

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



NGUYỄN TUẤN DUY

ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC TRƯỜNG VÔ HƯỚNG
LÊN DÒNG TRUNG HÒA THAY ĐỔI VỊ
TRONG MÔ HÌNH S331 VÀ 3-3-1-1

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

HÀ NỘI - 2023

BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

Nguyễn Tuấn Duy

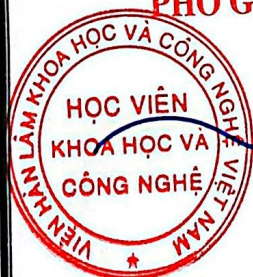
**ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC TRƯỜNG VÔ HƯỚNG
LÊN DÒNG TRUNG HOÀ THAY ĐỔI VỊ
TRONG MÔ HÌNH S331 VÀ 3-3-1-1**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

Mã số: 9.44.01.03


Xác nhận của Học viện
Khoa học và Công nghệ

**KT. GIÁM ĐỐC
PHÓ GIÁM ĐỐC**



Nguyễn Thị Trung

Người hướng dẫn 1
(Ký, ghi rõ họ tên)


Phạm Văn Đông

Người hướng dẫn 2
(Ký, ghi rõ họ tên)

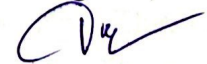

Đỗ Thị Hương

Hà nội, 2023

LỜI CAM ĐOAN

Luận án này được tôi hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS.TS. Phùng Văn Đồng và PGS.TS. Đỗ Thị Hương. Tôi xin cam đoan những kết quả trình bày trong luận án là do bản thân tôi đã thực hiện trong thời gian làm nghiên cứu sinh. Cụ thể, chương 1 là phần tổng quan giới thiệu những vấn đề cơ sở có liên quan đến luận án. Trong chương 2, tôi sử dụng các kết quả nghiên cứu mà tôi đã thực hiện cùng với cô hướng dẫn là PGS.TS. Đỗ Thị Hương. Trong chương 3, tôi sử dụng các kết quả nghiên cứu mà tôi đã thực hiện cùng với cô hướng dẫn là PGS.TS. Đỗ Thị Hương và GS. Takeo Inami. Cuối cùng, tôi xin khẳng định các kết quả có trong luận án "Ảnh hưởng của các trường vô hướng lên dòng trung hòa thay đổi vị trong mô hình S331 và 3-3-1-1" là kết quả mới, không trùng lặp với kết quả của các luận án và công trình đã có.

Tác giả luận án



Nguyễn Tuấn Duy


LỜI CẢM ƠN

Trước tiên, tôi muốn bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến hai thầy cô hướng dẫn của tôi là GS.TS. Phùng Văn Đồng và PSG.TS. Đỗ Thị Hương. Thầy cô là những người đã chỉ bảo tôi nhiều điều về vật lý, về sự nghiêm khắc, nghiêm túc trong chuyên môn, tuy nhiên trong đời sống lại rất gần gũi, luôn cố gắng giúp đỡ học trò cả về tinh thần lẫn vật chất. Tôi cũng muốn bày tỏ niềm cảm kích tới PGS.TS. Đỗ Thị Hương, là người đã dìu dắt chỉ bảo tôi những ngày đầu tiên chập chững bước chân vào lĩnh vực vật lý năng lượng cao. Tôi tự hào vì được làm học trò của cô. Kính chúc cô luôn mạnh khỏe và hạnh phúc.

Tôi xin cảm ơn các thành viên của Trung tâm Vật lý lý thuyết - Viện Vật lý - Viện Hàn Lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam nơi tôi trực tiếp làm việc, đã tạo nhiều điều kiện thuận lợi giúp đỡ tôi trong thời gian làm nghiên cứu sinh. Bên cạnh đó, tôi cũng muốn cảm ơn tới các anh (chị) nghiên cứu sinh Nguyễn Thị Nhuận, Lê Đức Thiện, Vũ Hòa Bình, Phạm Ngọc Thư, Lê Xuân Thùy đã có những chia sẻ hữu ích cho tôi về kiến thức cũng như cuộc sống. Tôi cũng dành sự cảm ơn chân thành tới GS. Takeo Inami với những kỉ niệm đẹp trong quãng thời gian bác đến Việt Nam cũng như tại lớp học Winter school Kavil 2020 tại Tohoku, Nhật Bản.

