

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

**HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ**  
-----

**CAO THỊ BÍCH**

**RỐI LAI, RỐI TĂNG CƯỜNG VÀ ÁP DỤNG CHO VIỆN  
CHUYÊN, VIỆN TẠO TRẠNG THÁI LƯỢNG TỬ  
VÀ VIỆN TÁC TOÁN TỬ CÓ KIỂM SOÁT**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ**

**Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán**

**Mã số: 9 44 01 03**

**HÀ NỘI – 2023**

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Người hướng dẫn khoa học 1: PGS. TS. Nguyễn Bá Ân

Người hướng dẫn khoa học 2: PGS. TS. Nguyễn Hồng Quang

Phản biện 1: .....

Phản biện 2: .....

Phản biện 3: .....

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện, họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi ..... giờ ....., ngày ..... tháng ..... năm .....

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
- Thư viện Quốc gia Việt Nam

# MỞ ĐẦU

## Lý do chọn đề tài

Rối lượng tử (quantum entanglement) [1] là một đặc thù quan trọng nhất của lý thuyết lượng tử, không chỉ có ý nghĩa về mặt cơ bản mà còn là tài nguyên cần thiết của các ứng dụng trong xử lý thông tin lượng tử và tính toán lượng tử. Nhiều vấn đề về rối lượng tử còn chưa được hiểu biết rõ ràng và các nghiên cứu về rối lượng tử, cả về lý thuyết lẫn thực nghiệm, rất sôi động trong những thập niên gần đây. Trạng thái của một hệ con có thể được mô tả theo một bậc tự do (DOF) nào đó và trong thực tế có nhiều DOF khác nhau. Lấy photon làm thí dụ chẳng hạn. Một photon có thể được mô tả bởi bậc tự do phân cực (P-DOF), nó cũng có thể được biểu diễn bởi bậc tự do không gian (S-DOF). Đối với qubit ở dạng xung ánh sáng thì có thể mô tả bởi bậc tự do biến đổi liên tục (CV-DOF) dưới dạng chồng chập tuyến tính của các trạng thái kết hợp khác nhau. Nếu chỉ một DOF được sử dụng để làm rối giữa các hệ con với nhau thì trạng thái đó gọi là rối thông thường. Nếu các hệ con có bậc tự do khác nhau được rối với nhau thì hệ đó gọi là rối lai (tên tiếng anh là hybrid entanglement) [2]. Một loại rối khác nữa đó là rối tăng cường hay siêu rối (tên tiếng anh là hyperentanglement) [3], là trạng thái rối khi các hệ con tồn tại ở đồng thời nhiều DOF khác nhau. Trong miền quang học các nhiệm vụ như viễn chuyển lượng tử [4], mật mã lượng tử [5], đối thoại lượng tử [6], v.v đã được nghiên cứu rất kỹ lưỡng bằng cách sử dụng rối thông thường. Tuy nhiên, chỉ rối thông thường là không đủ cho nhiều ứng dụng trên thực tế. Đó là lý do tạo sao rối lai và rối tăng cường cần được mở rộng khai thác.

Như đã biết, thông tin có thể được mã hóa trong các trạng thái gián đoạn (DV) như qubit và được xử lý bởi các công cụ DV hoặc trong các trạng thái liên tục (CV) được xử lý bởi các công cụ CV. Mỗi cách xử lý thông tin như trên đều có những ưu nhược điểm nhất định. Tùy vào điều kiện của từng phòng thí nghiệm mà mỗi nơi có cách tiếp cận phù hợp, do đó mạng toàn cầu là một loại mạng dị thường không đồng nhất (heteronetwork). Có những thao tác có hiệu quả trong cách tiếp cận CV nhưng lại hạn chế trong cách tiếp cận DV và ngược lại. Vì lẽ đó việc kết hợp hai loại tiếp cận DV và CV hay còn gọi là cách tiếp

cận lai DV và CV có thể khai thác lợi thế của cả hai phương pháp đồng thời cũng tránh được những hạn chế riêng của từng loại. Sự kết nối như vậy giữa các bộ xử lý lượng tử từ xa trong mạng lưới toàn cầu có thể thực hiện thông qua rối lai. Các trạng thái rối thông thường và rối lai đã rất hữu ích trong nhiều nhiệm vụ toàn cầu, vậy tại sao phải có rối tăng cường? Một cách trực giác có thể thấy ngay rằng rối tăng cường cho phép tăng dung lượng của kênh lượng tử. Cụ thể, trong không gian 2x2 chiều một trạng thái rối thông thường hoặc rối lai chỉ mang 2 bit thông tin, nhưng lượng thông tin chứa trong một trạng thái rối tăng cường cùng một lúc M DOF khác nhau sẽ là  $2^M$  bit thông tin. Điều đó cho thấy lượng thông tin được xử lý tăng lên đáng kể. Như vậy rối tăng cường giúp giảm đáng kể nguồn tài nguyên tiêu thụ và hơn thế nữa nó giúp cải thiện nhiều giao thức quan trọng.

Vấn đề như đã nêu ở trên, theo chúng tôi, là mới ở thời điểm hiện tại. Nó có tính thời sự vì thuộc vào một hướng nghiên cứu đang rất được quan tâm trên thế giới. Ý nghĩa khoa học và sự cần thiết là rõ ràng vì nhằm vào việc kết nối các máy tính lượng tử để đạt được khả năng tính toán cao, cần thiết cho nhu cầu tính toán trong tương lai. Vì những lẽ đó chúng tôi thực hiện đề tài “Rối lai, Rối tăng cường và áp dụng cho viễn chuyển, viễn tạo trạng thái lượng tử và viễn tác toán tử có kiểm soát”. Vì giới hạn độ dài nghiêm ngặt nên trong bản tóm tắt này chúng tôi đưa ra vấn đề và phương hướng giải quyết. Chi tiết của từng giao thức của mỗi mục luận án xin vui lòng xem tại cuốn toàn văn luận án.

## **Nội dung nghiên cứu**

- (i) Đề xuất các sơ đồ thực nghiệm nhằm tạo ra các trạng thái rối lai và rối lai đa nhân (multipartite hybrid entangled states) phù hợp để làm các kênh lượng tử phục vụ cho việc thực hiện viễn chuyển lượng tử, viễn tạo lượng tử các trạng thái có biến liên tục.
- (ii) Tận dụng tối đa các tính chất ưu việt của cách tiếp cận lai để thiết kế các giao thức viễn chuyển trạng lượng tử có kiểm soát sử dụng trạng thái rối lai dưới ảnh hưởng của môi trường.
- (iii) Đề xuất các sơ đồ thực nghiệm nhằm tạo ra các trạng thái rối tăng cường

phù hợp để làm kênh lượng tử phục vụ cho việc thực hiện viễn tạo hai chiều trạng thái tăng cường có kiểm soát.

(iv) Đề xuất các giao thức viễn tác toán tử có kiểm soát lên các trạng thái của photon thông qua kênh lượng tử là trạng thái rối tăng cường ba bên.

## Bố cục của luận án

Bên cạnh phần Mở đầu giới thiệu một cách sơ lược về thông tin lượng tử và đưa ra nhiệm vụ cần làm của luận án và phần Kết luận tóm tắt lại kết quả thu được thì luận án gồm 3 chương chính được sắp xếp như sau:

- Chương 1: Giới thiệu các khái niệm cơ bản cần thiết cho việc tính toán ở các chương sau.
- Chương 2: Trình bày rối lai và áp dụng cho viễn chuyển lượng tử có kiểm soát.
- Chương 3: Trình bày rối tăng cường và áp dụng cho viễn tạo hai chiều trạng thái lượng tử và viễn tác toán tử có kiểm soát.

## CHƯƠNG 1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

### 1.1 Các thiết bị quang học cần thiết trong xử lý thông tin lượng tử

#### 1.1.1. Bộ tách chùm

Bộ tách chùm (tên tiếng anh là Beam splitter, viết tắt là BS) [7] được sử dụng rộng rãi trong xử lý thông tin lượng tử, đặc biệt là trong việc tạo ra các trạng thái kết hợp và chồng chất có thể có của chúng. Các trạng thái  $|n\rangle_a|m\rangle_b$  khi đi qua bộ tách chùm sẽ cho ra các trạng thái rối vì nó là các trạng thái phi cổ điển, trái lại trạng thái cổ điển như  $|\alpha\rangle_a|\beta\rangle_b$  khi đi qua bộ tách chùm thì không cho trạng thái rối mà chỉ cho trạng thái tích.

### 1.1.2. Bộ dịch pha

Một thiết bị quang học khác đó là bộ dịch pha (tên tiếng anh là Phase shifter, ký hiệu là P) [7]. Nó có tác dụng làm thay đổi pha của một chùm ánh sáng tới.

### 1.1.3. Toán tử dịch chuyển

Toán tử dịch chuyển  $\hat{D}(\alpha)$  [7] là toán tử rất hữu dụng để tính toán với các trạng thái kết hợp. Nó được biểu diễn dưới dạng

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a}. \quad (1)$$

Tác dụng của toán tử dịch chuyển lên trạng thái chân không sẽ có dạng

$$\hat{D}(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle. \quad (2)$$

Như vậy, một trạng thái kết hợp  $|\alpha\rangle$  có thể được tạo ra bằng cách tác dụng toán tử dịch chuyển lên trạng thái chân không. Tác dụng của toán tử dịch chuyển trong thực tế có thể được xây dựng bởi bộ tách chùm.

### 1.1.4. Các thiết bị quang học khác

Một vài thiết bị quang học cần thiết khác cần nhắc tới đó là: Bộ tách phân cực (tên tiếng anh là Polarization beam splitter, ký hiệu PBS), tấm nửa sóng (tên tiếng anh là Half-wave plate, ký hiệu HWP) và tấm sóng phần tư (tên tiếng anh là Quarter-wave-plate, ký hiệu QWP) [7].

PBS là một bộ tách chùm cho phép truyền photon ở trạng thái phân cực ngang  $|H\rangle$  và phản xạ photon ở trạng thái phân cực thẳng đứng  $|V\rangle$ .

