambda_{11}uv - \lambda_{17}wV), \quad (2.79)$$

$$M_q^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\lambda_{12}u - \lambda_{17}v\frac{V}{w})u & \lambda_{12}uw - \lambda_{17}vV \\ \lambda_{12}uw - \lambda_{17}vV & (\lambda_{12}w - \lambda_{17}V\frac{v}{u})w \end{pmatrix}, \quad (2.80)$$

$$G_{W_{13}}^{\pm q} = \frac{w\chi_1^{\pm q} - u\eta_3^{\pm q}}{\sqrt{u^2 + w^2}}, \quad \mathcal{H}_2^{\pm q} = \frac{u\chi_1^{\pm q} + w\eta_3^{\pm q}}{\sqrt{u^2 + w^2}}, \quad (2.81)$$

$$m_{\mathcal{H}_2^{\pm q}}^2 = \frac{1}{2} \left(\lambda_{12} - \lambda_{17} \frac{vV}{uw} \right) (u^2 + w^2), \quad (2.82)$$

$$M_p^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\lambda_{13}u - \lambda_{17}v\frac{w}{V})u & \lambda_{13}uV - \lambda_{17}vw \\ \lambda_{13}uV - \lambda_{17}vw & (\lambda_{13}V - \lambda_{17}w\frac{v}{u})V \end{pmatrix}, \quad (2.83)$$

$$G_{W_{14}}^{\pm p} = \frac{V\Xi_1^{\pm p} - u\eta_4^{\pm p}}{\sqrt{u^2 + V^2}}, \quad \mathcal{H}_3^{\pm p} = \frac{u\Xi_1^{\pm p} + V\eta_4^{\pm p}}{\sqrt{u^2 + V^2}}, \quad (2.84)$$

$$m_{\mathcal{H}_3^{\pm p}}^2 = \frac{1}{2} \left(\lambda_{13} - \lambda_{17} \frac{vw}{uV} \right) (u^2 + V^2), \quad (2.85)$$

$$M_{q+1}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\lambda_{14}v - \lambda_{17}u\frac{V}{w})v & \lambda_{14}vw - \lambda_{17}uV \\ \lambda_{14}vw - \lambda_{17}uV & (\lambda_{14}w - \lambda_{17}V\frac{u}{v})w \end{pmatrix}, \quad (2.86)$$

$$G_{W_{23}}^{\pm(q+1)} = \frac{w\chi_2^{\pm(q+1)} - v\rho_3^{\pm(q+1)}}{\sqrt{v^2 + w^2}},$$

$$\mathcal{H}_4^{\pm(q+1)} = \frac{v\chi_2^{\pm(q+1)} + w\rho_3^{\pm(q+1)}}{\sqrt{v^2 + w^2}}, \quad (2.87)$$

$$m_{\mathcal{H}_4^{\pm(q+1)}}^2 = \frac{1}{2} \left(\lambda_{14} - \lambda_{17} \frac{uV}{vw} \right) (v^2 + w^2), \quad (2.88)$$

$$M_{p+1}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\lambda_{15}v - \lambda_{17}u\frac{w}{V})v & \lambda_{15}vV - \lambda_{17}uw \\ \lambda_{15}vV - \lambda_{17}uw & (\lambda_{15}V - \lambda_{17}w\frac{u}{v})V \end{pmatrix}, \quad (2.89)$$

$$G_{W_{24}}^{\pm(p+1)} = \frac{V\Xi_2^{\pm(p+1)} - v\rho_4^{\pm(p+1)}}{\sqrt{v^2 + V^2}},$$

$$\mathcal{H}_5^{\pm(p+1)} = \frac{v\Xi_2^{\pm(p+1)} + V\rho_4^{\pm(p+1)}}{\sqrt{v^2 + V^2}}, \quad (2.90)$$

$$m_{\mathcal{H}_5^{\pm(p+1)}}^2 = \frac{1}{2} \left(\lambda_{15} - \lambda_{17} \frac{uw}{vV} \right) (v^2 + V^2), \quad (2.91)$$

$$M_{q-p}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\lambda_{16}wV - \lambda_{17}uv)\frac{w}{V} & \lambda_{16}wV - \lambda_{17}uv \\ \lambda_{16}wV - \lambda_{17}uv & (\lambda_{16}wV - \lambda_{17}uv)\frac{V}{w} \end{pmatrix}, \quad (2.92)$$

$$G_{W_{34}}^{\pm(q-p)} = \frac{V\Xi_3^{\pm(q-p)} - w\chi_4^{\pm(q-p)}}{\sqrt{w^2 + V^2}},$$

$$\mathcal{H}_6^{\pm(q-p)} = \frac{w\Xi_3^{\pm(q-p)} + V\chi_4^{\pm(q-p)}}{\sqrt{w^2 + V^2}}, \quad (2.93)$$

$$m_{\mathcal{H}_6^{\pm(q-p)}}^2 = \frac{w^2 + V^2}{2wV} (\lambda_{16}wV - \lambda_{17}uv). \quad (2.94)$$

Giới hạn hiệu quả $u, v \ll w, V$ để trạng thái vô hướng vật lý quan hệ với

trạng thái chuẩn như sau:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} &\simeq \begin{pmatrix} c_{\alpha_2} & s_{\alpha_2} \\ s_{\alpha_2} & -c_{\alpha_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} H_3 \\ H_4 \end{pmatrix} &\simeq \begin{pmatrix} c_{\alpha_1} & -s_{\alpha_1} \\ s_{\alpha_1} & c_{\alpha_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_3 \\ S_4 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.95)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A \\ G_{Z_1} \end{pmatrix} &\simeq \begin{pmatrix} s_{\alpha_2} & c_{\alpha_2} \\ c_{\alpha_2} & -s_{\alpha_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} G_{Z_2} \\ G_{Z_3} \end{pmatrix} &\simeq \begin{pmatrix} s_{\alpha_3} & -c_{\alpha_3} \\ -c_{\alpha_3} & -s_{\alpha_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_3 \\ A_4 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} G_W^\pm \\ \mathcal{H}_1^\pm \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} s_{\alpha_2} & -c_{\alpha_2} \\ c_{\alpha_2} & s_{\alpha_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1^\pm \\ \eta_2^\pm \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} G_{W_{34}}^{\pm(q-p)} \\ \mathcal{H}_6^{\pm(q-p)} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c_{\alpha_3} & -s_{\alpha_3} \\ s_{\alpha_3} & c_{\alpha_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Xi_3^{\pm(q-p)} \\ \chi_4^{\pm(q-p)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.97)$$

$$\begin{aligned} G_{W_{13}}^{\pm q} &\simeq \chi_1^{\pm q}, & G_{W_{14}}^{\pm p} &\simeq \Xi_1^{\pm p}, & G_{W_{23}}^{\pm(q+1)} &\simeq \chi_2^{\pm(q+1)}, \\ G_{W_{24}}^{\pm(p+1)} &\simeq \Xi_2^{\pm(p+1)}, \end{aligned} \quad (2.98)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_2^{\pm q} &\simeq \eta_3^{\pm q}, & \mathcal{H}_3^{\pm p} &\simeq \eta_4^{\pm p}, & \mathcal{H}_4^{\pm(q+1)} &\simeq \rho_3^{\pm(q+1)}, \\ \mathcal{H}_5^{\pm(p+1)} &\simeq \rho_4^{\pm(p+1)}, \end{aligned} \quad (2.99)$$

trong đó các góc $\alpha_{2,3}$ được định nghĩa bởi $\tan(\alpha_2) = v/u$ và $\tan(\alpha_3) = w/V$.

Phổ khối lượng của các boson chuẩn trong Lagrangian:

$$\mathcal{L} \supset \sum_{S=\eta,\rho,\chi,\Xi} (D^\mu \langle S \rangle)^\dagger (D_\mu \langle S \rangle), \quad (2.100)$$

trong đó nhóm chuẩn $U(1)_N$ và các thành phần vô hướng Higgs được tách ra như đã trình bày ở trên, trong trường hợp sự trộn động năng giữa các boson chuẩn $U(1)$ không có đóng góp. Thay các VEVs của các vô hướng thu được:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & \frac{g^2}{4} [(u^2 + v^2)W^{\mu+}W_\mu^- + (u^2 + w^2)W_{13}^{q\mu}W_{13\mu}^{-q} \\ & + (u^2 + V^2)W_{14}^{p\mu}W_{14\mu}^{-p} + (v^2 + w^2)W_{23}^{(q+1)\mu}W_{23\mu}^{-(q+1)}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (v^2 + V^2)W_{24}^{(p+1)\mu}W_{24\mu}^{-(p+1)} + (w^2 + V^2)W_{34}^{(q-p)\mu}W_{34\mu}^{-(q-p)} \Big] \\
& + \frac{1}{2} \left(\begin{array}{cccc} A_3^\mu & A_8^\mu & A_{15}^\mu & B^\mu \end{array} \right) M_0^2 \left(\begin{array}{cccc} A_{3\mu} & A_{8\mu} & A_{15\mu} & B_\mu \end{array} \right)^T \quad (2.101)
\end{aligned}$$

trong đó các boson chuẩn không Hermitian là:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{1\mu} \mp iA_{2\mu}), \quad W_{13\mu}^{\pm q} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{4\mu} \pm iA_{5\mu}), \quad (2.102)$$

$$W_{14\mu}^{\pm p} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{9\mu} \pm iA_{10\mu}), \quad W_{23\mu}^{\pm(q+1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{6\mu} \pm iA_{7\mu}) \quad (2.103)$$

$$W_{24\mu}^{\pm(p+1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{11\mu} \pm iA_{12\mu}),$$

$$W_{34\mu}^{\pm(q-p)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{13\mu} \mp iA_{14\mu}) \quad (2.104)$$

Các boson chuẩn không Hermitian là các trị riêng vật lý tương ứng với khối lượng của chúng:

$$\begin{aligned}
m_W^2 &= \frac{g^2}{4}(u^2 + v^2), \quad m_{W_{13}}^2 = \frac{g^2}{4}(u^2 + w^2), \\
m_{W_{14}}^2 &= \frac{g^2}{4}(u^2 + V^2), \quad (2.105)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{W_{23}}^2 &= \frac{g^2}{4}(v^2 + w^2), \quad m_{W_{24}}^2 = \frac{g^2}{4}(v^2 + V^2), \\
m_{W_{34}}^2 &= \frac{g^2}{4}(w^2 + V^2). \quad (2.106)
\end{aligned}$$

boson W có khối lượng trong thang điện yếu như boson W trong SM do $u^2 + v^2 = (246 \text{ GeV})^2$ đã đề cập ở trên. Trong khi, các boson chuẩn mang điện còn lại có thang khối lượng lớn w, V .

Với các boson chuẩn trung hoà, ma trận khối lượng bình phương M_0^2 được cho bởi:

$$M_0^2 = \frac{g^2}{4} \left(\begin{array}{cccc} u^2 + v^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}(u^2 - v^2) & \frac{1}{\sqrt{6}}(u^2 - v^2) & m_{14}^2 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(u^2 - v^2) & \frac{1}{3}(u^2 + v^2 + 4w^2) & \frac{1}{3\sqrt{2}}(u^2 + v^2 - 2w^2) & m_{24}^2 \\ \frac{1}{\sqrt{6}}(u^2 - v^2) & \frac{1}{3\sqrt{2}}(u^2 + v^2 - 2w^2) & \frac{1}{6}(u^2 + v^2 + w^2 + 9V^2) & m_{34}^2 \\ m_{14}^2 & m_{24}^2 & m_{34}^2 & m_{44}^2 \end{array} \right) \quad (2.107)$$

trong đó:

$$m_{14}^2 = 2(u^2 X_\eta - v^2 X_\rho) t_X, \quad (2.108)$$

$$m_{24}^2 = \frac{2}{\sqrt{3}}(u^2 X_\eta + v^2 X_\rho - 2w^2 X_\chi) t_X, \quad (2.109)$$

$$m_{34}^2 = \sqrt{\frac{2}{3}}(u^2 X_\eta + v^2 X_\rho + w^2 X_\chi - 3V^2 X_\Xi)t_X, \quad (2.110)$$

$$m_{44}^2 = 4(u^2 X_\eta^2 + v^2 X_\rho^2 + w^2 X_\chi^2 + V^2 X_\Xi^2)t_X^2, \quad (2.111)$$

với $t_X = g_X/g$ và vô hướng X -tích như trên.

Chéo hoá ma trận M_0^2 trong [92], các trường boson chuẩn trung hoà mới:

$$A_\mu = s_W A_{3\mu} + c_W \left(\beta t_W A_{8\mu} + \gamma t_W A_{15\mu} + \frac{t_W}{t_X} B_\mu \right), \quad (2.112)$$

$$Z_{1\mu} = c_W A_{3\mu} - s_W \left(\beta t_W A_{8\mu} + \gamma t_W A_{15\mu} + \frac{t_W}{t_X} B_\mu \right), \quad (2.113)$$

$$Z'_{2\mu} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \left[(1 - \beta^2 t_W^2) A_{8\mu} - \beta \gamma t_W^2 A_{15\mu} - \frac{\beta t_W^2}{t_X} B_\mu \right] \quad (2.114)$$

$$Z'_{3\mu} = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} (A_{15\mu} - \gamma t_X B_\mu), \quad (2.115)$$

với khối lượng tương ứng:

$$m_A = 0, \quad m_{Z_1}^2 = \frac{g^2}{4c_W^2} (u^2 + v^2),$$

$$m_{Z_2}^2 \simeq \frac{g^2 w^2}{3(1 + \gamma^2 t_X^2)} [1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2], \quad (2.116)$$

$$m_{Z_3}^2 \simeq \frac{g^2}{24(1 + \gamma^2 t_X^2)} \times \{w^2 [\gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2 - 1]^2 + 9V^2(1 + \gamma^2 t_X^2)^2\}, \quad (2.117)$$

$$m_{Z_2 Z_3}^2 \simeq \frac{g^2 w^2 [\gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2 - 1] \sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2}}{6\sqrt{2}(1 + \gamma^2 t_X^2)}, \quad (2.118)$$

với $s_W = e/g = t_X/\sqrt{1 + (1 + \beta^2 + \gamma^2)t_X^2}$ là hàm sine của góc Weinberg.

Trường photon A có trị riêng khối lượng đúng bằng 0 và tách khỏi các khối lượng khác. Trường Z_1 nhẹ và trộn lẫn với hai trường nặng $Z'_{2,3}$, các trường này bị giới hạn bởi $(u, v)^2/(w, V)^2 \ll 1$, trong đó Z_1 được đồng nhất với boson Z trong SM. Có sự trộn giữa Z'_2 và Z'_3 sinh ra hai trị riêng:

$$Z_{2\mu} = c_\varphi Z'_{2\mu} - s_\varphi Z'_{3\mu}, \quad Z_{3\mu} = s_\varphi Z'_{2\mu} + c_\varphi Z'_{3\mu}, \quad (2.119)$$

tương ứng với khối lượng:

$$m_{Z_2, Z_3}^2 = \frac{1}{2} \left[m_{Z'_2}^2 + m_{Z'_3}^2 \mp \sqrt{(m_{Z'_2}^2 - m_{Z'_3}^2)^2 + 4m_{Z'_2 Z'_3}^4} \right], \quad (2.120)$$

ở thang w, V . Góc trộn được cho bởi biểu thức:

$$t_{2\varphi} = \frac{4\sqrt{2}w^2[\gamma(2\sqrt{2}\beta-\gamma)t_X^2-1]\sqrt{1+(\beta^2+\gamma^2)t_X^2}}{w^2\{\gamma^2(2\sqrt{2}\beta-\gamma)^2t_X^4-[(2\sqrt{2}\beta+\gamma)^2+5\gamma^2]t_X^2-7\}+9V^2(1+\gamma^2t_X^2)^2}. \quad (2.121)$$

Tóm lại, các boson chuẩn vật lý trung hoà có quan hệ với trạng thái ban đầu bởi biểu thức $(A \ Z_1 \ Z_2 \ Z_3)^T = U(A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B)^T$, trong đó ma trận U chuyển cơ sở được cho bởi biểu thức sau:

$$U = \begin{pmatrix} s_W & \beta s_W & \gamma s_W & \frac{s_W}{t_X} \\ c_W & -\beta s_W t_W & -\gamma s_W t_W & -\frac{s_W t_W}{t_X} \\ 0 & c_\varphi \sqrt{1-\beta^2 t_W^2} & -\frac{s_\varphi}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{c_\varphi \beta \gamma t_W^2}{\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} & \frac{s_\varphi \gamma t_X}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{c_\varphi \beta t_W^2}{t_X \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \\ 0 & s_\varphi \sqrt{1-\beta^2 t_W^2} & \frac{c_\varphi}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{s_\varphi \beta \gamma t_W^2}{\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} & -\frac{c_\varphi \gamma t_X}{\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}} - \frac{s_\varphi \beta t_W^2}{t_X \sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} \end{pmatrix} \quad (2.122)$$

2.3.2. Các tương tác

Tương tác chuẩn cho các fermion

Tương tác của các fermion với boson chuẩn có nguồn gốc từ Lagrangian sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &\supset \sum_F \bar{F} i \gamma^\mu D_\mu \cdot F \\ &= \sum_F [\bar{F} i \gamma^\mu \partial_\mu F - g_s \bar{F} \gamma^\mu t_r G_{r\mu} F - g \bar{F} \gamma^\mu (P_\mu^{CC} + P_\mu^{NC}) F], \end{aligned} \quad (2.123)$$

trong đó, dòng mang điện và dòng trung hoà có chứa boson chuẩn được cho bởi:

$$P_\mu^{CC} = \sum_{i=1,2,4,5,6,7,9,10,11,12,13,14} T_i A_{i\mu}, \quad (2.124)$$

$$P_\mu^{NC} = \sum_{i=3,8,15} T_i A_{i\mu} + t_X X B_\mu + t_N N C_\mu. \quad (2.125)$$

Thay các boson chuẩn mang điện từ biểu thức (2.102), (2.103) và (2.104) vào biểu thức (2.124), chúng ta được:

$$\begin{aligned} P_\mu^{CC} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(T_1 + iT_2) W_\mu^+ + (T_4 - iT_5) W_{13\mu}^q + (T_9 - iT_{10}) W_{14\mu}^p \\ &+ (T_6 - iT_7) W_{23\mu}^{q+1} + (T_{11} - iT_{12}) W_{24\mu}^{p+1} + (T_{13} + iT_{14}) W_{34\mu}^{q-p} \\ &+ H.c.]. \end{aligned} \quad (2.126)$$

Tương tác của các boson chuẩn mang điện với các fermion:

$$\begin{aligned}
-g \sum_F \bar{F} \gamma^\mu P_\mu^{CC} F &= J_W^{-\mu} W_\mu^+ + J_{W_{13}}^{-q\mu} W_{13\mu}^q + J_{W_{14}}^{-p\mu} W_{14\mu}^p \\
&+ J_{W_{23}}^{-(q+1)\mu} W_{23\mu}^{q+1} + J_{W_{24}}^{-(p+1)\mu} W_{24\mu}^{p+1} \\
&+ J_{W_{34}}^{-(q-p)\mu} W_{34\mu}^{q-p} + H.c., \tag{2.127}
\end{aligned}$$

Các dòng mang điện được định nghĩa bởi biểu thức như sau:

$$J_W^{-\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_{aL}\gamma^\mu e_{aL} + \bar{u}_{aL}\gamma^\mu d_{aL}), \tag{2.128}$$

$$J_{W_{13}}^{-q\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{E}_{aL}\gamma^\mu \nu_{aL} - \bar{d}_{\alpha L}\gamma^\mu J_{\alpha L} + \bar{J}_{3L}\gamma^\mu u_{3L}), \tag{2.129}$$

$$J_{W_{14}}^{-p\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{F}_{aL}\gamma^\mu \nu_{aL} - \bar{d}_{\alpha L}\gamma^\mu K_{\alpha L} + \bar{K}_{3L}\gamma^\mu u_{3L}), \tag{2.130}$$

$$J_{W_{23}}^{-(q+1)\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{E}_{aL}\gamma^\mu e_{aL} + \bar{u}_{\alpha L}\gamma^\mu J_{\alpha L} + \bar{J}_{3L}\gamma^\mu d_{3L}), \tag{2.131}$$

$$J_{W_{24}}^{-(p+1)\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{F}_{aL}\gamma^\mu e_{aL} + \bar{u}_{\alpha L}\gamma^\mu K_{\alpha L} + \bar{K}_{3L}\gamma^\mu d_{3L}), \tag{2.132}$$

$$J_{W_{34}}^{-(q-p)\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{E}_{aL}\gamma^\mu F_{aL} + \bar{K}_{\alpha L}\gamma^\mu J_{\alpha L} + \bar{J}_{3L}\gamma^\mu K_{3L}). \tag{2.133}$$

Thay các boson chuẩn trung hoà từ biểu thức (2.122) vào (2.125), thu được:

$$\begin{aligned}
P_\mu^{NC} &= s_W Q A_\mu + \frac{1}{c_W}(T_3 - s_W^2 Q) Z_{1\mu} \\
&+ \left\{ \frac{c_\varphi}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} [T_8 - \beta(Q - T_3)t_W^2] \right. \\
&\quad \left. - \frac{s_\varphi}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} (T_{15} - \gamma X t_X^2) \right\} Z_{2\mu} \\
&+ \left\{ \frac{s_\varphi}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} [T_8 - \beta(Q - T_3)t_W^2] \right. \\
&\quad \left. + \frac{c_\varphi}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} (T_{15} - \gamma X t_X^2) \right\} Z_{3\mu}. \tag{2.134}
\end{aligned}$$

Còn tương tác của các boson chuẩn trung hoà với các fermion được cho bởi:

$$\begin{aligned}
-g \sum_F \bar{F} \gamma^\mu P_\mu^{NC} F &= -eQ(f) \bar{f} \gamma^\mu f A_\mu \\
&- \frac{g}{2c_W} \{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{f} \gamma^\mu [g_V^{Z_1}(f) - g_A^{Z_1}(f) \gamma_5] f \} Z_{1\mu}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{g}{2}\{C_{\nu_L}^{Z_2}\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{f}\gamma^\mu[g_V^{Z_2}(f) - g_A^{Z_2}(f)\gamma_5]f\}Z_{2\mu} \\
& -\frac{g}{2}\{C_{\nu_L}^{Z_3}\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{f}\gamma^\mu[g_V^{Z_3}(f) - g_A^{Z_3}(f)\gamma_5]f\}Z_{3\mu}
\end{aligned} \tag{2.135}$$

với $e = g_{SW}$ và f cho mọi fermion mang điện của mô hình.

Các phân tử trong nhóm đầu tiên ở biểu thức (2.135) là các trường trong tương tác điện từ thông thường. Sự liên quan của các phân tử còn lại là tương tác của các neutrino

$$C_{\nu_L}^{Z_2} = \frac{c_\varphi(1 + \sqrt{3}\beta t_W^2)}{\sqrt{3}\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1 + \gamma(\gamma + \sqrt{2}\beta + \sqrt{6})t_X^2]}{\sqrt{6}\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}}, \tag{2.136}$$

$$C_{\nu_L}^{Z_3} = C_{\nu_L}^{Z_2}(c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi). \tag{2.137}$$

Với các fermion khác, tương tác dạng vector và giả vector (axial-vector) có thể thu được các giá trị sau:

$$g_V^{Z_1}(f) = T_3(f_L) - 2s_W^2 Q(f), \quad g_A^{Z_1}(f) = T_3(f_L), \tag{2.138}$$

$$\begin{aligned}
g_V^{Z_2}(f) &= \frac{c_\varphi \{T_8(f_L) - \beta[2Q(f) - T_3(f_L)]t_W^2\}}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \\
&\quad - \frac{s_\varphi \{T_{15}(f_L) - \gamma[2Q(f) - T_3(f_L) - \beta T_8(f_L) - \gamma T_{15}(f_L)]t_X^2\}}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}},
\end{aligned} \tag{2.139}$$

$$\begin{aligned}
g_A^{Z_2}(f) &= \frac{c_\varphi [T_8(f_L) + \beta T_3(f_L)t_W^2]}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \\
&\quad - \frac{s_\varphi \{T_{15}(f_L) + \gamma[T_3(f_L) + \beta T_8(f_L) + \gamma T_{15}(f_L)]t_X^2\}}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}}
\end{aligned} \tag{2.140}$$

$$g_{V,A}^{Z_3}(f) = g_{V,A}^{Z_2}(f)(c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi). \tag{2.141}$$

Trong Phụ lục C, chúng tôi đã tính tương tác của Z_1 với các fermion như Bảng C.1, kết quả phù hợp với SM. Bên cạnh đó, tương tác của Z_2 với các fermion được tính thu kết quả như trong Bảng C.2. Ở đây, chú ý rằng tương tác của Z_3 với fermion có thể thu được từ các tương tác tương tự như Z_2 nhưng trong đó thay thế $c_\varphi \rightarrow s_\varphi$ và $s_\varphi \rightarrow -c_\varphi$ nên không tính toán lại cho tương tác Z_3 .

Tương tác chuẩn cho các vô hướng

Các tương tác chuẩn vô hướng có liên quan phát sinh từ Lagrangian chứa đạo hàm hiệp biến:

$$\mathcal{L} \supset \sum_{S=\eta,\rho,\chi,\Xi,\phi} (D^\mu S)^\dagger (D_\mu S), \quad (2.142)$$

với S tính cho tất cả các đa tuyến vô hướng $\eta, \rho, \chi, \Xi, \phi$ và $S = \langle S \rangle + S'$ dẫn đến:

$$\begin{aligned} \eta &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}u \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right)^T, \\ &+ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(c_{\alpha_2}H_1 + s_{\alpha_2}H_2 + is_{\alpha_2}\mathcal{A}) \quad s_{\alpha_2}\mathcal{H}_1^- \quad \mathcal{H}_2^q \quad \mathcal{H}_3^p \right)^T \end{aligned} \quad (2.143)$$

$$\begin{aligned} \rho &= \left(0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}v \quad 0 \quad 0 \right)^T \\ &+ \left(c_{\alpha_2}\mathcal{H}_1^+ \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(s_{\alpha_2}H_1 - c_{\alpha_2}H_2 + ic_{\alpha_2}\mathcal{A}) \quad \mathcal{H}_4^{q+1} \quad \mathcal{H}_5^{p+1} \right)^T \end{aligned} \quad (2.144)$$

$$\begin{aligned} \chi &= \left(0 \quad 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}w \quad 0 \right)^T \\ &+ \left(0 \quad 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{\alpha_1}H_3 + s_{\alpha_1}H_4) \quad c_{\alpha_3}\mathcal{H}_6^{p-q} \right)^T, \end{aligned} \quad (2.145)$$

$$\begin{aligned} \Xi &= \left(0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}V \right)^T \\ &+ \left(0 \quad 0 \quad s_{\alpha_3}\mathcal{H}_6^{q-p} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(-s_{\alpha_1}H_3 + c_{\alpha_1}H_4) \right)^T, \end{aligned} \quad (2.146)$$

với các VEVs và trạng thái vật lý được hiển thị rõ ràng.

Lagrangian được mở rộng tương ứng cho bởi:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset &g[i(\partial^\mu S')^\dagger (P_\mu^{CC} S') + i(\partial^\mu S')^\dagger (P_\mu^{NC} S') + \text{H.c.}] \\ &+ g^2[\langle S \rangle^\dagger P^{CC\mu} P_\mu^{CC} S' + \langle S \rangle^\dagger (P^{CC\mu} P_\mu^{NC} + P^{NC\mu} P_\mu^{CC}) S' + \langle S \rangle^\dagger P^{NC\mu} P_\mu^{NC} S' + \text{H.c.}] \\ &+ g^2[S'^\dagger P^{CC\mu} P_\mu^{CC} S' + S'^\dagger (P^{CC\mu} P_\mu^{NC} + P^{NC\mu} P_\mu^{CC}) S' + S'^\dagger P^{NC\mu} P_\mu^{NC} S']. \end{aligned} \quad (2.147)$$

Trong Phụ lục D, chúng tôi tính toán cho tất cả tương tác boson chuẩn và vô hướng, các tương tác được thể hiện tương ứng từ Bảng D.1 đến Bảng D.14. Trong đó, các nhãn mới là:

$$\beta_1 \equiv \frac{1 - (1 + 2q)t_W^2}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}}, \quad \gamma_1 \equiv \frac{\sqrt{6} + 3\gamma(1 - q - p)t_X^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}}, \quad (2.148)$$

$$\beta_2 \equiv \frac{1 + (1 + 2q)t_W^2}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}}, \quad \gamma_2 \equiv \frac{\sqrt{6} - 3\gamma(3 + q + p)t_X^2}{2\sqrt{3}\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}}, \quad (2.149)$$

điều này có sự khác biệt với các toán tử điện tích.

2.4. Hiện tượng luận DM nhiều thành phần

Xét mô hình $q = p = 0$. Trong trường hợp này, các hạt trung hoà biến đổi bất thường dưới vật chất chẵn lẻ đa thành phần $P = P_n \otimes P_m$ là $E_a^0, F_a^0, \mathcal{H}_2^0, \mathcal{H}_3^0, \mathcal{H}_6^0, W_{13}^0, W_{14}^0$ và W_{34}^0 , thể hiện rõ ràng trong bảng 2.4. Chúng tôi chia 3 khả năng của sự tồn tại 2 thành phần DM.

2.4.1. Kịch bản hai thành phần DM là hạt fermion

Giả sử rằng E là (1 trong 3 loại hạt vật chất nhỏ E_a^0) và F (1 trong 3 loại hạt vật chất nhỏ F_a^0), chúng là các hạt mang tích P_n (P_m) lẻ và là các hạt nhẹ nhất trong các lớp các hạt cùng loại ($E_a, \mathcal{H}_2, W_{13}$) và ($F_a, \mathcal{H}_3, W_{14}$) tương ứng. Chú ý rằng E và F chỉ tương tác thông qua các boson chuẩn mới W_{34} và các vô hướng Higgs mới \mathcal{H}_6 do bất biến chuẩn và bất biến $P_{n,m}$. Giả sử rằng khối lượng thực của E và F thì nhỏ hơn mỗi khối lượng của W_{34} và \mathcal{H}_6 . Do đó, chúng bền và có thể đóng vai trò ứng viên của 2 thành phần DM.

Các ứng cử viên DM này chủ yếu huỷ thành các hạt vật chất trong SM. Các kênh đó là:

$$EE^c \rightarrow \nu\nu^c, l^-l^+, qq^c, Z_1 H_1, \quad (2.150)$$

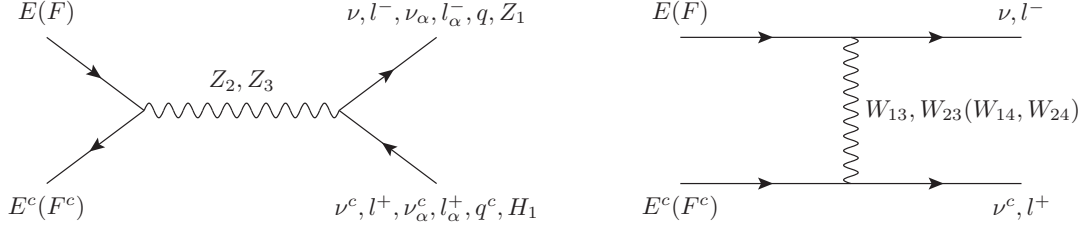
$$FF^c \rightarrow \nu\nu^c, l^-l^+, qq^c, Z_1 H_1, \quad (2.151)$$

Sự khác biệt giữa DM đa thành phần và DM đơn là kênh huỷ giữa các hạt DM khác loại. Trong phiên bản DM đa thành phần, trong đó các thành phần DM nặng hơn sẽ huỷ các thành phần DM nhẹ hơn. Vì thế, có thêm 1 trong 2 quá trình huỷ sau:

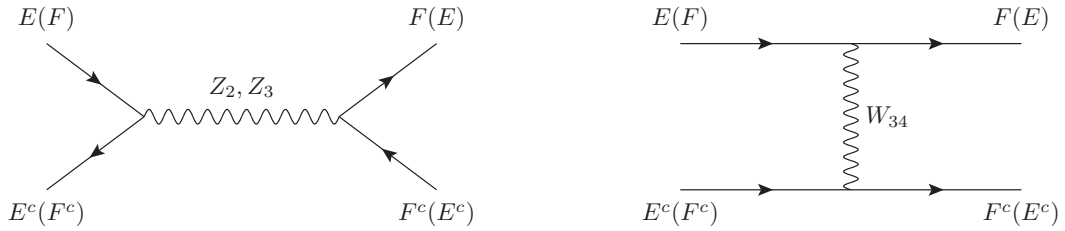
$$EE^c \rightarrow FF^c \quad \text{nếu } m_E > m_F, \quad (2.152)$$

$$FF^c \rightarrow EE^c \quad \text{nếu } m_F > m_E. \quad (2.153)$$

Giản đồ Feynman trong chuẩn Unita mô tả sự huỷ cặp DM thành các hạt trong SM và sự chuyển đổi giữa các DM được cho trong hình 2.1 và 2.2 tương ứng. Sau đó, chú ý rằng Z_N là nặng do đó không góp phần tới các bằng chứng quan sát DM.



Hình 2.1: Đóng góp chủ yếu vào việc huỷ hai thành phần DM thành các hạt trong SM.



Hình 2.2: Sự chuyển đổi giữa các thành phần DM.

Chúng tôi sẽ tính toán mật độ tàn dư của DM hai thành phần dựa giả thiết khi Vũ trụ nguội tới nhiệt độ nhất định thì DM không đủ năng lượng để tán xạ và quá trình huỷ DM đã dừng lại và quá trình tán xạ ngược cũng dừng lại (Freeze-out). Mật độ DM bị chi phối bởi 2 thành phần DM là E và F . Mật độ tàn dư của DM được tính bằng cách giải phương trình Boltzmann. Hệ phương trình Boltzmann (The coupled Boltzmann equations - BEQs) sẽ xác định giá trị của biểu thức: $Y_{E(F)} \equiv \frac{n_{E(F)}}{s}$ với $n_{E(F)}$ đề cập đến số mật độ vật chất tối $E(F)$ và s là mật độ entropy, cho bởi các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \frac{dY_E}{dx} = & -0.264 M_{\text{Pl}} \sqrt{g_*} \frac{\mu}{x^2} \left\{ \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow \text{SMSM}} \left[Y_E^2 - \left(Y_E^{\text{EQ}} \right)^2 \right] \right. \\ & \left. + \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow FF^c} \left[Y_E^2 - \left(\frac{Y_E^{\text{EQ}}}{Y_F^{\text{EQ}}} \right)^2 Y_F^2 \right] \Theta(m_E - m_F) \right\} \end{aligned}$$

$$-\langle\sigma v\rangle_{FF^c\rightarrow EE^c}\left[Y_F^2-\left(\frac{Y_F^{\text{EQ}}}{Y_E^{\text{EQ}}}\right)^2Y_E^2\right]\Theta(m_F-m_E)\left\}(2.154)$$

$$\begin{aligned}\frac{dY_F}{dx} &= -0.264M_{\text{Pl}}\sqrt{g_*}\frac{\mu}{x^2}\left\{\langle\sigma v\rangle_{FF^c\rightarrow\text{SMSM}}\left[Y_F^2-\left(Y_F^{\text{EQ}}\right)^2\right]\right. \\ &+ \langle\sigma v\rangle_{FF^c\rightarrow EE^c}\left[Y_F^2-\left(\frac{Y_F^{\text{EQ}}}{Y_E^{\text{EQ}}}\right)^2Y_E^2\right]\Theta(m_F-m_E) \\ &\left. - \langle\sigma v\rangle_{EE^c\rightarrow FF^c}\left[Y_E^2-\left(\frac{Y_E^{\text{EQ}}}{Y_F^{\text{EQ}}}\right)^2Y_F^2\right]\Theta(m_E-m_F)\right\}(2.155)\end{aligned}$$

trong đó $M_{\text{Pl}} = 1.22 \times 10^{19}$ GeV, $g_* = 106.75$ là tổng số hiệu dụng của bậc tự do do $\mu = \frac{m_E m_F}{m_E + m_F}$ và với:

$$Y_{E(F)}^{\text{EQ}} = 0.145 \frac{g}{g_*} \left(\frac{m_{E(F)}}{\mu}\right)^{3/2} x^{3/2} e^{-x \frac{m_{E(F)}}{\mu}}, \quad (2.156)$$

với $g = 2$ số bậc tự do của các thành phần DM.