Tôi xin cảm ơn các đồng chí lãnh đạo và các cán bộ khoa Vật lý - Học viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã tạo điều kiện và giúp đỡ tôi hoàn thành các thủ tục hành chính trong quá trình học tập, nghiên cứu, và bảo vệ luận án.

Cuối cùng, tôi xin dành sự biết ơn tới gia đình mình vì tình yêu và sự ủng hộ vô điều kiện về mọi mặt, giúp tôi chuyên tâm nghiên cứu và hoàn thành luận án này.


Nguyễn Tuấn Duy

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ KÝ VIẾT TẮT	v
DANH MỤC BẢNG	vii
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ	x
MỞ ĐẦU	1
Chương 1. TỔNG QUAN	10
1.1. Mô hình chuẩn	10
1.2. Một số ràng buộc thực nghiệm và dị thường vật lý vị hiện nay	23
1.2.1. Các kênh rã cLFV và LFVHD	23
1.2.2. Moment từ dị thường muon	25
1.2.3. Kênh rã FCNC của top quark $t \rightarrow qh$ ($q = u, c$)	26
1.2.4. Dị thường trong một số kênh rã bán lepton của meson B	27
1.3. Một số mô hình BSM	28
1.3.1. Mô hình đối xứng trái-phải tối thiểu	28
1.3.2. Các mô hình 3-3-1	29
1.3.3. Các mô hình 3-3-1-1	35
1.4. Kết luận chương 1	37
Chương 2. NGHIÊN CỨU NHỮNG TƯƠNG TÁC FCNC DỊ THƯỜNG CỦA BOSON HIGGS TRONG MÔ HÌNH S331	39
2.1. Tóm tắt mô hình S331	39
2.2. Tương tác LFV của Higgs	41
2.2.1. $h \rightarrow \mu\tau$	41
2.2.2. $\tau \rightarrow \mu\gamma$	43
2.2.3. $(g - 2)_\mu$	48

2.3.	Tương tác QFV của Higgs	50
2.3.1.	Trộn meson ở bậc cây	50
2.3.2.	$h \rightarrow q_i q_j$	52
2.3.3.	$t \rightarrow qh$ ($q = u, c$)	53
2.4.	Kết luận chương 2	54
Chương 3. MỘT SỐ RÀNG BUỘC VẬT LÝ NHẬN ĐƯỢC TỪ		
FCNC TRONG MÔ HÌNH 3-3-1-1		56
3.1.	Tóm tắt mô hình 3-3-1-1	56
3.1.1.	Đối xứng và phổ hạt	56
3.1.2.	Phần vô hướng	58
3.1.3.	Khối lượng các fermion	59
3.1.4.	Các boson chuẩn	60
3.2.	Một số quá trình hiếm truyền bởi boson chuẩn mới và vô hướng mới ở bậc cây	61
3.2.1.	Trộn meson ở bậc cây	61
3.2.2.	$B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$	67
3.3.	Các kênh rã bổ đính	71
3.3.1.	$b \rightarrow s\gamma$	71
3.3.2.	$\mu \rightarrow e\gamma$	77
3.4.	Kết luận chương 3	83
KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ		85
NHỮNG ĐÓNG GÓP CỦA LUẬN ÁN		88
DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN		
LUẬN ÁN		90
DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO		91