HWP là một thiết bị dùng để quay trạng thái phân cực, cụ thể nó chuyển trạng thái phân cực  $H$  thành trạng thái phân cực  $V$  và ngược lại

QWP là một thiết bị dùng để chuyển đổi ánh sáng phân cực tuyến tính thành ánh sáng phân cực tròn. Cụ thể, QWP hoạt động như một toán tử Hadamard

## 1.2. Tương tác giữa các photon thông qua phi tuyến Kerr chéo

Tương tác giữa các photon là rất quan trọng vì chúng là yếu tố chính để triển khai các cổng logic đa qubit, giúp hoàn thiện hệ thống công cụ dùng cho tính

toán lượng tử và xử lý thông tin lượng tử. Tuy nhiên các photon không tương tác với nhau trong môi trường chân không, điều đó thúc đẩy tìm kiếm công cụ để tạo ra sự tương tác giữa chúng. Đối với mục đích này, hiệu ứng Kerr chéo, về bản chất là hiện tượng môi trường phi tuyến tạo điều kiện thuận lợi cho các tương tác photon-photon diễn ra, đã được coi là một phương pháp đáng chú ý [8–14]. Toán tử biểu diễn sự tương tác được mô tả bởi

$$U_{ab} = \text{Exp}(i\theta\hat{n}_a\hat{n}_b) \quad (3)$$

với  $\hat{n}_a$  và  $\hat{n}_b$  lần lượt là toán tử số hạt photon ở mode  $a$  và mode  $b$ . Ở đây,  $\theta$  là thông số của tương tác Kerr chéo. Khi áp dụng toán tử này trên các trạng thái đầu vào khác nhau, không phức tạp để có thể thấy

$$U_{ab}|m\rangle_a|n\rangle_b = e^{imn\theta}|m\rangle_a|n\rangle_b \quad (4)$$

$$U_{ab}|n\rangle_a|\beta\rangle_b = |n\rangle_a|\beta e^{in\theta}\rangle_b. \quad (5)$$

Như vậy ta có thể thấy, tương tác chéo Kerr gây ra sự dịch chuyển pha của trạng thái kết hợp.

### 1.3. Phép đo Homodyne trong quang lượng tử

Trong ứng dụng cho ánh sáng phi cổ điển, phép đo homodyne cung cấp phép đo các toán tử quadrature của điện từ trường [7, 15, 16]. Phép đo homodyne cân bằng cho phép thực hiện các phép đo Bell của các trạng thái biến liên tục với xác suất tất định do đó nó được ứng dụng trong viễn chuyển các trạng thái lượng tử biến liên tục. Phép đo homodyne cân bằng cũng được nghiên cứu để xác định đầy đủ các đặc tính của trạng thái lượng tử như các trạng thái nén pha, nén biên độ hay trạng thái chồng chập của các trạng thái vĩ mô thông qua công nghệ chụp cắt lớp lượng tử (tiếng anh là quantum tomography) [17–19]. Trong những trích dẫn này, các tác giả đã sử dụng công nghệ chụp cắt lớp lượng tử để đo phân bố Wigner và xác định được ma trận mật độ của trạng thái, từ đó có thể xác định đầy đủ thông tin của trạng thái đó. Ngoài ra phép đo homodyne cân bằng cũng được ứng dụng trong giao thức thiết lập mối tương quan lượng tử của trạng thái EPR và nó cũng được sử dụng để chứng minh các thuộc tính phi cổ điển của trường điện từ trong điện động lực học lượng tử.

## 1.4. Phép đo pha thích ứng trong quang lượng tử

Phép đo pha thích ứng [20–25] dựa trên việc mở rộng phép đo homodyne và do đó kết quả đo có phổ liên tục, điều này hoàn toàn không giống như các giá trị rời rạc được tạo ra bởi một bộ đếm photon. Xem xét một xung đơn mode và một trường tham chiếu là trạng thái kết hợp có biên độ lớn. Trường tham chiếu này có cùng tần số với xung. Ở đây, pha của trường tham chiếu là  $\phi(t)$ , nó được cố định là hằng số đối với phép đo homodyne và là hàm tuyến tính theo thời gian đối với phép đo heterodyne. “Thích ứng” trong phép đo pha thích ứng có nghĩa rằng quá trình thực hiện của giai đoạn sau sẽ phụ thuộc vào kết quả của giai đoạn trước. Xung được cho kết hợp với trường tham chiếu qua một bộ tách chùm cân bằng. Nguyên tắc của phép đo này là pha dao động của trường tham chiếu được điều chỉnh liên tục suốt quá trình của phép đo và phụ thuộc vào kết quả của sự khác nhau giữa dòng photon giữa 2 mode. Phép đo pha thích ứng này rất hữu ích để xác định gần đúng pha của một xung quang. Nhưng ở một photon người ta quan tâm nhiều hơn đến tiện ích của nó trong việc chuẩn bị trạng thái. Tạo trạng thái chồng chập sử dụng phép đo pha thích ứng và thiết kế cổng lượng tử sử dụng phép đo pha thích ứng là hai ví dụ điển hình của phép đo pha thích ứng.

## 1.5. Máy đo photon

Máy đo photon (tên tiếng anh là photodetector) hay cảm biến quang, còn được gọi là photosensor, là cảm biến chuyển đổi photon của ánh sáng hoặc bức xạ điện từ thành tín hiệu điện. Máy đo photon là một trong những thành phần quan trọng trong các mạch tích hợp quang điện tử. Nó được sử dụng rộng rãi trong các hệ thống thông tin liên lạc quang học, kết nối quang học và hình ảnh y sinh, và nó thường hoạt động từ bước sóng nhìn thấy đến gần hồng ngoại. Đối với hầu hết các ứng dụng, có thể yêu cầu một hoặc nhiều đặc tính hiệu suất sau đây bao gồm độ nhạy cao tốc độ cao, tiếng ồn thấp, dải động cao. Máy đo photon được sử dụng hầu hết trong các nhiệm vụ của luận án này.



## CHƯƠNG 2. RỐI LAI VÀ ÁP DỤNG TRONG VIỄN CHUYỂN LƯỢNG TỬ CÓ KIỂM SOÁT

Một loại rối bất thường được xem xét đó là rối lai [2], được tạo thành trong các bậc tự do khác nhau. Trong chương này, ở mục 2.1 chúng tôi đề xuất một giao thức không cần toán tử dịch chuyển để tạo ra một loại rối lai giữa trạng thái CV là các trạng thái kết hợp có tính chất phân cực khác nhau và trạng thái phân cực của photon đơn. Trong mục 2.2 chúng tôi đề xuất giao thức tạo trạng thái rối lai DV-CV giữa bốn mode. Trong mục 2.3 chúng tôi sử dụng nguồn rối lai đã tạo thành công đem ứng dụng trong quá trình viễn chuyển lượng tử.

### 2.1. Tạo rối lai giữa trạng thái kết hợp phân cực và trạng thái phân cực

Nhiệm vụ được đưa ra là tạo trạng thái có dạng

$$|\Psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha_H\rangle_A |H\rangle_B + |-\alpha_V\rangle_A |V\rangle_B). \quad (6)$$

Giao thức của chúng tôi nhằm làm rối trạng thái kết hợp có phân cực với trạng thái phân cực của một photon thành trạng thái rối như trong (6). Sơ đồ giao thức được minh họa trong Hình 1. Trạng thái đầu vào yêu cầu của giao thức bao gồm

$$|\Gamma\rangle_1 = N(\beta) (|\beta_H\rangle + |-\beta_H\rangle)_1, \quad (7)$$

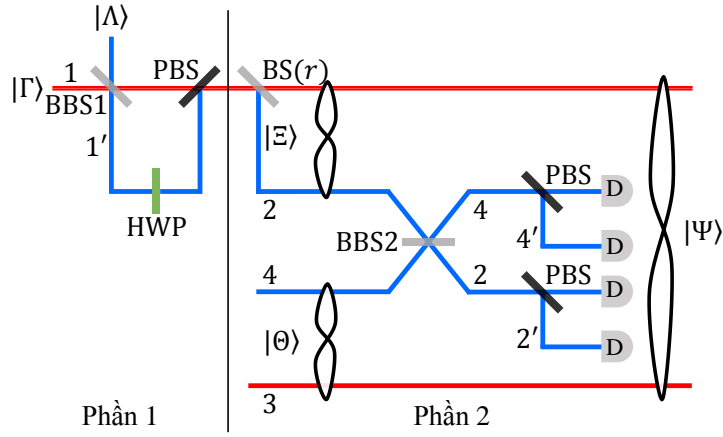
$$|\Lambda\rangle_{1'} = |\beta_H\rangle_{1'}, \quad (8)$$

$$|\Theta\rangle_{34} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_3 |V\rangle_4 + |V\rangle_3 |H\rangle_4), \quad (9)$$

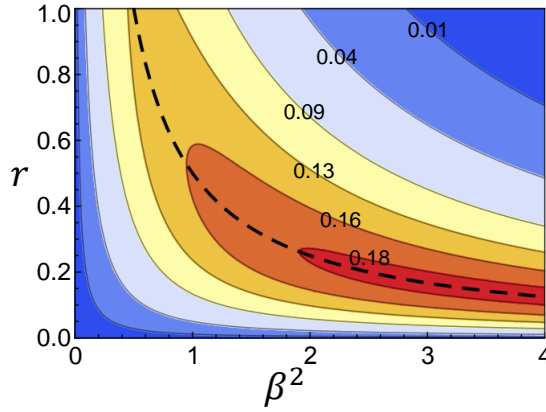
ở đây  $\beta$  được giả sử là thực và  $N(\beta) = [2(1 + e^{-2\beta^2})]^{-1/2}$  là hệ số chuẩn hóa. Tổng xác suất thành công của giao thức do chúng tôi đề xuất sẽ là  $P_T = 4P$ , với

$$P = \langle \Sigma' | \Pi_{1(2,3,4)} | \Sigma' \rangle = \frac{N^2(\beta) f_1^2(\gamma)}{4} = \frac{r\beta^2 e^{-2r\beta^2}}{4(1 + e^{-2\beta^2})}. \quad (10)$$

Xác suất này gấp đôi trong các đề xuất của [26, 27]. Tổng xác suất thành công  $P_T = 4P$ , với  $P$  cho bởi (10), được vẽ trên Hình 2 là một hàm của  $\beta^2$  và  $r$ .



Hình 1: Chiến thuật để tạo trạng thái rối lai giữa trạng thái kết hợp phân cực và trạng thái phân cực của một photon.



Hình 2: Tổng xác suất thành công của giao thức là  $P_T = 4P$ , với  $P$  cho bởi (10) là hàm của bình phương biên độ  $\beta^2$  và hệ số phản xạ  $r$ . Đường đứt nét thể hiện tổng xác suất thành công tối ưu khi hệ số phản xạ tối ưu là  $r^{\text{peak}} = 1/(2\beta^2)$  với  $\beta^2 > 1/2$ .