Trong phương trình (2.154) và (2.155), trung bình nhiệt của tiết diện huỷ với vận tốc của các thành phần DM xác định gần đúng như sau:

$$\begin{aligned}\langle\sigma v\rangle_{EE^c\rightarrow\text{SMSM}} &= \frac{g^4 m_E^2}{\pi} \left\{ \left[\frac{1}{(m_E^2 + m_{W_{13}}^2)^2} \right. \right. \\ &- \sum_i \frac{g_V^{Z_i}(E)[g_V^{Z_i}(\nu_L) + g_A^{Z_i}(\nu_L)]}{4(m_E^2 + m_{W_{13}}^2)(4m_E^2 - m_{Z_i}^2)} \\ &+ (m_{W_{13}} \leftrightarrow m_{W_{23}}, \nu_L \leftrightarrow e)] + \sum_{i,j} \frac{g_{Z_i Z_1 H_1} g_{Z_j Z_1 H_1}}{64g^2 m_{Z_1}^2} \\ &\times \left[g_V^{Z_i}(E)g_V^{Z_j}(E) + g_A^{Z_i}(E)g_A^{Z_j}(E) \right] \frac{(4m_E^2 - m_{Z_i}^2)^{-1}}{4m_E^2 - m_{Z_j}^2} \\ &\left. + \sum_{f,i,j} N_C(f) \frac{g_V^{Z_i}(E)g_V^{Z_j}(E)[g_V^{Z_i}(f)g_V^{Z_j}(f) + g_A^{Z_i}(f)g_A^{Z_j}(f)]}{16(4m_E^2 - m_{Z_i}^2)(4m_E^2 - m_{Z_j}^2)} \right\}, (2.157) \\ \langle\sigma v\rangle_{EE^c\rightarrow FF^c} &= \frac{g^4 \sqrt{m_E^2 - m_F^2}}{2\pi m_E} \left\{ \frac{2m_E^2 - m_F^2}{(m_E^2 - m_F^2 + m_{W_{34}}^2)^2} \right. \\ &- \sum_i \frac{(4m_E^2 - m_{Z_i}^2)^{-1}}{4(m_E^2 - m_F^2 + m_{W_{34}}^2)} \\ &\times \left[2m_E^2 g_V^{Z_i}(E)[g_V^{Z_i}(F) + g_A^{Z_i}(F)] \right. \\ &\left. - m_F^2 g_V^{Z_i}(E)[g_V^{Z_i}(F) - g_A^{Z_i}(F)] \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m_F^2 g_A^{Z_i}(F) [g_V^{Z_i}(E) - g_A^{Z_i}(E)] \Big] + \sum_{i,j} \frac{(4m_E^2 - m_{Z_j}^2)^{-1}}{16(4m_E^2 - m_{Z_i}^2)} \\
& \times \left[2m_E^2 g_V^{Z_i}(E) g_V^{Z_j}(E) [g_V^{Z_i}(F) g_V^{Z_j}(F) + g_A^{Z_i}(F) g_A^{Z_j}(F)] \right. \\
& + m_F^2 g_V^{Z_i}(E) g_V^{Z_j}(E) [g_V^{Z_i}(F) g_V^{Z_j}(F) - g_A^{Z_i}(F) g_A^{Z_j}(F)] \\
& - m_F^2 g_A^{Z_i}(F) g_A^{Z_j}(F) \\
& \left. \times [g_V^{Z_i}(E) g_V^{Z_j}(E) - g_A^{Z_i}(E) g_A^{Z_j}(E)] \right] \Big\}, \quad (2.158)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \sigma v \rangle_{FF^c \rightarrow \text{SMSM}} &= \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow \text{SMSM}} \\
& (E \leftrightarrow F, m_{W_{13}} \leftrightarrow m_{W_{14}}, m_{W_{23}} \leftrightarrow m_{W_{24}}), \quad (2.159)
\end{aligned}$$

$$\langle \sigma v \rangle_{FF^c \rightarrow EE^c} = \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow FF^c} (E \leftrightarrow F), \quad (2.160)$$

trong đó $i, j = 2, 3$ và f đề cập đến mọi fermion trong SM. Ở phần trên đã giả định rằng khối lượng của các boson chuẩn mới thì lớn hơn nhiều khối lượng các fermion trong SM.

Bằng phương pháp giải số các phương trình này với các điều kiện biên như sau:

$$Y_E(1) = Y_E^{\text{EQ}}(1), \quad (2.161)$$

$$Y_F(1) = Y_F^{\text{EQ}}(1), \quad (2.162)$$

ứng với giá trị $Y_{E,F}$ lúc cân bằng nhiệt bắt đầu. Chúng ta có thể thu được mật độ tàn dư của từng thành phần DM như sau:

$$\Omega_E h^2 = 2.752 \frac{m_E}{\text{GeV}} Y_E(x_\infty) \times 10^8, \quad (2.163)$$

$$\Omega_F h^2 = 2.752 \frac{m_F}{\text{GeV}} Y_F(x_\infty) \times 10^8, \quad (2.164)$$

trong đó x_∞ đề cập giá trị của x sau tách ra khỏi bể nhiệt. Chúng tôi muốn nhấn mạnh, quá trình sinh thành phần DM nhẹ từ quá trình huỷ của DM nặng sẽ ít ảnh hưởng đến mật độ tàn dư so với các kênh huỷ của DM ra hạt trong SM. Do đó, chúng ta có thể áp dụng lời giải gần đúng của BEQs được đưa ra trong [118] cho từng thành phần DM đơn. Kết quả gần đúng được viết lại như sau:

$$\Omega_E h^2 = \frac{1.07 \times 10^9 x_E}{\sqrt{g_*} M_{\text{Pl}} \langle \sigma v \rangle_E^T} \text{GeV}^{-1}, \quad (2.165)$$

$$\Omega_F h^2 = \frac{1.07 \times 10^9 x_F}{\sqrt{g_*} M_{\text{Pl}} \langle \sigma v \rangle_F^T} \text{GeV}^{-1}, \quad (2.166)$$

với $x_E = m_E/T_E$, $x_F = m_F/T_F$ và

$$\langle \sigma v \rangle_E^T = \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow \text{SMSM}} + \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow FF^c}, \quad (2.167)$$

$$\langle \sigma v \rangle_F^T = \langle \sigma v \rangle_{FF^c \rightarrow \text{SMSM}}, \quad (2.168)$$

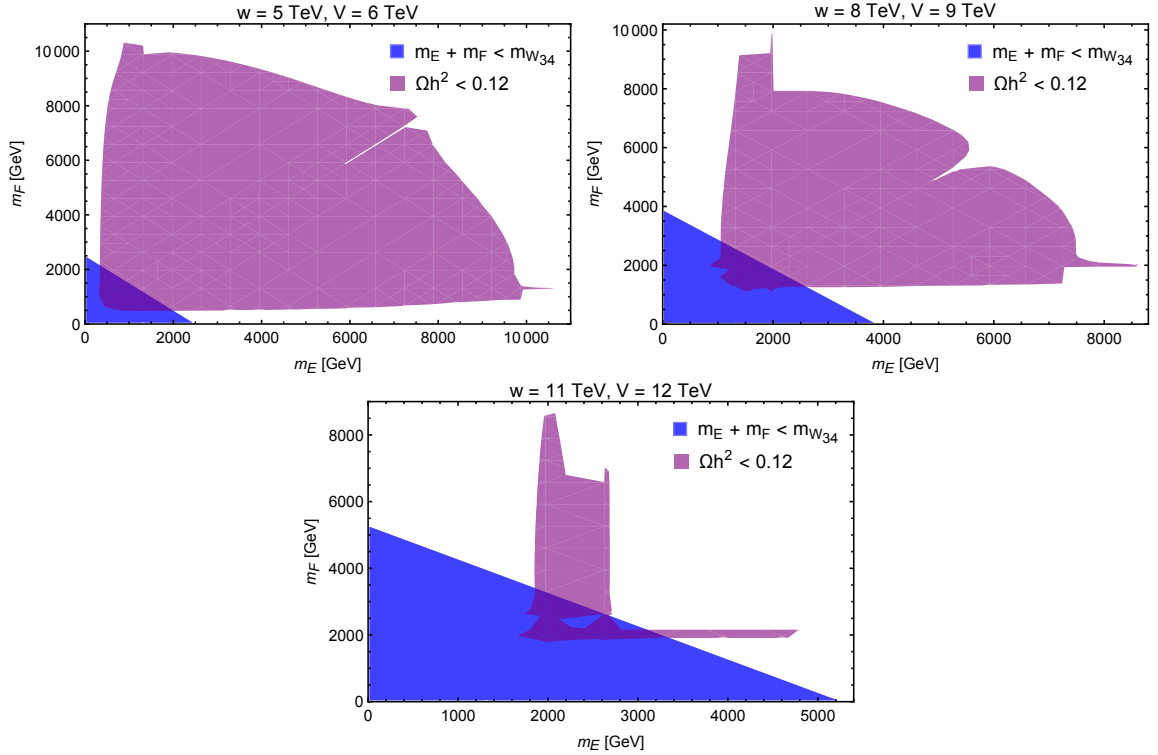
cho trường hợp $m_E > m_F$, hoặc

$$\langle \sigma v \rangle_E^T = \langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow \text{SMSM}}, \quad (2.169)$$

$$\langle \sigma v \rangle_F^T = \langle \sigma v \rangle_{FF^c \rightarrow \text{SMSM}} + \langle \sigma v \rangle_{FF^c \rightarrow EE^c}, \quad (2.170)$$

cho trường hợp ngược lại $m_E < m_F$. Mật độ tàn dư DM được xác định là tổng đóng góp của từng thành phần DM đơn:

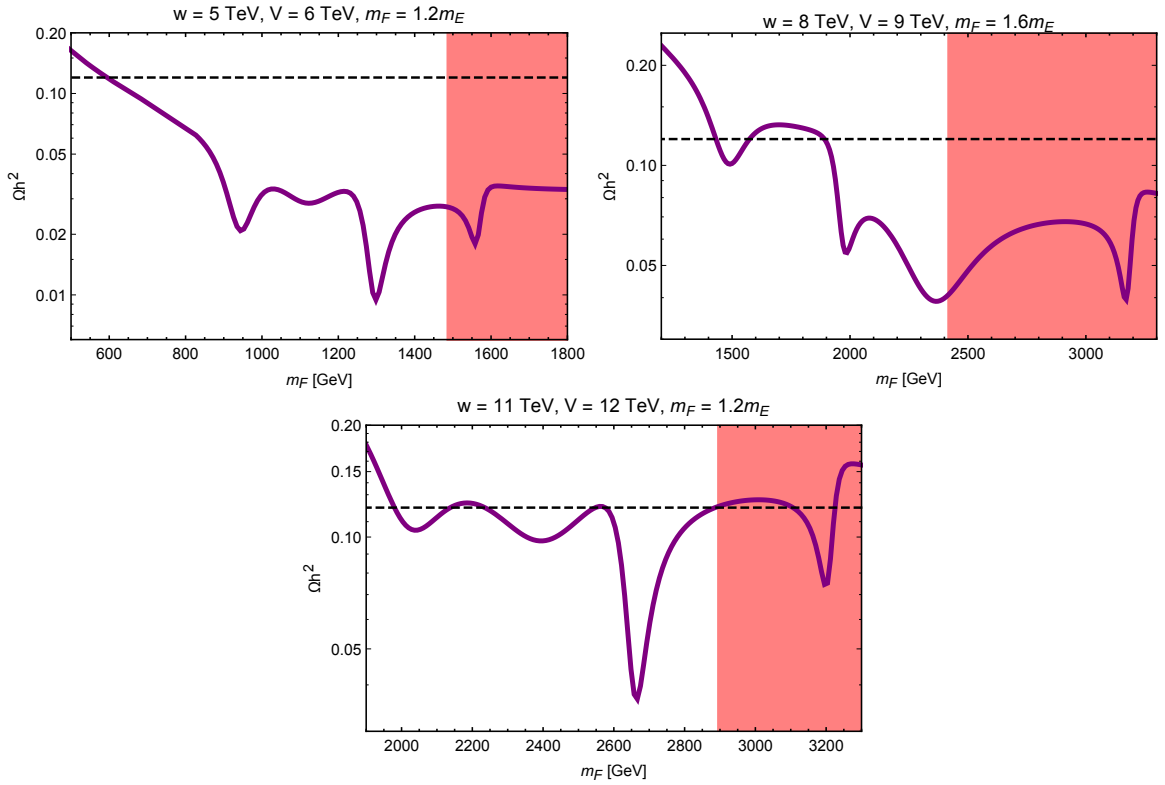
$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = \Omega_E h^2 + \Omega_F h^2. \quad (2.171)$$



Hình 2.3: Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM biểu diễn như là một hàm của (m_E, m_F) , chúng tôi đã chọn các tham số w, V đảm bảo ứng cử viên DM là bền.

Đối với khảo sát số, chúng tôi sử dụng các giá trị tham số sau: $u = v \simeq 174$ GeV, $s_W^2 \simeq 0.231$, $g = \sqrt{4\pi\alpha}/s_W$, $m_{Z_1} = 91.187$ GeV. Các số proton và số khối của Xenon được lấy: $Z = 54$ và $A = 131$.

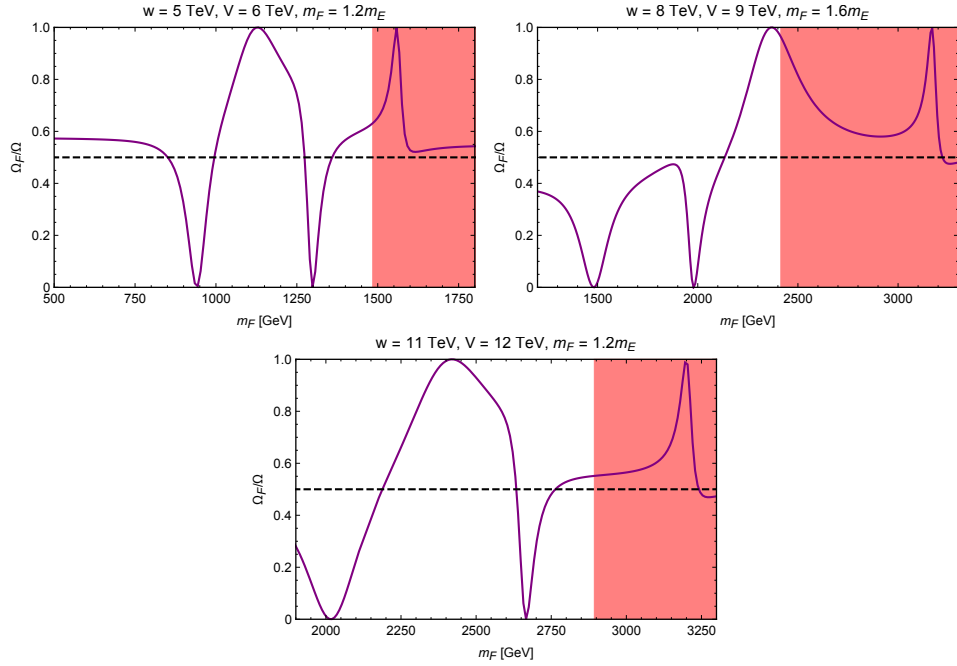
Tổng mật độ tàn dư của DM trong mô hình khảo sát được biểu diễn trong biểu thức (2.171). Chúng ta có thể nhận thấy mật độ DM biến đổi như một hàm của khối lượng DM (m_E, m_F) với $m_E + m_F < m_{W_{34}}$, thoả mãn giới hạn thực nghiệm $\Omega_{\text{DM}} h^2 < 0.12$ [32]. Trong hình 2.3, chúng tôi chỉ ra vùng tham số thoả mãn có hai tính chất của DM là giới hạn về mật độ tàn dư và điều kiện đảm bảo DM bền chính là vùng xen phủ giữa hai vùng màu. Lưu ý rằng điều kiện cho $m_E + m_F < m_{\mathcal{H}_6}$ dễ dàng áp đặt bởi vì giá trị λ_{16} không được tính đến. Hơn nữa, các lựa chọn của các thang vật lý mới w, V luôn thoả mãn những ràng buộc từ tham số ρ , $Z\bar{f}f$ tương tác, FCNCs và giới hạn của máy va chạm như [92].



Hình 2.4: Tổng mật độ tàn dư hai thành phần DM như là hàm của khối lượng DM đối với trường hợp $m_F > m_E$.

Để đánh giá ảnh hưởng của từng thành phần DM góp phần vào tổng

mật độ tàn dư của DM. Chúng tôi nghiên cứu sự phụ thuộc của tổng mật độ tàn dư như là hàm của một trong hai khối lượng của DM. Trong hình 2.4 chúng tôi mô tả tổng mật độ tàn dư DM là hàm của m_F khi cố định w, V và m_E biểu diễn theo m_F . Trong mỗi trường hợp, chúng tôi xác định bốn điểm cộng hưởng trên đường mật độ DM, cụ thể $m_F = \frac{m_{Z_2}}{2}$, $m_F = \frac{m_{Z_3}}{2}$ và hai điểm khác được cho bởi $m_E = \frac{m_{Z_2}}{2}$ và $m_E = \frac{m_{Z_3}}{2}$, chúng được dịch chuyển sang m_F được đặt lại $m_F = \frac{m_F}{m_E} \frac{m_{Z_2}}{2}$ và $m_F = \frac{m_F}{m_E} \frac{m_{Z_3}}{2}$ tương ứng. Chú ý rằng $m_{Z_3} > m_{Z_2}$ và cách hình ảnh mô tả điểm cộng hưởng cũng có thể tìm thấy trên hình 2.5. Do sự đóng góp của cả hai thành phần DM, E và F nên tổng mật độ không bị triệt tiêu tại các điểm cộng hưởng. Trong trường hợp này, khối lượng DM khả thi luôn phải đảm bảo $\Omega h^2 < 0.12$ và phải nằm ở phía trước vùng màu đỏ vì vùng màu đỏ là vùng khối lượng không đảm bảo DM là bền, tức là vi phạm điều kiện $m_E + m_F > m_{W_{34}}$.



Hình 2.5: Tỷ lệ đóng góp của các thành phần DM fermion với mật độ như một hàm của khối lượng DM trong trường hợp $m_F > m_E$.

Tương tự, trong hình 2.5 chúng tôi so sánh mật độ tàn dư của DM của từng thành phần với sự lựa chọn các thang vật lý w, V và m_E được biểu diễn

theo m_F như được đề cập ở trên. Đáng chú ý là vùng trên đường $\Omega_F/\Omega = 0.5$, ứng cử viên F cho đóng góp chính vào mật độ DM và tồn tại hai đỉnh do có sự cộng hưởng của m_E . Trong khi, bên dưới đường $\Omega_F/\Omega = 0.5$, E cho đóng góp chính vào mật độ DM, trong đó 2 điểm cộng hưởng tương ứng với giá trị cộng hưởng tại m_F . Vùng DM không bền là vùng màu đỏ vì tại đó $m_E + m_F > m_{W_{34}}$.

Chúng tôi khảo sát quá trình tìm kiếm trực tiếp các thành phần DM trong mô hình khảo sát thông qua tán xạ không phụ thuộc spin (spin-independent - SI) của DM với hạt nhân. Lagrangian hiệu dụng mô tả quá trình tán xạ của DM với nucleon, thông qua hạt truyền tương tác là các boson chuẩn $Z_{2,3}$ như sau:

$$\mathcal{L}_E^{\text{eff}} = \sum_{i=2,3} \frac{g^2}{4m_{Z_i}^2} \bar{E} \gamma^\mu [g_V^{Z_i}(E) - g_A^{Z_i}(E) \gamma_5] E \bar{q} \gamma_\mu [g_V^{Z_i}(q) - g_A^{Z_i}(q) \gamma_5] q, \quad (2.172)$$

$$\mathcal{L}_F^{\text{eff}} = \mathcal{L}_E^{\text{eff}}(E \leftrightarrow F). \quad (2.173)$$

Từ Lagrangian hiệu dụng, người ta có thể thu được tiết diện tán xạ cho quá trình tán xạ của các thành phần DM trên hạt nhân N như sau:

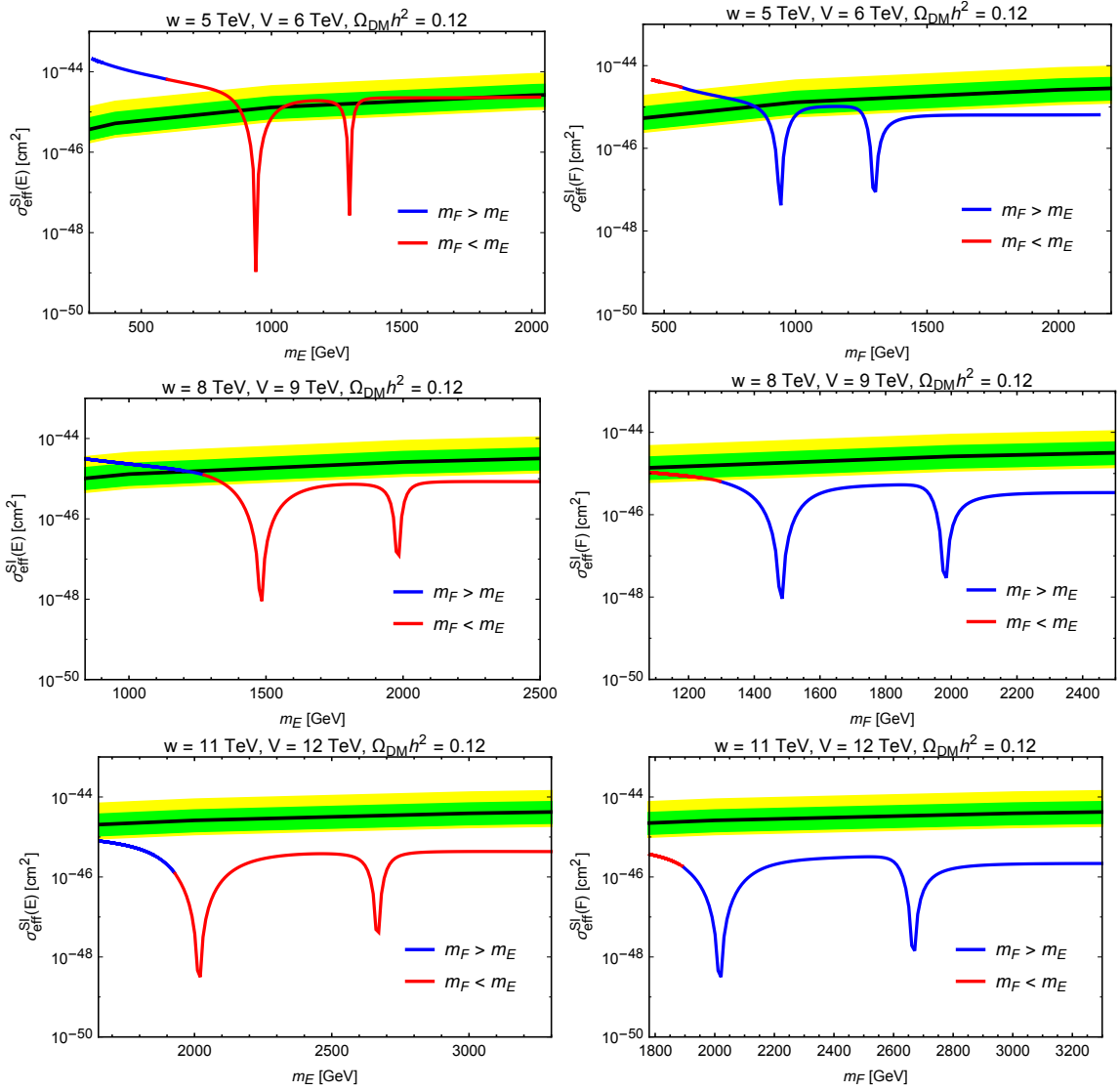
$$\sigma_{EN}^{\text{SI}} = \sum_{i=2,3} \frac{g^4 m_{EN}^2}{16\pi m_{Z_i}^4} \left| g_V^{Z_i}(E) g_V^{Z_i}(u)(Z+A) + g_V^{Z_i}(E) g_V^{Z_i}(d)(2A-Z) \right|^2, \quad (2.174)$$

$$\sigma_{FN}^{\text{SI}} = \sigma_{EN}^{\text{SI}}(E \leftrightarrow F), \quad (2.175)$$

trong đó $m_{EN} = \frac{m_E m_N}{m_E + m_N} \simeq m_N$ là khối lượng hiệu dụng DM-hạt nhân, Z và A là số hiệu nguyên tử và số khối nguyên tử của hạt nhân N tương ứng. Trong kịch bản hai thành phần DM, tiết diện tán xạ cho mỗi thành phần DM được xác định bởi công thức:

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{SI}}(E) = \frac{\Omega_E h^2}{\Omega_{\text{DM}} h^2} \sigma_{EN}^{\text{SI}}, \quad (2.176)$$

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{SI}}(F) = \frac{\Omega_F h^2}{\Omega_{\text{DM}} h^2} \sigma_{FN}^{\text{SI}}. \quad (2.177)$$



Hình 2.6: Tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin của DM với nucleon được xem như là hàm của khối lượng DM khi cố định $(w, V) = (5, 6), (8, 9)$ và $(11, 12)$ TeV và các tham số khác chọn sao cho: $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.12$.

Giả sử rằng hai thành phần DM xác định chính xác có tổng mật độ DM. Trong hình 2.6, chúng tôi vẽ tiết diện của DM tương ứng với các lựa chọn ở trên của tham số (w, V) tương ứng. Ở đây mỗi đường cong giới hạn, chúng tôi chỉ ra rõ ràng trường hợp $m_F > m_E$ (màu xanh lam) và trường hợp ngược lại $m_F < m_E$ (màu đỏ). Các giới hạn thực nghiệm [100, 101] cũng thể hiện trên hình vẽ. Kết quả trên hình vẽ cho thấy, tiết diện tán xạ của DM với hạt nhân khi khảo sát trong vùng tham số thoả mãn các điều kiện áp đặt khác lên DM

như mật độ tàn dư, tính bền của DM, sẽ có giá trị nhỏ hơn giới hạn của thực nghiệm tìm kiếm DM khi các tham số $(w, V) = (8, 9)$ TeV hoặc lớn hơn. Điều này có nghĩa là khi khối lượng m_E và m_F lớn 1 TeV thì các tín hiệu tìm kiếm trực tiếp không mâu thuẫn với kết quả thực nghiệm hiện tại.

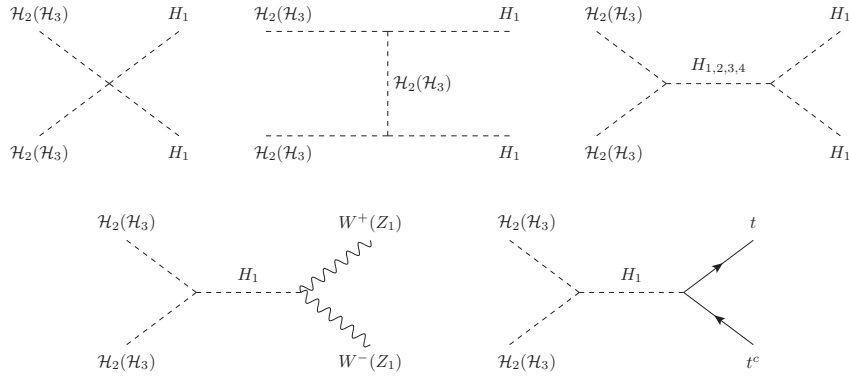
2.4.2. Kịch bản hai thành phần DM là hạt vô hướng

Chúng tôi khảo sát cả hai thành phần DM là hạt vô hướng, chúng là $\mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3$. Chúng ta giả sử rằng chúng là các hạt nhẹ nhất trong lớp những hạt có tích P_n (P_m) lẻ, cùng loại như đề cập ở trên, chúng có khối lượng thực nhỏ hơn khối lượng của W_{34} và \mathcal{H}_6 . Các ứng cử viên DM này huỷ chủ yếu thành các hạt trong SM qua các kênh rã sau:

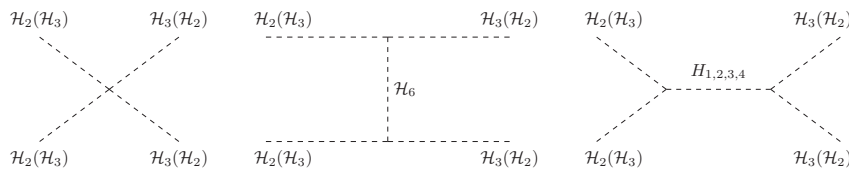
$$\mathcal{H}_2\mathcal{H}_2 \rightarrow H_1H_1, tt^c, W^+W^-, Z_1Z_1, \quad (2.178)$$

$$\mathcal{H}_3\mathcal{H}_3 \rightarrow H_1H_1, tt^c, W^+W^-, Z_1Z_1, \quad (2.179)$$

Như trên, giản đồ Feynman trong chuẩn Unita mô tả quá trình trên được mô tả trong hình 2.7. Các thành phần DM có thể tự huỷ qua nhau thông qua các giản đồ Feynman mô tả trên hình 2.8.



Hình 2.7: Các kênh huỷ của hai thành phần DM vô hướng thành các hạt SM.



Hình 2.8: Kênh huỷ giữa các thành phần DM vô hướng.

Trung bình nhiệt của tiết diện huỷ và vận tốc của các thành phần DM vô hướng được xác định gần đúng như sau :

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow \text{SMSM}} &= \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow H_1 H_1} + \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow tt^c} \\ &\quad + \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow W^+ W^-} + \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow Z_1 Z_1}, \end{aligned} \quad (2.180)$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow \mathcal{H}_3 \mathcal{H}_3} &= \frac{\sqrt{m_{\mathcal{H}_2}^2 - m_{\mathcal{H}_3}^2}}{16\pi m_{\mathcal{H}_2}^3} \left[\lambda_1 + \frac{(\lambda_{12}\omega c_{\alpha_3} + \lambda_{13}V s_{\alpha_3})^2}{m_{\mathcal{H}_2}^2 - m_{\mathcal{H}_3}^2 + m_{\mathcal{H}_6}^2} \right. \\ &\quad + \frac{(\lambda_6\omega c_{\alpha_1} - \lambda_7V s_{\alpha_1})^2}{4m_{\mathcal{H}_2}^2 - m_{H_3}^2} \\ &\quad \left. + \frac{(\lambda_6\omega s_{\alpha_1} + \lambda_7V c_{\alpha_1})^2}{4m_{\mathcal{H}_2}^2 - m_{H_4}^2} \right]^2, \end{aligned} \quad (2.181)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_3 \mathcal{H}_3 \rightarrow \text{SMSM}} = \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow \text{SMSM}} (m_{\mathcal{H}_2} \leftrightarrow m_{\mathcal{H}_3}), \quad (2.182)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_3 \mathcal{H}_3 \rightarrow \mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2} = \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow \mathcal{H}_3 \mathcal{H}_3} (m_{\mathcal{H}_2} \leftrightarrow m_{\mathcal{H}_3}), \quad (2.183)$$

Trong đó giá trị trung bình nhiệt của tiết diện huỷ và vận tốc của DM qua các kênh huỷ còn lại được xác định bởi:

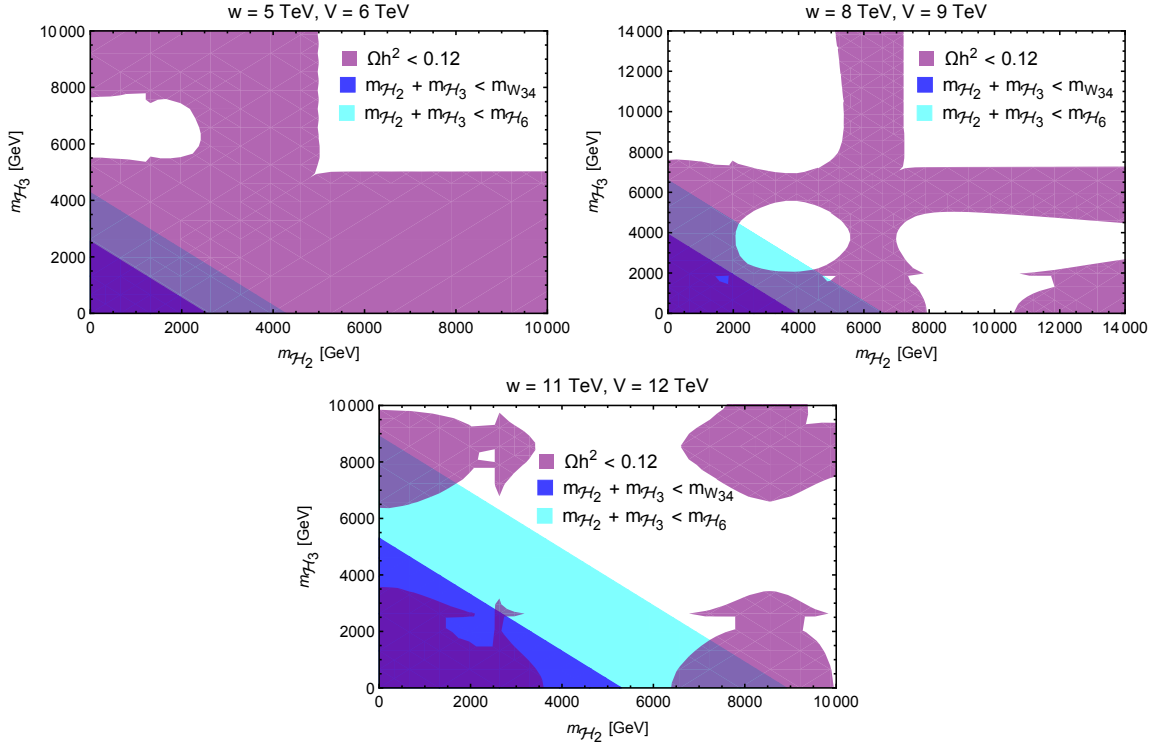
$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow H_1 H_1} &= \frac{1}{16\pi m_{\mathcal{H}_2}^2} \left\{ 2\lambda_1 c_{\alpha_2}^2 + \lambda_5 s_{\alpha_2}^2 \right. \\ &\quad - \left[\frac{(\lambda_6 + \lambda_7)c_{\alpha_2}^2 + (\lambda_7 + \lambda_9)s_{\alpha_2}^2}{4m_{\mathcal{H}_2}^2 - m_{H_3}^2} \right. \\ &\quad \times (\omega c_{\alpha_1} - V s_{\alpha_1})(\lambda_6\omega c_{\alpha_1} - \lambda_7V s_{\alpha_1}) \\ &\quad \left. \left. + (m_{H_3} \leftrightarrow m_{H_4}, c_{\alpha_1} \leftrightarrow s_{\alpha_1}, s_{\alpha_1} \leftrightarrow -c_{\alpha_1}) \right] \right\}^2 \end{aligned} \quad (2.184)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow tt^c} = \frac{3[(2\lambda_1 c_{\alpha_2} u + \lambda_5 s_{\alpha_2} v)m_t c_{\alpha_2}]^2}{16\pi u^2 m_{\mathcal{H}_2}^4}, \quad (2.185)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow W^+ W^-} = \frac{(2\lambda_1 c_{\alpha_2} u + \lambda_5 s_{\alpha_2} v)^2}{8\pi(u^2 + v^2)m_{\mathcal{H}_2}^2}, \quad (2.186)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \rightarrow Z_1 Z_1} = \frac{(2\lambda_1 c_{\alpha_2} u + \lambda_5 s_{\alpha_2} v)^2}{16\pi(u^2 + v^2)m_{\mathcal{H}_2}^2}. \quad (2.187)$$

Chú ý, kênh huỷ cho kết quả bởi (2.181) chỉ chấp nhận khi $m_{\mathcal{H}_2} > m_{\mathcal{H}_3}$, ngược lại kết quả (2.183) tồn tại khi và chỉ khi $m_{\mathcal{H}_3} > m_{\mathcal{H}_2}$.



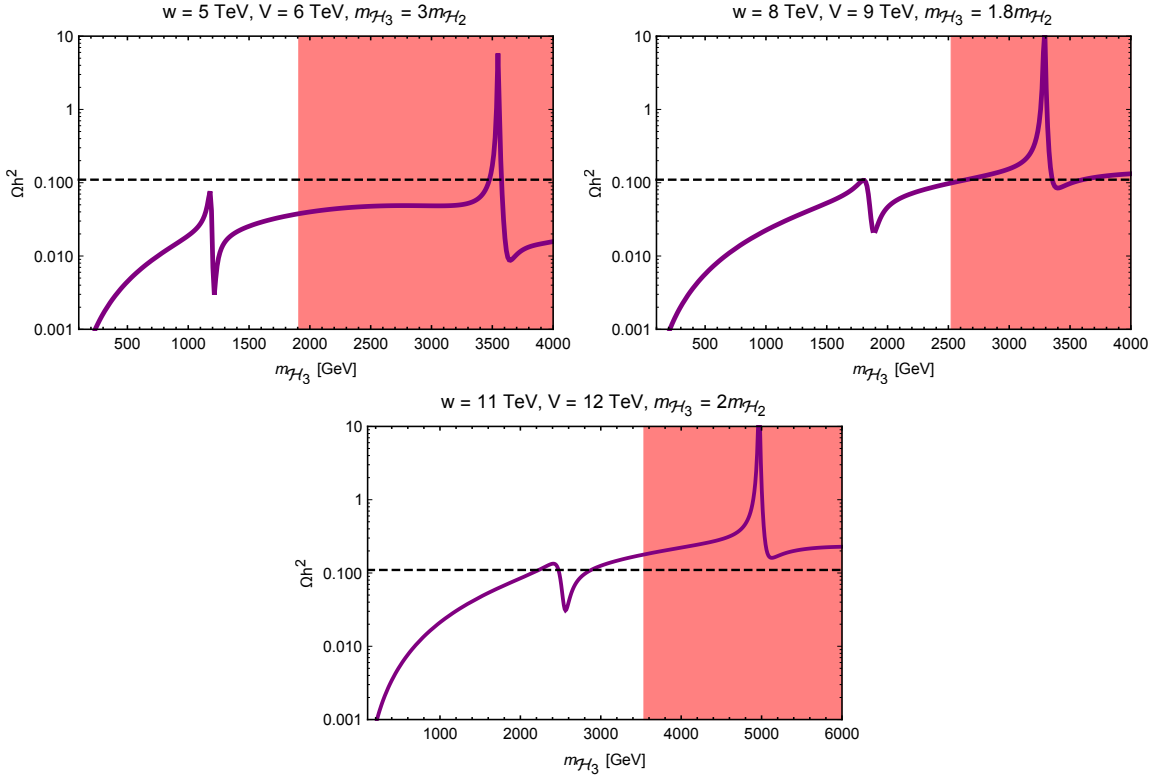
Hình 2.9: Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM biểu diễn như là một hàm của $(m_{\mathcal{H}_2}, m_{\mathcal{H}_3})$, trong đó chúng tôi chọn các tham số w, V đảm bảo ứng cử viên DM là bền.