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ KÝ VIẾT TẮT

Viết tắt	Tên
SM	Standard Model (Mô hình chuẩn)
BSM	Beyond the Standard Model (Mô hình chuẩn mở rộng)
QCD	Quantum Chromodynamics (Sắc động lực học lượng tử)
SSB	Spontaneous Symmetry Breaking (Phá vỡ đối xứng tự phát)
VEV	Vacuum Expectation Value (Giá trị trung bình chân không)
MLRSM	Minimal Left-Right Symmetry Model (Mô hình đối xứng trái-phải tối thiểu)
ν 331	3-3-1 model with right-handed neutrinos (Mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải)
E331	Economical 3-3-1 model (Mô hình 3-3-1 tiết kiệm)
M331	Minimal 3-3-1 model (Mô hình 3-3-1 tối thiểu)
RM331	Reduced Minimal 3-3-1 model (Mô hình 3-3-1 rút gọn tối thiểu)
S331	Simple 3-3-1 model (Mô hình 3-3-1 đơn giản)
LHC	Large Hadron Collider (Máy gia tốc hạt lớn)
ILC	International Linear Collider (Máy gia tốc tuyến tính quốc tế)
CKM	Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
SMLHB	Standard Model-like Higgs Boson (Boson Higgs tựa mô hình chuẩn)
FCNC	Flavor Changing Neutral Current (Dòng trung hòa thay đổi vị)
LFV	Lepton Flavor Violating (Sự vi phạm số vị lepton)
QFV	Quark Flavor Violating (Sự vi phạm số vị quark)
LFU	Lepton Flavor Universality (Tính phổ quát của số vị lepton)

LFUV	Lepton Flavor Universality Violation (Sự vi phạm tính phổ quát của vị lepton)
cLFV	Charged Lepton Flavor Violating (Sự vi phạm số vị lepton trong phần lepton mang điện)
LFVHD	Lepton Flavor Violating Decay of the Standard Model-like Higgs Boson (Sự rã vi phạm số vị lepton của boson Higgs tựa mô hình chuẩn)
QFVHD	Quark Flavor Violating Decay of the Standard Model -like Higgs Boson (Sự rã vi phạm số vị quark của boson Higgs tựa mô hình chuẩn)

DANH MỤC BẢNG

1.1	Giới hạn trên đối với các kênh rã $cLFV$ và $LFVHD$ hiện nay với độ tin cậy ở mức 90%	22
1.2	Bảng so sánh ưu điểm và hạn chế của một số phiên bản mô hình 3-3-1	30
2.1	Giới hạn trên đối với các kênh rã vi phạm số vị của $SMLHB$ thành các quark nhẹ với độ tin cậy 95% từ các thực nghiệm meson.	53

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

1	Hình ảnh minh họa sự khám phá cấu tạo vật chất, xuất phát từ thang nguyên tử đến thang nhỏ nhất hiện nay loài người phát hiện được là quark và electron. Hình vẽ được lấy từ nguồn http://portal.discoverthecosmos.eu/fr/node/93607	21
1.1	Một số dị thường hiện nay về vật lý vi mà đang có sự chênh lệch giữa giá trị thực nghiệm (màu xanh) và tiên đoán lý thuyết (màu vàng). Hình vẽ được trích dẫn từ https://www.nikhef.nl/\protect\unskip\penalty\@M\ignorespaceskoppenb/anomalies.html	21
1.2	Các giản đồ Feynman bậc vòng đóng góp vào a_μ^{SM} [41].	25
2.1	Tỉ số rẽ $\text{Br}(h \rightarrow \mu\tau)$ như là hàm của hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$ với các thang năng lượng Λ khác nhau. Đồ thị bên trái và phải được khảo sát bởi cố định $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2\frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$, dựa theo Cheng-Sher [157] và $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, một cách tương ứng.	43
2.2	Giản đồ một vòng gây nên bởi boson Higgs cho đóng góp vào kênh rẽ cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$	45
2.3	Giản đồ Barr-Zee hai vòng cho đóng góp vào kênh rẽ cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$	46
2.4	Sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ vào thang vật lý mới Λ trong các đóng góp một vòng, một vòng với boson Higgs trung hoà mới H , hai vòng và đóng góp toàn phần, một cách tương ứng. Đường màu xanh lá cây là giới hạn trên thực nghiệm $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)_{\text{Exp}} < 4.4 \times 10^{-8}$. Chúng tôi cố định $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2\frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$ and $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, tương ứng cho hình bên trái và phải. Hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} = 1$ áp dụng cho cả hai hình.	47