### 2.1.1. Ảnh hưởng của nhiễu đối với các trạng thái đầu vào

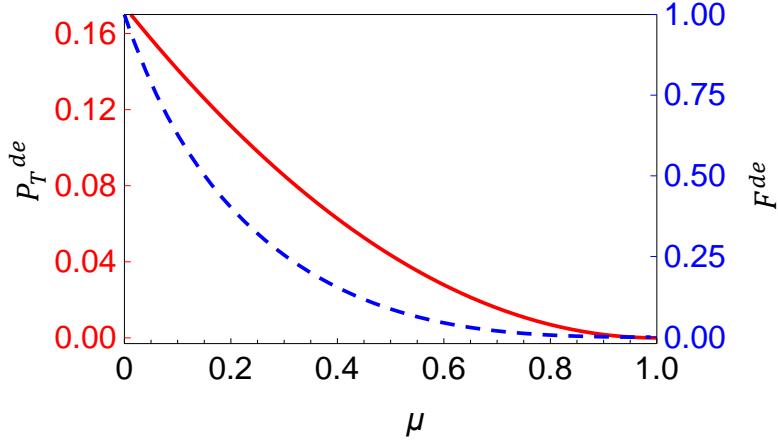
Quá trình suy giảm được xem xét đó là sự mất photon, điều này được mô tả bởi phương trình Chủ [28]

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \hat{\mathcal{D}}\rho. \quad (11)$$

Toán tử mật độ đầu vào phụ thuộc thời gian  $\rho(\tau)$  có thể viết dưới dạng

$$\rho(\tau) = \rho_1(\tau) \otimes \rho_{1'}(\tau) \otimes \rho_{34}(\tau). \quad (12)$$

Lặp lại tính toán trong phần trên với các trạng thái đầu vào đã bị suy giảm liên kết dẫn đến tổng xác suất thành công và độ tin cậy dưới tác động của môi



Hình 3: Tổng xác suất thành công  $P_T^{de}$  (đường liền nét) và độ tin cậy  $F^{de}$  (đường đứt nét) tương ứng là hàm của cường độ suy giảm liên kết.

trường là

$$P_T^{de} = \nu^2 P_T, \quad (13)$$

$$F^{de} = \frac{1}{2} \nu^2 |\langle \alpha | \alpha \nu \rangle|^2 (1 + C_1). \quad (14)$$

Tổng xác suất thành công và độ tin cậy phụ thuộc vào cường độ suy giảm được vẽ trên Hình 3.

### 2.1.2. Trạng thái đầu vào thực tế

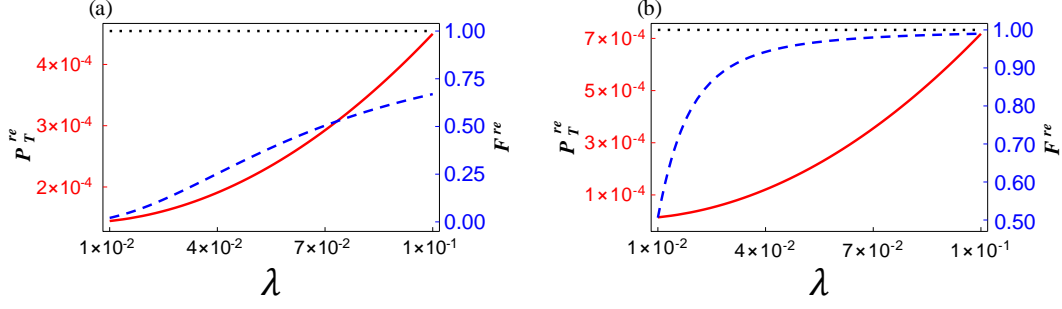
Việc tạo chính xác những trạng thái con mèo nói chung là khó; trong hầu hết các thí nghiệm thực tế, chúng được thay thế bằng các trạng thái nén. Cụ thể, đối với các biên độ nhỏ, trạng thái con mèo chẵn và lẻ có thể tạo ra từ trạng thái nén chân không và trạng thái nén photon đơn tương ứng. Trong cơ sở trạng thái Fock, trạng thái nén chân không  $|sv\rangle$  và trạng thái nén photon đơn  $|ss\rangle$  lần lượt có dạng

$$|sv\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\tanh s)^n}{(\cosh s)^{1/2}} \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} |2n\rangle, \quad (15)$$

$$|ss\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\tanh s)^n}{(\cosh s)^{3/2}} \frac{\sqrt{(2n+1)!}}{2^n n!} |2n+1\rangle, \quad (16)$$

ở đây cả trong hai công thức trên  $s$  là thông số nén và được giả thiết là số thực.

Trong thực tế, trạng thái  $|\Theta\rangle_{34}$  thường được tạo ra thông qua quá trình



Hình 4: Tổng xác suất thành công  $P_T^{\text{re}}$  (đường liền nét) và độ tin cậy  $F^{\text{re}}$  (đường đứt nét) phụ thuộc vào cường độ SPDC loại II  $\lambda$  khi sử dụng (a) trạng thái nén chân không trong (15) với  $s = -0.43358$  như một sự gần đúng của trạng thái con mèo chẵn biên độ 0.7 và (b) trạng thái nén một photon trong (16) với  $s = 0.16056$  như một sự gần đúng của trạng thái con mèo lẻ biên độ 0.7.

SPDC kiểu II và có dạng

$$|\text{SPDC}\rangle_{34} \simeq \sqrt{1 - \lambda^2}|0\rangle_3|0\rangle_4 + \lambda|\Theta\rangle_{34} + O(\lambda^2), \quad (17)$$

ở đây  $\lambda$  là cường độ tương tác SPDC (không thứ nguyên) thường ở khoảng  $10^{-2}$ . Kết quả của việc sử dụng đầu vào thực tế như vậy, biểu thức của tổng xác suất thành công  $P_T^{\text{re}}$  và độ tin cậy  $F^{\text{re}}$  sẽ được cho bởi

$$P_T^{\text{re}} = (1 - \lambda^2)P_{T,0}^{\text{re}} + \lambda^2 P_{T,\Theta}^{\text{re}}, \quad (18)$$

$$F^{\text{re}} = \frac{(1 - \lambda^2)P_{T,0}^{\text{re}}F_0^{\text{re}} + \lambda^2 P_{T,\Theta}^{\text{re}}F_\Theta^{\text{re}}}{P_T^{\text{re}}} = \frac{\lambda^2 P_{T,\Theta}^{\text{re}}}{P_T^{\text{re}}} F_\Theta^{\text{re}}. \quad (19)$$

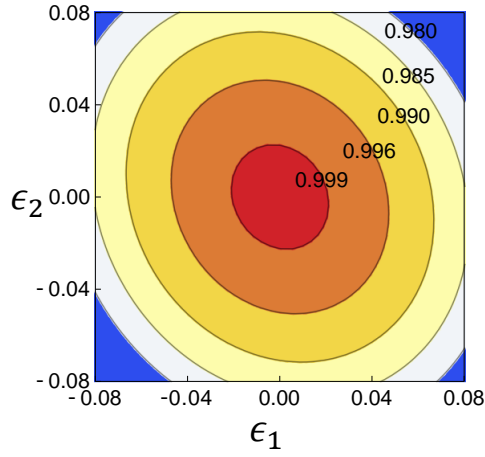
Trong Hình 4 chúng tôi vẽ  $P_T^{\text{re}}$  (đường nét liền) và  $F^{\text{re}}$  (đường đứt nét) là hàm của  $\lambda$  cho hai trường hợp: (a) trạng thái nén chân không được gần đúng là trạng thái con mèo ở mode 1 và (b) trạng thái nén một photon được gần đúng là trạng thái con mèo ở mode 1.

### 2.1.3. Sự không hoàn hảo của bộ tách chùm cân bằng

Chúng tôi giả sử các tham số không hoàn hảo nhỏ  $\epsilon_k$  với  $k = 1, 2$  được định nghĩa qua các hệ số phản xạ và truyền qua của hai BBS1 và BBS2 như sau

$$\epsilon_k = 1/2 - r_k = t_k - 1/2. \quad (20)$$

Phân tích biểu thức  $P_j^{\text{im}}$  và  $F_j^{\text{im}}$ , chúng tôi chỉ ra những kết quả nổi bật. Cụ



Hình 5: Độ tin cậy trung bình  $\bar{F}^{\text{im}}$  được định nghĩa trong (24) biến đổi liên quan đến các tham số  $\epsilon_1$  và  $\epsilon_2$  của BBS.

thể,  $P_j^{\text{im}}$  và  $F_j^{\text{im}}$  không chỉ phụ thuộc vào  $\epsilon_1$  và  $\epsilon_2$  mà còn vào  $j$ . Ví dụ, liên quan đến phép đo  $\Pi_1$  chúng ta thấy rằng

$$P_1^{\text{im}} = N^2(\beta) \left[ (r_2^2 + t_2^2)r\beta^2 e^{-2r\beta^2} + (r_2^2 - t_2^2)\gamma_1\gamma_2 e^{-2\beta^2} \right] \quad (21)$$

và

$$F_1^{\text{im}} = \frac{N^2(\beta)e^{-2r\beta^2}}{4P_1^{\text{im}}} \left[ \gamma_2 f_0(\delta_1)(r_2 \langle \delta | \delta_2 \rangle - t_2 \langle -\delta | \delta_2 \rangle) + \gamma_1 f_0(\delta_2) \langle \delta | \delta_1 \rangle \right]^2. \quad (22)$$