Trong quá trình tính toán số, chúng tôi đã sử dụng các giá trị của các tham số như sau:

$$m_t \simeq 173.1 \text{ GeV}, \quad m_{H_1} \simeq 125.3 \text{ GeV},$$

$$\lambda_1 = 0.1, \quad \lambda_{3,4,9,16} = 0.6, \quad \lambda_5 = -0.15, \quad \lambda_{6,10} = 0.5, \quad \lambda_7 = 0.7. \quad (2.188)$$

Tương ứng với mỗi lựa chọn (w, V) , chúng tôi tìm vùng không gian tham số giới hạn bởi điều kiện $\Omega_{\text{DM}} h^2 < 0.12$, đây là mật độ DM tổng cộng cho cả hai thành phần DM trong mặt phẳng $(m_{\mathcal{H}_2}, m_{\mathcal{H}_3})$ trên hình 2.9. Bên cạnh đó, chúng tôi còn tìm vùng không gian của khối lượng DM bị hạn chế bởi điều kiện bền của DM: $m_{\mathcal{H}_2} + m_{\mathcal{H}_3} < m_{\mathcal{H}_6}$ và $m_{\mathcal{H}_2} + m_{\mathcal{H}_3} < m_{W_{34}}$. Khối lượng của các thành phần DM khả dĩ sẽ là vùng khối lượng xác định trong vùng xen phủ 3 màu trên hình 2.9.



Hình 2.10: Tổng mật độ tàn dư của hai thành phần DM vô hướng được khảo sát là hàm của khối lượng DM trong trường hợp $m_{\mathcal{H}_3} > m_{\mathcal{H}_2}$, trong vùng màu đỏ là vùng không đảm bảo tính bền của DM.

Để xét hiệu ứng đóng góp của từng thành phần DM vô hướng, chúng tôi xét trường hợp $m_{\mathcal{H}_3} > m_{\mathcal{H}_2}$. Tổng mật độ tàn dư được mô tả trong hình 2.10 như là hàm của $m_{\mathcal{H}_3}$ ứng với việc cố định các giá trị $m_{\mathcal{H}_2}$ và w, V . Mỗi đường cong biểu diễn mật độ chứa bốn điểm cộng hưởng do đóng góp của các hạt Higgs boson trung hoà mới $H_{3,4}$, ở đây $m_{\mathcal{H}_3} = \frac{m_{H_3}}{2}$, $m_{\mathcal{H}_3} = \frac{m_{H_4}}{2}$ và hai giá trị $m_{\mathcal{H}_3} = (m_{\mathcal{H}_3}/m_{\mathcal{H}_2})\frac{m_{H_3}}{2}$ và $m_{\mathcal{H}_3} = (m_{\mathcal{H}_3}/m_{\mathcal{H}_2})\frac{m_{H_4}}{2}$, điều đó có kết quả từ \mathcal{H}_2 cộng hưởng, $m_{\mathcal{H}_2} = \frac{1}{2}m_{H_3}$ và $m_{\mathcal{H}_2} = \frac{1}{2}m_{H_4}$ tương ứng. Vùng khối lượng DM khả dĩ phải là những giá trị thoả mãn tổng mật độ DM nằm dưới giá trị thực nghiệm và đảm bảo DM bền. Hiện tượng cộng hưởng mật độ DM xảy ra tương tự cho trường hợp các thành phần DM được giả thiết là $H_{3,4}$. Chú ý, khối lượng DM vô hướng tỷ lệ w, V , ngoài thang điện yếu nên công huỷ liên quan tới Higgs trong SM, H_1 , cho đóng góp một cách đáng kể vào mật độ tàn dư. Hơn nữa, công huỷ liên quan đến Higgs mới, H_2 , đóng góp không đáng kể

vì nó kết hợp yếu với các thành phần DM.

Trong trường hợp $m_{\mathcal{H}_2} > m_{\mathcal{H}_3}$, chúng ta khảo sát tổng mật độ DM là hàm của $m_{\mathcal{H}_2}$ với một số giá trị của w, V và $\mathcal{H}_{2,3}$. Quá trình xảy ra tương tự như trường hợp $m_{\mathcal{H}_2} < m_{\mathcal{H}_3}$. Do đó, nhận xét chung cho cả 2 trường hợp, từ điều kiện xác định tổng mật độ DM và điều kiện bền của DM, yêu cầu khối lượng DM vô hướng không quá lớn, giới hạn dưới TeV. Thêm vào đó, các điểm cộng hưởng do hạt truyền tương tác là $H_{3,4}$ tại vùng khối lượng cao đã bị loại trừ bởi điều kiện bền của DM.

Lagrangian hiệu dụng mô tả tán xạ của các thành phần DM vô hướng lên hạt nhân thông qua kênh truyền là Higgs boson trong SM, H_1 , được xác định như sau:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathcal{H}_2}^{\text{eff}} &= \frac{C_q m_q}{m_{H_1}^2} \mathcal{H}_2 \mathcal{H}_2 \bar{q} q, \\ \mathcal{L}_{\mathcal{H}_3}^{\text{eff}} &= \mathcal{L}_{\mathcal{H}_2}^{\text{eff}} (\mathcal{H}_2 \leftrightarrow \mathcal{H}_3),\end{aligned}\quad (2.189)$$

trong đó:

$$\begin{aligned}C_u &= C_c = C_b = \frac{2\sqrt{2}s_{\alpha_2}}{v} (2\lambda_1 c_{\alpha_2} u + \lambda_5 s_{\alpha_2} v), \\ C_d &= C_s = C_t = \frac{2\sqrt{2}c_{\alpha_2}}{u} (2\lambda_1 c_{\alpha_2} u + \lambda_5 s_{\alpha_2} v).\end{aligned}\quad (2.190)$$

Chú ý rằng $H_{2,3,4}$ cho đóng góp nhỏ hơn, có thể xem như bỏ qua.

Tiết diện tán xạ của các thành phần DM vô hướng với hạt nhân N được biểu thị bằng:

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{SI}}(\mathcal{H}_2) = \frac{\Omega_{\mathcal{H}_2} h^2}{\Omega_{\text{DM}} h^2} \sigma_{\mathcal{H}_2 N}^{\text{SI}}, \quad (2.191)$$

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{SI}}(\mathcal{H}_3) = \frac{\Omega_{\mathcal{H}_3} h^2}{\Omega_{\text{DM}} h^2} \sigma_{\mathcal{H}_3 N}^{\text{SI}}, \quad (2.192)$$

với $\sigma_{\mathcal{H}_{2(3)} N}^{\text{SI}}$ là:

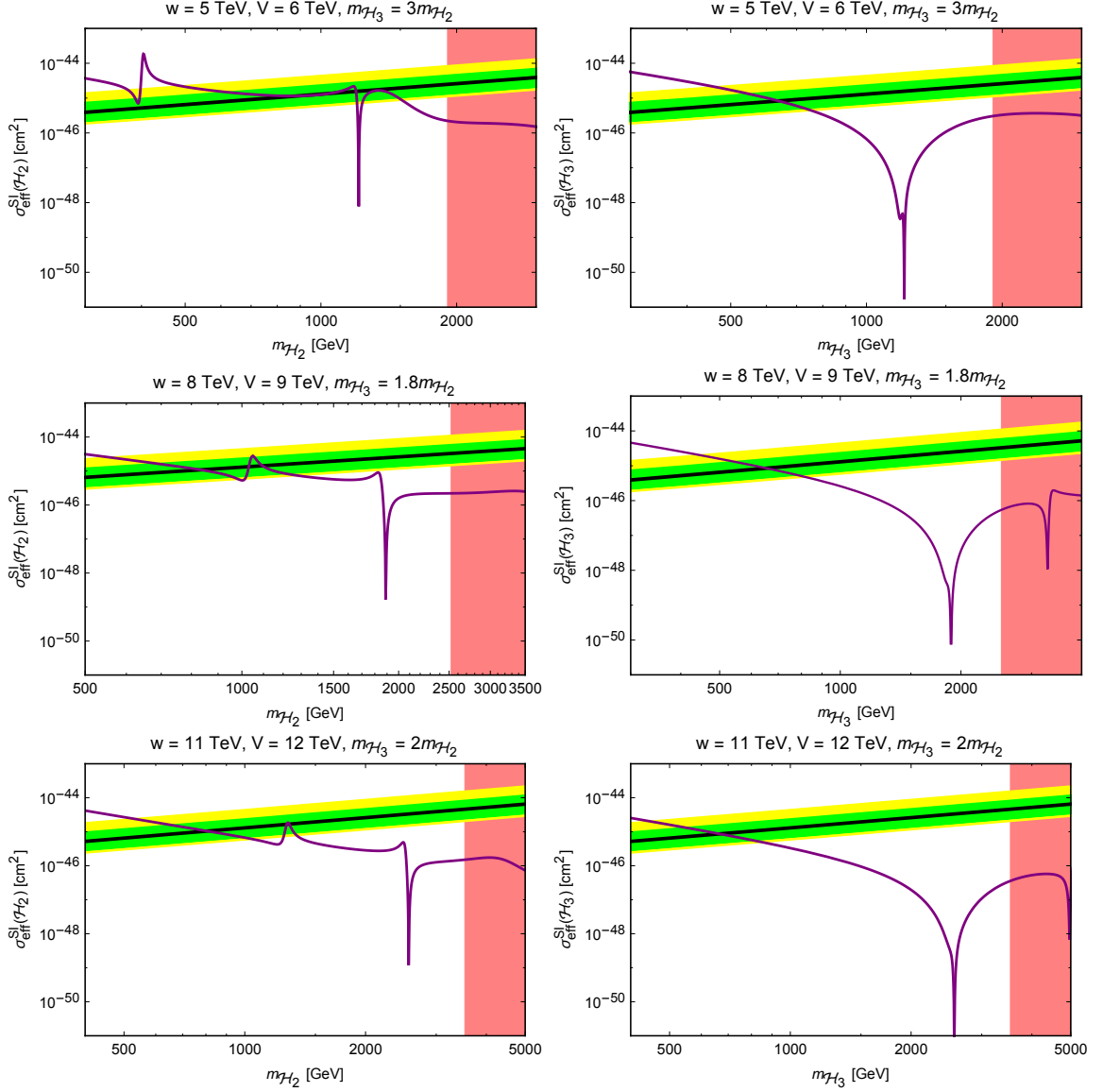
$$\sigma_{\mathcal{H}_{2(3)} N}^{\text{SI}} = \left(\frac{2m_{\mathcal{H}_{2(3)} N}}{m_{H_1}^2} \frac{m_p}{m_{\mathcal{H}_{2(3)}}} C_N \right)^2, \quad (2.193)$$

với $m_{\mathcal{H}_{2(3)} N} = \frac{m_{\mathcal{H}_{2(3)}} m_N}{m_{\mathcal{H}_{2(3)}} + m_N} \simeq m_N$ và C_N được cho bởi:

$$C_N = \frac{2}{27} \sum_{q=c,b,t} A C_q f_{Tq}^p + \sum_{q=u,d,s} C_q [Z f_{Tq}^p + (A - Z) f_{Tq}^n], \quad (2.194)$$

với

$$\begin{aligned}
 f_{Tu}^{p(n)} &\approx 0.020(0.014), & f_{Td}^{p(n)} &\approx 0.026(0.036), \\
 f_{Ts}^{p(n)} &\approx 0.118(0.118), & f_{Tg}^p &= 1 - \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^p.
 \end{aligned} \tag{2.195}$$



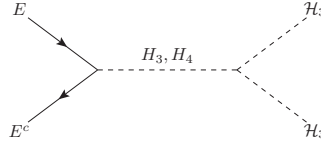
Hình 2.11: Tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin của DM với hạt nhân được xem như là một hàm của khối lượng DM ứng với từng bộ tham số w, V và $m_{\mathcal{H}_{2,3}}$ cố định, vùng màu đỏ xác định DM không bền

Chúng tôi cố định w, V và biểu diễn mối liên hệ giữa khối lượng của hai thành phần DM, trong hình 2.11 chúng tôi khảo sát tiết diện tán xạ của DM

và hạt nhân thay đổi theo khối lượng của DM, và biểu diễn đường giới hạn thực nghiệm về mật độ tàn dư của DM [100, 101]. Ta có thể thấy khối lượng DM vô hướng dưới 700 GeV bị loại trừ bởi kết quả thí nghiệm phát hiện trực tiếp DM. Ngoài ra, chúng ta thấy với khối lượng của DM vô hướng nhỏ, thì đóng góp của chúng vào mật độ tàn dư cũng nhỏ, xem trên hình 2.10.

2.4.3. Kích bản DM với 1 fermion và 1 vô hướng

Trong phần này, chúng tôi xét E và \mathcal{H}_3 là hai thành phần DM. Tiết diện huỷ của từng loại hạt ra các hạt trong SM đã thu được nghiên cứu ở các phần trên. Quá trình huỷ từ DM fermion ra DM vô hướng được thể hiện thông qua giản đồ của hình 2.12

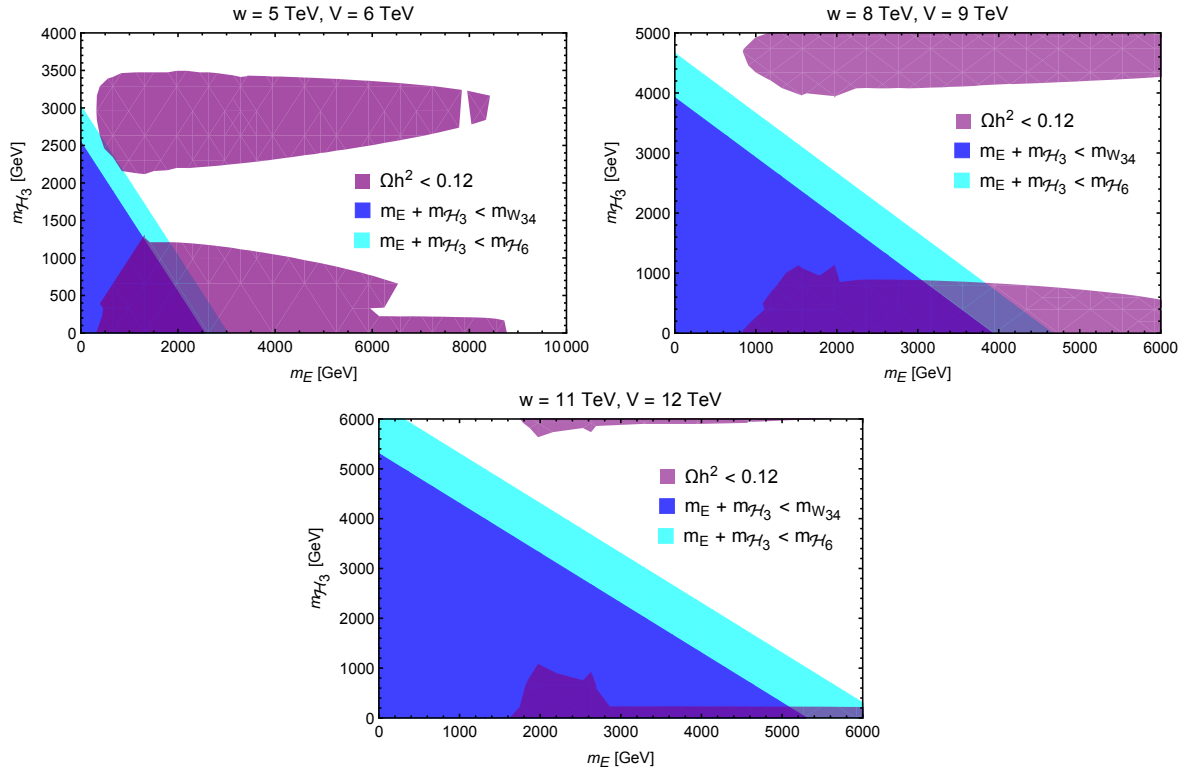


Hình 2.12: Quá trình huỷ hai DM fermion ra hai DM vô hướng.

Trung bình nhiệt của tiết diện huỷ với vận tốc của từng loại DM được xác định bởi:

$$\langle \sigma v \rangle_{EE^c \rightarrow \mathcal{H}_3 \mathcal{H}_3} \simeq 0, \quad (2.196)$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{\mathcal{H}_3 \mathcal{H}_3 \rightarrow EE^c} &\simeq \frac{m_E^2}{\pi w^2 m_{\mathcal{H}_3}^2} \sqrt{1 - \frac{m_E^2}{m_{\mathcal{H}_3}^2} (m_{\mathcal{H}_3}^2 - m_E^2)} \\ &\times \left[\frac{c_{\alpha_1} (\lambda_6 w c_{\alpha_1} - \lambda_7 V s_{\alpha_1})}{4m_{\mathcal{H}_3}^2 - m_{H_3}^2} \right. \\ &\left. + \frac{s_{\alpha_1} (\lambda_6 w s_{\alpha_1} + \lambda_7 V c_{\alpha_1})}{4m_{\mathcal{H}_3}^2 - m_{H_4}^2} \right]^2. \end{aligned} \quad (2.197)$$

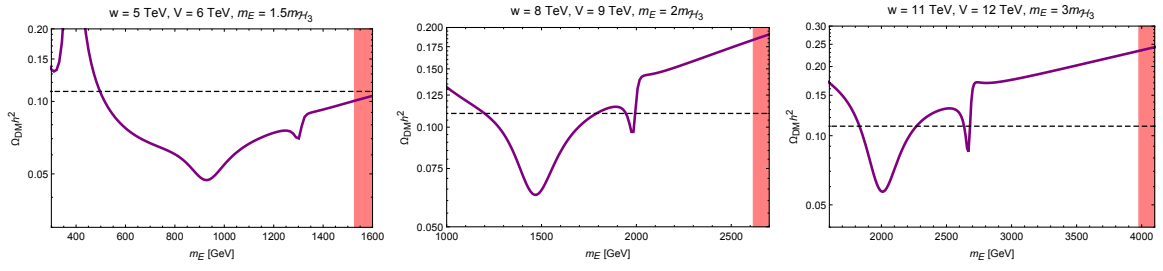


Hình 2.13: Giới hạn về tổng mật độ tàn dư của DM biểu diễn như là hàm của khối lượng DM fermion và khối lượng DM vô hướng, chúng tôi đã chọn các giá trị khác nhau của w, V đảm bảo ứng cử viên DM là bền.

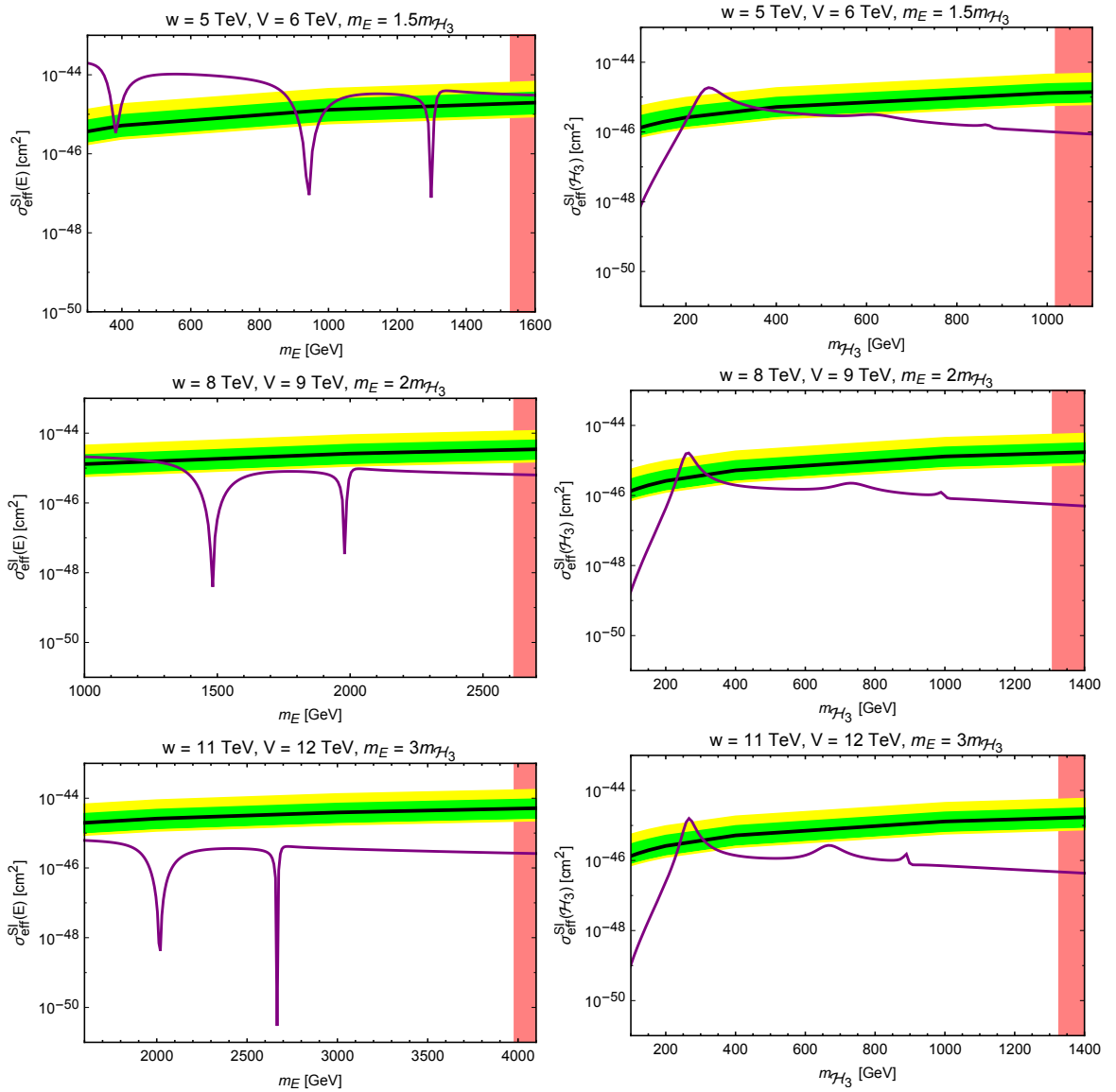
Để tính toán số, chúng tôi chọn giá trị tham số như sau:

$$\lambda_1 = 0.1, \lambda_{3,4,6,7,9,10} = 0.3, \lambda_5 = -0.19, \quad (2.198)$$

Chúng tôi biểu diễn tổng mật độ tàn dư của DM dưới dạng hàm của khối lượng các thành phần DM khi áp đặt các điều kiện bền của DM trong hình 2.13. Ứng với mỗi hình, chúng tôi cố định thang vật lý mới w, V với các cặp giá trị khác nhau.



Hình 2.14: Tổng mật độ tàn dư của DM biểu diễn theo khối lượng DM fermion khi m_E được biểu diễn qua $m_{\mathcal{H}_3}$ và cố định các giá trị w, V .



Hình 2.15: Tiết diện tìm kiếm trực tiếp của các thành phần DM vô hướng và fermion khi m_E được biểu diễn qua $m_{\mathcal{H}_3}$ và cố định các giá trị w, V .

Từ kết quả khảo sát tổng mật độ tàn dư của DM khi cố định giá trị w, V và cố định mối liên hệ về khối lượng của hai thành phần DM, chúng tôi lựa chọn vùng khối lượng DM khả dĩ cho kết quả phù hợp về ràng buộc của mật độ tàn dư. Chúng tôi nghiên cứu đóng góp của từng thành phần DM vào tổng mật độ tàn dư và tiết diện tìm kiếm trực tiếp theo khối lượng của chúng, xem trên hình 2.14 và hình 2.15 tương ứng. Chúng tôi cũng chỉ ra vùng khối lượng mà tại đó DM không bền nên những điểm cộng hưởng tại miền đó là bỏ qua. Các điểm cộng hưởng là tương tự như hai trường hợp trên, tức là chúng ta có bốn điểm cộng hưởng, hai điểm là do cộng hưởng do hạt truyền là boson chuẩn và hai cộng hưởng khác là do hạt truyền là Higgs boson. Với việc lựa chọn các tham số mà sự cộng hưởng rất quan trọng bởi vì nó chi phối việc tìm kiếm DM. Các khối lượng DM khả thi là khoảng từ 1 cho đến vài TeV.

2.5. Kết luận chương 2

Chúng tôi đã chỉ ra rằng lý thuyết chuẩn chứa đựng đối xứng isospin yếu cao hơn $SU(P)_L$, phải được thu từ một đối xứng dạng $SU(3)_C \times SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$, trong đó hai nhóm đối xứng giao hoán cuối cùng lần lượt xác định điện tích Q và tích $(B - L)$. Hai tích cuối cùng thống nhất với tích yếu theo cách làm của lý thuyết thống nhất điện yếu. Ngoài ra, các khối lượng neutrino được tạo ra thông qua phá vỡ đối xứng chuẩn, các số hạng khối lượng này thoả mãn cơ chế seesaw.

Tích chẵn lẻ P được xác định như là đối xứng tàn dư quá trình phá vỡ đối xứng chuẩn và được phân thành tích trực tiếp của tích chẵn lẻ thành phần như sau: $P = \bigotimes_{k=1}^{P-2} P_k$, trong đó mỗi P_k là một Z_2 . Tích chẵn lẻ này tạo ra $(P - 2)$ loại hai sai nên sẽ tiên đoán $(P - 2)$ thành phần DM, tức mô hình tiên đoán $(P - 2)$ thành phần DM đồng tồn tại. Do sự không giao hoán của tích $(B - L)$ với các vi tử của nhóm $SU(P)_L$ đã cho phép các thành phần của DM và các thành phần vật chất thông thường thống nhất trong một đa tuyến. Nói theo cách khác, các thành DM được đưa vào để hoàn thành biểu diễn $SU(P)_L$ lớn hơn biểu diễn của SM. Chính vì vậy, các tương tác chuẩn sẽ

chi phối các tín hiệu quan sát DM.

Chúng tôi nghiên cứu chi tiết mô hình DM đa thành phần tối thiểu tương ứng với $P = 4$, được gọi là mô hình $3 - 4 - 1 - 1$. Cụ thể, trong phiên bản này, chúng tôi đã đề xuất cấu trúc hạt của mô hình, nghiên cứu sơ đồ phá vỡ đối xứng tự phát để thấy được sự tồn tại của đối xứng tàn dư xác định bởi tích chẵn lẻ $P = P_n \otimes P_m$, tích này đảm bảo xác định hai thành phần DM. Các phiên bản khác nhau của mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ được đưa ra do lựa chọn các tham số β, γ khác nhau. Bốn phiên bản, ứng với bốn sự lựa chọn khác nhau của β, γ được đề xuất. Trong mỗi phiên bản, chúng tôi chỉ ra các trường hợp DM hai thành phần có thể tồn tại. Chúng tôi nhận thấy phiên bản ứng với $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \gamma = -\frac{1}{\sqrt{6}}$, tức là $p = q = 0$, sẽ tiên đoán nhiều kịch bản cho ứng cử viên DM hai thành phần (tồn tại 3 kịch bản cho DM hai thành phần). Để nghiên cứu chi tiết các tính chất của DM hai thành phần, chúng tôi đã tìm kiếm tất cả các tương tác của fermion và vô hướng với boson chuẩn, tìm phổ hạt vật lý của Higgs boson và các tương tác của chúng với hạt boson chuẩn. Mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ với $q = p = 0$ tuân theo ba kịch bản của DM hai thành phần bao gồm: Kịch bản thứ nhất là DM hai thành phần là các fermion (E, F) , kịch bản thứ hai ứng với DM hai thành phần là hai hạt vô hướng $(\mathcal{H}_{2,3})$ và cuối cùng là kịch bản mà các thành phần DM là một hạt fermion và một hạt vô hướng, ví dụ các ứng viên (E, \mathcal{H}_3) tương ứng. Chúng tôi đã chỉ ra không gian tham số khả thi cho mỗi kịch bản, khả năng đáp ứng mật độ tàn dư và khả năng phát hiện trực tiếp. Thông thường, khối lượng DM khả dĩ trong mỗi kịch bản cỡ 1 hoặc vài TeV. Ngoài ra, có bốn điểm cộng hưởng trong mật độ tàn dư bởi hạt $Z_{2,3}$ chuẩn trung hoà mới hoặc các kênh Higgs trung hoà mới $H_{3,4}$.

CHƯƠNG 3. ẢNH HƯỞNG CỦA SỐ HẠNG TRỘN ĐỘNG NĂNG TỚI MỘT SỐ HIỆU ỨNG VẬT LÝ TRONG MÔ HÌNH $3 - 4 - 1 - 1$

Như đã đề cập, để tích $(B - L)$ đóng kín đại số với nhóm $SU(P)_L$, ta cần phải đưa vào lý thuyết hai nhóm giao hoán $U(1)_X, U(1)_N$. Chính vì vậy, trong lý thuyết sẽ xuất hiện số hạng trộn động năng của hai trường chuẩn gắn liền với hai nhóm đối xứng giao hoán. Trong chương trước, chúng tôi đã bỏ qua số hạng trộn động năng. Tuy nhiên, để đánh giá cường độ trộn động năng, chúng tôi sẽ nghiên cứu ảnh hưởng của số hạng này tới một số quá trình vật lý. Trường hợp $P = 3$ đã được nghiên cứu rộng rãi trong thời gian gần đây và hiệu ứng trộn động năng trong mô hình $3 - 3 - 1 - 1$ đã được nghiên cứu [37, 163]. Trong chương này, chúng tôi nghiên cứu hiệu ứng trộn động năng trong mô hình tối thiểu chứa DM đa thành phần, tức là mô hình với $P = 4$.

3.1. Ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới phổ khối lượng của các trường chuẩn

3.1.1. Cơ sở hình thành số hạng trộn động năng

Như ta đã biết, tensor cường độ trường của nhóm đối xứng giao hoán $U(1)$ hoàn toàn bất biến dưới phép biến đổi của nhóm $U(1)$ định xứ. Do đó, khi xét đến tính bất biến và tái chuẩn hoá được, thì Lagrangian mô tả động năng của trường chuẩn gắn liền với hai nhóm $U(1)$ của mô hình $3 - 4 - 1 - 1$

phải chứa số hạng trộn động năng giữa hai trường đó. Cụ thể, ta có

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{kinetic}} &\supset -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4}C_{\mu\nu}^2 - \frac{\delta}{2}B_{\mu\nu}C^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4}(B_{\mu\nu} + \delta C_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(1 - \delta^2)C_{\mu\nu}^2,\end{aligned}\quad (3.1)$$

trong đó $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ và $C_{\mu\nu} = \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu$ là các tensor cường độ trường. Hệ số (δ) được gọi là hệ số trộn động năng giữa hai boson chuẩn B_μ và C_μ . Chúng là các trường không trực giao nên chúng tôi đổi cơ sở mới $(B_\mu, C_\mu) \rightarrow (B'_\mu, C'_\mu)$

$$B' = B + \delta C, \quad C' = \sqrt{1 - \delta^2}C. \quad (3.2)$$

Thực hiện phép biến đổi chuyển từ cơ sở B, C sang B', C' chúng tôi thu được đạo hàm hiệp biến như sau:

$$D_\mu \supset ig_X X B_\mu + ig_N N C_\mu = ig_X X B'_\mu + \frac{i}{\sqrt{1 - \delta^2}}(g_N N - g_X X \delta)C'_\mu, \quad (3.3)$$

đây là biểu thức đạo hàm hiệp biến khi thực hiện chuyển cơ sở sang trường (B'_μ, C'_μ) .

3.1.2. Khối lượng các boson

Đối xứng chuẩn $3 - 4 - 1 - 1$ bị phá vỡ, dẫn tới sự trộn của A_3, A_8, A_{15}, B', C' . Lagrangian khối lượng của các boson chuẩn $\sum_S (D_\mu \langle S \rangle)^\dagger (D^\mu \langle S \rangle)$ tính được như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{neutral}} = \frac{1}{2} (A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B' \ C') M^2 (A_3 \ A_8 \ A_{15} \ B' \ C')^T, \quad (3.4)$$

trong đó ma trận khối lượng $M^2 = \{m_{ij}^2\}$ gồm các phần tử:

$$\begin{aligned}m_{11}^2 &= \frac{g^2}{4}(u^2 + v^2), & m_{12}^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{3}}(u^2 - v^2), & m_{13}^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{6}}(u^2 - v^2), \\ m_{14}^2 &= -\frac{g^2 t_X}{4\sqrt{6}}[\beta_1 u^2 + (2\sqrt{6} - \beta_1)v^2], \\ m_{15}^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{6}(1 - \delta^2)} \\ &\quad \{[\delta\beta_1 t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N]u^2 + [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X + (\sqrt{2}b + c)t_N]v^2\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{22}^2 &= \frac{g^2}{12}(u^2 + v^2 + 4w^2), & m_{23}^2 &= \frac{g^2}{12\sqrt{2}}(u^2 + v^2 - 2w^2), \\
m_{24}^2 &= -\frac{g^2 t_X}{12\sqrt{2}}[\beta_1 u^2 - (2\sqrt{6} - \beta_1)v^2 + 2(2\sqrt{2}\beta - \gamma)w^2], \\
m_{25}^2 &= \frac{g^2}{12\sqrt{2}(1 - \delta^2)}\{[\delta\beta_1 t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N]u^2 - [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X \\
&\quad + (\sqrt{2}b + c)t_N]v^2 + 2[\delta(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X - (2\sqrt{2}b - c)t_N]w^2\}, \\
m_{33}^2 &= \frac{g^2}{24}(u^2 + v^2 + w^2 + 9V^2), \\
m_{34}^2 &= -\frac{g^2 t_X}{24}[\beta_1 u^2 - (2\sqrt{6} - \beta_1)v^2 - (2\sqrt{2}\beta - \gamma)w^2 + 9\gamma V^2], \\
m_{35}^2 &= \frac{g^2}{24\sqrt{1 - \delta^2}}\{[\delta\beta_1 t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N]u^2 - [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X \\
&\quad + (\sqrt{2}b + c)t_N]v^2 + [\delta(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X - (2\sqrt{2}b - c)t_N]w^2 \\
&\quad + 9(\delta\gamma t_X - ct_N)V^2\}, \\
m_{44}^2 &= \frac{g^2 t_X^2}{24}[\beta_1^2 u^2 + (2\sqrt{6} - \beta_1)^2 v^2 + (2\sqrt{2}\beta - \gamma)^2 w^2 + 9\gamma^2 V^2], \\
m_{45}^2 &= -\frac{g^2 t_X}{24\sqrt{1 - \delta^2}}\{[\delta\beta_1 t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N]\beta_1 u^2 + [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X \\
&\quad + (\sqrt{2}b + c)t_N](2\sqrt{6} - \beta_1)v^2 + [\delta(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X \\
&\quad - (2\sqrt{2}b - c)t_N](2\sqrt{2}\beta - \gamma)w^2 + 9\gamma(\delta\gamma t_X - ct_N)V^2\}, \\
m_{55}^2 &= \frac{g^2}{24(1 - \delta^2)}\{[\delta\beta_1 t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N]^2 u^2 + [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X \\
&\quad + (\sqrt{2}b + c)t_N]^2 v^2 + [\delta(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X - (2\sqrt{2}b - c)t_N]^2 w^2 \\
&\quad + 9(\delta\gamma t_X - ct_N)^2 V^2 + 96t_N^2 \Lambda^2\},
\end{aligned}$$

với $t_X = g_X/g$, $t_N = g_N/g$ và $\beta_1 = \sqrt{6} + \sqrt{2}\beta + \gamma$.

Ma trận khối lượng có trị riêng bằng 0 tương ứng với khối lượng của trường photon A và trạng thái vật lý tương ứng

$$A = s_W A_3 + c_W \left(\beta t_W A_8 + \gamma t_W A_{15} + \frac{t_W}{t_X} B' \right), \quad (3.5)$$

với $s_W = e/g = t_X/\sqrt{1 + (1 + \beta^2 + \gamma^2)t_X^2}$ là Sine của góc Weinberg [164]. Tổ hợp tuyến tính các trường trong ngoặc của công thức (3.5) đồng nhất là trường chuẩn gắn liền với toán tử siêu tích yếu. Chính vì vậy, chúng tôi xác

định trạng thái của Z boson trong SM như sau:

$$Z = c_W A_3 - s_W \left(\beta t_W A_8 + \gamma t_W A_{15} + \frac{t_W}{t_X} B' \right). \quad (3.6)$$

Ngoài ra, mô hình còn chứa thêm hai boson chuẩn trung hoà mới Z'_2, Z'_3 và chúng trực giao với nhau, do đó ta có thể viết chúng dưới dạng:

$$Z'_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \left[(1 - \beta^2 t_W^2) A_8 - \beta \gamma t_W^2 A_{15} - \frac{\beta t_W^2}{t_X} B' \right], \quad (3.7)$$

$$Z'_3 = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} (A_{15} - \gamma t_X B'), \quad (3.8)$$

trong đó C' trực giao với A, Z, Z'_2, Z'_3 .