2.5	Sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ vào thang Vật lý mới Λ trong các đóng góp một vòng, một vòng với boson Higgs trung hoà mới H , hai vòng và đóng góp toàn phần, một cách tương ứng. Đường kẻ màu xanh là giới hạn trên thực nghiệm $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)_{\text{Exp}} < 4.4 \times 10^{-8}$. Chúng tôi lựa chọn $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2 \frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$ theo đề xuất của Cheng-She [157] và $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, tương ứng với hình vẽ bên trái và phải. Hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} = 5$ áp dụng cho cả hai hình.	48
2.6	Đóng góp của tương tác LFV của Higgs vào Δa_μ^{M331} như là hàm của tham số thế Higgs λ_2 với các hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$ khác nhau và đồng thời cố định $\Lambda = 2000$ GeV.	49
2.7	Tỉ lệ rẽ nhánh của top quark thành hc	54
3.1	Ràng buộc cho w và u từ các chênh lệch khối lượng meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}$ và Δm_{B_d} . Miền khả dĩ cho Δm_K là toàn bộ mặt phẳng, trong khi miền màu da cam và xanh là cho Δm_{B_s} và Δm_{B_d}	65
3.2	Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc các tỉ số $\Delta m_{K, B_s, B_d}^{H_1, A} / \Delta m_{K, B_s, B_d}^{Z_2, Z_N}$ vào thang Vật lý mới w	67
3.3	Bảng bên trái vẽ $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$: đường cong màu đỏ thể hiện giá trị tiên đoán của mô hình 3-3-1-1, đường màu xám thể hiện giá trị trung tâm của tiên đoán SM. Các đường màu xanh nước biển và xanh lá là các giới hạn trên và dưới của thực nghiệm. Bảng bên phải dự đoán đóng góp Vật lý mới vào các hệ số Wilson. Cả hai bảng có được khi lựa chọn các tham số như sau: $\Lambda = 1000w, f = -w, u = 200$ GeV. Các tham số khác được lựa chọn như trong phần 3.2	70
3.4	Sự phụ thuộc của $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ vào thang Vật lý mới w trong giới hạn, $u, v \ll -f \frac{u^2+v^2}{uv} \sim w \sim \Lambda$. Đường màu đen đậm thể hiện ràng buộc thực nghiệm hiện tại $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.32 \pm 0.15) \times 10^{-4}$ [183]	75
3.5	Sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ vào thang Vật lý mới w trong giới hạn $u, v \ll -f \sim w \sim \Lambda$. Đường màu đen biểu diễn ràng buộc thực nghiệm hiện tại $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.32 \pm 0.15) \times 10^{-4}$ [183]	77

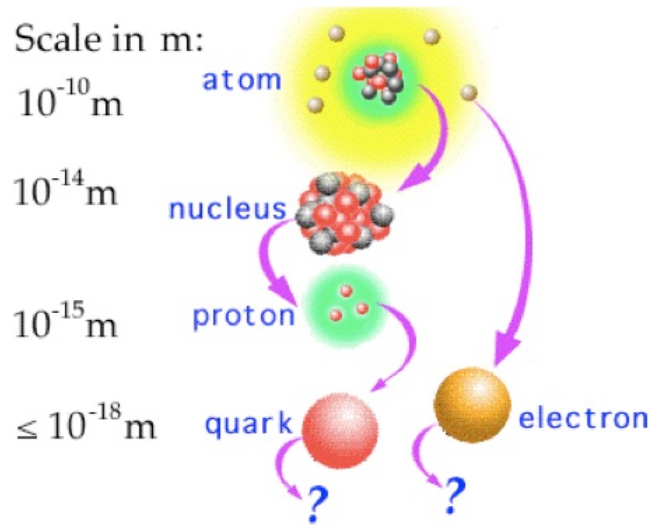
3.6	Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$	
	vào thang Vật lý mới w cho từng loại đóng góp khác nhau.	
	Đường đậm màu đen thể hiện giới hạn trên thực nghiệm [41].	
	Ở đây $u = 10$ GeV.	82
3.7	Đồ thị thể hiện sự so sánh của sự phụ thuộc tỉ lệ rẽ nhánh	
	$\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)_{\text{total}}$ vào thang Vật lý mới w khi $u = 5$ GeV, $u = 10$	
	GeV và $u = 20$ GeV, một cách tương ứng. Đường đậm màu đen	
	là giới hạn trên của thực nghiệm [41].	83