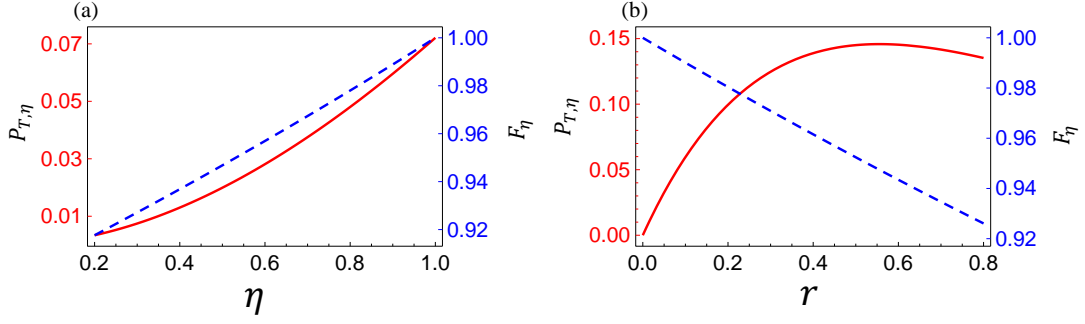
Đối với  $P_{2,3,4}^{\text{im}}$  và  $F_{2,3,4}^{\text{im}}$ , biểu thức của chúng được đưa ra một cách tường minh phụ thuộc vào  $j$ . Tuy nhiên, chúng tôi tìm thấy rằng, tổng xác suất thành công  $P_T^{\text{im}}$  giống như trong trường hợp lý tưởng:

$$P_T^{\text{im}} = \sum_{j=1}^4 P_j^{\text{im}} = P_T, \quad (23)$$

ở đây  $P_T = 4P$  với  $P$  cho trong công thức (10). Điều đó chỉ ra rằng tổng xác suất thành công trong giao thức của chúng tôi không phụ thuộc vào sự hoàn hảo của các BBS. Để phân tích độ tin cậy, chúng tôi xác định mức trung bình của nó là

$$\bar{F}^{\text{im}} = \frac{\sum_{j=1}^4 P_j^{\text{im}} F_j^{\text{im}}}{\sum_{j=1}^4 P_j^{\text{im}}}, \quad (24)$$

phụ thuộc vào cả hai  $\epsilon_1$  và  $\epsilon_2$ . Trong Hình 5 chúng tôi vẽ  $\bar{F}^{\text{im}}$  là hàm của  $\epsilon_1$  và  $\epsilon_2$ .



Hình 6: Tổng xác suất  $P_{T,\eta}$  (đường liền nét) cho bởi công thức (27) và độ tin cậy  $F_\eta$  (đường đứt nét) cho bởi (28) khi phụ thuộc vào (a) hiệu suất của máy đo photon  $\eta$  và (b) hệ số phản xạ  $r$ . Trong trường hợp (a) hệ số phản xạ  $r$  là 0.1, trong khi trong trường hợp (b) hiệu suất máy đo photon  $\eta$  là 0.9. Trong cả hai trường hợp chúng tôi giả định các trạng thái đầu vào hoàn hảo trong đó đầu vào là trạng thái con mèo chẵn có biên độ  $\beta = 1$ .

#### 2.1.4. Sự không hoàn hảo của máy đo photon

Một yêu cầu quan trọng trong thiết kế sơ đồ của chúng tôi là các máy đo photon phải phát hiện chính xác số photon. Tuy nhiên, các máy đo này thực tế thường hoạt động kém hiệu quả với một số lỗi. Do đó, chúng tôi tính đến sự không hoàn hảo của chúng, điều này được đặc trưng bởi thông số hiệu suất  $\eta \in [0, 1]$ . Theo toán học, khi máy phát hiện  $n$  photon với hiệu suất  $\eta$  sẽ được mô tả bởi phép đo positive operator-valued measurement (POVM)

$$E_{\eta,a}^{(n)} = \sum_{k=0}^{\infty} C_{n+k}^k \eta^n (1-\eta)^k |n+k\rangle_a \langle n+k|, \quad (25)$$

ở đây  $a$  là ký hiệu của mode nơi photon được phát hiện. Phép đo hoàn hảo  $\Pi_1$  được thay thế bằng phép đo không hoàn hảo  $\Pi_{1,\eta}$  có dạng

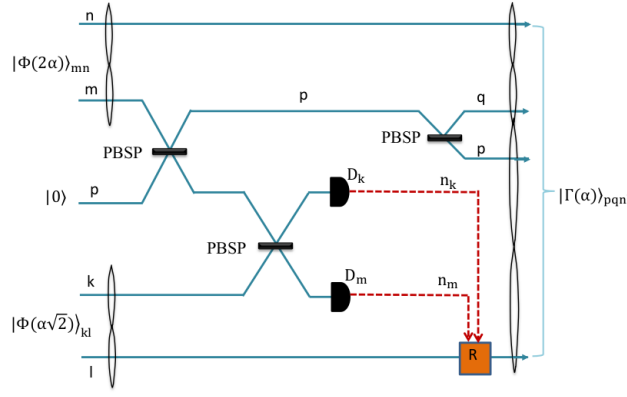
$$\Pi_{1,\eta} = E_{\eta,2}^{(0)} \otimes E_{\eta,2'}^{(1)} \otimes E_{\eta,4}^{(1)} \otimes E_{\eta,4'}^{(0)}, \quad (26)$$

và các thay thế tương tự được thực hiện cho  $\Pi_2, \Pi_3$ , và  $\Pi_4$ .

Đối với các trạng thái đầu vào của các dạng được đưa ra trong (7) - (9) tổng xác suất thành công  $P_{T,\eta}$  và độ tin cậy  $F_\eta$  với sự hiện diện của hiệu suất máy đo photon cho bởi

$$P_{T,\eta} = \frac{r\beta^2\eta^2 e^{-2r\beta^2\eta}}{1 + e^{-2\beta^2}}, \quad (27)$$

$$F_\eta = \frac{1 + e^{-2r\beta^2(1-\eta)}}{2}. \quad (28)$$



Hình 7: Sơ đồ tạo trạng thái rối lai được định nghĩa trong (35). *PBSP* là ký hiệu của thiết bị quang học bao gồm một bộ tách chùm cân bằng xen giữa hai bộ dịch pha  $-\pi/2$ . Đường liền nét dán nhãn  $n$  ( $k, l, m, n, p$  và  $q$ ) biểu diễn mode  $n$  ( $k, l, m, n, p$  và  $q$ ).  $D_k$  và  $D_m$  là các máy đo photon để đếm số photon tương ứng từ các mode.

Trong Hình 6 chúng tôi vẽ  $P_{T,\eta}$  (đường liền nét) và  $F_\eta$  (đường nét đứt) là hàm của (a) hiệu suất máy đo  $\eta$  và (b) hệ số phản xạ  $r$ .

## 2.2. Tạo rối lai bốn mode giữa trạng thái kết hợp và trạng thái qubit đơn tuyến

Tiếp theo sẽ trình bày phương pháp tạo rối lai CV-DV giữa bốn mode. Trạng thái cần tạo có dạng như sau

$$|\Gamma(\alpha)\rangle_{1234} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha, \alpha, 0, 0\rangle + |-\alpha, -\alpha, 1, 1\rangle)_{1234}. \quad (29)$$

Để tạo trạng thái rối lai trên ta cần trạng thái ban đầu như sau

$$|\Psi_0(\alpha)\rangle_{klmn} = \left| \Phi(\alpha\sqrt{2}) \right\rangle_{kl} \left| \Phi(2\alpha) \right\rangle_{mn}, \quad (30)$$

ở đây

$$\left| \Phi(\gamma) \right\rangle_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\gamma, 0\rangle + |-\gamma, 1\rangle)_{xy}. \quad (31)$$

Quá trình tạo trạng thái lai giữa bốn hạt như trên được thể hiện trên Hình 7. Xác suất thành công của quá trình tạo trạng thái  $|\Gamma\rangle$  trong công thức (35) là

$$P_\Gamma = \frac{3}{2}(P_{\text{chẵn} \neq 0,0} + P_{\text{lẻ},0}) = \frac{3}{4}(1 - e^{-4|\alpha|^2}), \quad (32)$$

Xác suất này có thể đạt 75% khi  $|\alpha| \geq 1.3$ .

### 2.3. Viễn chuyển lượng tử có kiểm soát từ trạng thái biến gián đoạn sang trạng thái biến liên tục thông qua trạng thái rối lai dưới ảnh hưởng của môi trường

Chúng tôi xem xét hai nhiệm vụ riêng biệt. Nhiệm vụ thứ nhất là chuyển một trạng thái từ DV sang CV và nhiệm vụ thứ hai là quá trình ngược lại. Ở nhiệm vụ thứ nhất, giả sử Alice giữ một trạng thái tồn tại trong không gian DV như sau

$$|\psi_{DV}\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle. \quad (33)$$

Alice cần bí mật chuyển đến cho Bob thông tin về các hệ số  $a, b$  nằm trong một trạng thái CV

$$|\psi_{CV}(\alpha)\rangle = N(a|\alpha\rangle + b|-\alpha\rangle). \quad (34)$$

Nhiệm vụ thứ hai là Bob giữ một qubit trạng kết hợp không xác định ở trạng thái (34) và cần phải chuyển một cách an toàn cho Alice các hệ số  $a, b$  nằm trong trạng thái qubit đơn tuyến (33). Chúng tôi hướng tới việc thiết kế các giao thức sao cho cả hai nhiệm vụ được giám sát đồng thời bởi hai người kiểm soát Charlie và David. Để thực hiện một trong hai nhiệm vụ bằng các hoạt động địa phương và giao tiếp cổ điển, bốn bên Alice, Bob, Charlie và David nên chia sẻ trước một kênh rối lai DV-CV có dạng thuần khiết như sau

$$|\Gamma(\alpha)\rangle_{1234} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha, \alpha, 0, 0\rangle + |-\alpha, -\alpha, 1, 1\rangle)_{1234}. \quad (35)$$

Kênh lượng tử như vậy phải được phân phối để Alice nhận mode 4, David giữ mode 2, Charlie giữ mode 3 và Bob giữ mode 1. Trong quá trình phân phối kênh lượng tử, độ rối của kênh sẽ bị suy giảm do tương tác với môi trường xung



quanh. Ma trận mật độ suy giảm  $\rho_{1234}(\tau)$  có dạng

$$\begin{aligned}
\rho_{1234}(\tau) = & \frac{1}{2} \{ [|\tau\alpha\rangle_1 \langle \tau\alpha| \otimes |\tau\alpha\rangle_2 \langle \tau\alpha| \\
& \otimes |0\rangle_3 \langle 0| \otimes |0\rangle_4 \langle 0| \\
& + C\tau^2 |\tau\alpha\rangle_1 \langle -\tau\alpha| \otimes |\tau\alpha\rangle_2 \langle -\tau\alpha| \\
& \otimes |0\rangle_3 \langle 1| \otimes |0\rangle_4 \langle 1| \\
& + C\tau^2 |-\tau\alpha\rangle_1 \langle \tau\alpha| \otimes |-\tau\alpha\rangle_2 \langle \tau\alpha| \\
& \otimes |1\rangle_3 \langle 0| \otimes |1\rangle_4 \langle 0| \\
& + |-\tau\alpha\rangle_1 \langle -\tau\alpha| \otimes |-\tau\alpha\rangle_2 \langle -\tau\alpha| \\
& \otimes (\tau^2 |1\rangle_3 \langle 1| + (1 - \tau^2) |0\rangle_3 \langle 0|) \\
& \otimes (\tau^2 |1\rangle_4 \langle 1| + (1 - \tau^2) |0\rangle_4 \langle 0|) \}, \tag{36}
\end{aligned}$$

ở đây  $C = e^{-4(1-\tau^2)\alpha^2}$  và  $\tau = e^{-\gamma t/2}$ .