Chúng tôi chuyển sang cơ sở mới A, Z, Z'_2, Z'_3, C' từ cơ sở ban đầu như sau $(A_3 A_8 A_{15} B' C')^T = U_1 (A Z Z'_2 Z'_3 C')^T$, trong đó ma trận chuyển cơ sở U_1 được tính như sau:

$$U_1 = \begin{pmatrix} s_W & c_W & 0 & 0 & 0 \\ \beta s_W & -\beta s_W t_W & \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} & 0 & 0 \\ \gamma s_W & -\gamma s_W t_W & -\frac{\beta \gamma t_W^2}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} & \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} & 0 \\ \frac{s_W}{t_X} & -\frac{s_W t_W}{t_X} & -\frac{\beta t_W^2}{t_X \sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} & -\frac{\gamma t_X}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Ma trận khối lượng M^2 trong hệ cơ sở mới có dạng:

$$M'^2 = U_1^T M^2 U_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_s'^2 \end{pmatrix},$$

$$M_s'^2 \equiv \begin{pmatrix} m_Z^2 & m_{ZZ'_2}^2 & m_{ZZ'_3}^2 & m_{ZC'}^2 \\ m_{ZZ'_2}^2 & m_{Z'_2}^2 & m_{Z'_2 Z'_3}^2 & m_{Z'_2 C'}^2 \\ m_{ZZ'_3}^2 & m_{Z'_2 Z'_3}^2 & m_{Z'_3}^2 & m_{Z'_3 C'}^2 \\ m_{ZC'}^2 & m_{Z'_2 C'}^2 & m_{Z'_3 C'}^2 & m_{C'}^2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

trong đó, các phần tử của ma trận $M_s'^2$ lần lượt là:

$$m_Z^2 = \frac{g^2}{4c_W^2} (u^2 + v^2),$$

$$m_{ZZ'_2}^2 = \frac{g^2 \sqrt{1 - (\beta^2 + \gamma^2) t_W^2}}{4\sqrt{3} c_W \sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} \{ \beta_2 u^2 + (2\sqrt{3} \beta t_X^2 - \beta_2) v^2 \},$$

$$\begin{aligned}
m_{ZZ'_3}^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{6}c_W\sqrt{1+\gamma^2t_X^2}} \{(1+\gamma\beta_1t_X^2)u^2 + [\gamma(2\sqrt{6}-\beta_1)t_X^2 - 1]v^2\}, \\
m_{ZC'}^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{6}c_W\sqrt{1-\delta^2}} \{[\delta\beta_1t_X - (\sqrt{2}b+c)t_N]u^2 + [\delta(2\sqrt{6}-\beta_1)t_X \\
&\quad + (\sqrt{2}b+c)t_N]v^2\}, \\
m_{Z_2}^2 &= \frac{g^2[1 - (\beta^2 + \gamma^2)t_W^2]}{12(1 + \gamma^2t_X^2)} \{\beta_2^2u^2 + (2\sqrt{3}\beta t_X^2 - \beta_2)^2v^2 \\
&\quad + 4[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]^2w^2\}, \\
m_{Z_2Z'_3}^2 &= \frac{g^2\sqrt{1 - (\beta^2 + \gamma^2)t_W^2}}{12\sqrt{2}(1 + \gamma^2t_X^2)} \{(1 + \gamma\beta_1t_X^2)\beta_2u^2 \\
&\quad + [\gamma(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X^2 - 1](2\sqrt{3}\beta t_X^2 - \beta_2)v^2 \\
&\quad + 2[\gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2 - 1][1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]w^2\}, \\
m_{Z_2C'}^2 &= \frac{g^2\sqrt{1 - (\beta^2 + \gamma^2)t_W^2}}{12\sqrt{2}\sqrt{(1 - \delta^2)(1 + \gamma^2t_X^2)}} \{[\delta\beta_1t_X - (\sqrt{2}b+c)t_N]\beta_2u^2 \\
&\quad + [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X + (\sqrt{2}b+c)t_N] \times (2\sqrt{3}\beta t_X^2 - \beta_2)v^2 \\
&\quad + 2[\delta(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X - (2\sqrt{2}b - c)t_N][1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]w^2\}, \\
m_{Z'_3}^2 &= \frac{g^2}{24(1 + \gamma^2t_X^2)} \{(1 + \gamma\beta_1t_X^2)^2u^2 + [\gamma(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X^2 - 1]^2v^2 \\
&\quad + [\gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2 - 1]^2w^2 + 9(1 + \gamma^2t_X^2)^2V^2\}, \\
m_{Z'_3C'}^2 &= \frac{g^2}{24\sqrt{(1 - \delta^2)(1 + \gamma^2t_X^2)}} \{[\delta\beta_1t_X - (\sqrt{2}b+c)t_N](1 + \gamma\beta_1t_X^2)u^2 \\
&\quad + [\delta(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X + (\sqrt{2}b+c)t_N] \times [\gamma(2\sqrt{6} - \beta_1)t_X^2 - 1]v^2 \\
&\quad + [\delta(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X - (2\sqrt{2}b - c)t_N][\gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2 - 1]w^2 \\
&\quad + 9(\delta\gamma t_X - ct_N)(1 + \gamma^2t_X^2)V^2\}, \\
m_{C'}^2 &= m_{55}^2,
\end{aligned}$$

với $\beta_2 = 1 + (\sqrt{3}\beta + \beta^2 + \gamma^2)t_X^2$.

Chú ý rằng, trong giới hạn $u, v \ll w, V, \Lambda$, các phần tử thuộc hàng đầu tiên và cột đầu tiên của $M_s'^2$ gồm các phần tử nhỏ hơn nhiều so với những phần tử còn lại. Ma trận $M_s'^2$ có thể được chéo hoá theo cơ chế seesaw [165] để tách trạng thái Z ra khỏi các trường nặng $Z'_2 Z'_3 C'$. Hệ cơ sở mới sau khi thực hiện chéo hoá theo cơ chế seesaw sẽ liên hệ với hệ cơ sở cũ như sau:

$$(Z Z'_2 Z'_3 C')^T = U_2 (Z_1 Z'_2 Z'_3 C')^T,$$

$$M''^2 = U_2^T M_s''^2 U_2 = \begin{pmatrix} m_{Z_1}^2 & 0 \\ 0 & M_s''^2 \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

trong đó Z_1 là trường vật lý, còn Z'_2 , Z'_3 và C' có sự trộn thông qua ma trận $M_s''^2$ và ma trận U_2 được xác định như sau:

$$U_2 \simeq \begin{pmatrix} 1 & \epsilon_1 & \epsilon_2 & \epsilon_3 \\ -\epsilon_1 & 1 & 0 & 0 \\ -\epsilon_2 & 0 & 1 & 0 \\ -\epsilon_3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$M_s''^2 \simeq \begin{pmatrix} m_{Z'_2}^2 & m_{Z'_2 Z'_3}^2 & m_{Z'_2 C'}^2 \\ m_{Z'_2 Z'_3}^2 & m_{Z'_3}^2 & m_{Z'_3 C'}^2 \\ m_{Z'_2 C'}^2 & m_{Z'_3 C'}^2 & m_{C'}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

$$m_{Z_1}^2 \simeq m_Z^2 - \epsilon_1 m_{ZZ'_2}^2 - \epsilon_2 m_{ZZ'_3}^2 - \epsilon_3 m_{ZC'}^2. \quad (3.13)$$

Hơn nữa, chúng tôi có thể tách $\epsilon_{1,2,3} \equiv \epsilon_{1,2,3}^0 + \epsilon_{1,2,3}^\delta$, trong đó $\epsilon_{1,2,3}^0$ xác định sự trộn của Z với Z'_2 , Z'_3 và C' do đối xứng chuẩn bị phá vỡ còn $\epsilon_{1,2,3}^\delta$ đặc trưng cho sự trộn động năng:

$$\begin{aligned} \epsilon_1^0 &= \frac{1}{4c_W \sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2} [1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2]^{3/2}} \\ &\times \left\{ \frac{\sqrt{3}(1 + \gamma^2 t_X^2) [\beta_2 u^2 + (2\sqrt{3}\beta t_X^2 - \beta_2) v^2]}{w^2} \right. \\ &+ \frac{(\beta + 2\sqrt{2}\gamma) [1 + \gamma(\gamma - 2\sqrt{2}\beta) t_X^2] t_X^2 (u^2 + v^2)}{3V^2} \\ &+ \frac{\sqrt{3} [1 - \gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma) t_X^2] [1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2] (u^2 - v^2)}{3V^2} \\ &\left. + \frac{(b\beta + c\gamma) [b - \gamma(c\beta - b\gamma) t_X^2] t_X^2 (u^2 + v^2)}{4\Lambda^2} \right\}, \quad (3.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_2^0 &= \frac{1}{c_W \sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2} [1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2]} \\ &\times \left\{ \frac{(\beta + 2\sqrt{2}\gamma) t_X^2 (u^2 + v^2) + \sqrt{3} [1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2] (u^2 - v^2)}{3\sqrt{2} V^2} \right. \\ &\left. + \frac{c(b\beta + c\gamma) t_X^2 (u^2 + v^2)}{16\Lambda^2} \right\}, \quad (3.15) \end{aligned}$$

$$\epsilon_3^0 = \frac{(b\beta + c\gamma) t_X^2 (u^2 + v^2)}{16c_W [1 + (\beta^2 + \gamma^2) t_X^2] t_N \Lambda^2}, \quad (3.16)$$

$$\epsilon_1^\delta = \frac{\delta\{[b(1 + \gamma^2 t_X^2) - \beta(b\beta + 2c\gamma)t_X^2]t_N - \delta\beta t_X\}t_X(u^2 + v^2)}{16c_W \sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2} [1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]^{3/2} t_N^2 \Lambda^2}, \quad (3.17)$$

$$\epsilon_2^\delta = \frac{\delta[(ct_N - \delta\gamma t_X) - \gamma(b\beta + c\gamma)t_X^2 t_N]t_X(u^2 + v^2)}{16c_W \sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2} [1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2] t_N^2 \Lambda^2}, \quad (3.18)$$

$$\epsilon_3^\delta = \frac{\delta t_X(u^2 + v^2)}{16c_W [1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2] t_N \Lambda^2} \left\{ \frac{\sqrt{1 - \delta^2}}{t_N} - \frac{\delta(b\beta + c\gamma)t_X}{1 + \sqrt{1 - \delta^2}} \right\}. \quad (3.19)$$

Bởi vì $\epsilon_{1,2,3} \sim (u^2, v^2)/(w^2, V^2, \Lambda^2)$ nên sự trộn rất nhỏ.

Hiện tại, các phần tử trong ma trận trộn khối lượng của các hạt nặng phụ thuộc vào ba VEVs, w, V, Λ . Cả ba đều là các thang vật lý mới nên có thể xảy ra ba trường hợp: $(w, V \ll \Lambda)$, $(w \ll V, \Lambda)$ hoặc $(w, \Lambda \ll V)$.

Trường hợp thứ nhất ($w, V \ll \Lambda$): Phần tử m_C^2 , lớn hơn nhiều những phần tử còn lại. Ma trận $M_s'^2$ có thể được chéo hoá theo công thức seesaw với các trường như sau:

$$(\mathcal{Z}'_2 \mathcal{Z}'_3 \mathcal{C}')^T = U_3 (\mathcal{Z}_2 \mathcal{Z}_3 \mathcal{Z}_4)^T, M_s'^2 = U_3^T M_s''^2 U_3 = \begin{pmatrix} M_{2 \times 2}^2 & 0 \\ 0 & m_{\mathcal{Z}_4}^2 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

\mathcal{Z}_4 đã không trộn với các trường còn lại, trong khi $\mathcal{Z}_2, \mathcal{Z}_3$ vẫn trộn với nhau thông qua ma trận $M_{2 \times 2}^2$ như sau:

$$U_3 \simeq \begin{pmatrix} 1 & 0 & \zeta_1 \\ 0 & 1 & \zeta_2 \\ -\zeta_1 & -\zeta_2 & 1 \end{pmatrix}, M_{2 \times 2}^2 = \begin{pmatrix} m_{11}^2 & m_{12}^2 \\ m_{12}^2 & m_{22}^2 \end{pmatrix}, m_{\mathcal{Z}_4}^2 \simeq m_{\mathcal{C}}^2 \quad (3.21)$$

ở đây ζ gồm hai thành phần và được xác định bởi $\zeta_{1,2} \equiv \zeta_{1,2}^0 + \zeta_{1,2}^\delta$,

$$\zeta_1^0 = -\frac{(2\sqrt{2}b - c)w^2}{24\sqrt{2}\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} t_N \Lambda^2}, \quad (3.22)$$

$$\zeta_2^0 = -\frac{9V^2(1 + \gamma^2 t_X^2)c - w^2[1 - \gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2](2\sqrt{2}b - c)}{96\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2} t_N \Lambda^2}, \quad (3.23)$$

$$\zeta_1^\delta = \frac{\delta w^2[(1 - \delta^2 + \sqrt{1 - \delta^2})(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X + \delta(2\sqrt{2}b - c)t_N]}{24\sqrt{2}\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2} (1 + \sqrt{1 - \delta^2})t_N^2 \Lambda^2}, \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \zeta_2^\delta &= \frac{\delta}{96\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2} (1 + \sqrt{1 - \delta^2})t_N^2 \Lambda^2} \{9V^2(1 + \gamma^2 t_X^2) \\ &\times [\gamma(1 - \delta^2 + \sqrt{1 - \delta^2})t_X + \delta ct_N] \\ &- w^2[1 - \gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2] \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\times [(1 - \delta^2 + \sqrt{1 - \delta^2})(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X + \delta(2\sqrt{2}b - c)t_N], \quad (3.26)$$

Các giá trị ζ rất nhỏ nên có thể viết:

$$m_{11}^2 \simeq m_{Z'_2}^2 - \zeta_1 m_{Z'_2 C'}^2 \simeq m_{Z'_2}^2, \quad (3.27)$$

$$m_{12}^2 \simeq m_{Z'_2 Z'_3}^2 - \zeta_1 m_{Z'_3 C'}^2 \simeq m_{Z'_2 Z'_3}^2, \quad (3.28)$$

$$m_{22}^2 \simeq m_{Z'_3}^2 - \zeta_2 m_{Z'_3 C'}^2 \simeq m_{Z'_3}^2. \quad (3.29)$$

Cuối cùng chéo hoá ma trận $M_{2 \times 2}^2$ được hai boson chuẩn vật lý là Z_2 và Z_3 :

$$Z_2 = c_\varphi \mathcal{Z}_2 - s_\varphi \mathcal{Z}_3, \quad Z_3 = s_\varphi \mathcal{Z}_2 + c_\varphi \mathcal{Z}_3. \quad (3.30)$$

Góc trộn φ giữa $\mathcal{Z}_2 - \mathcal{Z}_3$ và khối lượng Z_2, Z_3 được cho bởi:

$$t_{2\varphi} \simeq \frac{t_1}{t_2}, \quad (3.31)$$

$$m_{Z_2, Z_3}^2 = \frac{1}{2} [m_{11}^2 + m_{22}^2 \mp \sqrt{(m_{11}^2 - m_{22}^2)^2 + 4m_{12}^4}], \quad (3.32)$$

với t_1 và t_2 là:

$$\begin{aligned} t_1 &= 4\sqrt{2}w^2 [1 - \gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2] \sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2}, \\ t_2 &= w^2 [7 - \gamma^2(2\sqrt{2}\beta - \gamma)^2 t_X^4 + (8\beta^2 + 4\sqrt{2}\beta\gamma + 6\gamma^2)t_X^2] \\ &\quad - 9V^2(1 + \gamma^2 t_X^2)^2. \end{aligned}$$

Xét hai trường hợp còn lại ứng với hai giới hạn: ($w \ll V, \Lambda$) và ($w, \Lambda \ll V$). Vì $m_{Z'_2}^2, m_{Z'_2 Z'_3}^2, m_{Z'_2 C'}^2 \ll m_{Z'_3}^2, m_{Z'_3 C'}^2, m_{C'}^2$. Với ma trận khối lượng $M_s''^2$ thực hiện chéo hoá:

$$(\mathcal{Z}'_2 \mathcal{Z}'_3 C')^T = U'_3 (Z_2 \mathcal{Z}_3 C)^T, \quad M''^2 = U_3'^T M_s''^2 U'_3 = \begin{pmatrix} m_{Z_2}^2 & 0 \\ 0 & M_{2 \times 2}'^2 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Z_2 là trường vật lý và không trộn với các trường còn lại, trong khi \mathcal{Z}_3 và C có sự trộn bởi ma trận $M_{2 \times 2}'^2$:

$$U'_3 \simeq \begin{pmatrix} 1 & \mathcal{E}_1 & \mathcal{E}_2 \\ -\mathcal{E}_1 & 1 & 0 \\ -\mathcal{E}_2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_{2 \times 2}'^2 \simeq \begin{pmatrix} m_{Z'_3}^2 & m_{Z'_3 C'}^2 \\ m_{Z'_3 C'}^2 & m_{C'}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

$$m_{Z_2}^2 \simeq m_{Z'_2}^2 - \mathcal{E}_1 m_{Z'_2 Z'_3}^2 - \mathcal{E}_2 m_{Z'_2 C'}^2. \quad (3.35)$$

Trong trường hợp ($w \ll V, \Lambda$), ta có thể tách $\mathcal{E}_{1,2} \equiv \mathcal{E}_{1,2}^0 + \mathcal{E}_{1,2}^\delta$, với

$$\mathcal{E}_1^0 = \frac{\sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2} w^2}{3(1 + \gamma^2 t_X^2)^2} \times \left\{ \frac{4[\gamma(2\sqrt{2}\beta - \gamma)t_X^2 - 1]}{3\sqrt{2}V^2} - \frac{[b(1 + \gamma^2 t_X^2) - c\beta\gamma t_X]c}{4\Lambda^2} \right\}, \quad (3.36)$$

$$\mathcal{E}_2^0 = \frac{\sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2} [\gamma(c\beta - b\gamma)t_X^2 - b] w^2}{12(1 + \gamma^2 t_X^2)^{3/2} t_N \Lambda^2}, \quad (3.37)$$

$$\mathcal{E}_1^\delta = \frac{\delta \sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2} t_X [b\gamma(1 + \gamma^2 t_X^2) t_N]}{12(1 + \gamma^2 t_X^2)^2 t_N^2 \Lambda^2} + \frac{c\beta(1 - \gamma^2 t_X^2) t_N - \delta\beta\gamma t_X w^2}{12(1 + \gamma^2 t_X^2)^2 t_N^2 \Lambda^2}, \quad (3.38)$$

$$\mathcal{E}_2^\delta = \frac{\delta \sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2} w^2}{12(1 + \gamma^2 t_X^2)^{3/2} t_N \Lambda^2} \times \left\{ \frac{\delta [b + \gamma(b\gamma - c\beta)t_X^2]}{1 + \sqrt{1 - \delta^2}} + \frac{\sqrt{1 - \delta^2} \beta t_X}{t_N} \right\} \quad (3.39)$$

Các giá trị này rất nhỏ.

Trường hợp $w, \Lambda \ll V$ thì ta có thể biểu diễn $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ như sau:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{t_3}{t_5}, \quad (3.40)$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{t_4}{t_5}, \quad (3.41)$$

trong đó t_3, t_4, t_5 là:

$$t_3 = \sqrt{1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2} (\delta\gamma t_X - ct_N) \times [\beta(\delta + c\gamma t_X t_N) t_X - b(1 + \gamma^2 t_X^2) t_N] w^2,$$

$$t_4 = \sqrt{(1 - \delta^2)(1 + \gamma^2 t_X^2)[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]} \times [\beta(\delta + c\gamma t_X t_N) t_X - b(1 + \gamma^2 t_X^2) t_N] w^2,$$

$$t_5 = -[\beta(\delta + c\gamma t_X t_N) t_X - b(1 + \gamma^2 t_X^2) t_N]^2 w^2 + 12(1 + \gamma^2 t_X^2)^2 t_N^2 \Lambda^2,$$

các giá trị này có thể lớn.

Cuối cùng chúng ta dễ dàng chéo hoá ma trận $M_{2 \times 2}'$ và thu được hai boson chuẩn vật lý, Z_3, Z_4 , như sau:

$$Z_3 = c_\xi \tilde{Z}_3 - s_\xi C, \quad Z_4 = s_\xi \tilde{Z}_3 + c_\xi C. \quad (3.42)$$

Góc trộn ξ giữa $Z_3 - C$ thì rất lớn và khối lượng của Z_3, Z_4 trong trường hợp $w \ll V, \Lambda$ được xác định bởi biểu thức sau:

$$t_{2\xi} \simeq \frac{6\sqrt{1-\delta^2}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}(\delta\gamma t_X - ct_N)V^2}{3[(\delta\gamma t_X - ct_N)^2 - (1-\delta^2)(1+\gamma^2 t_X^2)]V^2 + 32t_N^2\Lambda^2}, \quad (3.43)$$

và trong trường hợp ($w, \Lambda \ll V$), các boson chuẩn $Z_3 - C$ trộn thông góc trộn ξ cũng rất lớn, giống công thức (3.43) nhưng bị giới hạn bởi thang Λ . Tuy nhiên, trong cả hai trường hợp, khi $\xi = 0$ thì $\delta = ct_N/\gamma t_X$ dẫn đến hiệu ứng trộn động năng và phá vỡ đối xứng sẽ không còn. Bên cạnh đó, khối lượng của Z_3, Z_4 như sau:

$$m_{Z_3, Z_4}^2 = \frac{1}{2}[m_{Z_3'}^2 + m_{C'}^2 \mp \sqrt{(m_{Z_3'}^2 - m_{C'}^2)^2 + 4m_{Z_3' C'}^4}]. \quad (3.44)$$

Cuối cùng các trạng thái chính tắc ban đầu liên quan đến các trạng thái riêng khối lượng thông qua ma trận U bởi $(A_3 A_8 A_{15} B C)^T = U(A Z_1 Z_2 Z_3 Z_4)^T$. Trong trường hợp đầu tiên, $w, V \ll \Lambda$, ta có $U = U_\delta U_1 U_2 U_3 U_\varphi \simeq U_\delta U_1 U_2 U_\varphi$. Trong trường hợp thứ hai, $w \ll V, \Lambda$, ta có $U = U_\delta U_1 U_2 U_3' U_\xi \simeq U_\delta U_1 U_2 U_\xi$. Còn trường hợp cuối, $w, \Lambda \ll V$, hiệu ứng trộn thông qua ma trận $U = U_\delta U_1 U_2 U_3' U_\xi$ như sau:

$$U_\delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\delta^2}} \end{pmatrix}, \quad U_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\varphi & s_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$U_\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_\xi & s_\xi \\ 0 & 0 & 0 & -s_\xi & c_\xi \end{pmatrix}. \quad (3.45)$$

Các trường A, Z_1 có thể được đồng nhất với với photon và boson chuẩn trung hoà Z trong SM. Còn Z_2, Z_3 và Z_4 là những trường mới, boson chuẩn, nặng. Sự trộn động năng ảnh hưởng rất nhỏ tới các boson chuẩn trong SM nhưng lại ảnh hưởng đáng kể đến góc trộn của các boson mới.

3.2. Tham số ρ trong mô hình 3-4-1-1

Trong phần này, chúng tôi sẽ nghiên cứu các đóng góp của vật lý mới và ảnh hưởng có tham số trộn động năng vào tham số ρ trong mô hình 3-4-1-1. Vật lý mới đóng góp vào tham số ρ được xác định tại gần đúng cây như sau

$$\begin{aligned}
\Delta\rho &= \frac{m_W^2}{c_W^2 m_{Z_1}^2} - 1 \\
&= \frac{m_Z^2}{m_Z^2 - \epsilon_1 m_{ZZ_2}^2 - \epsilon_2 m_{ZZ_3}^2 - \epsilon_3 m_{ZC'}^2} - 1 \\
&\simeq \frac{\epsilon_1 m_{ZZ_2}^2 + \epsilon_2 m_{ZZ_3}^2 + \epsilon_3 m_{ZC'}^2}{m_Z^2} \\
&\equiv (\Delta\rho)^0 + (\Delta\rho)^\delta,
\end{aligned} \tag{3.46}$$

trong đó:

$$\begin{aligned}
(\Delta\rho)^0 &\simeq \frac{1}{4[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]^2} \left\{ \frac{[\beta_2 u^2 + (2\sqrt{3}\beta t_X^2 - \beta_2)v^2]^2}{(u^2 + v^2)w^2} \right. \\
&\quad + \frac{\{(\beta + 2\sqrt{2}\gamma)t_X^2(u^2 + v^2) + \sqrt{3}[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2](u^2 - v^2)\}^2}{3(u^2 + v^2)V^2} \\
&\quad \left. + \frac{(b\beta + c\gamma)^2 t_X^4 (u^2 + v^2)}{4\Lambda^2} \right\},
\end{aligned} \tag{3.47}$$

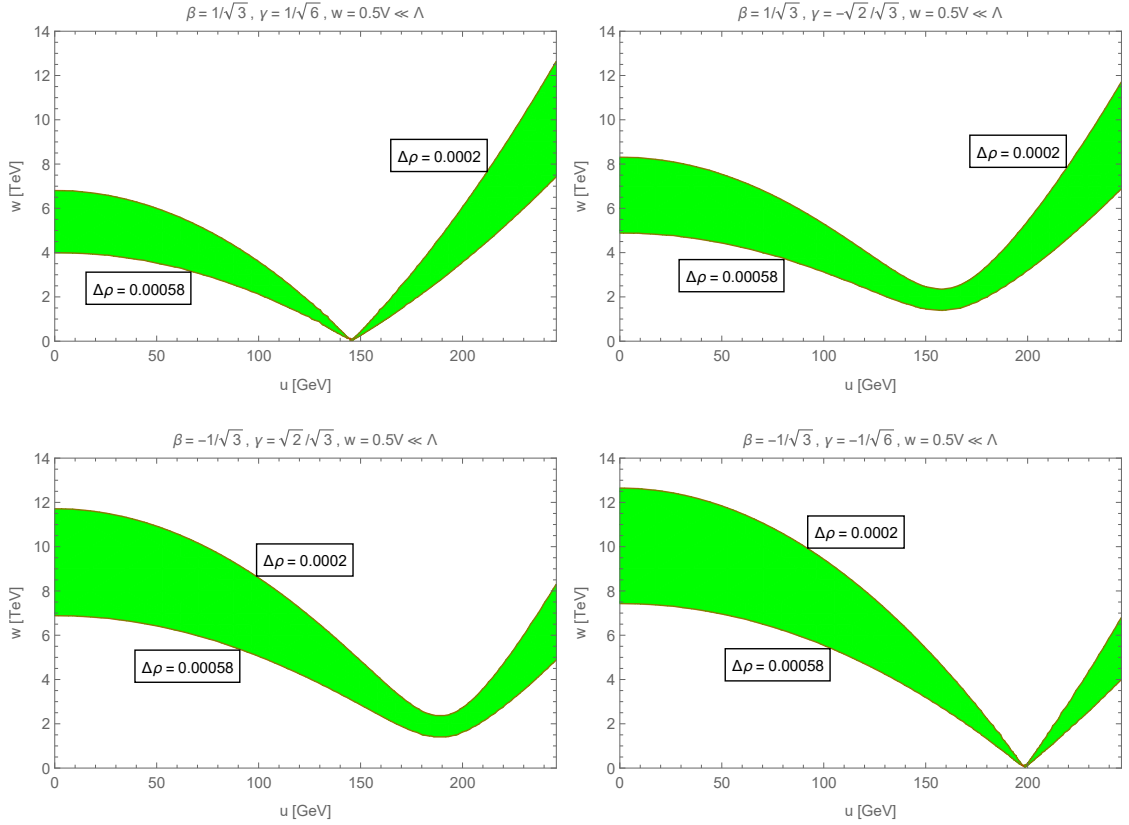
$$(\Delta\rho)^\delta \simeq \frac{\delta[\delta + 2(b\beta + c\gamma)t_X t_N]t_X^2(u^2 + v^2)}{16[1 + (\beta^2 + \gamma^2)t_X^2]^2 t_N^2 \Lambda^2}. \tag{3.48}$$

Đóng góp mới này bị giới hạn bởi điều kiện $u, v \ll w, V, \Lambda$. Tham số ρ có thể nhận được từ bỏ đỉnh một vòng bởi các boson chuẩn (W_{13}, W_{23}) và (W_{14}, W_{24}, W_{34}), tương tự như mô hình 3-3-1 [166].

Tham số ρ được xác định từ thực nghiệm $0.0002 < \Delta\rho < 0.00058$ [167]. Với hai trường hợp ($w, V \ll \Lambda$) và ($w \ll V, \Lambda$), thì $\Delta\rho$ không phụ thuộc vào δ . Bên cạnh đó, trường hợp ($w \ll V, \Lambda$) thì $\Delta\rho$ không phụ thuộc γ . Tuy nhiên, trong trường hợp ($w, \Lambda \ll V$) thì tất cả các tham số, ngoại trừ V đều cho đóng góp vào $\Delta\rho$. Tổng quát, chúng tôi lấy $V = 2w$ trong trường hợp ($w, V \ll \Lambda$); lấy $\Lambda = 2w$ cho trường hợp ($w, \Lambda \ll V$). Chọn $t_N = 0.5$.

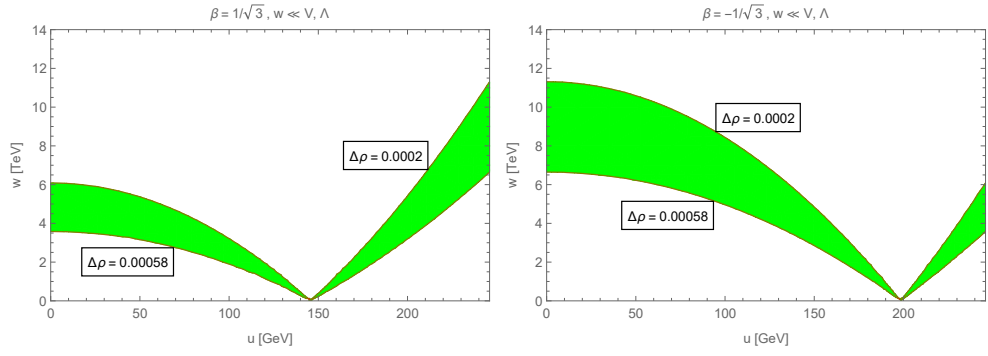
Trong hình 3.1, chúng tôi khảo sát các giới hạn của $\Delta\rho$ trong mặt phẳng (u, w) khi sự phân bậc của các VEVs tuân theo cách sắp xếp đầu tiên. Các

hình được sắp xếp thứ tự từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng với bốn phiên bản của mô hình 3-4-1-1: $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6})$, $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$, $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6})$.



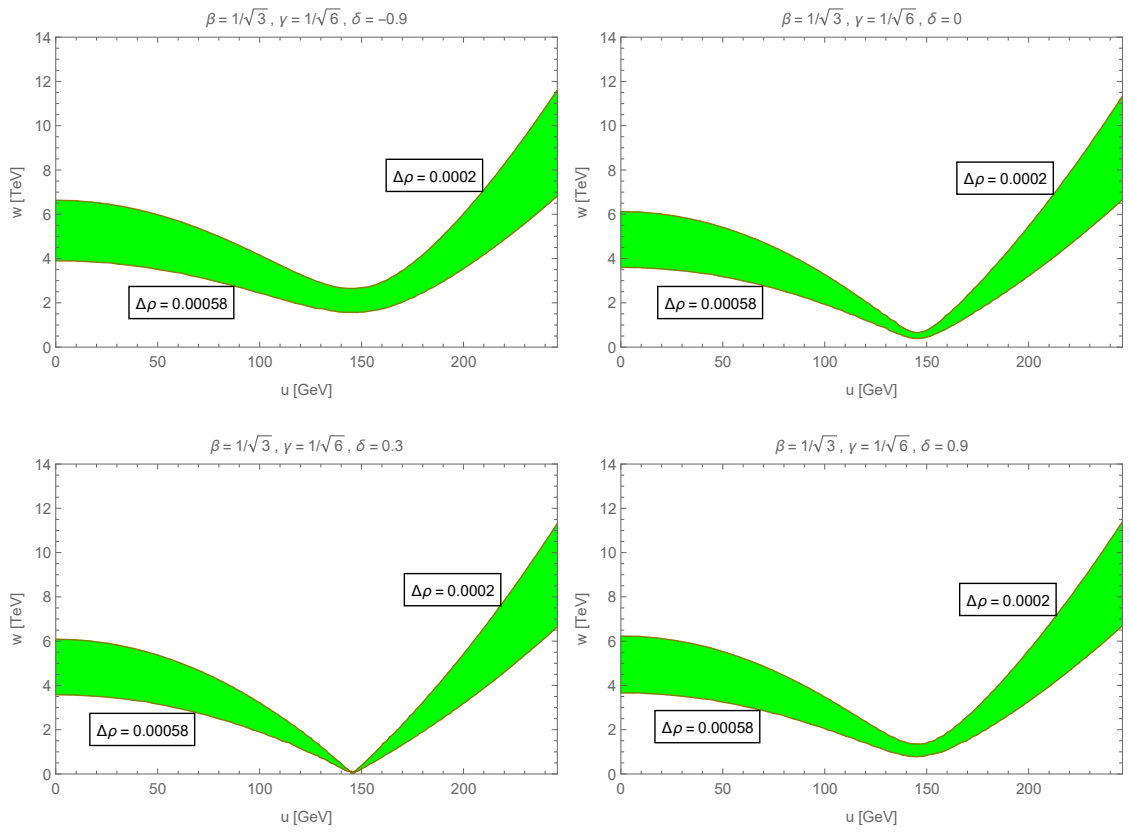
Hình 3.1: Giá trị (u, w) được giới hạn bởi tham số ρ cho $w = 0.5V \ll \Lambda$, các hình theo thứ tự từ trái sang phải, từ trên xuống tương ứng bốn phiên bản khác nhau.

Trong hình 3.2, chúng tôi khảo sát giới hạn của tham số $\Delta\rho$ trong mặt phẳng (u, w) cho trường hợp thứ hai ($w \ll V, \Lambda$). Ở đây, chúng tôi có hai trường hợp khả thi: hình bên trái với $\beta = 1/\sqrt{3}$ và hình bên phải với $\beta = -1/\sqrt{3}$.

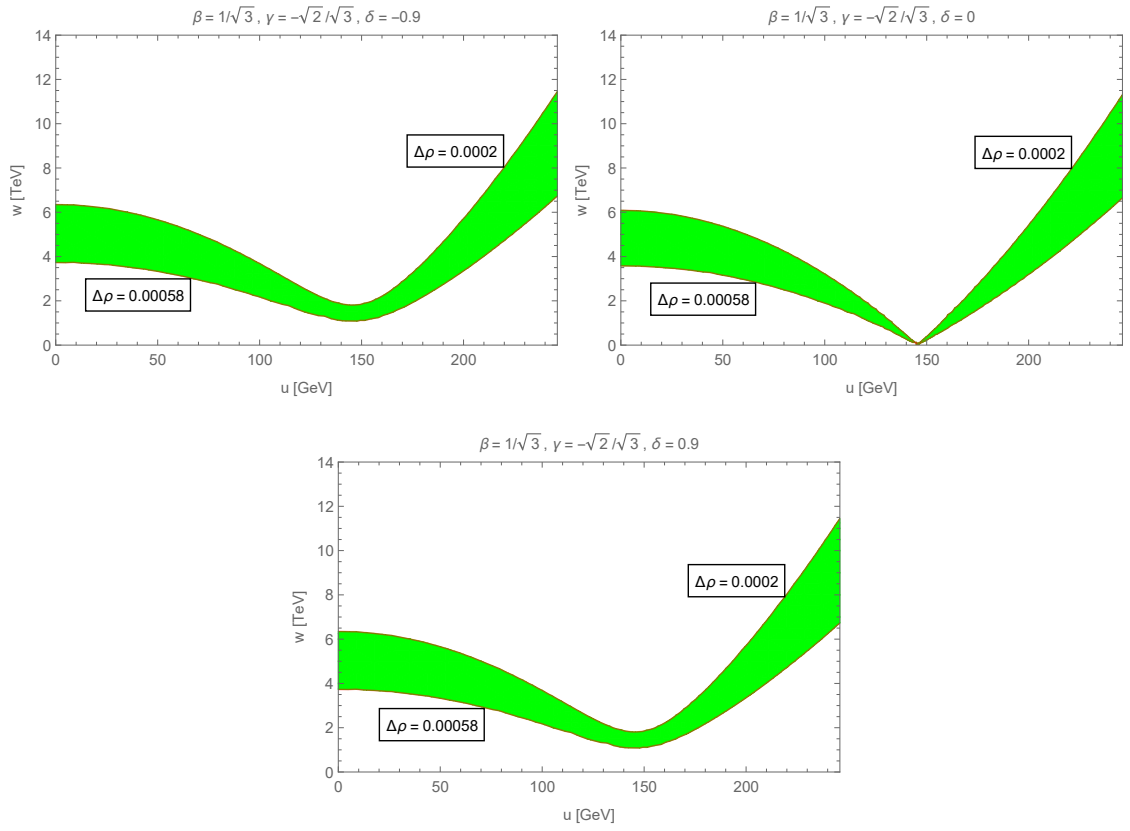


Hình 3.2: Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với $w \ll V, \Lambda$, hình bên trái cho $\beta = 1/\sqrt{3}$ và hình bên phải cho $\beta = -1/\sqrt{3}$.