MỞ ĐẦU

Lý do chọn đề tài

Những câu hỏi về thế giới được cấu tạo từ đâu, điều gì khiến thế giới tồn tại đã xuất hiện ngay từ buổi bình minh của những nền văn minh nhân loại đầu tiên. Ý tưởng cho rằng mọi vật chất đều được cấu tạo bởi những khối vật liệu sơ cấp hay hạt cơ bản đã tồn tại ít nhất từ thế kỉ thứ 6 trước Công nguyên, trong đó sớm nhất là bởi những người Jaian ở Ấn Độ cổ đại. Ở các nền văn minh phương tây, các nhà triết học Hy Lạp cổ đại như Democritus, Leucippus cũng nghiên cứu những học thuyết triết học về thuyết nguyên tử và bản chất các hạt cơ bản. Tuy nhiên những quan điểm này còn mang nặng tính lý luận triết học, trừu tượng hơn là quan sát thực nghiệm. Những ý tưởng như vậy dần dạt được sự tin cậy về mặt khoa học khi sự nhận thức của con người sâu sắc dần theo thời gian. Từ thế kỉ 19, những khám phá quan trọng trong lý thuyết lẫn thực nghiệm về cấu tạo thế giới vi mô bắt đầu xuất hiện. Công trình của Dalton năm 1808 cho rằng các nguyên tố hoá học được cấu tạo từ một hạt duy nhất. Thời điểm đó, mọi người tin rằng đó là hạt cơ bản và được đặt tên chúng là nguyên tử, theo tiếng Hy Lạp, với nghĩa là không thể phân chia hoặc không thể cắt. Tuy nhiên, nguyên tử của Dalton trên thực tế không phải là các hạt cơ bản mà là tập hợp của những hạt thậm chí còn nhỏ hơn. Cuối thế kỉ 19, sau khi electron được phát hiện trong các công trình của William Crookes, Arthur Schuster, J.J. Thompson [1] và các nhà vật lý khác, việc các nguyên tử có cấu trúc đã được chứng minh bởi thí nghiệm tán xạ hạt α trên vật chất [2]. Trong nguyên tử có hạt nhân nặng mang điện tích dương bao quanh bởi đám mây electron mang điện tích âm. Nhưng những phát hiện proton của Ernest Rutherford vào năm 1919 [3] và neutron của James Chadwick vào năm 1932 [4] cho thấy hạt nhân còn có cấu trúc bên

trong. Mặc dù vậy, proton và neutron thực tế vẫn chưa phải là hạt cơ bản, mà chúng còn được cấu tạo bởi các hạt nhỏ hơn, gọi là hạt quark [5–8]. Nhiều nỗ lực đã được thực hiện nhằm tìm hiểu cấu trúc sâu hơn nữa của quark và electron nhưng đến hiện tại chưa thu được kết quả nào. Ngày nay với sự hiểu biết và giới hạn công nghệ mà loài người có được thì quark và electron được coi như là những hạt cơ bản.



Hình 1: Hình ảnh minh họa sự khám phá cấu tạo vật chất, xuất phát từ thang nguyên tử đến thang nhỏ nhất hiện nay loài người phát hiện được là quark và electron. Hình vẽ được lấy từ nguồn <http://portal.discoverthecosmos.eu/fr/node/93607>