Ở nhiệm vụ thứ nhất. Giả sử Alice có một qubit đơn tuyến  $A$  nằm trong trạng thái  $|\psi_{DV}\rangle_A = (a|0\rangle + b|1\rangle)_A$  và cô ấy cần chuyển trạng thái  $|\psi_{DV}\rangle_A$  tới Bob để Bob nhận được trạng thái kết hợp có dạng

$$|\psi_{CV}(\tau\alpha)\rangle_1 = N(a|\tau\alpha\rangle + b|-\tau\alpha\rangle)_1. \tag{37}$$

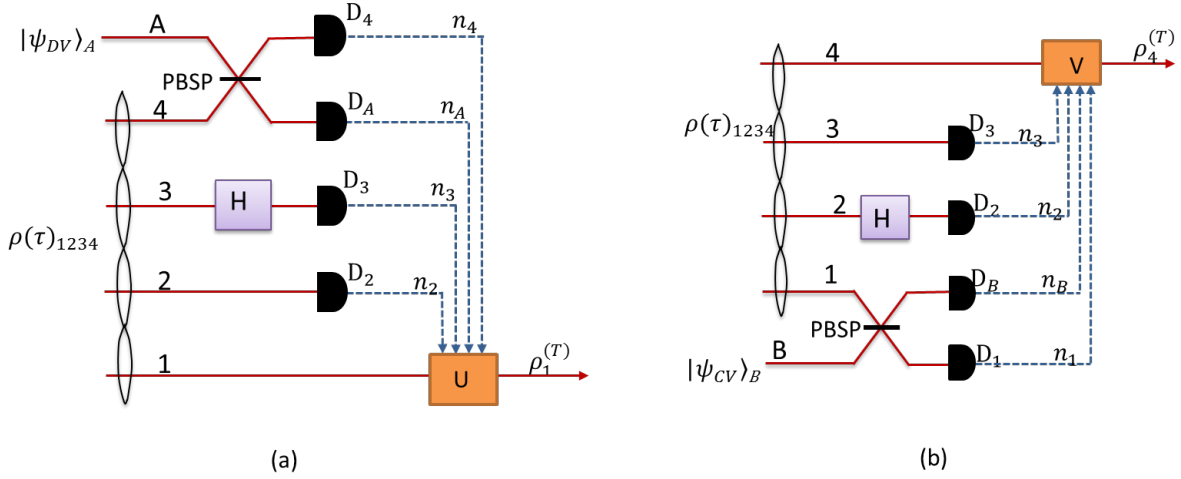
Hoạt động của bốn bên trong việc này trường hợp được hiển thị trong Hình 8a. Tổng xác suất thành công  $P_{DV \rightarrow CV}$  cho bởi

$$\begin{aligned}
P_{DV \rightarrow CV} &= P_X + P_{XZ} \\
&= \frac{1}{16} [3(|b|^2(2 - \tau^2) + |a|^2\tau^2) \\
&+ C\tau^2(a^*b + b^*a)e^{-2\tau^2\alpha^2}]. \tag{38}
\end{aligned}$$

Độ tin cậy  $F_{DV \rightarrow CV}$  được xác định bởi

$$\begin{aligned}
F_{DV \rightarrow CV} &= {}_1\langle \psi_{CV}(\tau\alpha) | \rho_1^{(T)}(\tau) | \psi_{CV}(\tau\alpha) \rangle_1 \\
&= N^2(a, b, \tau\alpha) L^{\text{chẵn}}(\tau) \{ |b(b + ae^{-2\tau^2\alpha^2})|^2 \\
&+ ((1 - \tau^2)|b|^2 + \tau^2|a|^2) |(be^{-2\tau^2\alpha^2} + a)|^2 \\
&+ 2C\tau^2 \text{Re}[ab^*(ae^{-2\tau^2\alpha^2} + b)(a^* + b^*e^{-2\tau^2\alpha^2})] \}. \tag{39}
\end{aligned}$$

Ở nhiệm vụ thứ 2, bây giờ Bob đóng vai một người chuyển thông tin, giữ một trạng thái kết hợp  $|\psi_{CV}(\tau\alpha)\rangle_B = N(a|\tau\alpha\rangle + b|-\tau\alpha\rangle)_B$  với thông số  $a$  và  $b$



Hình 8: (a) Giao thức cho viễn chuyển lượng tử có kiểm soát từ trạng thái biến gián đoạn sang trạng thái biến liên tục. (b) Giao thức cho viễn chuyển lượng tử có kiểm soát từ trạng thái biến liên tục sang trạng thái biến gián đoạn

là không biết đối với Bob. Nhiệm vụ của Bob là chuyển một cách an toàn đến Alice trạng thái DV của một qubit đơn tuyến có dạng  $|\psi_{DV}\rangle_4 = (a|0\rangle + b|1\rangle)_4$ . Hoạt động của bốn bên trong việc này trường hợp được hiển thị trong Hình 8b. Chúng tôi cũng tính tổng xác suất thành công trung bình và độ tin cậy trung bình của hai quá trình và so sánh kết quả với nhau.

### CHƯƠNG 3. RỐI TĂNG CƯỜNG VÀ ÁP DỤNG TRONG VIỄN TẠO HAI CHIỀU TRẠNG THÁI LƯỢNG TỬ VÀ VIỄN TÁC TOÁN TỬ CÓ KIỂM SOÁT

Trong chương này, chúng tôi xem xét chi tiết hai vấn đề liên quan đến rối tăng cường như sau. Trong mục 3.1 chúng tôi xem xét quá trình viễn tạo hai chiều trạng thái tăng cường có kiểm soát sử dụng tài nguyên là các trạng thái rối tăng cường. Mục 3.2 chúng tôi nghiên cứu quá trình viễn tác toán tử có kiểm soát.

### 3.1. Viễn tạo hai chiều có kiểm soát các trạng thái tăng cường sử dụng trạng thái rối tăng cường

#### 3.1.1. Tạo kênh lượng tử

Nhiệm vụ chúng tôi quan tâm liên quan đến ba bên cách xa nhau: Alice và Bob là hai người chuẩn bị cho nhau photon mang hai qubit và Charlie là người giám sát. Giả sử rằng Alice có một photon được mã hóa trong cả P-DOF và S-DOF có dạng

$$|\psi\rangle = \alpha_{00} |Ha_0\rangle + \alpha_{01} |Ha_1\rangle + \alpha_{10} |Va_0\rangle + \alpha_{11} |Va_1\rangle. \quad (40)$$

Trong khi photon của Bob có dạng

$$|\phi\rangle = \beta_{00} |Hb_0\rangle + \beta_{01} |Hb_1\rangle + \beta_{10} |Vb_0\rangle + \beta_{11} |Vb_1\rangle. \quad (41)$$

Chúng tôi nhận thấy rằng nhiệm vụ nói trên có thể đạt được nếu ba người tham gia được chia sẻ trước một kênh lượng tử có trạng thái như sau

$$|\Gamma\rangle_{12345} = \left| \Gamma^{(S)} \right\rangle_{12345} \left| \Gamma^{(P)} \right\rangle_{12345}, \quad (42)$$

với

$$\begin{aligned} \left| \Gamma^{(S)} \right\rangle_{12345} &= \frac{1}{2} [ |a_0b_0\rangle (|c_0d_0e_0\rangle + |c_1d_1e_1\rangle) \\ &\quad + |a_1b_1\rangle (|c_0d_0e_1\rangle + |c_1d_1e_0\rangle) ]_{12345} \end{aligned} \quad (43)$$

và

$$\begin{aligned} \left| \Gamma^{(P)} \right\rangle_{12345} &= \frac{1}{2} [ |HH\rangle (|HHH\rangle + |VVV\rangle) \\ &\quad + |VV\rangle (|HHV\rangle + |VVH\rangle) ]_{12345}. \end{aligned} \quad (44)$$

Quá trình tạo trạng thái  $|\Gamma\rangle_{12345}$  bắt đầu từ trạng thái đầu vào

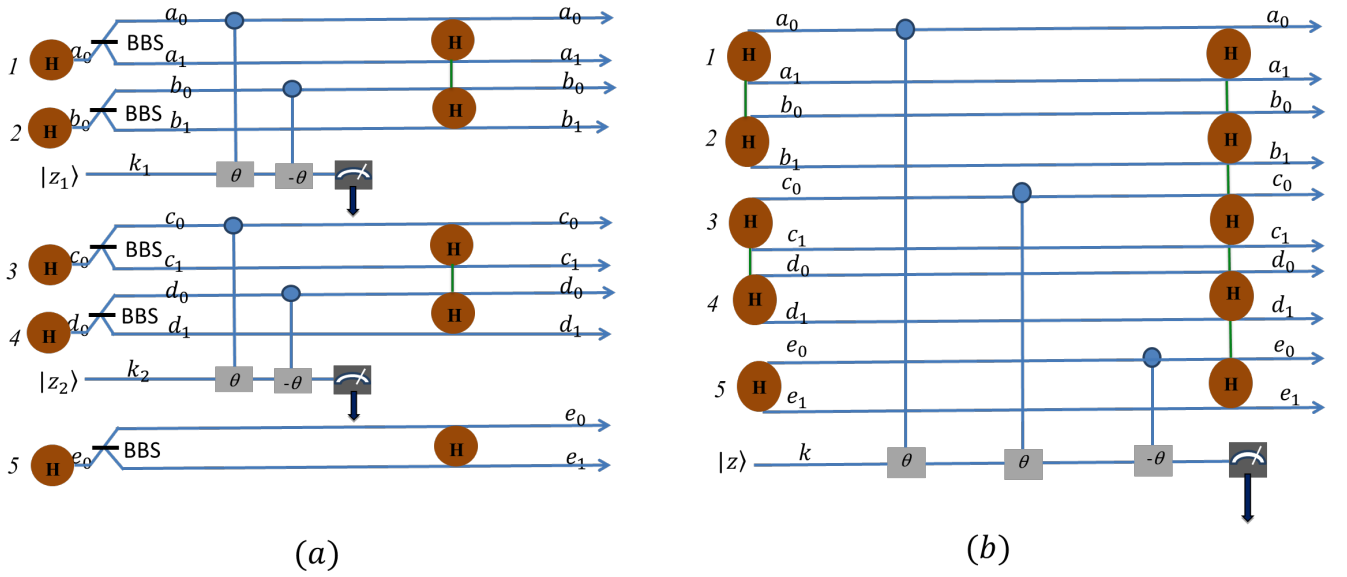
$$|\Phi_0\rangle_{12345} = \left| \Phi_0^{(S)} \right\rangle_{12345} \left| \Phi_0^{(P)} \right\rangle_{12345}, \quad (45)$$