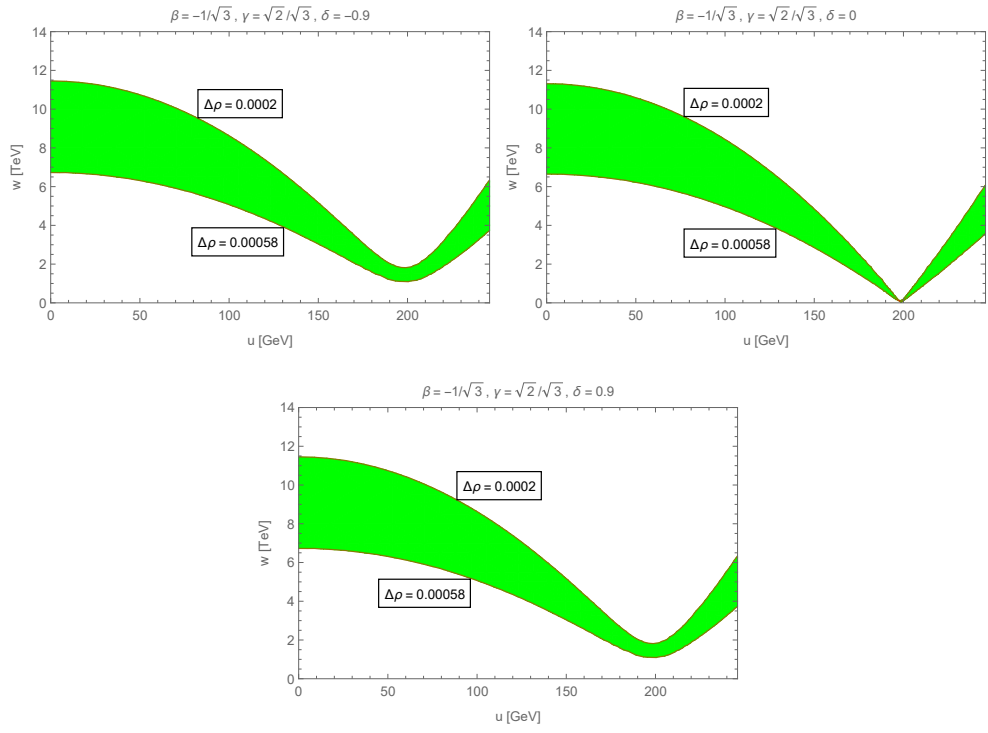
Trường hợp thứ ba, sự phụ thuộc của tham số ρ vào tham số trộn động năng được biểu diễn trong các hình 3.3, 3.4, 3.5 và 3.6 tương ứng với việc khảo sát các phiên bản: $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6})$, $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$, $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6})$. Chúng tôi nhận thấy giới hạn dưới của thang vật lý mới tăng lên khi $|\delta|$ tăng. Hiệu ứng của δ là mạnh khi u đạt giá trị gần bằng 145 GeV cho mô hình DM đầu tiên. Ngược lại, khi u tiến tới 0 hoặc 246 GeV thì hiệu ứng không đáng kể. Tóm lại, hiệu ứng trộn động năng rất quan trọng khi vật lý mới được xem xét.



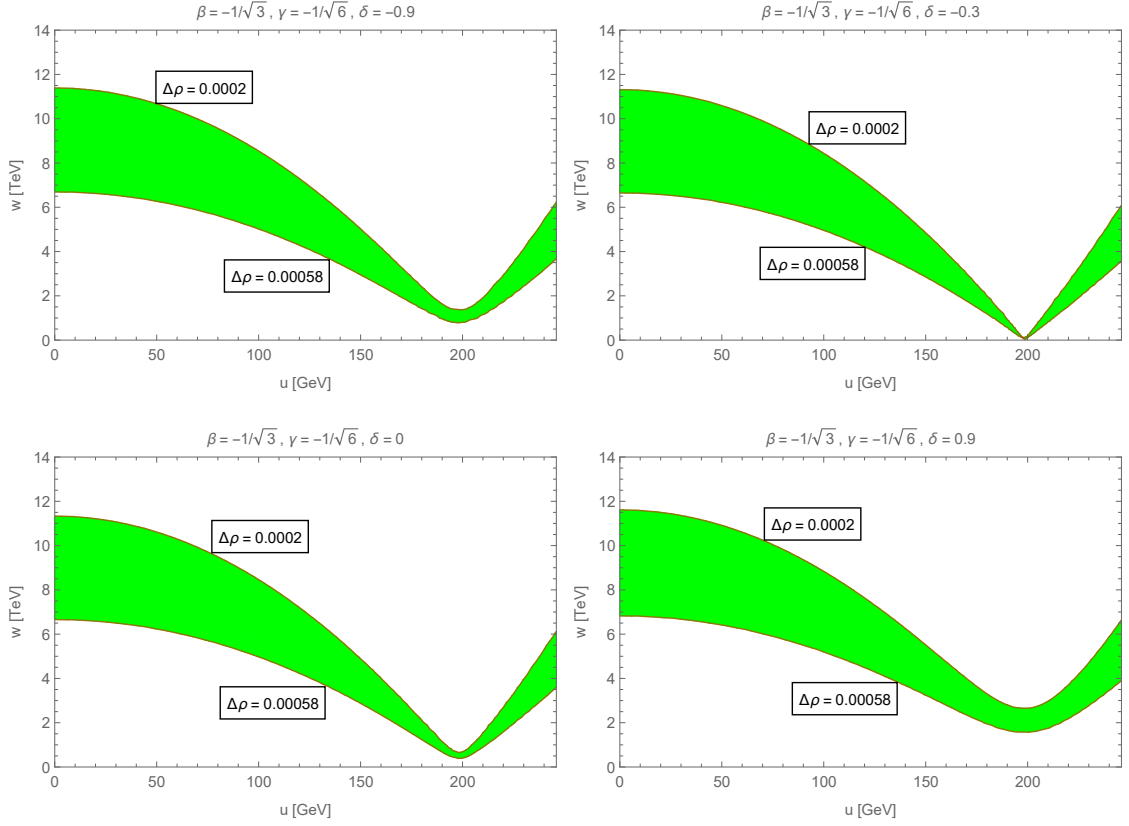
Hình 3.3: Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ cho $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, với các hình từ trái qua phải và từ trên xuống tương ứng bốn giá trị của $\delta = -0.9, 0, 0.3$ và 0.9 .



Hình 3.4: Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với $(\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, ở đây các hình từ trái sang phải, từ trên xuống tương ứng với $\delta = -0.9, 0$ và 0.9 .



Hình 3.5: Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với $(\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3})$ và $w = 0.5\Lambda \ll V$, trong đó các hình từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng với $\delta = -0.9, 0$ và 0.9 .



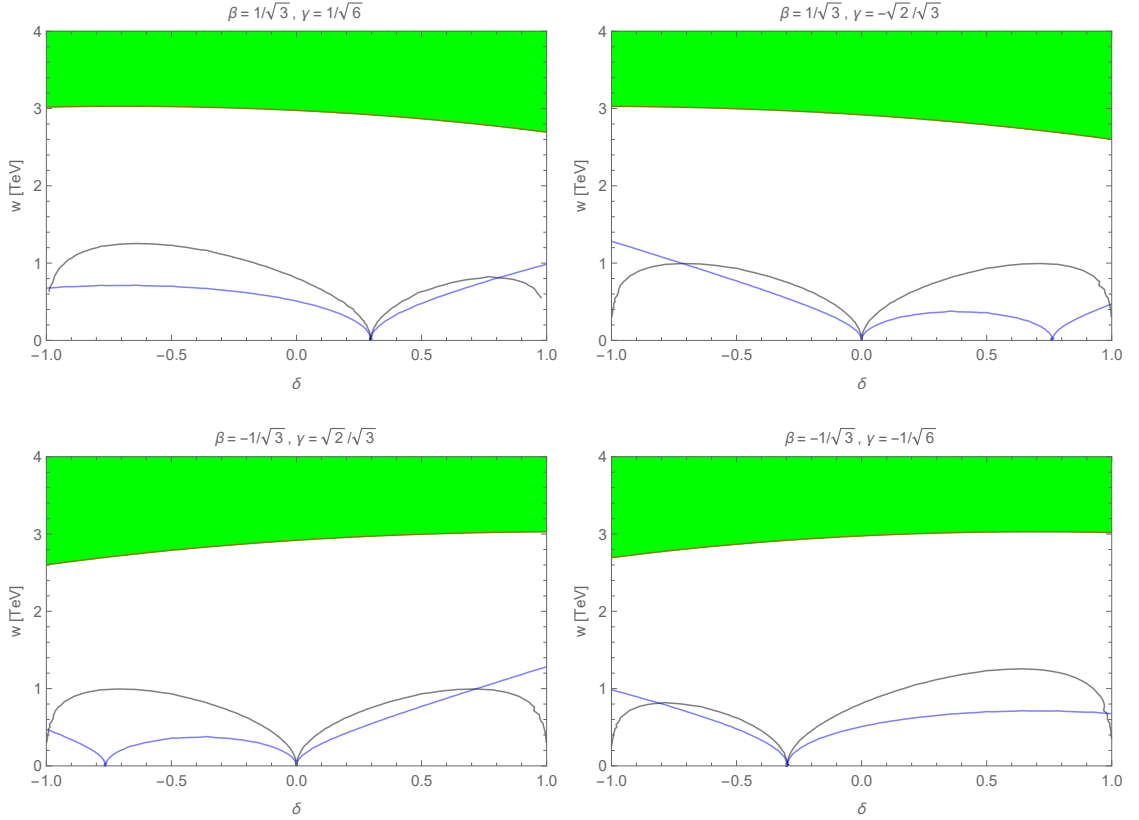
Hình 3.6: Giá trị (u, w) bị giới hạn bởi tham số ρ với các phiên bản ($\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6}, b = -2/\sqrt{3}, c = -\sqrt{2}/\sqrt{3}$) và $w = 0.5\Lambda \ll V$, ở đây tương ứng cho từng loại mô hình DM từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng với $\delta = -0.9, -0.3, 0$ và 0.9 .

3.3. Ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới tương tác của các boson Z_1 với các fermion

Mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ đang xem xét có sự trộn lẫn giữa boson Z với boson chuẩn trung hoà mới. Từ công thức (3.11) và (3.12), ta có: $Z = Z_1 + \epsilon_1 Z'_2 + \epsilon_2 Z'_3 + \epsilon_3 C'$, $Z'_2 = -\epsilon_1 Z_1 + Z'_2$, $Z'_3 = -\epsilon_2 Z_1 + Z'_3$ và $C' = -\epsilon_3 Z_1 + C'$. Do đó, tương tác giữa Z_1 với các fermion bị thay đổi bởi các tham số trộn $\epsilon_{1,2,3}$. Để phù hợp với SM, giới hạn cho các tham số trộn không vượt quá giá trị 10^{-3} . Do đó, chúng tôi có giá trị $|\epsilon_{1,2,3}| = 10^{-3}$.

Ở trường hợp đầu tiên ($w, V \ll \Lambda$), $\epsilon_3 = 0$ trong khi $\epsilon_{1,2}$ đều phụ thuộc δ, Λ . Và trong trường hợp thứ hai ($w \ll V, \Lambda$), $\epsilon_{2,3} = 0$ trong khi ϵ_1 phụ thuộc

δ, V, Λ . Còn trường hợp cuối cùng ($w, \Lambda \ll V$), tất cả các tham số đều cho đóng góp vào $\epsilon_{1,2,3}$, ngoại trừ V . Bởi vậy, chúng tôi sẽ khảo sát độ nhạy của thang vật lý mới theo tham số trộn động năng cho trường hợp cuối. Do hiệu ứng trộn động năng không xảy ra ở thang u, v nên có thể chọn $u = v = 246/\sqrt{2}$ GeV. Kết quả về sự phụ thuộc được chỉ ra như hình 3.7. Chúng ta nhận thấy thang vật lý mới thay đổi khi δ thay đổi.



Hình 3.7: Giới hạn thang vật lý mới phụ thuộc vào δ với $|\epsilon_{1,2,3}| = 10^{-3}$, ở đây các đường đỏ, xanh, đen biểu diễn $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ trong các phiên bản ($\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = 1/\sqrt{6}$), ($\beta = 1/\sqrt{3}, \gamma = -\sqrt{2}/\sqrt{3}$), ($\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = \sqrt{2}/\sqrt{3}$) và ($\beta = -1/\sqrt{3}, \gamma = -1/\sqrt{6}$).

3.4. Dao động của các meson trong mô hình 3 – 4 – 1 – 1

Trước khi nghiên cứu về các quá trình dao động của các meson, chúng tôi muốn tóm tắt phần phổ khối lượng của các fermion trong mô hình. Khi khai triển các vô hướng quanh VEVs, các fermion nhận được khối lượng gồm

khối lượng Dirac và khối lượng Majorana như sau: $-\bar{f}_L m_f f_R + H.c.$ (Dirac) và $-\frac{1}{2}\bar{f}_{L,R}^c m_f^{L,R} f_{L,R} + H.c.$ (Majorana).

Khối lượng của các fermion mới E_a, F_a, J_a và K_a phụ thuộc vào thang năng lượng mới w, V và được xác định như sau:

$$[m_E]_{ab} = -h_{ab}^E \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad [m_F]_{ab} = -h_{ab}^F \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad (3.49)$$

$$[m_J]_{33} = -h_{33}^J \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad [m_J]_{\alpha\beta} = -h_{\alpha\beta}^J \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad (3.50)$$

$$[m_K]_{33} = -h_{33}^K \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad [m_K]_{\alpha\beta} = -h_{\alpha\beta}^K \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad (3.51)$$

Khối lượng của các lepton mang điện, các quark e_a, u_a và d_a phụ thuộc vào thang năng lượng phá vỡ đối xứng điện yếu như sau:

$$\begin{aligned} [m_e]_{ab} &= -h_{ab}^e \frac{v}{\sqrt{2}}, \\ [m_u]_{3a} &= -h_{3a}^u \frac{u}{\sqrt{2}}, \quad [m_u]_{\alpha a} = h_{\alpha a}^u \frac{v}{\sqrt{2}}, \\ [m_d]_{3a} &= -h_{3a}^d \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad [m_d]_{\alpha a} = -h_{\alpha a}^d \frac{u}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (3.52)$$

khối lượng các hạt này nằm trong thang điện yếu u, v . Đối với các neutrino $\nu_{aL,R}$, chúng có khối lượng Dirac và khối lượng Majorana lần lượt là $[m_\nu]_{ab} = -h_{ab}^\nu \frac{u}{\sqrt{2}}$ và $[m_\nu^R]_{ab} = -\sqrt{2}h_{ab}^\nu \Lambda$. Vì $u \ll \Lambda$ nên các neutrino quan sát được ($\sim \nu_{aL}$) có khối lượng thông qua cơ chế seesaw loại I:

$$m_\nu^L \simeq -m_\nu (m_\nu^R)^{-1} (m_\nu)^T \sim u^2 / \Lambda. \quad (3.53)$$

Trong khi đó neutrino ($\sim \nu_{aR}$) có khối lượng (m_ν^R) nặng hơn các hạt còn lại.

Vì các thế hệ fermion biến đổi khác nhau dưới biến đổi chuẩn $SU(4)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$ nên tồn tại dòng trung hoà thay đổi vị (FCNCs) ở mức cây. Dòng trung hoà gắn liền với các boson chuẩn trung hoà có dạng tổng quát

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NC}} &= -g\bar{F}\gamma^\mu [T_3 A_{3\mu} + T_8 A_{8\mu} + T_{15} A_{15\mu} + t_X X B_\mu + t_N N C_\mu] F \\ &= -g\bar{F}\gamma^\mu [T_3 A_{3\mu} + T_8 A_{8\mu} + T_{15} A_{15\mu} + t_X (Q - T_3 - \beta T_8 - \gamma T_{15}) B_\mu \\ &\quad + t_N (B - L - b T_8 - c T_{15}) C_\mu] F. \end{aligned} \quad (3.54)$$

trong đó, F tính cho tất cả các đa tuyến fermion. Rõ ràng các lepton và các quark mới không có tương tác thay đổi vị. Hơn nữa, các số hạng gắn với các

vi tử T_3 , Q và $(B-L)$ cũng không thay đổi vị. Do đó, FCNCs chỉ gắn với các quark thông thường và vi tử $T_{8,15}$. Trong phần tiếp theo chúng ta chỉ quan tâm đến FCNCs, Lagrangian mô tả FCNCs được viết như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NC}} \supset & -g[\bar{q}_L \gamma^\mu T_8^q q_L (A_{8\mu} - \beta t_X B_\mu - b t_N C_\mu) \\ & + \bar{q}_L \gamma^\mu T_{15}^q q_L (A_{15\mu} - \gamma t_X B_\mu - c t_N C_\mu)], \end{aligned} \quad (3.55)$$

trong đó, q thể hiện cho một trong hai loại quark (up-quark) là: $q = (u_1, u_2, u_3)$ hoặc $q = (d_1, d_2, d_3)$, $T_8^q = \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{diag}(-1, -1, 1)$ và $T_{15}^q = \frac{1}{2\sqrt{6}} \text{diag}(-1, -1, 1)$.

Thực hiện chuyển sang cơ sở khối lượng $q_{L,R} = V_{qL,qR} q'_{L,R}$ với $q' = (u, c, t)$ và $q' = (d, s, b)$ lần lượt là trạng thái riêng của quark. Và $A_3 A_8 A_{15} B C$ được xác định bởi phép chuyển cơ sở $(A_3 A_8 A_{15} B C)^T = U(A Z_1 Z_2 Z_3 Z_4)$, trong đó U là ma trận Unitary đã được định nghĩa ở trên. Trong cơ sở vật lý thì FCNCs được viết như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{FCNC}} = -\bar{q}'_{iL} \gamma^\mu q'_{jL} (V_{qL}^*)_{3i} (V_{qL})_{3j} (g_0 A_\mu + g_1 Z_{1\mu} + g_2 Z_{2\mu} + g_3 Z_{3\mu} + g_4 Z_{4\mu}), \quad (i \neq j). \quad (3.56)$$

Chú ý rằng, photon luôn bảo toàn vị $g_0 = 0$, các hằng số tương tác $g_{1,2,3,4}$ của $Z_{1,2,3,4}$ xét trong giới hạn ($w, V \ll \Lambda$) được xác định như sau:

$$\begin{aligned} g_1 = & -\frac{g}{\sqrt{6}} \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \epsilon_1 + \frac{1 + \gamma(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X^2}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} \epsilon_2 \right. \\ & \left. + \frac{\delta(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N}{\sqrt{1 - \delta^2}} \epsilon_3 \right], \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$g_2 = \frac{g}{\sqrt{6}} \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} c_\varphi - \frac{1 + \gamma(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X^2}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} s_\varphi \right], \quad (3.58)$$

$$g_3 = g_2(c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi), \quad (3.59)$$

$$g_4 = \frac{g}{\sqrt{6}} \frac{\delta(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N}{\sqrt{1 - \delta^2}}. \quad (3.60)$$

Trong giới hạn ($w, \Lambda \ll V$) thì g_1 vẫn được xác định theo công thức (3.57) nhưng $g_{2,3,4}$ có dạng sau:

$$\begin{aligned} g_2 = & -\frac{g}{\sqrt{6}} \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} + \frac{1 + \gamma(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X^2}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} \mathcal{E}_1 \right. \\ & \left. + \frac{\delta(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N}{\sqrt{1 - \delta^2}} \mathcal{E}_2 \right], \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$g_3 = \frac{g}{\sqrt{6}} \left\{ c_\xi \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \mathcal{E}_1 + \frac{1 + \gamma(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X^2}{\sqrt{1 + \gamma^2 t_X^2}} \right] - s_\xi \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \beta^2 t_W^2}} \mathcal{E}_2 + \frac{\delta(\sqrt{2}\beta + \gamma)t_X - (\sqrt{2}b + c)t_N}{\sqrt{1 - \delta^2}} \right] \right\}, \quad (3.62)$$

$$g_4 = g_3(c_\xi \rightarrow s_\xi, s_\xi \rightarrow -c_\xi). \quad (3.63)$$

Trong giới hạn ($w \ll V, \Lambda$), thì kết quả thu được giống như trường hợp ($w, \Lambda \ll V$) nhưng $\mathcal{E}_{1,2} \rightarrow 0$.

Tham số trộn meson được xác định thông qua Lagrangian hiệu dụng. Trong mô hình 3 – 4 – 1 – 1 các tương tác của $Z_{1,2,3,4}$ sẽ ảnh hưởng đến sự trộn lẫn của các meson, trong đó đóng góp của Z_1 là không đáng kể. Điều đó dẫn đến Lagrangian hiệu dụng được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{FCNC}}^{\text{eff}} &= (\bar{q}'_{iL} \gamma^\mu q'_{jL})^2 [(V_{qL}^*)_{3i} (V_{qL})_{3j}]^2 \left(\frac{g_1^2}{m_{Z_1}^2} + \frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_3^2}{m_{Z_3}^2} + \frac{g_4^2}{m_{Z_4}^2} \right) \\ &\simeq (\bar{q}'_{iL} \gamma^\mu q'_{jL})^2 [(V_{qL}^*)_{3i} (V_{qL})_{3j}]^2 \left(\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_3^2}{m_{Z_3}^2} + \frac{g_4^2}{m_{Z_4}^2} \right). \end{aligned} \quad (3.64)$$

Giới hạn chặt nhất của thang vật lý mới sẽ chi phối bởi các thực nghiệm về dao động giữa $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, được đưa ra trong tài liệu [167]

$$[(V_{dL}^*)_{32} (V_{dL})_{33}]^2 \left(\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_3^2}{m_{Z_3}^2} + \frac{g_4^2}{m_{Z_4}^2} \right) < \frac{1}{(100 \text{ TeV})^2}. \quad (3.65)$$

Giả sử các thế hệ quark up là không trộn, khi đó ma trận Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) trùng với ma trận trộn của quark down $V_{CKM} \equiv V_{uL}^\dagger V_{dL} = V_{dL}$. Các yếu tố ma trận này được cho bởi [167]: $|(V_{dL}^*)_{32} (V_{dL})_{33}| \simeq 3.9 \times 10^{-2}$.

Thay kết quả này vào (3.65), ta được:

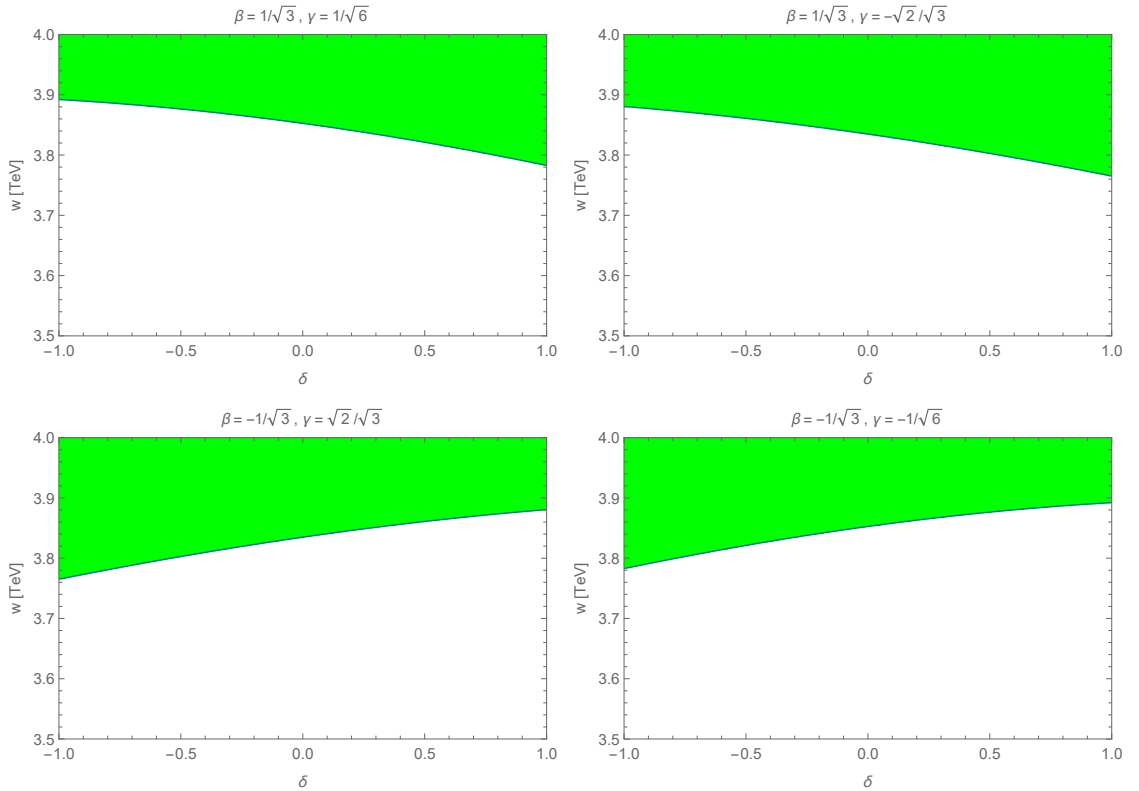
$$\sqrt{\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_3^2}{m_{Z_3}^2} + \frac{g_4^2}{m_{Z_4}^2}} < \frac{1}{3.9 \text{ TeV}}. \quad (3.66)$$

Chúng ta có nhận xét như sau:

Trong trường hợp thứ nhất $u, v \ll w, V, \Lambda$ có sự đóng góp của Z_4 là không đáng kể. Giá trị vế trái của biểu thức (3.66) không phụ thuộc vào δ . Các tham số đầu vào khác được chọn như các phần trên. Kết quả ta thu được từ điều kiện (3.66) là $w > 4.36 \text{ TeV}$ cho cả bốn phiên bản của mô hình.

Trong trường hợp thứ hai ($w \ll V, \Lambda$), các đóng góp của $Z_{3,4}$ là không đáng kể. Các giá trị vế trái của biểu thức (3.66) không phụ thuộc vào β, γ và δ . Các tham số đầu vào khác được chọn như các phần trên. Kết quả ta thu được từ điều kiện (3.66) là $w > 3.9$ TeV cho cả bốn phiên bản của mô hình.

Trong trường hợp thứ ba ($w, \Lambda \ll V$), các góc trộn $\mathcal{E}_{1,2}$ là hữu hạn. Các giá trị vế trái của biểu thức (3.66) phụ thuộc vào β, γ và δ . Các tham số đầu vào khác được chọn như các phần trên. Kết quả tiên đoán trên hình 3.8 cho cả bốn phiên bản của mô hình. Ta nhận thấy thang vật lý mới thay đổi khác nhau khi δ khác nhau. Hơn nữa, những giới hạn dưới về thang vật lý mới thu được thấp hơn so với hai trường hợp trên.



Hình 3.8: Giới hạn thang vật lý mới từ công thức của δ trong FCNCs với $w = 0.5\Lambda \ll V$, các hình từ trái sang phải và từ trên xuống tương ứng bốn mô hình DM.

3.5. Vật lý tại máy gia tốc

Do có liên kết giữa các boson chuẩn trung hoà với các lepton và quark, chúng đóng góp vào quá trình the Drell-Yan và dijet trong các máy gia tốc.

Các nghiên cứu LEPII cho $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ tương tự như trường hợp của mô hình $3-3-1-1$, trong đó $Z_{2,3,4}$ là các quá trình trung gian. Giả sử là tất cả các quá trình vật lý là như nhau, giới hạn thu được chúng đều nằm trong thang TeV [34, 35, 38, 39].

Các nghiên cứu LHC cho các trạng thái cuối về dijet và dilepton có thể được nghiên cứu. Các thang vật lý mới cũng nằm trong miền TeV, như [168].

3.6. Kết luận chương 3

Chúng tôi đã nghiên cứu ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới một số hiệu ứng vật lý mới trong mô hình $3-4-1-1$. Đây là mô hình cung cấp ứng cử viên DM hai thành phần một cách tự nhiên. Ngoài ra, mô hình còn cung cấp khối lượng neutrino nhỏ thông qua cơ chế seesaw. Chúng tôi nhận thấy sự ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới các quá trình vật lý mới là đáng xem xét khi thang vật lý mới trong miền TeV. Tùy theo từng sơ đồ phân bậc của các trị VEVs (sơ đồ phá vỡ đối xứng) mà mức độ ảnh hưởng của tham số trộn động năng tới hiệu ứng vật lý mới sẽ thay đổi. Trong mô hình $3-4-1-1$, có thể tồn tại các hoạt cách phá vỡ đối xứng có thể làm mất hiệu ứng trộn động năng trong phần boson chuẩn mới. Chúng tôi muốn nhấn mạnh, tương tự như mô hình $3-3-1-1$ thì mô hình $3-4-1-1$ cũng giải quyết câu hỏi về lạm phát Vũ trụ cũng như vấn đề bất đối xứng DM và vật chất thông thường.

KẾT LUẬN CHUNG CỦA LUẬN ÁN

Xuất phát từ một số hạn chế của SM, chúng tôi đã chỉ ra lớp các mô hình mở rộng dựa trên mở rộng nhóm thống nhất điện yếu. Chúng tôi nhận thấy nếu nhóm đối xứng spin đồng vị yếu được mở rộng thành nhóm $SU(P)_L$ và yêu cầu tích $(B - L)$ là tích chuẩn không giao hoán và đóng kín đại số với toán tử điện tích, đối xứng cần mở rộng bằng cách thêm vào hai nhóm chuẩn $U(1)_X, U(1)_N$. Điều này dẫn đến đối xứng mô tả thống nhất điện yếu phải mở rộng thành $SU(P)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$. Khi chúng ta chọn sơ đồ phá vỡ đối xứng thích hợp, thì sau khi phá vỡ đối xứng tự phát sẽ tồn tại đối xứng gián đoạn tàn dư dạng:

$$P = (-1)^{3(B-L)+2s}, \quad \text{mà} \quad B - L = \sum_{k=1}^{P-2} b_k H_k + N \quad (3.67)$$

nên ta có thể tách

$$P = \bigotimes_{k=1}^{P-2} P_k = P_1 \otimes P_2 \otimes \cdots \otimes P_{P-2}. \quad (3.68)$$

Như vậy, mỗi một trường vật lý bất kỳ sẽ được gắn bởi $(P - 2)$ tích Z_2 . Nếu $4 \leq P$, thì sẽ tồn tại ít nhất hai đối xứng gián đoạn P_k . Vì P bảo toàn nên mô hình có thể tồn tại song song nhiều thành phần DM (DM đa thành phần). Hơn nữa, do tích $(B - L)$ đóng kín đại số với các vi tử của $SU(P)_L$ như toán tử điện tích nên DM và vật chất thông thường sẽ được thống nhất trong cùng đa tuyến chuẩn. Chúng tôi muốn nhấn mạnh, nguồn gốc về khối lượng của neutrino, phản đối xứng DM và vật chất thông thường cũng như quá trình lạm phát trong Vũ trụ đều có nguồn gốc từ đối xứng $(B - L)$.

Chúng tôi tiến hành nghiên cứu các hiện tượng luận trong phiên bản tối thiểu của DM đa thành phần. Đó là mô hình mở rộng dựa trên nhóm đối xứng $3 - 4 - 1 - 1$. Cụ thể, chúng tôi đã nghiên cứu các vấn đề sau:

- Đề xuất trúc hạt của mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ đảm bảo khử tất cả các dị thường của nhóm chuẩn và đảm bảo sau khi phá vỡ đối xứng chúng ta có đối xứng tàn dư P được phân tích thành tích của hai đối xứng Z_2 . Do đó, chúng tôi chỉ ra có thể tồn tại DM hai thành phần trong mô hình.
- Đề xuất bốn phiên bản ứng với bốn bộ chọn tham số p, q khác nhau (tức là β, γ khác nhau) và chúng tôi nhận thấy phiên bản ứng với $p = q = 0$ sẽ đưa ra sự đa dạng về các ứng cử viên DM hai thành phần. Cụ thể, có thể cả hai DM là hạt vô hướng, cả hai DM có thể là hạt fermion, hoặc một trong hai ứng cử viên DM là vô hướng và hạt còn lại là fermion.
- Nghiên cứu các tính chất của DM cho phiên bản ứng với $p = q = 0$. Dựa trên các điều kiện áp đặt cho DM như mật độ tàn dư, tiết diện tìm kiếm bị hạn chế bởi thực nghiệm, chúng tôi nhận thấy nếu khối lượng của DM cỡ 1 đến vài TeV thì có thể khớp với các điều kiện áp đặt chung cho DM.
- Do có sự xuất hiện của số hạng trộn động năng trong mô hình nên chúng tôi sẽ nghiên cứu ảnh hưởng của tham số trộn động năng đến một số hiệu ứng vật lý. Tham số trộn động năng sẽ ảnh hưởng trực tiếp tới góc trộn của các hạt boson chuẩn trung hoà. Chính vì vậy, nó sẽ làm thay đổi phổ khối lượng của các hạt boson chuẩn trong mô hình mà điều này ảnh hưởng trực tiếp tới tham số ρ . Bên cạnh đó, tham số trộn động năng sẽ ảnh hưởng đến hằng số tương tác của các hạt boson chuẩn trung hoà với các hạt fermion và phản fermion trong mô hình. Mặt khác để khử dị thường, thì số tứ tuyến phải bằng phản tứ tuyến, điều này dẫn đến sự tồn tại của FCNCs gắn liền với các boson chuẩn trung hoà mà các tương tác này sẽ bị chi phối bởi các thực nghiệm về dao động của các meson. Chính vì vậy, chúng tôi đã nghiên cứu ảnh hưởng của tham số

trộn động năng tới các tham số trộn meson. Chúng tôi nhận thấy, tùy theo sự phân bậc của các trị trung bình chẵn không tham gia vào phá vỡ đối xứng tự phát mà tham số trộn sẽ không còn ảnh hưởng tới các hiệu ứng vật lý đề cập. Hay nói cách khác, hiệu ứng trộn động năng bị triệt tiêu bởi phá vỡ đối xứng tự phát.

NHỮNG ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN

Các kết quả chính của luận án được tóm tắt như sau:

- Chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ giải quyết được một số vấn đề ngoài SM đang được các nhà khoa học quan tâm như vấn đề về khối lượng neutrino và vấn đề DM. Chúng tôi đã chỉ ra sự tồn tại khối lượng neutrino là tự nhiên do hệ quả của sự phá vỡ đối xứng tự phát. Số hạng chứa khối lượng neutrino cũng là nguồn gây ra sự vi phạm vi lepton.
- Chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình $3 - 4 - 1 - 1$ được nghiên cứu thì hiệu ứng trộn động năng cần phải được xem xét. Bởi vì miền vật lý mới bị thay đổi khi có đóng góp của trộn động năng, hằng số tương tác của boson chuẩn trong SM cũng bị thay đổi bởi tham số trộn.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

1. Duong Van Loi, Phung Van Dong and Le Xuan Thuy, *Kinetic mixing effect in noncommutative $B - L$ gauge theory*, JHEP, **2019**, 09, 054.
2. Cao Hoang Nam, Duong Van Loi, Le Xuan Thuy and Phung Van Dong, *Muticomponent dark matter in noncommutative $B - L$ gauge theory*, JHEP, **2020**, 12, 029.
3. D. T. Huong, L. X. Thuy, N. T. Nhuan and H. T. Phuong, *Investigation of the FCNC processes in the $3 - 4 - 1 - 1$ model*, Communications in Physics, Vol. 31, No. 4 (2021), pp. 363-374.

Các kết quả chính được sử dụng trong luận án đăng ở công bố số 1 và 2.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), *Chin. Phys. C*, **2016**, *40*, 100001.
- [2] S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collaborations), Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, *Phys. Lett. B*, **2012**, *716*, 30.
- [3] P. Minkowski, $\mu \rightarrow e\gamma$ at a rate of one out of 10^9 muon decays? *Phys. Lett. B*, **1977**, *67*, 421.
- [4] T. Yanagida, in *Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universe*, edited by O. Sawada and A. Sugamoto *KEK, Tsukuba, Japan*, **1979**, p. 95.
- [5] S. L. Glashow, The future of elementary particle physics, in *Proceedings of the 1979 Cargèse Summer Institute on Quarks and Leptons*, edited by M. Lévy *et al.* Plenum Press, New York, **1980**, p. 687-713.
- [6] R. N. Mohapatra and G. Senjanović, Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation, *Phys. Rev. Lett.* **1980**, *44*, 912.
- [7] R. N. Mohapatra and G. Senjanović, Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation, *Phys. Rev. D*, **1981**, *23*, 165.
- [8] J. Schechter and J. W. F. Valle, Neutrino masses in $SU(2) \otimes U(1)$ theories, *Phys. Rev. D*, **1980**, *22*, 2227.

- [9] J. Schechter and J. W. F. Valle, Neutrino decay and spontaneous violation of lepton number, *Phys. Rev. D*, **1982**, *25*, 774.
- [10] P.V.Dong, H.N.Long, Neutrino masses and lepton flavor violation in the $3 - 3 - 1$ model with right-handed neutrino, *Phys. Rev. D*, **2008**, *77*, 057302
- [11] Chakrit Pongkitivanichkul, Nakorn Thongyoi, and Patipan Uttayarat, Inverse seesaw mechanism and portal dark matter, *Phys. Rev. D*, **2019**, *100*, 035034
- [12] A. Y. Smirnov and M. Tanimoto, Is Zee model the model of neutrino masses?, *Phys. Rev. D*, **1997**, *55*, 1665.
- [13] C. Jarlskog, M. Matsuda, S. Skadhauge and M. Tanimoto, Zee mass matrix and bimaximal neutrino mixing, *Phys. Lett. B*, **1999**, *449*, 240.
- [14] Y. Koide, Can the Zee model explain the observed neutrino data?, *Phys. Rev. D*, **2001**, *64*, 077301.
- [15] E. Ma, Supersymmetry and neutrino masses, *PoS corfu*, **1998**, *98*, 047.
- [16] E. Ma, Neutrino, lepton, and quark masses in supersymmetry, *Phys. Rev. D*, **2001**, *64*, 097302.
- [17] E. Ma, Supersymmetric Model of Radiative Seesaw Majorana Neutrino Masses, *Annales Fond. Broglie*, **2006**, *31*, 285.
- [18] M. Singer, J. W. F. Valle, and J. Schechter, Canonical neutral current predictions from the weak electromagnetic gauge group $SU(3) \times U(1)$, *Phys. Rev. D*, **1980**, *22*, 738.
- [19] F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev. D*, **1992**, *46*, 410, [arXiv:hep-ph/9206242]; J. C. Montero, F. Pisano, and V. Pleitez, *Phys. Rev. D*, **1993**, *47*, 2918; R. Foot, H. N. Long, and Tuan A. Tran, *Phys. Rev. D*, **1994**, *50*, 34, [arXiv:hep-ph/9402243].

- [20] P. H. Frampton, Chiral dilepton model and the flavor question, *Phys. Rev. Lett*, **1992**, *69*, 2889.
- [21] R. Foot, O. F. Hernandez, P. Pisano and V. Pleitez, Lepton masses in an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ gauge model, *Phys. Rev. D*, **1993**, *47*, 4158.
- [22] J. C. Montero, F. Pisano, and V. Pleitez, Neutral currents and Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism in $SU(3)_L \times U(1)_N$ models for electroweak interactions, *Phys. Rev. D*, **1993**, *47*, 2918.
- [23] H. N. Long, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, **1996**, *53*, 437.
- [24] H. N. Long, $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model for right-handed neutrino neutral currents, *Phys. Rev. D*, **1996**, *54*, 4691.
- [25] J. C. Pati and A. Salam, Lepton number as the fourth "color", *Phys. Rev. D*, **1974**, *10*, 275.
- [26] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, Gauge symmetry and an "isoconjugate" model of CP violation, *Phys. Rev. D*, **1975**, *11*, 566.
- [27] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, "Natural" left-right symmetry, *Phys. Rev. D*, **1975**, *11*, 2558.
- [28] G. Senjanovic and R. N. Mohapatra, Exact left-right symmetry and spontaneous violation of parity, *Phys. Rev. D*, **1975**, *12*, 1502.
- [29] G. Senjanović, Spontaneous breakdown of parity in a class of gauge theories, *Nucl. Phys. B*, **1979**, *153*, 334.
- [30] P. V. Dong, L. T. Hue, H. N. Long and D. V. Soa, The $3 - 3 - 1$ model with A_4 flavor symmetry, *Phys. Rev. D*, **2010**, *81*, 053004.
- [31] Faber, S. M. and Gallagher, Masses and Mass-to-light Ratios of Galaxies, *Ann. Rev. Astrophys*, **1979**, *17*, 135.

- [32] Planck collaboration, *Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters*, *Astron. Astrophys*, **2016**, 594, A13 [1502.01589].
- [33] WMAP collaboration, *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results*, *Astrophys. J. Suppl*, **2013**, 208, 19 [1212.5226].
- [34] P. V. Dong and D. T. Huong, F. S. Queiroz, N. T. Thuy, Phenomenology of the $3 - 3 - 1 - 1$ model, *Phys. Rev. D*, **2014**, 90, 075021.
- [35] D. T. Huong and P. V. Dong, C. S. Kim and N. T. Thuy, Inflation and leptogenesis in the $3 - 3 - 1 - 1$ model, *Phys. Rev. D*, **2015**, 91, 055023.
- [36] P. V. Dong, Unifying the electroweak and B-L interactions, *Phys. Rev. D*, **2015**, 92, 055026.
- [37] P. V. Dong and D. T. Si, Kinetic mixing effect in the $3 - 3 - 1 - 1$ model, *Phys. Rev. D*, **2016**, 93, 115003.
- [38] A. Alves, G. Arcadi, P. V. Dong, L. Duarte, F. S. Queiroz, and J. W. F. Valle, tter-parity as a residual gauge symmetry: Probing a theory of cosmological dark matter, *Phys. Lett. B*, **2017**, 772, 825.
- [39] D. T. Huong and P. V. Dong, Neutrino masses and superheavy dark matter in the $3 - 3 - 1 - 1$ model, *Eur. Phys. J. C*, **2017**, 77, 204.
- [40] D. Fregolente and M. D. Tonasse, *Phys. Lett. B*, **2003**, 555, 7.
- [41] H.N.Long and N.Q.Lan, Self-interacting dark matter and Higgs bosons in the $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model with right-handed neutrinos, *Europhys.Lett*, **2003**, 64, 571.
- [42] C. A. de S. Pires and P. S. Rodrigues da Silva, *JCAP*, **2007**, 0712, 012.
- [43] J. K. Mizukoshi, C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz, and P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. D*, **2011**, 83, 065024.

- [44] P. V. Dong, N. T. K. Ngan and D. V. Soa, Simple 3-3-1 model and implication for dark matter, *Phys. Rev. D*, **2014**, *90*, 075019 [1407.3839].
- [45] K. A. Olive et al., *Review of Particle Physics*, Chin Phys. C, **2014**, *38*, 090001.
- [46] J. L. Diaz-Cruz, D. A. Lopez-Falcon, *Probing the mechanism of EWSB with a rho parameter defined in terms of Higgs coupling*, Phys. Lett. B, **2013**, *568*, 245.
- [47] P. V. Dong, H. T. Hung and T. D. Tham, *3-3-1-1 model for dark matter*, Phys. Rev. D, **2013**, *87*, 115003 [1305.0369].
- [48] Sheldon L. Glashow, *Partial - symmetries of weak interactions*, Nucl. Phys, **1961**, *22*, 579.
- [49] Steven Weinberg, *A model of leptons*, Phys. Rev. Lett, **1967**, *19*, 1264.
- [50] David J. Gross and Frank Wilczek, *Ultraviolet behavior of non-Abelian gauge theories*, Phys. Rev. Lett, **1973**, *30*, 1343.
- [51] H. Fritzsch, M. Gell-Mann and H. Leutwyler, *Advantages of the color octet gluon picture*, Phys. Lett. B, **1973**, *47*, 365.
- [52] H. David Politzer, *Reliable perturbative results for strong interactions?*, Phys. Rev. Lett, **1973**, *30*, 1346.
- [53] T. Kajita, *Nobel Lecture: Discovery of atmospheric neutrino oscillations*, Rev. Mod. Phys, **2016**, *88*, 030501.
- [54] A. B. McDonald, *Nobel Lecture: The Sudbury Neutrino Observatory: Observation of flavor change for solar neutrinos*, Rev. Mod. Phys, **2016**, *88*, 030502.
- [55] Particle Data Group collaboration, *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D, **2018**, *98*, 030001.

- [56] G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, *Supersymmetric dark matter*, Phys. Rept., **1996**, *267*, 195 [hep-ph/9506380].
- [57] G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*, Phys. Rept, **2005**, *405*, 279 [hep-ph/0404175].
- [58] H. Goldberg, *Constraint on the photino mass from cosmology*, Phys. Rev. Lett, **1983**, *50*, 1419.
- [59] J. R. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive and M. Srednicki, *Supersymmetric Relics from the Big Bang*, Nucl. Phys. B, **1984**, *238*, 453.
- [60] G. L. Kane, C. F. Kolda, L. Roszkowski and J. D. Wells, *Study of constrained minimal supersymmetry*, Phys. Rev. D, **1994**, *49*, 6173 [hep-ph/9312272].
- [61] J. Edsjo and P. Gondolo, *Neutralino relic density including coannihilations*, Phys. Rev. D, **1997**, *56*, 1879 [hep-ph/9704361].
- [62] E. W. Kolb and R. Slansky, *Dimensional Reduction in the Early Universe: Where Have the Massive Particles Gone?*, Phys. Lett. B, **1984**, *135*, 378.
- [63] T. Appelquist, H.-C. Cheng and B. A. Dobrescu, *Bounds on universal extra dimensions*, Phys. Rev. D, **2001**, *64*, 035002 [hep-ph/0012100].
- [64] H.-C. Cheng, K. T. Matchev and M. Schmaltz, *Radiative corrections to kaluza-klein masses*, Phys. Rev. D, **2002**, *66*, 036005.
- [65] K. Agashe and G. Servant, *Warped unification, proton stability, and dark matter*, Phys. Rev. Lett., **2004**, *93*, 231805.
- [66] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, T. Gregoire and J. G. Wacker, *Phenomenology of electroweak symmetry breaking from theory space*, JHEP, **2002**, *08*, 020 [hep-ph/0202089].
- [67] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz and A. E. Nelson, *The Littlest Higgs*, JHEP, **2002**, *07*, 034 [hep-ph/0206021].

- [68] I. Low, *T parity and the littlest Higgs*, JHEP, **2004**, 10, 067 [hep-ph/0409025].
- [69] J. Hubisz and P. Meade, *Phenomenology of the littlest higgs model with t-parity*, Phys. Rev. D, **2005**, 71, 035016.
- [70] N. G. Deshpande and E. Ma, *Pattern of Symmetry Breaking with Two Higgs Doublets*, Phys. Rev. D, **1987**, 18, 2574.
- [71] V. Silveira and A. Zee, *SCALAR PHANTOMS*, Phys. Lett. B, **1985**, 161, 136.
- [72] Z. Chacko, H.-S. Goh and R. Harnik, *A Twin Higgs model from left-right symmetry*, JHEP, **2006**, 01, 108 [hep-ph/0512088].
- [73] M. Cirelli, N. Fornengo and A. Strumia, *Minimal dark matter*, Nucl. Phys. B, **2006**, 753, 178 [hep-ph/0512090].
- [74] E. Ma, *Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter*, Phys. Rev. D, **2006**, 73, 077301 [hep-ph/0601225].
- [75] R. Barbieri, L. J. Hall and V. S. Rychkov, *Improved naturalness with a heavy Higgs: An Alternative road to LHC physics*, Phys. Rev. D, **2006**, 74, 015007 [hep-ph/0603188].
- [76] Z. Chacko, H.-S. Goh and R. Harnik, *Natural electroweak breaking from a mirror symmetry*, Phys. Rev. Lett, **2006**, 96, 231802.
- [77] J. Mizukoshi, C. de S.Pires, F. Queiroz and P. Rodrigues da Silva, *WIMPs in a 3-3-1 model with heavy Sterile neutrinos*, Phys. Rev. D, **2011**, 83, 065024 [1010.4097].
- [78] A. Goudelis, B. Herrmann and O. Stal, *Dark matter in the Inert Doublet Model after the discovery of a Higgs-like boson at the LHC*, JHEP , **2013** 09, 106 [1303.3010].

- [79] P. V. Dong, T. P. Nguyen and D. V. Soa, *3-3-1 model with inert scalar triplet*, Phys. Rev. D, **2013**, *88*, 095014 [1308.4097].
- [80] P. V. Dong, D. T. Huong, F. S. Queiroz and N. T. Thuy, *Phenomenology of the 3 – 3 – 1 – 1 model*, Phys. Rev. D, **2014**, *90*, 075021 [1405.2591].
- [81] P. Dong, *Unifying the electroweak and B-L interactions*, Phys. Rev. D, **2015**, *92*, 055026 [arXiv:1505.06469].
- [82] P. V. Dong and D. T. Huong, *Left-right model for dark matter*, Commun. Phys., **2018**, *28*, 21 [1610.02642].
- [83] P. V. Dong, D. T. Huong, D. V. Loi, N. T. Nhuan and N. T. K. Ngan, *Phenomenology of the $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(3)_R \otimes U(1)_X$ gauge model*, Phys. Rev. D, **2017**, *95*, 075034 [1609.03444].
- [84] D. T. Huong and P. V. Dong, *Neutrino masses and superheavy dark matter in the 3 – 3 – 1 – 1 model*, Eur. Phys. J. C, **2017**, *77*, 204 [1605.01216].
- [85] A. Alves, G. Arcadi, P. V. Dong, L. Duarte, F. S. Queiroz and J. W. F. Valle, *Matter-parity as a residual gauge symmetry: Probing a theory of cosmological dark matter*, Phys. Lett. B, **2017**, *772*, 825 [1612.04383].
- [86] P. Dong, D. Huong, F. S. Queiroz, J. W. F. Valle and C. Vaquera-Araujo, *The Dark Side of Flipped Trinification*, JHEP, **2018**, *04*, 143 [1710.06951].
- [87] C. Kownacki, E. Ma, N. Pollard, O. Popov and M. Zakeri, *Dark revelations of the $SU(3)_3$ and $SU(3)_4$ gauge extensions of the standard model*, Phys. Lett. B, **2018**, *777*, 121 [1710.00762].
- [88] E. Ma, *$[SU(2)]^3$ dark matter*, Phys. Lett. B, **2018**, *780*, 533 [1712.08994].
- [89] C. Kownacki, E. Ma, N. Pollard, O. Popov and M. Zakeri, *Alternative $SU(3)_4$ model of leptonic color and dark matter*, Nucl. Phys. B, **2018**, *928*, 520 [1801.01379].

- [90] D. T. Huong, P. V. Dong, N. T. Duy, N. T. Nhuan and L. D. Thien, *Investigation of Dark Matter in the 3-2-3-1 Model*, Phys. Rev. D, **2018**, *98*, 055033 [1802.10402].
- [91] P. Van Dong, D. T. Huong, D. A. Camargo, F. S. Queiroz and J. W. F. Valle, *Asymmetric Dark Matter, Inflation and Leptogenesis from $B - L$ Symmetry Breaking*, Phys. Rev. D, **2019**, *99*, 055040 [1805.08251].
- [92] D. Van Loi, P. Van Dong and L. X. Thuy, *Kinetic mixing effect in non-commutative $B - L$ gauge theory*, JHEP, **2019**, *09*, 054 [1906.10577].
- [93] D. Van Loi, P. Van Dong and D. Van Soa, *Neutrino mass and dark matter from an approximate $B - L$ symmetry*, JHEP, **2020**, *05*, 090 [1911.04902].
- [94] D. T. Huong, D. N. Dinh, L. D. Thien and P. Van Dong, *Dark matter and flavor changing in the flipped $3 - 3 - 1$ model*, JHEP, **2019**, *08*, 051 [1906.05240].
- [95] P. Van Dong and D. Van Loi, *Asymmetric matter from $B - L$ symmetry breaking*, Eur. Phys. j. C, **2020**, *80*, 1137 [2001.03862].
- [96] J. Leite, A. Morales, J. W. Valle and C. A. Vaquera-Araujo, *Dark matter stability from Dirac neutrinos in scotogenic $3 - 3 - 1 - 1$ theory*, Phys. Rev. D, **2020**, *102*, 015022 [2005.03600].
- [97] LUX collaboration, *Results from a search for dark matter in the complete LUX exposure*, Phys. Rev. Lett, **2017**, *118*, 021303 [1608.07648].
- [98] PandaX-II collaboration, *Dark Matter Results from First 98.7 Days of Data from the PandaX-II Experiment*, Phys. Rev. Lett, **2016**, *117*, 121303 [1607.07400].
- [99] PandaX-II collaboration, *Dark Matter Results From 54-Ton-Day Exposure of PandaX-II Experiment*, Phys. Rev. Lett, **2017**, *119*, 181302 [1708.06917].

- [100] XENON collaboration, *First Dark Matter Search Results from the XENON1T Experiment*, Phys. Rev. Lett, **2017**, *119*, 181301 [1705.06655].
- [101] XENON collaboration, *Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T*, Phys. Rev. Lett, **2018**, *121*, 111302 [1805.12562].
- [102] HESS collaboration, *Search for γ Ray Line Signals from Dark Matter Annihilations in the Inner Galactic Halo from 10 Years of Observations with H.E.S.S.*, Phys. Rev. Lett, **2018**, *120*, 201101 [1805.05741].
- [103] MAGIC, Fermi-LAT collaboration, *Limits to Dark Matter Annihilation Cross-Section from a Combined Analysis of MAGIC and Fermi-LAT Observations of Dwarf Satellite Galaxies*, JCAP , **2016**, *1602*, 039 [1601.06590].
- [104] W. B. Atwood, A. A. Abdo, M. Ackermann, W. Althouse, B. Anderson, M. Axelsson et al., *The large area telescope on thefermi gamma-ray space telescopemission*, The Astrophysical Journal, **2009**, *697*, 1071-1102.
- [105] A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, D. Iakubovskiy and J. Franse, *Unidentified Line in X-Ray Spectra of the Andromeda Galaxy and Perseus Galaxy Cluster*, Phys. Rev. Lett, **2014**, *113*, 251301 [1402.4119].
- [106] E. Bulbul, M. Markevitch, A. Foster, R. K. Smith, M. Loewenstein and S. W. Randall, *Detection of An Unidentified Emission Line in the Stacked X-ray spectrum of Galaxy Clusters*, Astrophys. J, **2014**, *789*, 13 [1402.2301].
- [107] A. Belyaev, E. Bertuzzo, C. Caniu Barros, O. Eboli, G. Grilli Di Cortona, F. Iocco et al., *Interplay of the LHC and non-LHC Dark Matter searches in the Effective Field Theory approach*, Phys. Rev. D, **2019**, *99*, 015006 [1807.03817].

- [108] D. Abercrombie et al., *Dark Matter Benchmark Models for Early LHC Run-2 Searches: Report of the ATLAS/CMS Dark Matter Forum*, Phys. Dark Univ., **2020**, *27*, 100371 [1507.00966].
- [109] M. Kadastik, K. Kannike and M. Raidal, *Matter parity as the origin of scalar Dark Matter*, Phys. Rev. D, **2010**, *81*, 015002 [0903.2475].
- [110] P. Van Dong, *Flipping principle for neutrino mass and dark matter*, Phys. Rev. D, **2020**, *102*, 011701[2003.13276].
- [111] E. Ma, *Derivation of Dark Matter Parity from Lepton Parity*, Phys. Rev. Lett, **2015**, *115*, 011801 [1502.02200].
- [112] C. Boehm, *P. Fayet and J. Silk, Light and heavy dark matter particles*, Phys. Rev. D, **2004**, *69*, 101302 [hep-ph/0311143].
- [113] D. Chialva, P. Dev and A. Mazumdar, *Multiple dark matter scenarios from ubiquitous stringy throats*, Phys. Rev. D, **2013**, *87*, 063522 [1211.0250].
- [114] M. Aoki, J. Kubo and H. Takano, *Two-loop radiative seesaw mechanism with multicomponent dark matter explaining the possible γ excess in the Higgs boson decay and at the Fermi LAT*, Phys. Rev. D, **2013**, *87*, 116001 [1302.3936].
- [115] Y. Kajiyama, H. Okada and T. Toma, *Multicomponent dark matter particles in a two-loop neutrino model*, Phys. Rev. D, **2013**, *88*, 015029 [1303.7356].
- [116] S. Bhattacharya, A. Drozd, B. Grzadkowski and J. Wudka, *Two-Component Dark Matter*, JHEP, **2013**, *10*, 158 [1309.2986].
- [117] A. Karam and K. Tamvakis, *Dark Matter from a Classically Scale-Invariant $SU(3)X$* , Phys. Rev. D, **2016**, *94*, 055004 [1607.01001].

- [118] S. Bhattacharya, P. Poullose and P. Ghosh, *Multipartite Interacting Scalar Dark Matter in the light of updated LUX data*, JCAP, **2017**, *04*, 043 [1607.08461].
- [119] G. Arcadi, C. Gross, O. Lebedev, Y. Mambrini, S. Pokorski and T. Toma, *Multicomponent Dark Matter from Gauge Symmetry*, JHEP, **2016**, *12*, 081 [1611.00365].
- [120] D. Borah, A. Dasgupta, U. K. Dey, S. Patra and G. Tomar, *Multi-component Fermionic Dark Matter and IceCube PeV scale Neutrinos in Left-Right Model with Gauge Unification*, JHEP, **2017**, *09*, 005 [1704.04138].
- [121] A. Ahmed, M. Duch, B. Grzadkowski and M. Iglicki, *Multi-Component Dark Matter: the vector and fermion case*, Eur. Phys. J. C, **2018**, *78*, 905 [1710.01853].
- [122] A. Biswas, D. Majumdar, A. Sil and P. Bhattacharjee, *Two Component Dark Matter : A Possible Explanation of 130 GeV γ Ray Line from the Galactic Centre*, JCAP, **2013**, *1312*, 049 [1301.3668].
- [123] S. Bhattacharya, P. Ghosh and N. Sahu, *Multipartite Dark Matter with Scalars, Fermions and signatures at LHC*, JHEP, **2019**, *02*, 059 [1809.07474].
- [124] S. Chakraborti and P. Poullose, *Interplay of Scalar and Fermionic Components in a Multi-component Dark Matter Scenario*, Eur. Phys. J. C, **2019**, *79*, 420 [1808.01979].
- [125] D. Borah, A. Dasgupta and S. K. Kang, *Two-component dark matter withogenesis of the baryon asymmetry of the Universe*, Phys. Rev. D, **2019**, *100*, 103502 [1903.10516].
- [126] D. Borah, R. Roshan and A. Sil, *Minimal two-component scalar doublet dark matter with radiative neutrino mass*, Phys. Rev. D, **2019**, *100*, 055027 [1904.04837].

- [127] S. Bhattacharya, P. Ghosh, A. K. Saha and A. Sil, *Two component dark matter with inert Higgs doublet: neutrino mass, high scale validity and collider searches*, JHEP, **2020**, *90*, ArXiv: 1905.12583[hep-ph].
- [128] K. M. Zurek, *Multicomponent dark matter*, Phys. Rev. D, **2009**, *79*, 115002.
- [129] H. Fukuoka, D. Suematsu and T. Toma, *Signals of dark matter in a supersymmetric two dark matter model*, JCAP, **2011**, *1107*, 001 [1012.4007].
- [130] N. Bernal, D. Restrepo, C. Yaguna and O. Zapata, *Two-component dark matter and a massless neutrino in a new $B - L$ model*, Phys. Rev. D, **2019**, *99*, 015038 [1808.03352].
- [131] A. Biswas, D. Borah and D. Nanda, *Type III seesaw for neutrino masses in $U(1)_{B-L}$ model with multi-component dark matter*, JHEP, **2019**, *12*, 109 [1908.04308].
- [132] J. Fan, A. Katz, L. Randall and M. Reece, *Double-Disk Dark Matter*, Phys. Dark Univ, **2013**, *2*, 139 [1303.1521].
- [133] J. Fan, A. Katz, L. Randall and M. Reece, *Dark-Disk Universe*, Phys. Rev. Lett, **2013**, *110*, 211302 [1303.3271].
- [134] K. Agashe, Y. Cui, L. Necib and J. Thaler, *(In)direct Detection of Boosted Dark Matter*, JCAP, **2014**, *10*, 062 [1405.7370].
- [135] K. Kong, G. Mohlabeng and J.-C. Park, *Boosted dark matter signals uplifted with self-interaction*, Phys. Lett. B, **2015**, *743*, 256 [1411.6632].
- [136] H. Alhazmi, K. Kong, G. Mohlabeng and J.-C. Park, *Boosted Dark Matter at the Deep Underground Neutrino Experiment*, JHEP, **2017**, *04*, 158 [1611.09866].
- [137] D. Kim, J.-C. Park and S. Shin, *Dark Matter “Collider” from Inelastic Boosted Dark Matter*, Phys. Rev. Lett, **2017**, *119*, 161801 [1612.06867].

- [138] G. F. Giudice, D. Kim, J.-C. Park and S. Shin, *Inelastic Boosted Dark Matter at Direct Detection Experiments*, Phys. Lett. B, **2018**, 780, 543 [1712.07126].
- [139] A. Chatterjee, A. De Roeck, D. Kim, Z. G. Moghaddam, J.-C. Park, S. Shin et al., *Searching for boosted dark matter at ProtoDUNE*, Phys. Rev. D, **2018**, 98, 075027 [1803.03264].
- [140] D. Kim, K. Kong, J.-C. Park and S. Shin, *Boosted Dark Matter Quarrying at Surface Neutrino Detectors*, JHEP, **2018**, 08, 155 [1804.07302].
- [141] O. D. Elbert, J. S. Bullock, S. Garrison-Kimmel, M. Rocha, J. Onorbe and A. H. Peter, *Core formation in dwarf haloes with self-interacting dark matter: no fine-tuning necessary*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc, **2015**, 453, 29 [1412.1477].
- [142] S. Tulin and H.B. Yu, *Dark Matter Self-interactions and Small Scale Structure*, Phys. Rept, **2018**, 730, 1 [1705.02358].
- [143] J. Heeck and H. Zhang, *Exotic Charges, Multicomponent Dark Matter and Light Sterile Neutrinos*, JHEP, **2013**, 05, 164 [1211.0538].
- [144] L. Bian, R. Ding and B. Zhu, *Two Component Higgs-Portal Dark Matter*, Phys. Lett. B, **2014**, 728, 105 [1308.3851].
- [145] L. Bian, T. Li, J. Shu and X. C. Wang, *Two component dark matter with multi-Higgs portals*, JHEP, **2015**, 03, 126 [1412.5443].
- [146] S. Esch, M. Klasen and C. E. Yaguna, *A minimal model for two-component dark matter*, JHEP, **2014**, 09, 108 [1406.0617].
- [147] A. Karam and K. Tamvakis, *Dark matter and neutrino masses from a scale-invariant multi-Higgs portal*, Phys. Rev. D, **2015**, 92, 075010 [1508.03031].
- [148] A. DiFranzo and G. Mohlabeng, *Multi-component Dark Matter through a Radiative Higgs Portal*, JHEP, **2017**, 01, 080 [1610.07606].

- [149] A. Dutta Banik, M. Pandey, D. Majumdar and A. Biswas, *Two component WIMP-FIMP dark matter model with singlet fermion, scalar and pseudo scalar*, Eur. Phys. J. C, **2017**, *77*, 657 [1612.08621].
- [150] S. Bhattacharya, P. Ghosh, T. N. Maity and T. S. Ray, *Mitigating Direct Detection Bounds in Non-minimal Higgs Portal Scalar Dark Matter Models*, JHEP, **2017**, *10*, 088 [1706.04699].
- [151] S. Bhattacharya, A. K. Saha, A. Sil and J. Wudka, *Dark Matter as a remnant of SQCD Inflation*, JHEP, **2018**, *10*, 124 [1805.03621].
- [152] M. Aoki and T. Toma, *Boosted Self-interacting Dark Matter in a Multi-component Dark Matter Model*, JCAP, **2018**, *1810*, 020 [1806.09154].
- [153] A. Dutta Banik, A. K. Saha and A. Sil, *Scalar assisted singlet doublet fermion dark matter model and electroweak vacuum stability*, Phys. Rev. D, **2018**, *98*, 075013 [1806.08080].
- [154] B. Barman, S. Bhattacharya and M. Zakeri, *Multipartite Dark Matter in $SU(2)_N$ extension of Standard Model and signatures at the LHC*, JCAP, **2018**, *1809*, 023 [1806.01129].
- [155] S. Yaser Ayazi and A. Mohamadnejad, *Scale-Invariant Two Component Dark Matter*, Eur. Phys. J. C, **2019**, *79*, 140 [1808.08706].
- [156] S. Chakraborti, A. Dutta Banik and R. Islam, *Probing Multicomponent Extension of Inert Doublet Model with a Vector Dark Matter*, Eur. Phys. J. C, **2019**, *79*, 662 [1810.05595].
- [157] F. Elahi and S. Khatibi, *Multi-Component Dark Matter in a Non-Abelian Dark Sector*, Phys. Rev. D, **2019**, *100*, 015019 [1902.04384].
- [158] S. Bhattacharya, N. Chakrabarty, R. Roshan and A. Sil, *Multicomponent dark matter in extended $U(1)_{B-L}$: neutrino mass and high scale validity*, JCAP, **2013**, *04*, 013, [1910.00612] [hep-ph].

- [159] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, *Complex Spinors and Unified Theories*, Conf. Proc. C, **1979**, 790927, 315 [1306.4669].
- [160] G. Lazarides, Q. Shafi and C. Wetterich, *Proton lifetime and fermion masses in an $SO(10)$ model*, Nucl. Phys. B, **1981**, 181 287.
- [161] J. Schechter and J. W. F. Valle, *Neutrino Decay and Spontaneous Violation of Lepton Number*, Phys. Rev. D, **1981**, 25, 774.
- [162] D. T. Huong, P. V. Dong, C. S. Kim and N. T. Thuy, *Inflation and leptogenesis in the $3 - 3 - 1 - 1$ model*, Phys. Rev. D, **2015**, 91, 055023 [1501.00543].
- [163] P. V. Dong, *Unifying the electroweak and $B - L$ interaction*, Phys. Rev. D, **2015**, 92, 055026 .
- [164] P. V. Dong and H. N. Long, *$U(1)_Q$ invariance and $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$* , Eur. Phys. J. C, **2005**, 42, 325.
- [165] P. Minkowski, Phys. Lett. B, **1977**, 67, 421; M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, *Complex spinors and unified theories*, in *Supergravity*, edited by P. van Nieuwenhuizen and D. Z.Freedman (North Holland, Amsterdam, 1979), p. 315; T. Yanagida, in *Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universe*, edited by O. Sawada and A.Sugamoto (KEK, Tsukuba, Japan, 1979), p. 95; S. L. Glashow, *The future of elementary particle physics*, in *Proceedings of the 1979 Cargèse Summer Institute on Quarks and Leptons*, edited by M. Lévy et al. (Plenum Press, New York, 1980), pp.687-713; R. N.Mohapatra and G. Senjanović, Phys. Rev. Lett, **1980**, 44, 912; R. N. Mohapatra and G. Senjanović, Phys. Rev. D, **1981**, 23, 165; G. Lazarides, Q. Shafi and C. Wetterich, Nucl. Phys. B **181**, 287 (1981); J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D, **1980**, 22, 2227; J.Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D, **1982**, 25, 774.

- [166] K. Sasaki, Phys. Lett. B, **1993**, *308*, 297; P. H. Frampton and M. Harada, Phys. Rev. D, **1998**, *58*, 095013 ; H. N. Long and T. Inami, *S, T, U parameters in $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)$ model with right-handed neutrinos* , Phys. Rev. D, **2000**, *61*, 075002; P. V. Dong and D. T. Si, *Discriminating the minimal 3-3-1 modes*, Phys. Rev. D, **2014**, *90*, 117703.
- [167] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D, **2018**, *98*, 030001, and 2019 update.
- [168] P. V. Dong, N. T. K. Ngan, T. D. Tham, and N. T. Thuy, *Phenomenology of the simple 3-3-1 model with inert scalars*, Phys. Rev. D, **2019**, *99*, 095031 ; D. T. Huong, D. N. Dinh, L. D. Thien, and P. V. Dong, *Dark matter and flavor changing in the flipped 3-3-1 model*, JHEP, **2019**, *08*, 051, arXiv:1906.05240 [hep-ph]; D. T. Huong, P. V. Dong, N. T. Duy, N. T. Nhuan and L. D. Thien, *Investigation of Dark Matter in the 3-2-3-1 Model*, Phys. Rev. D, **2018**, *98*, 055033 [1802.10402].

PHỤ LỤC

A. Huỷ dị thường

Các dị thường không tầm thường:

$$\begin{aligned}
 & [SU(3)_C]^2 U(1)_X, [SU(3)_C]^2 U(1)_N, [SU(P)_L]^2 U(1)_X, \\
 & [SU(P)_L]^2 U(1)_N, [\text{Gravity}]^2 U(1)_X, [\text{Gravity}]^2 U(1)_N, \\
 & [U(1)_X]^2 U(1)_N, U(1)_X [U(1)_N]^2, [U(1)_X]^3, [U(1)_N]^3.
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Tính toán cho từng dị thường như sau:

$$\begin{aligned}
 [SU(3)_C]^2 U(1)_X & \sim \sum_{\text{quarks}} (X_{q_L} - X_{q_R}) \\
 & = 2PX_{Q_\alpha} + PX_{Q_3} - 3X_{u_a} - 3X_{d_a} \\
 & \quad - 2 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k\alpha}} - \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k3}} \\
 & = 2P \left(\frac{-1}{3} + \frac{1-q}{P} \right) + P \left(\frac{2}{3} + \frac{q-1}{P} \right) \\
 & \quad - 3 \times \frac{2}{3} - 3 \times \frac{-1}{3} \\
 & \quad - 2 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-q_k - \frac{1}{3} \right) - \sum_{k=1}^{P-2} \left(q_k + \frac{2}{3} \right) \\
 & = \sum_{k=1}^{P-2} q_k - q = 0.
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
 [SU(3)_C]^2 U(1)_N & \sim \sum_{\text{quarks}} (N_{q_L} - N_{q_R}) \\
 & = 2PN_{Q_\alpha} + PN_{Q_3} - 3N_{u_a} - 3N_{d_a} \\
 & \quad - 2 \sum_{k=1}^{P-2} N_{J_{k\alpha}} - \sum_{k=1}^{P-2} N_{J_{k3}} \\
 & = 2P \left(\frac{-2}{3} + \frac{2-n}{P} \right) + P \left(\frac{4}{3} + \frac{n-2}{P} \right) \\
 & \quad - 3 \times \frac{1}{3} - 3 \times \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-n_k - \frac{2}{3} \right) - \sum_{k=1}^{P-2} \left(n_k + \frac{4}{3} \right) \\
& = \sum_{k=1}^{P-2} n_k - n = 0.
\end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
[SU(P)_L]^2 U(1)_X & \sim \sum_{(\text{anti})P\text{-plets}} X_{FL} = 3X_{\psi_a} + 6X_{Q_\alpha} + 3X_{Q_3} \\
& = 3 \times \frac{q-1}{P} + 6 \left(\frac{-1}{3} + \frac{1-q}{P} \right) \\
& \quad + 3 \left(\frac{2}{3} + \frac{q-1}{P} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
[SU(P)_L]^2 U(1)_N & \sim \sum_{(\text{anti})P\text{-plets}} N_{FL} = 3N_{\psi_a} + 6N_{Q_\alpha} + 3N_{Q_3} \\
& = 3 \times \frac{n-2}{P} + 6 \left(\frac{-2}{3} + \frac{2-n}{P} \right) \\
& \quad + 3 \left(\frac{4}{3} + \frac{n-2}{P} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
[\text{Gravity}]^2 U(1)_X & \sim \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L} - X_{f_R}) = 3PX_{\psi_a} + 6PX_{Q_\alpha} + 3PX_{Q_3} \\
& \quad - 3X_{\nu_a} - 3X_{e_a} - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{E_{ka}} - 9X_{u_a} - 9X_{d_a} \\
& \quad - 6 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k\alpha}} - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k3}} \\
& = 3P \times \frac{q-1}{P} + 6P \left(\frac{-1}{3} + \frac{1-q}{P} \right) + 3P \left(\frac{2}{3} + \frac{q-1}{P} \right) \\
& \quad - 3 \times 0 - 3(-1) - 3 \sum_{k=1}^{P-2} q_k - 9 \times \frac{2}{3} - 9 \times \frac{-1}{3} \\
& \quad - 6 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-q_k - \frac{1}{3} \right) - 3 \sum_{k=1}^{P-2} \left(q_k + \frac{2}{3} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$[\text{Gravity}]^2 U(1)_N \sim \sum_{\text{fermions}} (N_{f_L} - N_{f_R}) = 3PN_{\psi_a} + 6PN_{Q_\alpha} + 3PN_{Q_3}$$

$$\begin{aligned}
& -3N_{\nu_a} - 3N_{e_a} - 3 \sum_{k=1}^{P-2} N_{E_{k\alpha}} - 9N_{u_a} - 9N_{d_a} \\
& -6 \sum_{k=1}^{P-2} N_{J_{k\alpha}} - 3 \sum_{k=1}^{P-2} N_{J_{k3}} \\
= & 3P \times \frac{n-2}{P} + 6P \left(\frac{-2}{3} + \frac{2-n}{P} \right) + 3P \left(\frac{4}{3} + \frac{n-2}{P} \right) \\
& -3(-1) - 3(-1) - 3 \sum_{k=1}^{P-2} n_k - 9 \times \frac{1}{3} - 9 \times \frac{1}{3} \\
& -6 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-n_k - \frac{2}{3} \right) - 3 \sum_{k=1}^{P-2} \left(n_k + \frac{4}{3} \right) = 0. \quad (\text{A.7})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_X]^2 U(1)_N &= \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L}^2 N_{f_L} - X_{f_R}^2 N_{f_R}) \\
&= 3PX_{\psi_a}^2 N_{\psi_a} + 6PX_{Q_\alpha}^2 N_{Q_\alpha} + 3PX_{Q_3}^2 N_{Q_3} \\
&\quad - 3X_{\nu_a}^2 N_{\nu_a} - 3X_{e_a}^2 N_{e_a} - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{E_{k\alpha}}^2 N_{E_{k\alpha}} \\
&\quad - 9X_{u_a}^2 N_{u_a} - 9X_{d_a}^2 N_{d_a} \\
&\quad - 6 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k\alpha}}^2 N_{J_{k\alpha}} - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k3}}^2 N_{J_{k3}} \\
= & 3P \left(\frac{q-1}{P} \right)^2 \left(\frac{n-2}{P} \right) \\
& + 6P \left(\frac{-1}{3} + \frac{1-q}{P} \right)^2 \left(\frac{-2}{3} + \frac{2-n}{P} \right) \\
& + 3P \left(\frac{2}{3} + \frac{q-1}{P} \right)^2 \left(\frac{4}{3} + \frac{n-2}{P} \right) \\
& - 3 \times 0^2(-1) - 3(-1)^2(-1) - 3 \sum_{k=1}^{P-2} q_k^2 n_k \\
& - 9 \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right) - 9 \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right) \\
& - 6 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-q_k - \frac{1}{3} \right)^2 \left(-n_k - \frac{2}{3} \right) \\
& - 3 \sum_{k=1}^{P-2} \left(q_k + \frac{2}{3} \right)^2 \left(n_k + \frac{4}{3} \right)
\end{aligned}$$

$$= \frac{2}{3}(n + 4q) - \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{P-2} (n_k + 4q_k) = 0. \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_X]U(1)_N^2 &= \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L} N_{f_L}^2 - X_{f_R} N_{f_R}^2) \\
&= 3PX_{\psi_a} N_{\psi_a}^2 + 6PX_{Q_\alpha} N_{Q_\alpha}^2 + 3PX_{Q_3} N_{Q_3}^2 - 3X_{\nu_a} N_{\nu_a}^2 \\
&\quad - 3X_{e_a} N_{e_a}^2 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{E_{k\alpha}} N_{E_{k\alpha}}^2 - 9X_{u_a} N_{u_a}^2 \\
&\quad - 9X_{d_a} N_{d_a}^2 - 6 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k\alpha}} N_{J_{k\alpha}}^2 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k3}} N_{J_{k3}}^2 \\
&= 3P \left(\frac{q-1}{P} \right) \left(\frac{n-2}{P} \right)^2 \\
&\quad + 6P \left(\frac{-1}{3} + \frac{1-q}{P} \right) \left(\frac{-2}{3} + \frac{2-n}{P} \right)^2 \\
&\quad + 3P \left(\frac{2}{3} + \frac{q-1}{P} \right) \left(\frac{4}{3} + \frac{n-2}{P} \right)^2 \\
&\quad - 3 \times 0(-1)^2 - 3(-1)(-1)^2 \\
&\quad - 3 \sum_{k=1}^{P-2} q_k n_k^2 - 9 \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 - 9 \left(\frac{-1}{3} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 \\
&\quad - 6 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-q_k - \frac{1}{3} \right) \left(-n_k - \frac{2}{3} \right)^2 \\
&\quad - 3 \sum_{k=1}^{P-2} \left(q_k + \frac{2}{3} \right) \left(n_k + \frac{4}{3} \right)^2 \\
&= \frac{8}{3}(n + q) - \frac{8}{3} \sum_{k=1}^{P-2} (n_k + q_k) = 0. \quad (\text{A.9})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_X]^3 &= \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L}^3 - X_{f_R}^3) \\
&= 3PX_{\psi_a}^3 + 6PX_{Q_\alpha}^3 + 3PX_{Q_3}^3 - 3X_{\nu_a}^3 - 3X_{e_a}^3 \\
&\quad - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{E_{k\alpha}}^3 - 9X_{u_a}^3 - 9X_{d_a}^3 - 6 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k\alpha}}^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} X_{J_{k3}}^3 \\
&= 3P \left(\frac{q-1}{P} \right)^3 + 6P \left(\frac{-1}{3} + \frac{1-q}{P} \right)^3 + 3P \left(\frac{2}{3} + \frac{q-1}{P} \right)^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -3 \times 0^3 - 3(-1)^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} q_k^3 - 9 \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 9 \left(\frac{-1}{3}\right)^3 \\
& -6 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-q_k - \frac{1}{3}\right)^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} \left(q_k + \frac{2}{3}\right)^3 \\
= & 2q - 2 \sum_{k=1}^{P-2} q_k = 0.
\end{aligned} \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_N]^3 = & \sum_{\text{fermions}} (N_{f_L}^3 - N_{f_R}^3) = 3PN_{\psi_a}^3 + 6PN_{Q_\alpha}^3 + 3PN_{Q_3}^3 - 3N_{\nu_a}^3 \\
& -3N_{e_a}^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} N_{E_{k\alpha}}^3 - 9N_{u_a}^3 - 9N_{d_a}^3 \\
& -6 \sum_{k=1}^{P-2} N_{J_{k\alpha}}^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} N_{J_{k3}}^3 \\
= & 3P \left(\frac{n-2}{P}\right)^3 + 6P \left(\frac{-2}{3} + \frac{2-n}{P}\right)^3 + 3P \left(\frac{4}{3} + \frac{n-2}{P}\right)^3 \\
& -3(-1)^3 - 3(-1)^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} n_k^3 - 9 \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 9 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \\
& -6 \sum_{k=1}^{P-2} \left(-n_k - \frac{2}{3}\right)^3 - 3 \sum_{k=1}^{P-2} \left(n_k + \frac{4}{3}\right)^3 \\
= & 8n - 8 \sum_{k=1}^{P-2} n_k = 0.
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Ở đây, tất cả các dị thường đều bị loại bỏ, không phụ thuộc vào tham số P và tham số của $U(1)$. Tất cả các dị thường (A.7), (A.8), (A.9) và (A.11) liên quan $U(1)_N$ bị huỷ do có các neutrino phân cực phải.