ở đây

$$\left| \Phi_0^{(S)} \right\rangle_{12345} = |a_0b_0c_0d_0e_0\rangle_{12345} \quad (46)$$

và

$$\left| \Phi_0^{(P)} \right\rangle_{12345} = |HHHHH\rangle_{12345} \quad (47)$$

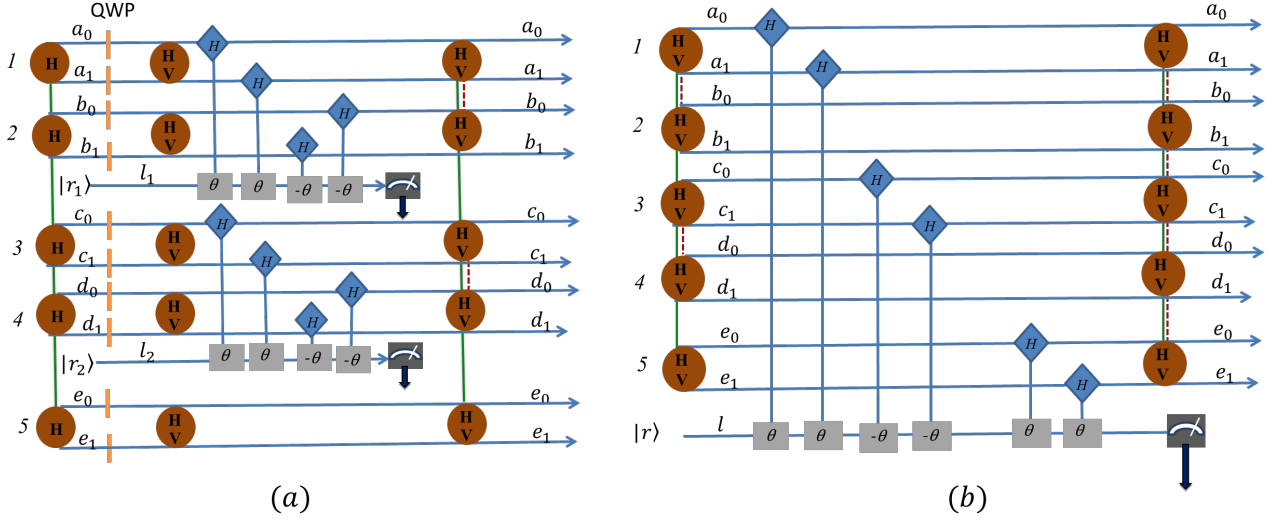


Hình 9: Sơ đồ tạo ra trạng thái  $|\Gamma^{(S)}\rangle_{12345}$  trong công thức (43).

có thể được xử lý riêng biệt vì thao tác với S-DOF không gây ảnh hưởng đến P-DOF và ngược lại. Trước tiên chúng tôi giải quyết việc tạo thành phần S-DOF,  $|\Gamma^{(S)}\rangle_{12345}$ , quá trình này được thể hiện trên Hình 9. Tiếp theo, chúng tôi chuyển sang quá trình tạo trạng thái rối ở P-DOF,  $|\Gamma^{(P)}\rangle_{12345}$ , quá trình này được mô tả trên Hình 10.

### 3.1.2. Viễn tạo hai chiều trạng thái tăng cường có kiểm soát

Ngay khi trạng thái rối tăng cường giữa năm photon (42) được tạo ra, nó có thể được sử dụng như một kênh lượng tử để thực hiện giao thức viễn tạo hai chiều có kiểm soát. Trạng thái rối tăng cường  $|\Gamma\rangle_{12345}$  được phân bố theo cách Alice giữ hai photon 1 và 3, Bob giữa hai photon 2 và 4 trong khi Charlie giữ photon 5. Để đạt được xác suất thành công 100%, Alice, Bob và Charlie nên thống nhất các hoạt động thích hợp của mình như được thể hiện trên Hình 11. Chi tiết giao thức được trình bày trong toàn văn luận án.



Hình 10: Sơ đồ tạo ra trạng thái  $|\Gamma^{(P)}\rangle_{12345}$  trong công thức (44).

## 3.2. Viễn tác toán tử có kiểm soát

### 3.2.1. Viễn tác toán tử có kiểm soát trên photon ở bậc tự do không gian

Giả sử Alice và Bob là hai đối tác chịu sự kiểm soát của Charlie. Alice có một photon  $a$  có dạng

$$|\psi\rangle_a = |\psi^{(S)}\rangle_a |V\rangle_a, \quad (48)$$

$$|\psi^{(S)}\rangle_a = (\alpha |x_0\rangle + \beta |x_1\rangle)_a. \quad (49)$$

Bob được trang bị một toán tử thực hiện một phép biến đổi unita như sau

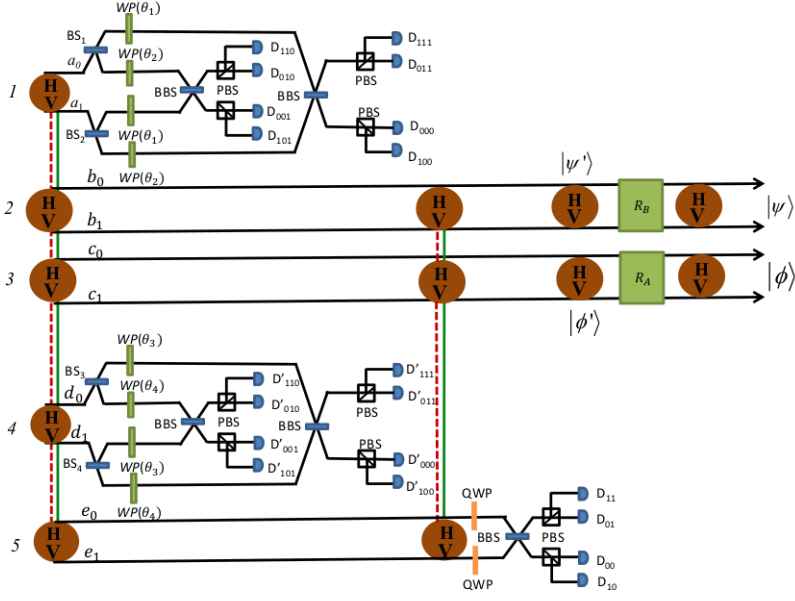
$$U^{(S)} = \begin{pmatrix} u & v \\ -v^* & u^* \end{pmatrix} \quad (50)$$

lên bất kỳ photon ở S-DOF. Nhiệm vụ đầu tiên là thiết kế một giao thức cho Alice và Bob hợp tác dưới sự kiểm soát của Charlie để cuối cùng Alice sẽ giữ một photon ở trạng thái

$$U^{(S)} |\psi\rangle = (U^{(S)} |\psi^{(S)}\rangle) |V\rangle = |\psi'^{(S)}\rangle |V\rangle. \quad (51)$$

Đối với nhiệm vụ đầu tiên của CRIO được đề cập ở trên, chúng tôi sử dụng một trạng thái tăng cường GHZ sau

$$|Q^{(SP)}\rangle_{ABC} = |Q^{(S)}\rangle_{ABC} |Q^{(P)}\rangle_{ABC}, \quad (52)$$



Hình 11: Sơ đồ viễn tạo hai chiều có kiểm soát trạng thái tăng cường.

$$\left|Q^{(S)}\right\rangle_{ABC} = |a_0\rangle_A |b_0\rangle_B |c_0\rangle_C + |a_1\rangle_A |b_1\rangle_B |c_1\rangle_C, \quad (53)$$

$$\left|Q^{(P)}\right\rangle_{ABC} = |H\rangle_A |H\rangle_B |H\rangle_C + |V\rangle_A |V\rangle_B |V\rangle_C. \quad (54)$$

Nhiệm vụ CRIO có thể được thực hiện qua hai giai đoạn như sau. Giai đoạn một ta chỉ xét đến thành phần S-DOF của kênh lượng tử, cụ thể,  $|\Phi^{(S)}\rangle_{aABC}$ . Giai đoạn này được thể hiện trên Hình 12. Giai đoạn hai ta xét đến thành phần P-DOF của kênh lượng tử, cụ thể,  $|\Phi^{(P)}\rangle_{aABC}$ . Giai đoạn này được thể hiện trên Hình 13.