B. Khối lượng fermion

Lagrangian Yukawa được viết bởi biểu thức sau:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} \supset & \frac{1}{2} f_{ab}^\nu \bar{\nu}_{aR}^c \phi \nu_{bR} + h_{ab}^\nu \bar{\psi}_{aL} \varphi_1 \nu_{bR} + h_{ab}^e \bar{\psi}_{aL} \varphi_2 e_{bR} + \sum_{k=1}^{P-2} x_{ab}^k \bar{\psi}_{aL} \varphi_{k+2} E_{kbR} \\
& + h_{3b}^u \bar{Q}_{3L} \varphi_1 u_{bR} + h_{3b}^d \bar{Q}_{3L} \varphi_2 d_{bR} + \sum_{k=1}^{P-2} y_{33}^k \bar{Q}_{3L} \varphi_{k+2} J_{k3R}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +h_{\alpha b}^d \bar{Q}_{\alpha L} \varphi_1^* d_{bR} + h_{\alpha b}^u \bar{Q}_{\alpha L} \varphi_2^* u_{bR} + \sum_{k=1}^{P-2} y_{\alpha\beta}^k \bar{Q}_{\alpha L} \varphi_{k+2}^* J_{k\beta R} \\
& +H.c., \tag{B.1}
\end{aligned}$$

với $\varphi_{1,2,3,\dots,P}$ là các vô hướng P , P -plets được cho trong công thức (2.30) và (2.31) tương ứng.

Thay trung bình chân không $\langle\phi\rangle = \Lambda/\sqrt{2}$ and $\langle\varphi_i\rangle_j = v_j\delta_{ij}/\sqrt{2}$ for $i, j = 1, 2, 3, \dots, P$ trong chương 3 thu được:

$$[m_e]_{ab} = -h_{ab}^e \frac{v_2}{\sqrt{2}}, \tag{B.2}$$

$$[m_u]_{\alpha b} = h_{\alpha b}^u \frac{v_2}{\sqrt{2}}, \quad [m_u]_{3b} = -h_{3b}^u \frac{v_1}{\sqrt{2}}, \tag{B.3}$$

$$[m_d]_{\alpha b} = -h_{\alpha b}^d \frac{v_1}{\sqrt{2}}, \quad [m_d]_{3b} = -h_{3b}^d \frac{v_2}{\sqrt{2}}, \tag{B.4}$$

$$[m_{E_k}]_{ab} = -x_{ab}^k \frac{v_{k+2}}{\sqrt{2}}, \quad [m_{J_k}]_{ab} = -y_{ab}^k \frac{v_{k+2}}{\sqrt{2}}. \tag{B.5}$$

Chú ý rằng v_1, v_2 thì tỉ lệ với thang điện yếu. Vì $v_1^2 + v_2^2 = (246 \text{ GeV})^2$. Các lepton mang điện thông thường và các quark thông thường nhận khối lượng như trong mô hình chuẩn. Tuy nhiên các hạt E_k và J_k có khối lượng $v_{3,4,\dots,P}$ trong thang TeV.

Khối lượng neutrino được cho bởi:

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_{aL} \ \bar{\nu}_{aR}^c) \begin{pmatrix} 0 & m_{ab} \\ m_{ba} & M_{ab} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{bL}^c \\ \nu_{bR} \end{pmatrix} + H.c., \tag{B.6}$$

trong đó $m_{ab} = -h_{ab}^\nu v_1/\sqrt{2}$ và $M_{ab} = -f_{ab}^\nu \Lambda/\sqrt{2}$. Bởi vì $\Lambda \gg v_1$, cơ chế seesaw sinh khối lượng cho neutrino quan sát được ($\sim \nu_{aL}$) masses

$$m_\nu = -mM^{-1}m^T = h^\nu (f^\nu)^{-1} (h^\nu)^T \frac{v_1^2}{\sqrt{2}\Lambda}. \tag{B.7}$$

Trong khi neutrino phân cực phải ($\sim \nu_{aR}$) có khối lượng nặng ở thang Λ .

C. Tương tác vector và trục vector

Tương tác của các boson chuẩn trung hoà với các fermion.

f	$g_V^{Z_1}(f)$	$g_A^{Z_1}(f)$	f	$g_V^{Z_1}(f)$	$g_A^{Z_1}(f)$
e_a	$-\frac{1}{2} + 2s_W^2$	$-\frac{1}{2}$	E_a	$-2s_W^2 q$	0
F_a	$-2s_W^2 p$	0	u_a	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}s_W^2$	$\frac{1}{2}$
d_a	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}s_W^2$	$-\frac{1}{2}$	J_α	$2s_W^2(q + \frac{1}{3})$	0
J_3	$-2s_W^2(q + \frac{2}{3})$	0	K_α	$2s_W^2(p + \frac{1}{3})$	0
K_3	$-2s_W^2(p + \frac{2}{3})$	0	No data	No data	No data

Bảng C.1: Tương tác của Z_1 với các fermion.

f	$g_V^{Z_2}(f)$	$g_A^{Z_2}(f)$
e_a	$\frac{c_\varphi(1+3\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma+\sqrt{2}\beta+3\sqrt{6})t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$\frac{c_\varphi(1-\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma+\sqrt{2}\beta-\sqrt{6})t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
E_a	$-\frac{c_\varphi(1+2\sqrt{3}q\beta t_W^2)}{\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma-2\sqrt{2}\beta-4\sqrt{6}q)t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$-\frac{c_\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma-2\sqrt{2}\beta)t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
F_a	$-\frac{c_\varphi 2p\beta t_W^2}{\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+8p)t_X^2]}{4\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$\frac{s_\varphi\sqrt{3}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}{2\sqrt{2}}$
u_α	$-\frac{c_\varphi(\sqrt{3}+5\beta t_W^2)}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+2\sqrt{3}\beta+10)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$-\frac{c_\varphi(1-\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma+\sqrt{2}\beta-\sqrt{6})t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
u_3	$\frac{c_\varphi(\sqrt{3}-5\beta t_W^2)}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+2\sqrt{3}\beta-10)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$\frac{c_\varphi(1+\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma+\sqrt{2}\beta+\sqrt{6})t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
d_α	$-\frac{c_\varphi(\sqrt{3}-\beta t_W^2)}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+2\sqrt{3}\beta-2)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$-\frac{c_\varphi(1+\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma+\sqrt{2}\beta+\sqrt{6})t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
d_3	$\frac{c_\varphi(\sqrt{3}+\beta t_W^2)}{6\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+2\sqrt{3}\beta+2)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$\frac{c_\varphi(1-\sqrt{3}\beta t_W^2)}{2\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma+\sqrt{2}\beta-\sqrt{6})t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
$J_\alpha^{c_\varphi}$	$\frac{c_\varphi[\sqrt{3}-\beta(1+3\sqrt{3}\beta)t_W^2]}{3\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+8\sqrt{3}\beta+4)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$\frac{c_\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma-2\sqrt{2}\beta)t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
J_3	$-\frac{c_\varphi[\sqrt{3}+\beta(1-3\sqrt{3}\beta)t_W^2]}{3\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[\sqrt{6}+\gamma(\sqrt{6}\gamma+8\sqrt{3}\beta-4)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$-\frac{c_\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[1+\gamma(\gamma-2\sqrt{2}\beta)t_X^2]}{2\sqrt{6}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$
K_α	$\frac{c_\varphi 2(1+3p)\beta t_W^2}{3\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} - \frac{s_\varphi[3\sqrt{6}+\gamma(3\sqrt{6}\gamma+24p+8)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$-\frac{s_\varphi\sqrt{3}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}{2\sqrt{2}}$
K_3	$-\frac{c_\varphi 2(2+3p)\beta t_W^2}{3\sqrt{1-\beta^2 t_W^2}} + \frac{s_\varphi[3\sqrt{6}+\gamma(3\sqrt{6}\gamma+24p+16)t_X^2]}{12\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}$	$\frac{s_\varphi\sqrt{3}\sqrt{1+\gamma^2 t_X^2}}{2\sqrt{2}}$

Bảng C.2: Tương tác của Z_2 với các fermion.

D. Tương tác chuẩn của các vô hướng

Tương tác của các boson chuẩn và vô hướng

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$W_{\mu}^{+} \mathcal{H}_1^{-} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{A}$	$\frac{1}{2}g$	$W_{\mu}^{+} \mathcal{H}_1^{-} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_2$	$\frac{i}{2}g$
$W_{13\mu}^q \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_1$	$-\frac{i}{2}g c_{\alpha_2}$	$W_{13\mu}^q \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_2$	$-\frac{i}{2}g s_{\alpha_2}$
$W_{13\mu}^q \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{A}$	$\frac{1}{2}g s_{\alpha_2}$	$W_{13\mu}^q \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{H}_1^{+}$	$-\frac{i}{\sqrt{2}}g c_{\alpha_2}$
$W_{14\mu}^p \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_1$	$-\frac{i}{2}g c_{\alpha_2}$	$W_{14\mu}^p \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_2$	$-\frac{i}{2}g s_{\alpha_2}$
$W_{14\mu}^p \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{A}$	$\frac{1}{2}g s_{\alpha_2}$	$W_{14\mu}^p \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{H}_1^{+}$	$-\frac{i}{\sqrt{2}}g c_{\alpha_2}$
$W_{23\mu}^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_1$	$-\frac{i}{2}g s_{\alpha_2}$	$W_{23\mu}^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_2$	$\frac{i}{2}g c_{\alpha_2}$
$W_{23\mu}^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{A}$	$\frac{1}{2}g c_{\alpha_2}$	$W_{23\mu}^{q+1} \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{H}_1^{-}$	$-\frac{i}{\sqrt{2}}g s_{\alpha_2}$
$W_{24\mu}^{p+1} \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_1$	$-\frac{i}{2}g s_{\alpha_2}$	$W_{24\mu}^{p+1} \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_2$	$\frac{i}{2}g c_{\alpha_2}$
$W_{24\mu}^{p+1} \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{A}$	$\frac{1}{2}g c_{\alpha_2}$	$W_{24\mu}^{p+1} \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{H}_1^{-}$	$-\frac{i}{\sqrt{2}}g s_{\alpha_2}$
$W_{34\mu}^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_3$	$\frac{i}{2}g c_{(\alpha_1-\alpha_3)}$	$W_{34\mu}^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} H_4$	$\frac{i}{2}g s_{(\alpha_1-\alpha_3)}$
$W_{34\mu}^{q-p} \mathcal{H}_3^p \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{i}{\sqrt{2}}g$	$W_{34\mu}^{q-p} \mathcal{H}_5^{p+1} \overleftrightarrow{\partial}^{\mu} \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{i}{\sqrt{2}}g$

Bảng D.1: Tương tác của 1 boson chuẩn với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$A_\mu \mathcal{H}_1^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_1^+$	$-igs_W$	$A_\mu \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_2^q$	$-igs_W q$
$A_\mu \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_3^p$	$-igs_W p$	$A_\mu \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_4^{q+1}$	$-igs_W (q+1)$
$A_\mu \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_5^{p+1}$	$-igs_W (p+1)$	$A_\mu \mathcal{H}_6^{p-q} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_6^{q-p}$	$igs_W (p-q)$
$Z_{1\mu} \mathcal{H}_1^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_1^+$	$-\frac{i}{2c_W} g c_{2W}$	$Z_{1\mu} \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_2^q$	$igs_W t_W q$
$Z_{1\mu} \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_3^p$	$igs_W t_W p$	$Z_{1\mu} \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_4^{q+1}$	$igs_W t_W (q+1)$
$Z_{1\mu} \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_5^{p+1}$	$igs_W t_W (p+1)$	$Z_{1\mu} \mathcal{H}_6^{p-q} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_6^{q-p}$	$igs_W t_W (q-p)$
$Z_{1\mu} H_2 \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{A}$	$\frac{1}{2c_W} g$	No data	No data
Vertex	Coupling		
$Z_{2\mu} \mathcal{H}_1^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_1^+$	$\frac{i}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)} g [c_\varphi (v^2 \beta_1 - u^2 \beta_2) - s_\varphi (v^2 \gamma_1 - u^2 \gamma_2)]$		
$Z_{2\mu} \mathcal{H}_2^{-q} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_2^q$	$\frac{i}{2\sqrt{3}} g \{c_\varphi [(\beta_2 + \beta_1 - q(\beta_2 - \beta_1))] + s_\varphi \gamma_1\}$		
$Z_{2\mu} \mathcal{H}_3^{-p} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_3^p$	$\frac{i}{2\sqrt{3}} g \{c_\varphi p(\beta_1 - \beta_2) + s_\varphi [(q+p+2)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_2]\}$		
$Z_{2\mu} \mathcal{H}_4^{-q-1} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_4^{q+1}$	$\frac{i}{2\sqrt{3}} g \{c_\varphi [\beta_1 + \beta_2 - (1+q)(\beta_2 - \beta_1) + s_\varphi \gamma_2]\}$		
$Z_{2\mu} \mathcal{H}_5^{-p-1} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_5^{p+1}$	$\frac{i}{2\sqrt{3}} g \{c_\varphi (1+p)(\beta_1 - \beta_2) + s_\varphi [(q+p)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]\}$		
$Z_{2\mu} \mathcal{H}_6^{p-q} \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{H}_6^{q-p}$	$\frac{ig}{2\sqrt{3}} \{c_\varphi [s_{\alpha_3}^2 (\beta_2 + \beta_1) + (p-q)(\beta_2 - \beta_1)] + s_\varphi [\gamma_1 - p(\gamma_2 - \gamma_1) + c_{\alpha_3}^2 (\gamma_2 + \gamma_1)]\}$		
$Z_{2\mu} H_1 \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{A}$	$\frac{1}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)} g uv [c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) - s_\varphi (\gamma_2 + \gamma_1)]$		
$Z_{2\mu} H_2 \overleftrightarrow{\partial}^\mu \mathcal{A}$	$\frac{1}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)} g [c_\varphi (v^2 \beta_1 - u^2 \beta_2) - s_\varphi (v^2 \gamma_1 - u^2 \gamma_2)]$		
$Z_{3\mu} \dots\dots\dots$	$Z_{2\mu} \dots\dots\dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$		

Bảng D.2: Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$H_1 W^+ W^-$	$\frac{1}{2} g^2 \sqrt{u^2 + v^2}$	$H_1 W_{13}^q W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2 u c_{\alpha_2}$
$H_1 W_{14}^p W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2} g^2 u c_{\alpha_2}$	$H_1 W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2} g^2 v s_{\alpha_2}$
$H_1 W_{24}^{p+1} W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2} g^2 v s_{\alpha_2}$	$H_2 W_{13}^q W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2 u s_{\alpha_2}$
$H_2 W_{14}^p W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2} g^2 u s_{\alpha_2}$	$H_2 W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1}$	$-\frac{1}{2} g^2 v c_{\alpha_2}$
$H_2 W_{24}^{p+1} W_{24}^{-p-1}$	$-\frac{1}{2} g^2 v c_{\alpha_2}$	$H_3 W_{13}^q W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2 w c_{\alpha_1}$
$H_3 W_{14}^p W_{14}^{-p}$	$-\frac{1}{2} g^2 V s_{\alpha_1}$	$H_3 W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2} g^2 w c_{\alpha_1}$
$H_3 W_{24}^{p+1} W_{24}^{-p-1}$	$-\frac{1}{2} g^2 V s_{\alpha_1}$	$H_3 W_{34}^{q-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2} g^2 (w c_{\alpha_1} - V s_{\alpha_1})$
$H_4 W_{13}^q W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2 w s_{\alpha_1}$	$H_4 W_{14}^p W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2} g^2 V c_{\alpha_1}$
$H_4 W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2} g^2 w s_{\alpha_1}$	$H_4 W_{24}^{p+1} W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2} g^2 V c_{\alpha_1}$
$H_4 W_{34}^{q-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2} g^2 (w s_{\alpha_1} + V c_{\alpha_1})$	$\mathcal{H}_1^+ W_{13}^q W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g^2 u s_{\alpha_2}$
$\mathcal{H}_1^+ W_{14}^p W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g^2 u s_{\alpha_2}$	$\mathcal{H}_2^q W^+ W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 u$
$\mathcal{H}_2^q W_{14}^{-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 u$	$\mathcal{H}_3^p W^+ W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 u$
$\mathcal{H}_3^p W_{13}^{-q} W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 u$	$\mathcal{H}_4^{q+1} W^- W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 v$
$\mathcal{H}_4^{q+1} W_{24}^{-p-1} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 v$	$\mathcal{H}_5^{p+1} W^- W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 v$
$\mathcal{H}_5^{p+1} W_{23}^{-q-1} W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 v$	$\mathcal{H}_6^{q-p} W_{13}^{-q} W_{14}^p$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g^2 V s_{\alpha_3}$
$\mathcal{H}_6^{q-p} W_{23}^{-q-1} W_{24}^{p+1}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} g^2 V s_{\alpha_3}$	No data	No data

Bảng D.3: Tương tác của 1 vô hướng với 2 boson chuẩn mang điện.

Vertex	Coupling
$\mathcal{H}_1^+ Z_2 W^-$	$\frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 uv [c_\varphi(\beta_2 + \beta_1) - s_\varphi(\gamma_2 + \gamma_1)]$
$\mathcal{H}_2^q A W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2 q u s w$
$\mathcal{H}_2^q Z_1 W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{4c_W} g^2 u (1 - q + q c_{2W})$
$\mathcal{H}_2^q Z_2 W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{8\sqrt{3}} g^2 u \{c_\varphi [(2q - 1)(\beta_2 - \beta_1) - (\beta_2 + \beta_1)] - 4s_\varphi \gamma_1\}$
$\mathcal{H}_3^p A W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2} g^2 p u s w$
$\mathcal{H}_3^p Z_1 W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{4c_W} g^2 u (1 - p + p c_{2W})$
$\mathcal{H}_3^p Z_2 W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{8\sqrt{3}} g^2 u \{c_\varphi [\beta_1 + \beta_2 + (2p - 1)(\beta_2 - \beta_1)] - 2s_\varphi [(1 + p + q)(\gamma_2 - \gamma_1) - 2\gamma_2]\}$
$\mathcal{H}_4^{q+1} A W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2} g^2 (q + 1) v s w$
$\mathcal{H}_4^{q+1} Z_1 W_{23}^{-q-1}$	$-\frac{1}{4} g^2 v [c_W + (3 + 2q) s_W t_W]$
$\mathcal{H}_4^{q+1} Z_2 W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{8\sqrt{3}} g^2 v \{c_\varphi [(3 + 2q)(\beta_2 - \beta_1)] - (\beta_2 + \beta_1) - 4s_\varphi \gamma_2\}$
$\mathcal{H}_5^{p+1} A W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2} g^2 (p + 1) v s w$
$\mathcal{H}_5^{p+1} Z_1 W_{24}^{-p-1}$	$-\frac{1}{4} g^2 v [c_W + (3 + 2p) s_W t_W]$
$\mathcal{H}_5^{p+1} Z_2 W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{8\sqrt{3}} g^2 v \{c_\varphi [\beta_1 + \beta_2 + (3 + 2p)(\beta_2 - \beta_1)] - 2s_\varphi [(1 + p + q)(\gamma_2 - \gamma_1) - 2\gamma_1]\}$
$\mathcal{H}_6^{q-p} Z_2 W_{34}^{p-q}$	$-\frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{w^2+V^2}} g^2 w V [c_\varphi(\beta_2 + \beta_1) - s_\varphi(\gamma_2 + \gamma_1)]$
$\dots Z_3 \dots$	$\dots Z_2 \dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$

Bảng D.4: Tương tác của 1 vô hướng với 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện.

Vertex	Coupling
$H_1 Z_1 Z_1$	$\frac{1}{4c_W^2} g^2 \sqrt{u^2 + v^2}$
$H_1 Z_1 Z_2$	$\frac{1}{2\sqrt{3}c_W \sqrt{u^2 + v^2}} g^2 [u^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1) - v^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)]$
$H_1 Z_2 Z_2$	$\frac{1}{12\sqrt{u^2 + v^2}} g^2 [u^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 + v^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$H_1 Z_2 Z_3$	$\frac{1}{6\sqrt{u^2 + v^2}} g^2 [u^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)(c_\varphi \gamma_1 + s_\varphi \beta_1) + v^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)(c_\varphi \gamma_2 + s_\varphi \beta_2)]$
$H_2 Z_1 Z_2$	$\frac{1}{2\sqrt{3}c_W \sqrt{u^2 + v^2}} g^2 uv [c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) - s_\varphi (\gamma_1 + \gamma_2)]$
$H_2 Z_2 Z_2$	$\frac{1}{12\sqrt{u^2 + v^2}} g^2 uv [(c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 - (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$H_2 Z_2 Z_3$	$\frac{1}{6\sqrt{u^2 + v^2}} g^2 uv [(c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)(c_\varphi \gamma_1 + s_\varphi \beta_1) - (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)(c_\varphi \gamma_2 + s_\varphi \beta_2)]$
$H_3 Z_2 Z_2$	$\frac{1}{12} g^2 \{wc_{\alpha_1} [s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) + c_\varphi (\beta_1 + \beta_2)]^2 - Vs_{\alpha_1} s_\varphi^2 [(q-1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 3\gamma_1]^2\}$
$H_3 Z_2 Z_3$	$\frac{1}{6} g^2 \{Vs_{\alpha_1} s_\varphi c_\varphi [(q-1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 3\gamma_1]^2 - wc_{\alpha_1} [c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)][c_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) - s_\varphi (\beta_1 + \beta_2)]\}$
$H_4 Z_2 Z_2$	$\frac{1}{12} g^2 \{Vc_{\alpha_1} s_\varphi^2 [(q-1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 3\gamma_1]^2 + ws_{\alpha_1} [s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) + c_\varphi (\beta_1 + \beta_2)]^2\}$
$H_4 Z_2 Z_3$	$\frac{1}{6} g^2 \{-Vc_{\alpha_1} s_\varphi c_\varphi [(q-1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 3\gamma_1]^2 - ws_{\alpha_1} [c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)][c_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) - s_\varphi (\beta_1 + \beta_2)]\}$
$\dots Z_3$	$\dots Z_2 (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$
$\dots Z_3 \dots$	$\dots Z_2 \dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$

Bảng D.5: Tương tác của 1 vô hướng với 2 boson chuẩn trung hoà.

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$W^+W^- \mathcal{A}\mathcal{A}$	$\frac{1}{4}g^2$	$W^+W^- \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2}g^2$
$W^+W^- H_1 H_1$	$\frac{1}{4}g^2$	$W^+W^- H_2 H_2$	$\frac{1}{4}g^2$
$W^+ H_1 \mathcal{H}_2^q W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$	$W^+ H_1 \mathcal{H}_3^p W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$
$W^+ H_1 \mathcal{H}_4^{-q-1} W_{13}^q$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$	$W^+ H_1 \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{14}^p$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$
$W^+ H_2 \mathcal{H}_2^q W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$	$W^+ H_2 \mathcal{H}_3^p W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$
$W^+ H_2 \mathcal{H}_4^{-q-1} W_{13}^q$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$	$W^+ H_2 \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{14}^p$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$
$W^+ \mathcal{A} \mathcal{H}_2^q W_{23}^{-q-1}$	$-\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$	$W^+ \mathcal{A} \mathcal{H}_3^p W_{24}^{-p-1}$	$-\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$
$W^+ \mathcal{A} \mathcal{H}_4^{-q-1} W_{13}^q$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$	$W^+ \mathcal{A} \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{14}^p$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$
$W^+ \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_2^{-q} W_{13}^q$	$\frac{1}{2}g^2 s_{\alpha_2}$	$W^+ \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_3^{-p} W_{14}^p$	$\frac{1}{2}g^2 s_{\alpha_2}$
$W^+ \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_4^{q+1} W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2 c_{\alpha_2}$	$W^+ \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_5^{p+1} W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2}g^2 c_{\alpha_2}$
$W_{13}^q W_{13}^{-q} H_1 H_1$	$\frac{1}{4}g^2 c_{\alpha_2}^2$	$W_{13}^q W_{13}^{-q} H_1 H_2$	$\frac{1}{4}g^2 s_{2\alpha_2}$
$W_{13}^q W_{13}^{-q} H_2 H_2$	$\frac{1}{4}g^2 s_{\alpha_2}^2$	$W_{13}^q W_{13}^{-q} \mathcal{A}\mathcal{A}$	$\frac{1}{4}g^2 s_{\alpha_2}^2$
$W_{13}^q W_{13}^{-q} H_3 H_3$	$\frac{1}{4}g^2 c_{\alpha_1}^2$	$W_{13}^q W_{13}^{-q} H_3 H_4$	$\frac{1}{4}g^2 s_{2\alpha_1}$
$W_{13}^q W_{13}^{-q} H_4 H_4$	$\frac{1}{4}g^2 s_{\alpha_1}^2$	$W_{13}^q W_{13}^{-q} \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2}g^2 c_{\alpha_2}^2$
$W_{13}^q W_{13}^{-q} \mathcal{H}_2^q \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{13}^q W_{13}^{-q} \mathcal{H}_4^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2$
$W_{13}^q W_{13}^{-q} \mathcal{H}_6^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{2}g^2 s_{\alpha_3}^2$	$W_{13}^q H_1 \mathcal{H}_1^+ W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{2\alpha_2}$
$W_{13}^q H_1 \mathcal{H}_3^{-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{13}^q H_1 \mathcal{H}_4^{-q-1} W^+$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{13}^q H_2 \mathcal{H}_3^{-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$	$W_{13}^q H_2 \mathcal{H}_4^{-q-1} W^+$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$
$W_{13}^q H_3 \mathcal{H}_6^{p-q} W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{(\alpha_1+\alpha_3)}$	$W_{13}^q H_4 \mathcal{H}_6^{p-q} W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 s_{(\alpha_1+\alpha_3)}$
$W_{13}^q \mathcal{A} \mathcal{H}_1^+ W_{23}^{-q-1}$	$-\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 c_{2\alpha_2}$	$W_{13}^q \mathcal{A} \mathcal{H}_3^{-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{13}^q \mathcal{A} \mathcal{H}_4^{-q-1} W^+$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{13}^q \mathcal{H}_1^+ H_2 W_{23}^{-q-1}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 c_{2\alpha_2}$
$W_{13}^q \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2}g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{13}^q \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_2^{-q} W^+$	$\frac{1}{2}g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{13}^q \mathcal{H}_2^{-q} \mathcal{H}_3^p W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{13}^q \mathcal{H}_4^{-q-1} \mathcal{H}_5^{p+1} W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2}g^2$
$W_{14}^p W_{14}^{-p} H_1 H_1$	$\frac{1}{4}g^2 c_{\alpha_2}^2$	$W_{14}^p W_{14}^{-p} H_1 H_2$	$\frac{1}{4}g^2 s_{2\alpha_2}$

Bảng D.6: Tương tác của 2 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$W_{14}^p W_{14}^{-p} H_2 H_2$	$\frac{1}{4} g^2 s_{\alpha_2}^2$	$W_{14}^p W_{14}^{-p} \mathcal{A} \mathcal{A}$	$\frac{1}{4} g^2 s_{\alpha_2}^2$
$W_{14}^p W_{14}^{-p} H_3 H_3$	$\frac{1}{4} g^2 s_{\alpha_1}^2$	$W_{14}^p W_{14}^{-p} H_3 H_4$	$-\frac{1}{4} g^2 s_{2\alpha_1}$
$W_{14}^p W_{14}^{-p} H_4 H_4$	$\frac{1}{4} g^2 c_{\alpha_1}^2$	$W_{14}^p W_{14}^{-p} \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2} g^2 c_{\alpha_2}^2$
$W_{14}^p W_{14}^{-p} \mathcal{H}_3^p \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{2} g^2$	$W_{14}^p W_{14}^{-p} \mathcal{H}_5^{p+1} \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{2} g^2$
$W_{14}^p W_{14}^{-p} \mathcal{H}_6^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{2} g^2 c_{\alpha_3}^2$	$W_{14}^p H_1 \mathcal{H}_1^+ W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{2\alpha_2}$
$W_{14}^p H_1 \mathcal{H}_2^{-q} W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{14}^p H_1 \mathcal{H}_5^{-p-1} W^+$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{14}^p H_2 \mathcal{H}_2^{-q} W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{\alpha_2}$	$W_{14}^p H_2 \mathcal{H}_5^{-p-1} W^+$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{\alpha_2}$
$W_{14}^p H_3 \mathcal{H}_6^{q-p} W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{(\alpha_1+\alpha_3)}$	$W_{14}^p H_4 \mathcal{H}_6^{q-p} W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{(\alpha_1+\alpha_3)}$
$W_{14}^p \mathcal{A} \mathcal{H}_1^+ W_{24}^{-p-1}$	$-\frac{i}{2\sqrt{2}} g^2 c_{2\alpha_2}$	$W_{14}^p \mathcal{A} \mathcal{H}_2^{-q} W_{34}^{q-p}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}} g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{14}^p \mathcal{A} \mathcal{H}_5^{-p-1} W^+$	$\frac{i}{2\sqrt{2}} g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{14}^p \mathcal{H}_1^+ H_2 W_{24}^{-p-1}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{2\alpha_2}$
$W_{14}^p \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_4^{-q-1} W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2} g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{14}^p \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_3^{-p} W^+$	$\frac{1}{2} g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{14}^p \mathcal{H}_2^q \mathcal{H}_3^{-p} W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2$	$W_{14}^p \mathcal{H}_4^{q+1} \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2$
$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} H_1 H_1$	$\frac{1}{4} g^2 s_{\alpha_2}^2$	$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} H_1 H_2$	$-\frac{1}{4} g^2 s_{2\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} H_2 H_2$	$\frac{1}{4} g^2 c_{\alpha_2}^2$	$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} H_3 H_3$	$\frac{1}{4} g^2 c_{\alpha_1}^2$
$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} H_3 H_4$	$\frac{1}{4} g^2 s_{2\alpha_1}$	$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} H_4 H_4$	$\frac{1}{4} g^2 s_{\alpha_1}^2$
$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} \mathcal{A} \mathcal{A}$	$\frac{1}{4} g^2 c_{\alpha_2}^2$	$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2} g^2 s_{\alpha_2}^2$
$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} \mathcal{H}_2^q \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{2} g^2$	$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} \mathcal{H}_4^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{2} g^2$
$W_{23}^{q+1} W_{23}^{-q-1} \mathcal{H}_6^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q} g^2 s_{\alpha_3}^2$	$\frac{1}{2} g^2 s_{\alpha_3}^2$	$W_{23}^{q+1} H_1 \mathcal{H}_1^- W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{2\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} H_1 \mathcal{H}_2^{-q} W^-$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{23}^{q+1} H_1 \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} H_2 \mathcal{H}_2^{-q} W^-$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{\alpha_2}$	$W_{23}^{q+1} H_2 \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{34}^{p-q}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} H_3 \mathcal{H}_6^{p-q} W_{24}^{-p-1} g^2 c_{(\alpha_1+\alpha_3)}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{(\alpha_1+\alpha_3)}$	$W_{23}^{q+1} H_4 \mathcal{H}_6^{p-q} W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 s_{(\alpha_1+\alpha_3)}$
$W_{23}^{q+1} \mathcal{A} \mathcal{H}_1^- W_{13}^{-q}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}} g^2 c_{2\alpha_2}$	$W_{23}^{q+1} \mathcal{A} \mathcal{H}_2^{-q} W^-$	$\frac{i}{2\sqrt{2}} g^2 s_{\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} \mathcal{A} \mathcal{H}_5^{-p-1} W_{34}^{p-q}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}} g^2 c_{\alpha_2}$	$W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_4^{-q-1} W^-$	$\frac{1}{2} g^2 c_{\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_3^{-p} W_{34}^{p-q}$	$\frac{1}{2} g^2 s_{\alpha_2}$	$W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_1^- H_2 W_{13}^{-q}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}} g^2 c_{2\alpha_2}$
$W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_2^{-q} \mathcal{H}_3^p W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2} g^2$	$W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1} \mathcal{H}_5^{p+1} W_{24}^{-p-1}$	$\frac{1}{2} g^2$

Bảng D.7: Tương tác của 2 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}H_1H_1$	$\frac{1}{4}g^2s_{\alpha_2}^2$	$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}H_1H_2$	$-\frac{1}{4}g^2s_{2\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}H_2H_2$	$\frac{1}{4}g^2c_{\alpha_2}^2$	$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}H_3H_3$	$\frac{1}{4}g^2s_{\alpha_1}^2$
$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}H_3H_4$	$-\frac{1}{4}g^2s_{2\alpha_1}$	$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}H_4H_4$	$\frac{1}{4}g^2c_{\alpha_1}^2$
$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}\mathcal{A}\mathcal{A}$	$\frac{1}{4}g^2c_{\alpha_2}^2$	$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2}g^2s_{\alpha_2}^2$
$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{2}g^2$
$W_{24}^{p+1}W_{24}^{-p-1}\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-1}g^2c_{\alpha_3}^2$	$\frac{1}{2}g^2c_{\alpha_3}^2$	$W_{24}^{p+1}H_1\mathcal{H}_1^-W_{14}^{-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{2\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}H_1\mathcal{H}_3^{-p}W^-$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$W_{24}^{p+1}H_1\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}H_2\mathcal{H}_3^{-p}W^-$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$	$W_{24}^{p+1}H_2\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{34}^{q-p}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}H_3\mathcal{H}_6^{q-p}W_{23}^{-q-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{(\alpha_1+\alpha_3)}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{(\alpha_1+\alpha_3)}$	$W_{24}^{p+1}H_4\mathcal{H}_6^{q-p}W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{(\alpha_1+\alpha_3)}$
$W_{24}^{p+1}\mathcal{A}\mathcal{H}_1^-W_{14}^{-p}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2c_{2\alpha_2}$	$W_{24}^{p+1}\mathcal{A}\mathcal{H}_3^{-p}W^-$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}\mathcal{A}\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{34}^{q-p}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$W_{24}^{p+1}\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_5^{-p-1}W^-$	$\frac{1}{2}g^2c_{\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}\mathcal{H}_1^-\mathcal{H}_2^{-q}W_{34}^{q-p}$	$\frac{1}{2}g^2s_{\alpha_2}$	$W_{24}^{p+1}\mathcal{H}_1^-H_2W_{14}^{-p}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{2\alpha_2}$
$W_{24}^{p+1}\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_3^{-p}W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{24}^{p+1}\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}W_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2$
$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}H_3H_3$	$\frac{1}{4}g^2$	$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}H_4H_4$	$\frac{1}{4}g^2$
$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{2}g^2$
$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_4^{-q-1}\frac{1}{2}g^2$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{2}g^2$
$W_{34}^{q-p}W_{34}^{p-q}\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{2}g^2$	$W_{34}^{q-p}H_1\mathcal{H}_2^{-q}W_{14}^p$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}H_1\mathcal{H}_3^pW_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}H_1\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{24}^{p+1}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}H_1\mathcal{H}_5^{p+1}W_{23}^{-q-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}H_2\mathcal{H}_2^{-q}W_{14}^p$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}H_2\mathcal{H}_3^pW_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}H_2\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{24}^{p+1}$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}H_2\mathcal{H}_5^{p+1}W_{23}^{-q-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}\mathcal{A}\mathcal{H}_2^{-q}W_{14}^p$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}\mathcal{A}\mathcal{H}_3^pW_{13}^{-q}$	$-\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2s_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}\mathcal{A}\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{24}^{p+1}$	$\frac{i}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}\mathcal{A}\mathcal{H}_5^{p+1}W_{23}^{-q-1}\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2c_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_3^pW_{23}^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_4^{-q-1}W_{14}^p$	$\frac{1}{2}g^2c_{\alpha_2}$	$W_{34}^{q-p}\mathcal{H}_1^-\mathcal{H}_2^{-q}W_{24}^{p+1}$	$\frac{1}{2}g^2s_{\alpha_2}$
$W_{34}^{q-p}\mathcal{H}_1^-\mathcal{H}_5^{p+1}W_{13}^{-q}$	$\frac{1}{2}g^2c_{\alpha_2}$	No data	No data

Bảng D.8: Tương tác của 2 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$AW^+ H_2 \mathcal{H}_1^-$	$-\frac{1}{2}g^2 s_W$	$AW^+ \mathcal{A}\mathcal{H}_1^-$	$\frac{i}{2}g^2 s_W$
$AW_{13}^q H_1 \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{2}g^2 q c_{\alpha_2} s_W$	$AW_{13}^q H_2 \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{2}g^2 q s_{\alpha_2} s_W$
$AW_{13}^q \mathcal{A}\mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{i}{2}g^2 q s_{\alpha_2} s_W$	$AW_{13}^q \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (q+2) c_{\alpha_2} s_W$
$AW_{14}^p H_1 \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{2}g^2 p c_{\alpha_2} s_W$	$AW_{14}^p H_2 \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{2}g^2 p s_{\alpha_2} s_W$
$AW_{14}^p \mathcal{A}\mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{i}{2}g^2 p s_{\alpha_2} s_W$	$AW_{14}^p \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (p+2) c_{\alpha_2} s_W$
$AW_{23}^{q+1} H_1 \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2 (q+1) s_{\alpha_2} s_W$	$AW_{23}^{q+1} H_2 \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-\frac{1}{2}g^2 (q+1) c_{\alpha_2} s_W$
$AW_{23}^{q+1} \mathcal{A}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{i}{2}g^2 (q+1) c_{\alpha_2} s_W$	$AW_{23}^{q+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (q-1) s_{\alpha_2} s_W$
$AW_{24}^{p+1} H_1 \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{2}g^2 (p+1) s_{\alpha_2} s_W$	$AW_{24}^{p+1} H_2 \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$-\frac{1}{2}g^2 (p+1) c_{\alpha_2} s_W$
$AW_{24}^{p+1} \mathcal{A}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{i}{2}g^2 (p+1) c_{\alpha_2} s_W$	$AW_{24}^{p+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (p-1) s_{\alpha_2} s_W$
$AW_{34}^{q-p} H_3 \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{2}g^2 (p-q) c_{(\alpha_1-\alpha_3)} s_W$	$AW_{34}^{q-p} H_4 \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{2}g^2 (p-q) s_{(\alpha_1-\alpha_3)} s_W$
$AW_{34}^{q-p} \mathcal{H}_2^{-q} \mathcal{H}_3^p$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (p+q) s_W$	$AW_{34}^{q-p} \mathcal{H}_4^{-q-1} \mathcal{H}_5^{p+1}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (p+q+2) s_W$
$Z_1 W^+ H_2 \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2}g^2 s_W t_W$	$Z_1 W^+ \mathcal{A}\mathcal{H}_1^-$	$-\frac{i}{2}g^2 s_W t_W$
$Z_1 W_{13}^q H_1 \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{4c_W} g^2 (1-2qs_W^2) c_{\alpha_2}$	$Z_1 W_{13}^q H_2 \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{4c_W} g^2 (1-2qs_W^2) s_{\alpha_2}$
$Z_1 W_{13}^q \mathcal{A}\mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{i}{4c_W} g^2 (1-2qs_W^2) s_{\alpha_2}$	$Z_1 W_{13}^q \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{g^2 [c_W^2 - (3+2q)s_W^2] c_{\alpha_2}}{2\sqrt{2}c_W}$
$Z_1 W_{14}^p H_1 \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{4c_W} g^2 (1-2ps_W^2) c_{\alpha_2}$	$Z_1 W_{14}^p H_2 \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{4c_W} g^2 (1-2ps_W^2) s_{\alpha_2}$
$Z_1 W_{14}^p \mathcal{A}\mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{i}{4c_W} g^2 (1-2ps_W^2) s_{\alpha_2}$	$Z_1 W_{14}^p \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{g^2 [c_W^2 - (3+2p)s_W^2] c_{\alpha_2}}{2\sqrt{2}c_W}$
$Z_1 W_{23}^{q+1} H_1 \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{2}g^2 (q+1) s_{\alpha_2} s_W$	$Z_1 W_{23}^{q+1} H_2 \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-\frac{1}{2}g^2 (q+1) c_{\alpha_2} s_W$
$Z_1 W_{23}^{q+1} \mathcal{A}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{i}{2}g^2 (q+1) c_{\alpha_2} s_W$	$Z_1 W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (q-1) s_{\alpha_2} s_W$
$Z_1 W_{24}^{p+1} H_1 \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{g^2 [c_W^2 + (3+2p)s_W^2] s_{\alpha_2}}{4c_W}$	$Z_1 W_{24}^{p+1} H_2 \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{g^2 [c_W^2 + (3+2p)s_W^2] c_{\alpha_2}}{4c_W}$
$Z_1 W_{24}^{p+1} \mathcal{A}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{ig^2 [c_W^2 + (3+2p)s_W^2] c_{\alpha_2}}{4c_W}$	$Z_1 W_{24}^{p+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_3^{-p}$	$-\frac{g^2 [c_W^2 - (1-2p)s_W^2] s_{\alpha_2}}{2\sqrt{2}c_W}$
$Z_1 W_{34}^{q-p} H_3 \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{g^2 (q-p) c_{(\alpha_1-\alpha_3)} s_W^2}{2c_W}$	$Z_1 W_{34}^{q-p} H_4 \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{g^2 (q-p) s_{(\alpha_1-\alpha_3)} s_W^2}{2c_W}$
$Z_1 W_{34}^{q-p} \mathcal{H}_2^{-q} \mathcal{H}_3^p$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (p+q) s_W t_W$	$Z_1 W_{34}^{q-p} \mathcal{H}_4^{-q-1} \mathcal{H}_5^{p+1}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}g^2 (p+q+2) s_W t_W$

Bảng D.9: Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng .

Vertex	Coupling
$Z_2 W^+ H_1 \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)} g^2 uv [c_\varphi(\beta_1 + \beta_2) - s_\varphi(\gamma_1 + \gamma_2)]$
$Z_2 W^+ H_2 \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)} g^2 [c_\varphi(\beta_1 v^2 - \beta_2 u^2) - s_\varphi(\gamma_1 v^2 - \gamma_2 u^2)]$
$Z_2 W^+ \mathcal{A} \mathcal{H}_1^-$	$-\frac{i}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)} g^2 [c_\varphi(\beta_1 v^2 - \beta_2 u^2) - s_\varphi(\gamma_1 v^2 - \gamma_2 u^2)]$
$Z_2 W_{13}^q H_1 \mathcal{H}_2^{-q}$	$-\frac{1}{8\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi(\beta_1 + \beta_2) [1 + (1 - 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_1\}$
$Z_2 W_{13}^q H_2 \mathcal{H}_2^{-q}$	$-\frac{1}{8\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi(\beta_1 + \beta_2) [1 + (1 - 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_1\}$
$Z_2 W_{13}^q \mathcal{A} \mathcal{H}_2^{-q}$	$-\frac{i}{8\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi(\beta_1 + \beta_2) [1 + (1 - 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_1\}$
$Z_2 W_{13}^q \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi(\beta_1 + \beta_2) [1 - (3 + 8q + 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_2\}$
$Z_2 W_{14}^p H_1 \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi[\beta_1(1-p) + \beta_2 p] + s_\varphi[(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_2]\}$
$Z_2 W_{14}^p H_2 \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi[\beta_1(1-p) + \beta_2 p] + s_\varphi[(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_2]\}$
$Z_2 W_{14}^p \mathcal{A} \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{i}{4\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi[\beta_1(1-p) + \beta_2 p] + s_\varphi[(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_2]\}$

Bảng D.10: Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng .

Vertex	Coupling
$Z_2 W_{14}^p \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{6}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi [\beta_2(2+p) - \beta_1(1+p)] + s_\varphi [(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_1]\}$
$Z_2 W_{23}^{q+1} H_1 \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-\frac{1}{8\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) [1 - (3 + 8q + 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_2\}$
$Z_2 W_{23}^{q+1} H_2 \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{8\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) [1 - (3 + 8q + 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_2\}$
$Z_2 W_{23}^{q+1} \mathcal{A} \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-\frac{i}{8\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) [1 - (3 + 8q + 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_2\}$
$Z_2 W_{23}^{q+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_2^{-q}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi (\beta_1 + \beta_2) [1 + (1 - 4q^2)t_W^2] + 4s_\varphi \gamma_1\}$
$Z_2 W_{24}^{p+1} H_1 \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi [\beta_2(2+p) - \beta_1(1+p)] + s_\varphi [(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_1]\}$
$Z_2 W_{24}^{p+1} H_2 \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi [\beta_2(2+p) - \beta_1(1+p)] + s_\varphi [(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_1]\}$
$Z_2 W_{24}^{p+1} \mathcal{A} \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{i}{4\sqrt{3}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 u \{c_\varphi [\beta_2(2+p) - \beta_1(1+p)] + s_\varphi [(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_1]\}$
$Z_2 W_{24}^{p+1} \mathcal{H}_1^- \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{2\sqrt{6}\sqrt{u^2+v^2}} g^2 v \{c_\varphi [\beta_1(1-p) + \beta_2 p] + s_\varphi [(q+p+1)(\gamma_1 - \gamma_2) + 2\gamma_2]\}$
$Z_2 W_{34}^{q-p} H_3 \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{w^2+V^2}} g^2 \{(1+q-p)[ws_{\alpha_1}(\beta_1 c_\varphi - \gamma_1 s_\varphi) - Vc_{\alpha_1}(\beta_2 c_\varphi - \gamma_2 s_\varphi)] + (1-q+p)[ws_{\alpha_1}(\beta_2 c_\varphi - \gamma_2 s_\varphi) - Vc_{\alpha_1}(\beta_1 c_\varphi - \gamma_1 s_\varphi)]\}$
$Z_2 W_{34}^{q-p} H_4 \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{w^2+V^2}} g^2 \{(p-q-1)[wc_{\alpha_1}(\beta_1 c_\varphi - \gamma_1 s_\varphi) + Vs_{\alpha_1}(\beta_2 c_\varphi - \gamma_2 s_\varphi)] - (1-q+p)[Vs_{\alpha_1}(\beta_1 c_\varphi - \gamma_1 s_\varphi) + wc_{\alpha_1}(\beta_2 c_\varphi - \gamma_2 s_\varphi)]\}$
$Z_2 W_{34}^{q-p} \mathcal{H}_2^{-q} \mathcal{H}_3^p$	$\frac{1}{2\sqrt{6}} g^2 [(1+q+p)(s_\varphi \gamma_1 - c_\varphi \beta_1) + (1-q-p)(s_\varphi \gamma_2 - c_\varphi \beta_2)]$
$Z_2 W_{34}^{q-p} \mathcal{H}_4^{-q-1} \mathcal{H}_5^{p+1}$	$\frac{1}{2\sqrt{6}} g^2 [(1+q+p)(c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2) - (3+q+p)(c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)]$
$Z_3 \dots\dots\dots$	$Z_2 \dots\dots\dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$

Bảng D.11: Tương tác của 1 boson chuẩn trung hoà và 1 boson chuẩn mang điện với 2 vô hướng .

Vertex	Coupling	Vertex	Coupling
$AA\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_1^-$	$g^2 s_W^2$	$AA\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_2^{-q}$	$g^2 q^2 s_W^2$
$AA\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$g^2 p^2 s_W^2$	$AA\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$g^2(1+q)^2 s_W^2$
$AA\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$g^2(1+p)^2 s_W^2$	$AA\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-q}$	$g^2(p-q)^2 s_W^2$
$AZ_1\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_1^-$	$g^2(s_{2W} - t_W)$	$AZ_1\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_2^{-q}$	$-2g^2 q^2 s_W^2 t_W$
$AZ_1\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$-2g^2 p^2 s_W^2 t_W$	$AZ_1\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-2g^2(1+q)^2 s_W^2 t_W$
$AZ_1\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$-2g^2(1+p)^2 s_W^2 t_W$	$AZ_1\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-q}$	$-2g^2(p-q)^2 s_W^2 t_W$
$Z_1Z_1\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{4c_W^2}g^2 c_{2W}^2$	$Z_1Z_1\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_2^{-q}$	$g^2 q^2 s_W^2 t_W^2$
$Z_1Z_1\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$g^2 p^2 s_W^2 t_W^2$	$Z_1Z_1\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$g^2(1+q)^2 s_W^2 t_W^2$
$Z_1Z_1\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$g^2(1+p)^2 s_W^2 t_W^2$	$Z_1Z_1\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-q}$	$g^2(p-q)^2 s_W^2 t_W^2$
Vertex	Coupling		
$AZ_2\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{\sqrt{3}(u^2+v^2)}g^2 s_W [c_\varphi(u^2\beta_2 - v^2\beta_1) - s_\varphi(u^2\gamma_2 - v^2\gamma_1)]$		
$AZ_2\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W q \{c_\varphi[q(\beta_2 - \beta_1) - (\beta_2 + \beta_1)] - s_\varphi\gamma_1\}$		
$AZ_2\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W p \{c_\varphi p(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi[(q+p+2)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_2]\}$		
$AZ_2\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W (1+q) \{c_\varphi[q(\beta_2 - \beta_1) - 2\beta_1] - s_\varphi\gamma_2\}$		
$AZ_2\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W (1+p) \{c_\varphi(1+p)(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi[(q+p)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]\}$		
$AZ_2\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W (p-q) \{c_\varphi[s_{\alpha_3}^2(\beta_2 + \beta_1) + (p-q)(\beta_2 - \beta_1)] + s_\varphi[c_{\alpha_3}^2(\gamma_2 + \gamma_1) - p(\gamma_2 - \gamma_1) + \gamma_1]\}$		
$AZ_3 \dots$	$AZ_2 \dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$		
$Z_1Z_2H_1H_2$	$\frac{1}{2\sqrt{3}c_W(u^2+v^2)}g^2 uv [c_\varphi(\beta_2 + \beta_1) - s_\varphi(\gamma_2 + \gamma_1)]$		
$Z_1Z_2\mathcal{H}_1^+\mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{2\sqrt{3}(u^2+v^2)c_W}g^2 c_{2W} [c_\varphi(u^2\beta_2 - v^2\beta_1) - s_\varphi(u^2\gamma_2 - v^2\gamma_1)]$		
$Z_1Z_2\mathcal{H}_2^q\mathcal{H}_2^{-q}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W t_W q \{c_\varphi[q(\beta_2 - \beta_1) - (\beta_2 + \beta_1)] - s_\varphi\gamma_1\}$		
$Z_1Z_2\mathcal{H}_3^p\mathcal{H}_3^{-p}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W t_W p \{c_\varphi p(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi[(q+p+2)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_2]\}$		
$Z_1Z_2\mathcal{H}_4^{q+1}\mathcal{H}_4^{-q-1}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W t_W (1+q) \{c_\varphi[q(\beta_2 - \beta_1) - 2\beta_1] - s_\varphi\gamma_2\}$		
$Z_1Z_2\mathcal{H}_5^{p+1}\mathcal{H}_5^{-p-1}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W t_W (1+p) \{c_\varphi(1+p)(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi[(p+q)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]\}$		
$Z_1Z_2\mathcal{H}_6^{q-p}\mathcal{H}_6^{p-q}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}g^2 s_W t_W (p-q) \{c_\varphi[s_{\alpha_3}^2(\beta_2 + \beta_1) + (p-q)(\beta_2 - \beta_1)] + s_\varphi[c_{\alpha_3}^2(\gamma_2 + \gamma_1) - p(\gamma_2 - \gamma_1) + \gamma_1]\}$		

Bảng D.12: Tương tác của 2 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling
$Z_1 Z_3 \dots$	$Z_1 Z_2 \dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$
$Z_2 Z_2 H_1 H_1$	$\frac{1}{24(u^2+v^2)} g^2 [u^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 + v^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$Z_2 Z_2 H_1 H_2$	$\frac{1}{12(u^2+v^2)} g^2 uv [(c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 - (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$Z_2 Z_2 H_2 H_2$	$\frac{1}{24(u^2+v^2)} g^2 [v^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 + u^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$Z_2 Z_2 H_3 H_3$	$\frac{g^2}{24} \{c_{\alpha_1}^2 [c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)]^2 + s_{\alpha_1}^2 s_\varphi^2 [q(\gamma_2 - \gamma_1) - \gamma_2 - 2\gamma_1]^2\}$
$Z_2 Z_2 H_3 H_4$	$\frac{1}{24} g^2 s_{2\alpha_1} \{[c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)]^2 - s_\varphi^2 [q(\gamma_2 - \gamma_1) - \gamma_2 - 2\gamma_1]^2\}$
$Z_2 Z_2 H_4 H_4$	$\frac{g^2}{24} \{s_{\alpha_1}^2 [c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)]^2 + c_{\alpha_1}^2 s_\varphi^2 [q(\gamma_2 - \gamma_1) - \gamma_2 - 2\gamma_1]^2\}$
$Z_2 Z_2 \mathcal{A}\mathcal{A}$	$\frac{1}{24(u^2+v^2)} g^2 [v^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 + u^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$Z_2 Z_2 \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_1^-$	$\frac{1}{12(u^2+v^2)} g^2 [v^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)^2 + u^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)^2]$
$Z_2 Z_2 \mathcal{H}_2^q \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{1}{12} g^2 \{c_\varphi [q(\beta_2 - \beta_1) - (\beta_2 + \beta_1)] - s_\varphi \gamma_1\}^2$
$Z_2 Z_2 \mathcal{H}_3^p \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{12} g^2 \{c_\varphi p(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi [(q + p + 2)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_2]\}^2$
$Z_2 Z_2 \mathcal{H}_4^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{12} g^2 \{c_\varphi [q(\beta_2 - \beta_1) - 2\beta_1] - s_\varphi \gamma_2\}^2$
$Z_2 Z_2 \mathcal{H}_5^{p+1} \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{12} g^2 \{c_\varphi (1 + p)(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi [(p + q)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]\}^2$
$Z_2 Z_2 \mathcal{H}_6^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{1}{12(w^2+V^2)} g^2 \{V^2 [c_\varphi (p - q)(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi (p\gamma_2 - p\gamma_1 - \gamma_2 - 2\gamma_1)]^2 + w^2 [c_\varphi ((p - q)(\beta_2 - \beta_1) + \beta_2 + \beta_1) - s_\varphi (p\gamma_2 - p\gamma_1 - \gamma_1)]^2\}$

Bảng D.13: Tương tác của 2 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.

Vertex	Coupling
$Z_2 Z_3 H_1 H_2$	$\frac{1}{6(u^2+v^2)} g^2 uv [(c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)(c_\varphi \gamma_1 + s_\varphi \beta_1) - (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)(c_\varphi \gamma_2 + s_\varphi \beta_2)]$
$Z_2 Z_3 H_2 H_2$	$\frac{g^2}{12(u^2+v^2)} [v^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)(c_\varphi \gamma_1 + s_\varphi \beta_1) + u^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)(c_\varphi \gamma_2 + s_\varphi \beta_2)]$
$Z_2 Z_3 H_3 H_3$	$-\frac{1}{12} g^2 \{c_{\alpha_1}^2 [c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)] [c_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) - s_\varphi (\beta_2 + \beta_1)] + s_{\alpha_1}^2 s_\varphi c_\varphi [(1-q)(\gamma_2 - \gamma_1) + 3\gamma_1]^2\}$
$Z_2 Z_3 H_4 H_3$	$-\frac{1}{12} g^2 s_{2\alpha_1} \{ [c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)] [c_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) - s_\varphi (\beta_2 + \beta_1)] - s_\varphi c_\varphi [(1-q)(\gamma_2 - \gamma_1) + 3\gamma_1]^2 \}$
$Z_2 Z_3 H_4 H_4$	$-\frac{1}{12} g^2 \{s_{\alpha_1}^2 [c_\varphi (\beta_2 + \beta_1) + s_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2)] [c_\varphi (\gamma_1 + q\gamma_1 - q\gamma_2) - s_\varphi (\beta_2 + \beta_1)] + c_{\alpha_1}^2 s_\varphi c_\varphi [(1-q)(\gamma_2 - \gamma_1) + 3\gamma_1]^2\}$
$Z_2 Z_3 \mathcal{A} \mathcal{A}$	$\frac{g^2}{12(u^2+v^2)} [v^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)(c_\varphi \gamma_1 + s_\varphi \beta_1) + u^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)(c_\varphi \gamma_2 + s_\varphi \beta_2)]$
$Z_2 Z_3 \mathcal{H}_1^+ \mathcal{H}_1^-$	$\frac{g^2}{6(u^2+v^2)} [v^2 (c_\varphi \beta_1 - s_\varphi \gamma_1)(c_\varphi \gamma_1 + s_\varphi \beta_1) + u^2 (c_\varphi \beta_2 - s_\varphi \gamma_2)(c_\varphi \gamma_2 + s_\varphi \beta_2)]$
$Z_2 Z_3 \mathcal{H}_2^q \mathcal{H}_2^{-q}$	$\frac{g^2}{6} \{c_\varphi [\beta_2 + \beta_1 - q(\beta_2 - \beta_1)] + s_\varphi \gamma_1\} \{s_\varphi [\beta_2 + \beta_1 - q(\beta_2 - \beta_1)] - c_\varphi \gamma_1\}$
$Z_2 Z_3 \mathcal{H}_3^p \mathcal{H}_3^{-p}$	$\frac{1}{6} g^2 \{c_\varphi p(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi [(p+q+2)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_2]\} \{s_\varphi p(\beta_2 - \beta_1) + c_\varphi [(p+q+2)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_2]\}$
$Z_2 Z_3 \mathcal{H}_4^{q+1} \mathcal{H}_4^{-q-1}$	$\frac{1}{6} g^2 \{c_\varphi [q(\beta_2 - \beta_1) - 2\beta_1] - s_\varphi \gamma_2\} \{s_\varphi [q(\beta_2 - \beta_1) - 2\beta_1] + c_\varphi \gamma_2\}$
$Z_2 Z_3 \mathcal{H}_5^{p+1} \mathcal{H}_5^{-p-1}$	$\frac{1}{6} g^2 \{c_\varphi (1+p)(\beta_2 - \beta_1) - s_\varphi [(p+q)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]\} \{s_\varphi (1+p)(\beta_2 - \beta_1) + c_\varphi [(p+q)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]\}$
$Z_2 Z_3 \mathcal{H}_6^{q-p} \mathcal{H}_6^{p-q}$	$\frac{g^2 c_{2\varphi}}{6(w^2+V^2)} \{V^2 (p-q)[(p-1)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1](\beta_2 - \beta_1) - w^2 [\gamma_1 - p(\gamma_2 - \gamma_1)][\beta_2 + \beta_1 + (p-q)(\beta_2 - \beta_1)]\} + \frac{g^2 s_{2\varphi}}{12(w^2+V^2)} \{V^2 [(p-q)^2(\beta_2 - \beta_1)^2 - [(p-1)(\gamma_2 - \gamma_1) - 3\gamma_1]^2] + w^2 [[\gamma_1 - p(\gamma_2 - \gamma_1)]^2 - [\beta_2 + \beta_1 + (p-q)(\beta_2 - \beta_1)]^2]\}$
$Z_3 Z_3 \dots$	$Z_2 Z_2 \dots (c_\varphi \rightarrow s_\varphi, s_\varphi \rightarrow -c_\varphi)$

Bảng D.14: Tương tác của 2 boson chuẩn trung hoà với 2 vô hướng.

E. Kiểm tra dị thường

Các dị thường có nguyên nhân từ các nhóm:

$$\begin{aligned}
& [SU(3)_C]^2 U(1)_X, [SU(3)_C]^2 U(1)_N, SU(4)_L^2 U(1)_X, [SU(4)_L]^2 U(1)_N, \\
& [\text{Gravity}]^2 U(1)_X, [\text{Gravity}]^2 U(1)_N, [U(1)_X]^2 U(1)_N, U(1)_X [U(1)_N]^2, \\
& [U(1)_X]^3, [U(1)_N]^3,
\end{aligned}$$

chúng tôi viết các dị thường từ các nhóm như sau:

$$\begin{aligned}
[SU(3)_C]^2 U(1)_X & \sim \sum_{\text{quarks}} (X_{q_L} - X_{q_R}) \\
& = 4X_{Q_3} + 2 \times 4X_{Q_\alpha} - 3X_{u_a} - 3X_{d_a} - X_{J_3} - X_{K_3} \\
& \quad - 2X_{J_\alpha} - 2X_{K_\alpha} \\
& = 4 \left(\frac{p+q+5/3}{4} \right) + 8 \left(-\frac{p+q+1/3}{4} \right) - 3 \left(\frac{2}{3} \right) \\
& \quad - 3 \left(\frac{-1}{3} \right) - \left(q + \frac{2}{3} \right) \left(p + \frac{2}{3} \right) \\
& \quad - 2 \left(-q - \frac{1}{3} \right) - 2 \left(-p - \frac{1}{3} \right) = 0. \tag{E.1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[SU(3)_C]^2 U(1)_N & \sim \sum_{\text{quarks}} (N_{q_L} - N_{q_R}) \\
& = 4N_{Q_3} + 2 \times 4N_{Q_\alpha} - 3N_{u_a} - 3N_{d_a} - N_{J_3} - N_{K_3} \\
& \quad - 2N_{J_\alpha} - 2N_{K_\alpha} \\
& = 4 \left(\frac{m+n+10/3}{4} \right) + 8 \left(-\frac{m+n+2/3}{4} \right) \\
& \quad - 3 \left(\frac{1}{3} \right) - 3 \left(\frac{1}{3} \right) - \left(n + \frac{4}{3} \right) - \left(m + \frac{4}{3} \right) \\
& \quad - 2 \left(-n - \frac{2}{3} \right) - 2 \left(-m - \frac{2}{3} \right) = 0. \tag{E.2}
\end{aligned}$$

$$[SU(4)_L]^2 U(1)_X \sim \sum_{\text{(anti)quadruplets}} X_{F_L} = 3X_{\psi_a} + 3X_{Q_3} + 2 \times 3X_{Q_\alpha}$$

$$\begin{aligned}
&= 3 \binom{p+q-1}{4} + 3 \binom{p+q+5/3}{4} + 6 \binom{-p+q+1/3}{4} \\
&= 0. \tag{E.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[SU(4)_L]^2 U(1)_N &\sim \sum_{\text{(anti)quadruplets}} N_{F_L} = 3N_{\psi_a} + 3N_{Q_3} + 2 \times 3N_{Q_\alpha} \\
&= 3 \binom{m+n-2}{4} + 3 \binom{m+n+10/3}{4} \\
&\quad + 6 \binom{-m+n+2/3}{4} = 0. \tag{E.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\text{Gravity}]^2 U(1)_X &\sim \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L} - X_{f_R}) \\
&= 3 \times 4X_{\psi_a} + 3 \times 4X_{Q_3} + 2 \times 3 \times 4X_{Q_\alpha} - 3 \times 3X_{u_\alpha} \\
&\quad - 3 \times 3X_{d_\alpha} - 3X_{J_3} - 3X_{K_3} - 2 \times 3X_{J_\alpha} - 2 \times 3X_{K_\alpha} \\
&\quad - 3X_{E_a} - 3X_{F_a} - 3X_{e_a} - 3X_{\nu_a} \\
&= 12 \binom{p+q-1}{4} + 12 \binom{p+q+5/3}{4} \\
&\quad + 24 \binom{-p+q+1/3}{4} - 9 \binom{2}{3} - 9 \binom{-1}{3} \\
&\quad - 3 \binom{q+2/3}{3} - 3 \binom{p+2/3}{3} - 6 \binom{-q-1/3}{3} \\
&\quad - 6 \binom{-p-1/3}{3} - 3q - 3p - 3(-1) - 3(0) = 0. \tag{E.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\text{Gravity}]^2 U(1)_N &\sim \sum_{\text{fermions}} (N_{f_L} - N_{f_R}) \\
&= 3 \times 4N_{\psi_a} + 3 \times 4N_{Q_3} + 2 \times 3 \times 4N_{Q_\alpha} - 3 \times 3N_{u_\alpha} \\
&\quad - 3 \times 3N_{d_\alpha} - 3N_{J_3} - 3N_{K_3} - 2 \times 3N_{J_\alpha} \\
&\quad - 2 \times 3N_{K_\alpha} - 3N_{E_a} - 3N_{F_a} - 3N_{e_a} - 3N_{\nu_a} \\
&= 12 \binom{m+n-2}{4} + 12 \binom{m+n+10/3}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +24 \left(-\frac{m+n+2/3}{4} \right) - 9 \left(\frac{1}{3} \right) - 9 \left(\frac{1}{3} \right) \\
& -3 \left(n + \frac{4}{3} \right) - 3 \left(m + \frac{4}{3} \right) - 6 \left(-n - \frac{2}{3} \right) \\
& -6 \left(-m - \frac{2}{3} \right) - 3n - 3m - 3(-1) - 3(-1) \\
= & 0
\end{aligned} \tag{E.6}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_X]^2 U(1)_N &= \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L}^2 N_{f_L} - X_{f_R}^2 N_{f_R}) = 3 \times 4X_{\psi_a}^2 N_{\psi_a} \\
& +3 \times 4X_{Q_3}^2 N_{Q_3} + 2 \times 3 \times 4X_{Q_\alpha}^2 N_{Q_\alpha} - 3 \times 3X_{u_a}^2 N_{u_a} \\
& -3 \times 3X_{d_a}^2 N_{d_a} - 3X_{J_3}^2 N_{J_3} - 3X_{K_3}^2 N_{K_3} - 2 \times 3X_{J_\alpha}^2 N_{J_\alpha} \\
& -2 \times 3X_{K_\alpha}^2 N_{K_\alpha} - 3X_{E_a}^2 N_{E_a} - 3X_{F_a}^2 N_{F_a} - 3X_{e_a}^2 N_{e_a} \\
& -3X_{\nu_a}^2 N_{\nu_a} \\
= & 12 \left(\frac{p+q-1}{4} \right)^2 \left(\frac{m+n-2}{4} \right) \\
& +12 \left(\frac{p+q+5/3}{4} \right)^2 \left(\frac{m+n+10/3}{4} \right) \\
& +24 \left(-\frac{p+q+1/3}{4} \right)^2 \left(-\frac{m+n+2/3}{4} \right) \\
& -9 \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right) - 9 \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right) \\
& -3 \left(q + \frac{2}{3} \right)^2 \left(n + \frac{4}{3} \right) - 3 \left(p + \frac{2}{3} \right)^2 \left(m + \frac{4}{3} \right) \\
& -6 \left(-q - \frac{1}{3} \right)^2 \left(-n - \frac{2}{3} \right) \\
& -6 \left(-p - \frac{1}{3} \right)^2 \left(-m - \frac{2}{3} \right) - 3q^2 n - 3p^2 m \\
& -3(-1)^2(-1) - 3(0)^2(-1) = 0.
\end{aligned} \tag{E.7}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_X]U(1)_N^2 &= \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L} N_{f_L}^2 - X_{f_R} N_{f_R}^2) \\
= & 3 \times 4X_{\psi_a} N_{\psi_a}^2 + 3 \times 4X_{Q_3} N_{Q_3}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2 \times 3 \times 4X_{Q_\alpha} N_{Q_\alpha}^2 - 3 \times 3X_{u_a} N_{u_a}^2 - 3 \times 3X_{d_a} N_{d_a}^2 \\
& -3X_{J_3} N_{J_3}^2 - 3X_{K_3} N_{K_3}^2 - 2 \times 3X_{J_\alpha} N_{J_\alpha}^2 - 2 \times 3X_{K_\alpha} N_{K_\alpha}^2 \\
& -3X_{E_a} N_{E_a}^2 - 3X_{F_a} N_{F_a}^2 - 3X_{e_a} N_{e_a}^2 - 3X_{\nu_a} N_{\nu_a}^2 \\
= & 12 \left(\frac{p+q-1}{4} \right) \left(\frac{m+n-2}{4} \right)^2 \\
& +12 \left(\frac{p+q+5/3}{4} \right) \left(\frac{m+n+10/3}{4} \right)^2 \\
& +24 \left(-\frac{p+q+1/3}{4} \right) \left(-\frac{m+n+2/3}{4} \right)^2 - 9 \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 \\
& -9 \left(\frac{-1}{3} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \left(q + \frac{2}{3} \right) \left(n + \frac{4}{3} \right)^2 \\
& -3 \left(p + \frac{2}{3} \right) \left(m + \frac{4}{3} \right)^2 - 6 \left(-q - \frac{1}{3} \right) \left(-n - \frac{2}{3} \right)^2 \\
& -6 \left(-p - \frac{1}{3} \right) \left(-m - \frac{2}{3} \right)^2 - 3qn^2 - 3pm^2 \\
& -3(-1)(-1)^2 - 3(0)(-1)^2 = 0. \tag{E.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_X]^3 &= \sum_{\text{fermions}} (X_{f_L}^3 - X_{f_R}^3) = 3 \times 4X_{\psi_a}^3 + 3 \times 4X_{Q_3}^3 + 2 \times 3 \times 4X_{Q_\alpha}^3 \\
& -3 \times 3X_{u_a}^3 - 3 \times 3X_{d_a}^3 - 3X_{J_3}^3 - 3X_{K_3}^3 - 2 \times 3X_{J_\alpha}^3 \\
& -2 \times 3X_{K_\alpha}^3 - 3X_{E_a}^3 - 3X_{F_a}^3 - 3X_{e_a}^3 - 3X_{\nu_a}^3 \\
= & 12 \left(\frac{p+q-1}{4} \right)^3 + 12 \left(\frac{p+q+5/3}{4} \right)^3 + 24 \left(-\frac{p+q+1/3}{4} \right)^3 \\
& -9 \left(\frac{2}{3} \right)^3 - 9 \left(\frac{-1}{3} \right)^3 - 3 \left(q + \frac{2}{3} \right)^3 - 3 \left(p + \frac{2}{3} \right)^3 \\
& -6 \left(-q - \frac{1}{3} \right)^3 - 6 \left(-p - \frac{1}{3} \right)^3 \\
& -3q^3 - 3p^3 - 3(-1)^3 - 3(-0)^3 = 0. \tag{E.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[U(1)_N]^3 &= \sum_{\text{fermions}} (N_{f_L}^3 - N_{f_R}^3) = 3 \times 4N_{\psi_a}^3 + 3 \times 4N_{Q_3}^3 + 2 \times 3 \times 4N_{Q_\alpha}^3 \\
& -3 \times 3N_{u_a}^3 - 3 \times 3N_{d_a}^3 - 3N_{J_3}^3 - 3N_{K_3}^3 - 2 \times 3N_{J_\alpha}^3 \\
& -2 \times 3N_{K_\alpha}^3 - 3N_{E_a}^3 - 3N_{F_a}^3 - 3N_{e_a}^3 - 3N_{\nu_a}^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 12 \left(\frac{m+n-2}{4} \right)^3 + 12 \left(\frac{m+n+10/3}{4} \right)^3 \\
&+ 24 \left(-\frac{m+n+2/3}{4} \right)^3 - 9 \left(\frac{1}{3} \right)^3 - 9 \left(\frac{1}{3} \right)^3 - 3 \left(n + \frac{4}{3} \right)^3 \\
&- 3 \left(m + \frac{4}{3} \right)^3 - 6 \left(-n - \frac{2}{3} \right)^3 - 6 \left(-m - \frac{2}{3} \right)^3 \\
&- 3n^3 - 3m^3 - 3(-1)^3 - 3(-1)^3 = 0. \tag{E.10}
\end{aligned}$$

Điều này xác nhận các hệ số (β, γ, b, c) thì không phụ thuộc vào dị thường.