### 3.2.2. Viễn tác toán tử có kiểm soát trên photon ở bậc tự do phân cực

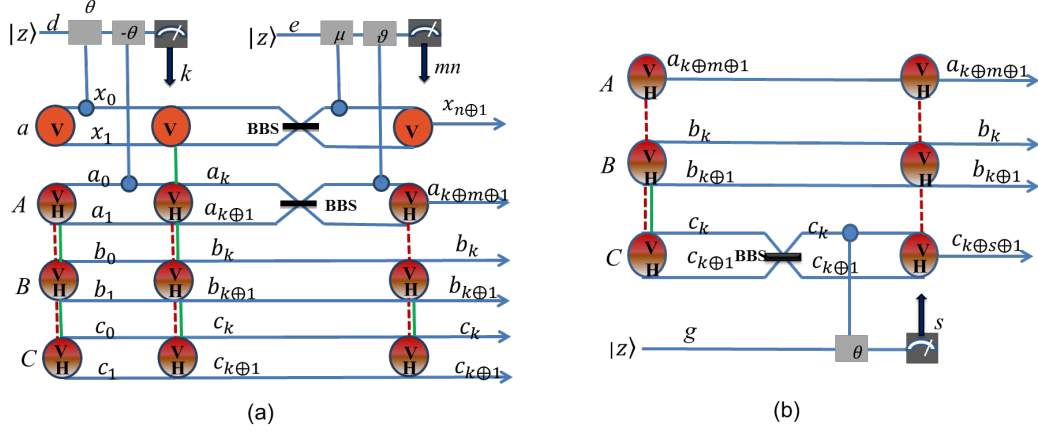
Trong phần này, chúng tôi quan tâm đến việc Alice có một photon  $a$  có dạng

$$|\phi\rangle_a = \left|\psi^{(P)}\right\rangle_a |x\rangle_a, \quad (55)$$

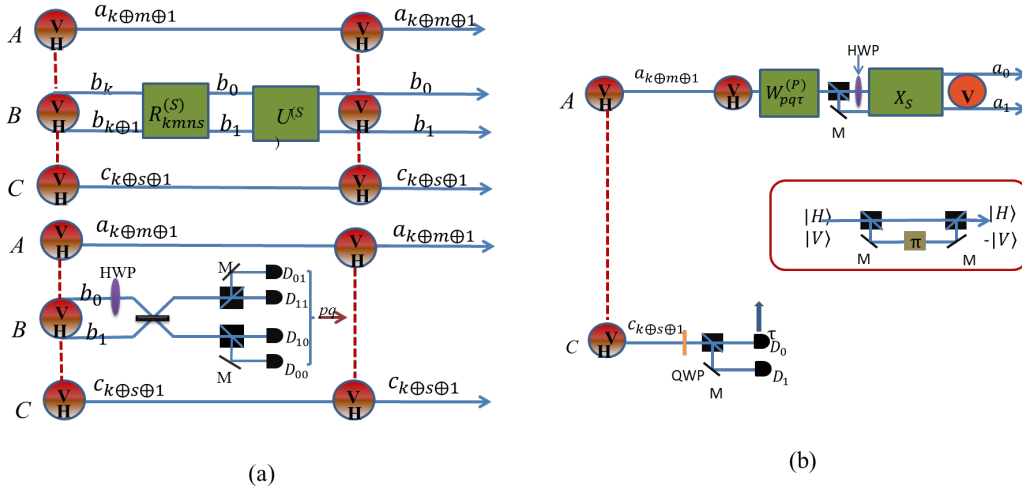
$$\left|\psi^{(P)}\right\rangle_a = (\gamma |H\rangle + \delta |V\rangle)_a, \quad (56)$$

với  $|\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$ . Toán tử của Bob bây giờ có dạng tổng quát

$$U^{(P)} = \begin{pmatrix} \zeta & \eta \\ -\eta^* & \zeta^* \end{pmatrix}, \quad (57)$$



Hình 12: Giai đoạn thứ nhất của quá trình CRIO trên photon ở bậc tự do không gian.



Hình 13: Giai đoạn thứ hai của CRIO trên photon trong S-DOF.

tác động lên  $|\psi^{(P)}\rangle$  như sau

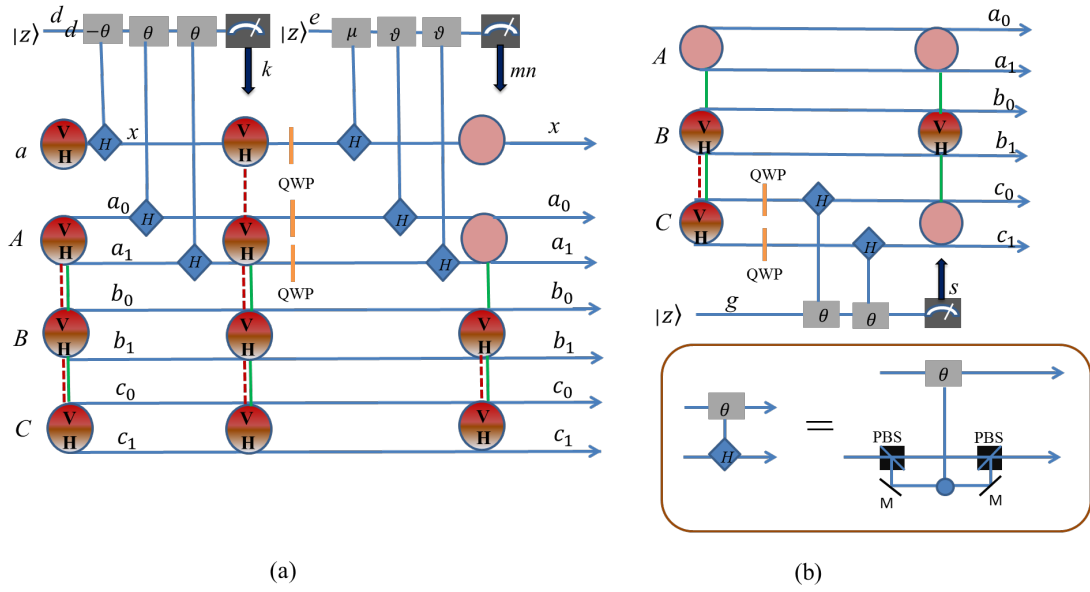
$$U^{(P)} |\psi^{(P)}\rangle = \gamma' |H\rangle + \delta' |V\rangle = |\psi'^{(P)}\rangle, \quad (58)$$

$$\gamma' = \gamma\zeta - \delta\eta^*, \quad \delta' = \gamma\eta + \delta\zeta^*. \quad (59)$$

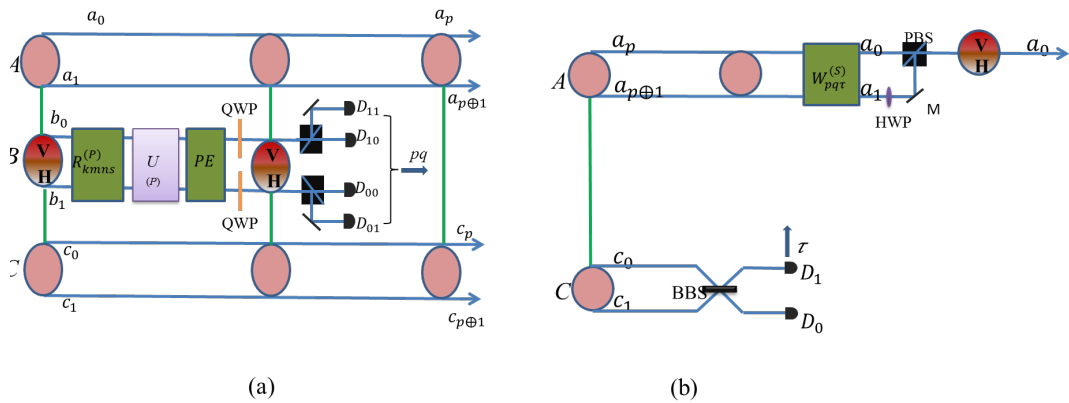
Nhiệm vụ thứ hai mà chúng tôi quan tâm là thiết kế một giao thức cho CRIO ở P-DOF: Alice và Bob, dưới sự kiểm soát của Charlie, nên hợp tác để sau khi hoàn thành giao thức Alice sẽ có trạng thái

$$U^{(P)} |\phi\rangle = |\psi'^{(P)}\rangle |x\rangle. \quad (60)$$

Nhiệm vụ này cũng có thể được thực hiện trong hai giai đoạn bằng cách sử dụng cùng một trạng thái tăng cường GHZ trong công thức (52). Giai đoạn đầu được thao tác chỉ với P-DOF  $|\Phi^{(P)}\rangle_{aABC}$  và được thể hiện trên Hình 14. Giai đoạn 2 được thao tác với thành phần S-DOF và thể hiện trên Hình 15.

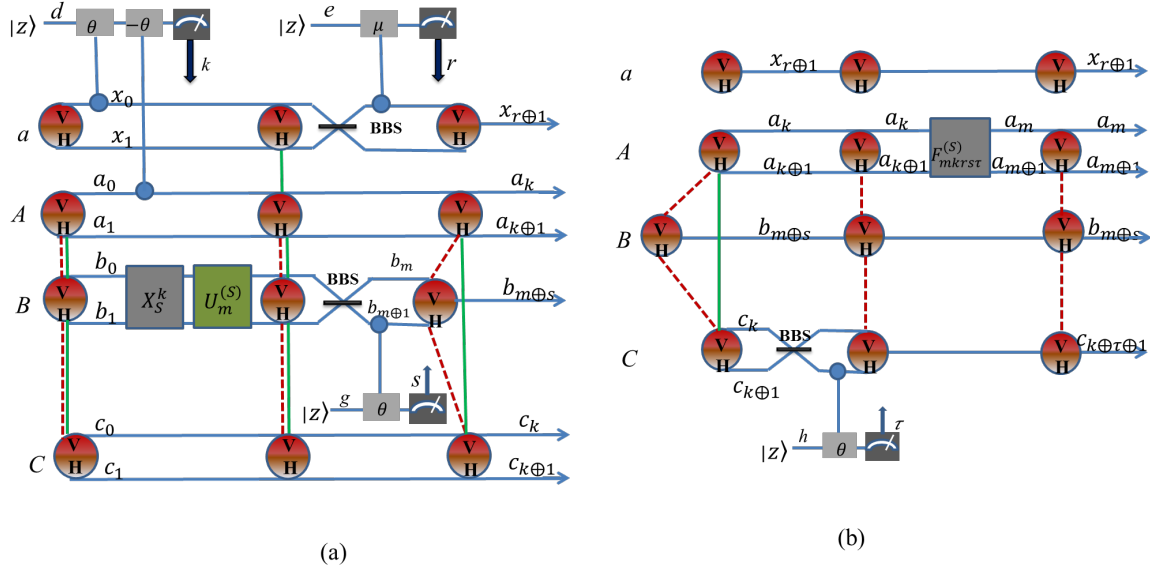


Hình 14: Giai đoạn đầu tiên của CRIO trên photon trong P-DOF.



Hình 15: Giai đoạn 2 của CRIO trên photon trong P-DOF.





Hình 16: Giai đoạn đầu tiên của CRISO trên photon ở cả S-DOF và P-DOF.

### 3.2.3. Viên tác toán tử có kiểm soát trên photon ở cả hai bậc tự do không gian và phân cực

Chúng tôi sẽ đề xuất một giao thức cho CRISO trong đó các toán tử cần viên tác là các toán tử đơn nhất sau đây  $U_m^{(S)} \in \{U_0^{(S)}, U_1^{(S)}\}$  và  $U_n^{(P)} \in \{U_0^{(P)}, U_1^{(P)}\}$  với

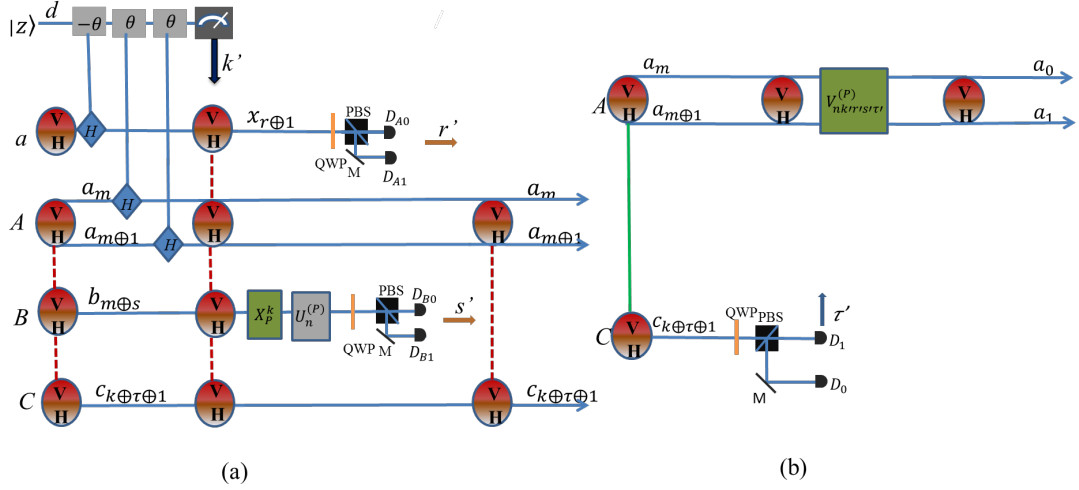
$$U_0^{(S)} = \begin{pmatrix} s_0 & 0 \\ 0 & s_0^* \end{pmatrix}, \quad U_1^{(S)} = \begin{pmatrix} 0 & s_1 \\ -s_1^* & 0 \end{pmatrix}, \quad (61)$$

$$U_0^{(P)} = \begin{pmatrix} p_0 & 0 \\ 0 & p_0^* \end{pmatrix}, \quad U_1^{(P)} = \begin{pmatrix} 0 & p_1 \\ -p_1^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (62)$$

Giao thức CRISO cũng gồm hai giai đoạn. Giai đoạn đầu chỉ xét đến thành phần S-DOF  $|\Phi^{(S)}\rangle_{aABC}$  được thể hiện trên Hình 16. Giai đoạn thứ hai thao tác trên thành phần P-DOF và được thể hiện trên Hình 17.

## KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Trong luận án này chúng tôi nghiên cứu về hai loại rối đó là rối lai và rối tăng cường đồng thời xem xét những ứng dụng của chúng trong xử lý thông tin lượng tử.



Hình 17: Giai đoạn thứ hai của CRISO trên photon ở cả S-DOF và P-DOF.

Thứ nhất: Chúng tôi đã xây dựng thành công trạng thái rối lai hai mode giữa trạng thái kết hợp có xét tính phân cực và trạng thái phân cực của photon đơn có dạng như trong công thức (6). Cụ thể, trong điều kiện lý tưởng, sơ đồ của chúng tôi cho tổng xác suất thành công tăng gấp đôi so với trong [26, 27] và độ tin cậy luôn cực đại. Chúng tôi cũng xét đến điều kiện thực tế trong quá trình thiết kế sơ đồ để đánh giá ảnh hưởng của chúng đến xác suất thành công của kế hoạch và đến độ tin cậy của trạng thái chuẩn bị so với trạng thái ở điều kiện lý tưởng.

Thứ hai: Tạo thành công rối lai bốn mode giữa trạng thái kết hợp và trạng thái qubit đơn tuyến có dạng như trong công thức (29). Sau đó chúng tôi sử dụng trạng thái đã tạo này làm kênh lượng tử để thực hiện viễn chuyển lượng tử có kiểm soát giữa một qubit đơn tuyến và một qubit ở trạng thái kết hợp. Quá trình thực hiện có xét đến ảnh hưởng của môi trường.

Thứ 3: Chúng tôi đã thiết kế một sơ đồ quang học để tạo ra trạng thái rối tăng cường giữa 5 photon với mười qubit. Tiếp theo, kênh rối năm photon này được dùng cho quá trình viễn tạo hai chiều có kiểm soát trạng thái tăng cường. Sơ đồ thiết kế kênh lượng tử cho xác suất thành công là gần tất định và do đó quá trình trao đổi thông tin hai chiều cho xác suất tối đa.

Thứ 4: Chúng tôi đưa ra ba giao thức để thực hiện quá trình viễn tác có kiểm soát toán tử trên photon trong S-DOF, P-DOF và đồng thời trong cả S-DOF và P-DOF.

## DANH MỤC CÔNG TRÌNH SỬ DỤNG TRONG LUẬN ÁN

1. Dat Thanh Le, Cao Thi Bich, Nguyen Ba An, “Feasible and economical scheme to entangle a polarized coherent state and a polarized photon”, *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* **225**, 165820 (2021).
2. Cao Thi Bich and Nguyen Ba An, “Teleporting DV qubit to CV qubit and vice versa via DV-CV hybrid entanglement across lossy environment supervised simultaneously by both DV and CV controllers”, *Pramana – J. Phys.* **96**, 33 (2022).
3. Nguyen Ba An and Bich Thi Cao , “Controlled remote implementation of operators via hyperentanglemen”, *J. Phys. A: Math. Theor.* **55**, 225307 (2022).
4. Cao Thi Bich and Nguyen Ba An, “Bidirectional remote hyperstate preparation under common quantum control using hyperentanglement”, *Journal of the Optical Society of America B* **1**, 11 (2023).

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] E. Schrödinger, Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, *Naturwissenschaften*, 1935, **23**, 807.
- [2] O. Morin, K. Huang, J. Liu, H. L. Jeannic, C. Fabre and J. Laurat, “Remote creation of hybrid entanglement between particle-like and wave-like optical qubits”, *Nature Photonics*, 2014, **8**, 570.
- [3] P. G. Kwiat, “Hyper-entangled states”, *J. Mod. Opt.* 1997, **44**, 2173.
- [4] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres and W. K. Wootters, “Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein–Podolsky–Rosen channels”, *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**, 1895.
- [5] C. H. Bennett, G. Brassard, Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing, in Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing, Bangalore, India (IEEE, New York, 1984), 175.

- [6] N. B. An, “Quantum dialogue”, *Phys. Lett. A*, 2004, **328**, 6.
- [7] C. Gerry and P. Knight, *Introductory quantum optics*, Cambridge University Press, New York (2005).
- [8] K. Nemoto and W. J. Munro, “Nearly deterministic linear optical controlled-NOT gate”, *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**, 250502.
- [9] W. J. Munro, K. Nemoto and T. P. Spiller, “Weak nonlinearities: a new route to optical quantum computation”, *New J. Phys.*, 2005, **7**, 137.
- [10] N. B. An, K. Kim and J. Kim, “Generation of cluster-type entangled coherent states using weak nonlinearities and intense laser beams”, *Quant. Inf. Comput.*, 2011, **11**, 0124.
- [11] M. X. Luo, H. R. Li and H. Lai, “Quantum computation based on photonic systems with two degrees of freedom assisted by the weak cross-Kerr nonlinearity”, *Scientific Reports*, 2016, **6**, 29939.
- [12] X. H. Li and S. Ghose, “Self-assisted complete maximally hyperentangled state analysis via the cross-Kerr nonlinearity”, *Phys. Rev. A*, 2017, **93**, 022302.
- [13] P. Zhou and L. Lv, “Hyper-parallel nonlocal CNOT operation with hyperentanglement assisted by cross-Kerr nonlinearity”, *Sci. Rep.*, 2019, **9**, 15939.
- [14] Z. Zeng and K. D. Zhu, “Complete hyperentangled state analysis using weak cross-Kerr nonlinearity and auxiliary entanglement”, *New Journal of Physics*, 2020, **22**, 083051.
- [15] W. J. Munro, K. Nemoto, *et al.*, “A near deterministic linear optical CNOT gate”, [quant-ph/0408117](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0408117).
- [16] S. D. Barrett, P. Kok, K. Nemoto, R. G. Beausoleil, W. J. Munro, T. P. Spiller, “A symmetry analyser for non-destructive Bell state detection using EIT”, [arXiv:quant-ph/0408117](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0408117).
- [17] D. T. Smithey *et al.*, “Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography: Application to squeezed states and the vacuum”, *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**, 1244.
- [18] G. Breitenbach, S. Schiller, and J. Mlynek, “Measurement of the quantum states of squeezed light”, *Nature*, 1997, **387**, 471.
- [19] M. Vasilyev *et al.*, “Tomographic measurement of joint photon statistics of the twin-beam quantum state”, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**, 2354.
- [20] M. H. M. Wiseman and R. B. Killip, “Adaptive single-shot phase

- measurements: A semiclassical approach”, *Phys. Rev. A*, 1997, **56**, 944.
- [21] H. M. Wiseman and R. B. Killip, “Adaptive single-shot phase measurements: The full quantum theory”, *Phys. Rev. A*, 1998, **57**, 2169.
- [22] T. C. Ralph, A. P. Lund and H. M. Wiseman, “Adaptive phase measurements in linear optical quantum computation”, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 2005, **7**, S245–S249.
- [23] A. J. F. Hayes, A. Gilchrist, C. R. Myers and T. C. Ralph, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 2004, **6**, 533.
- [24] H. M. Wiseman, “Adaptive Phase Measurements of Optical Modes: Going Beyond the Marginal Distribution”, *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**, 4587.
- [25] E. Lombardi, F. Sciarrino, S. Popescu and F. De Martini, “Teleportation of a vacuum–one-photon qubit”, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**, 070402.
- [26] H. Kwon, H. Jeong, “Generation of hybrid entanglement between a singlephoton polarization qubit and a coherent state”, *Phys. Rev. A*, 2015, **91**, 012340.
- [27] S. Li, H. Yan, Y. He, H. Wang, “Experimentally feasible generation protocol for polarized hybrid entanglement”, *Phys. Rev. A*, 2018, **98**, 022334.
- [28] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (Wiley, New York, 1997).