Những tương tác chi phối các hạt cơ bản là tương tác điện từ, tương tác yếu và tương tác mạnh. Lý thuyết chính thống hiện nay dùng để mô tả ba tương tác này được gọi là Mô hình chuẩn (SM) [9–13]. Nhiều tiên đoán trong SM mà sau này được thực nghiệm kiểm chứng với độ chính xác khá cao như sự tồn tại và các tính chất của các quark c , t , b , thế hệ lepton thứ ba τ^- , ν_τ , các boson chuẩn truyền tương tác yếu W^\pm , Z , và sự kiện phát hiện hạt boson Higgs tại LHC vào năm 2012 [14,15], được coi là mảnh ghép cuối cùng của SM. Tuy nhiên, còn nhiều vấn đề lý thuyết và thực nghiệm mà SM không thể trả lời hay giải thích được, ví dụ như: số thế hệ fermion, khối lượng vô cùng nhỏ của neutrino [17–23], vấn đề vật chất tối, năng lượng tối [41], vi

¹Năm 2022, kết quả đo khối lượng boson W bởi nhóm thí nghiệm CDF tại FermiLab chênh lệch với dự đoán của SM vào khoảng 7σ [16]. Tuy nhiên kết quả này cần được kiểm chứng bởi các thí nghiệm khác như là ATLAS tại CERN.

phạm CP trong tương tác mạnh (Strong CP) [26], bất đối xứng vật chất-phản vật chất [25], vấn đề phân bậc rất lớn giữa hai thang năng lượng điện yếu và Planck (hierarchy problem), chưa miêu tả được tương tác hấp dẫn. Điều này gợi ý rằng SM mới chỉ ở dạng lý thuyết hiệu dụng của một lý thuyết phổ quát ở mức năng lượng cao hơn. Điều này đã thúc đẩy các nhà vật lý hạt cơ bản xây dựng các mô hình chuẩn mở rộng (BSM) mà trong đó các hạt hay tương tác mới thường được đề xuất tại thang năng lượng ở thang TeV [2]. Những tín hiệu của các mô hình BSM này được tìm kiếm tại máy gia tốc trực tiếp dưới dạng là các cộng hưởng mới, hoặc gián tiếp dưới dạng là những sai lệch so với tiên đoán SM trong một số quan sát (observables). Những quan sát nhận được nhiều quan tâm nhất ở các năm gần đây là quá trình thay đổi số vị, do những tiến bộ trong cả phương pháp tính toán phi nhiễu loạn (nonperturbative) và phân tích số liệu đã bắt đầu cho thấy một số chênh lệch giữa tiên đoán SM và thực nghiệm. Những độ lệch này nằm trong khoảng $2 - 4\sigma$, được gọi là những dị thường vật lý vị (flavor anomalies). Có những giả thiết cho rằng những dị thường này xuất hiện là do sự hiểu biết của chúng ta về hiệu ứng phi nhiễu loạn chưa hoàn chỉnh, nhưng nhìn chung chúng ẩn ý mạnh về nguồn gốc của Vật lý mới, do có độ lệch lớn và rất khó giải thích trong nội tại SM.

Một trong những dị thường hiện nay được quan tâm là các quá trình dịch chuyển quark $b \rightarrow sl^+l^-$ ($l = e, \mu$) thực hiện bởi dòng trung hòa thay đổi vị (FCNC) trong các kênh rã bán lepton của meson B , do nó bị chặn ở bậc cây mà chỉ có thể xuất hiện ở các bậc bổ đỉnh như các giản đồ vòng hoặc giản đồ hộp trong SM theo cơ chế GIM, và vì vậy có tỉ lệ rã nhánh cực kỳ bé $\mathcal{O}(10^{-6} - 10^{-7})$. Điều này dẫn đến những kênh rã FCNC $b \rightarrow sl^+l^-$ này là rất nhạy với Vật lý mới, bởi vì bất kỳ một đóng góp mới nào ở bậc cây sẽ dẫn đến sự chênh lệch đáng kể so với tiên đoán của SM. Ví dụ, các kết quả thực nghiệm cho tỉ lệ rã nhánh của $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$, $B_s \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$, $B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-$, cũng như các hệ số góc trong kênh rã $B^0 \rightarrow K^{*0}(\rightarrow K\pi)\mu^+\mu^-$ thấp hơn tiên đoán của SM [179,180] [169-172,176,177]. Bên cạnh đó, tỉ số giữa hai tỉ lệ rã nhánh $R_K = \text{Br}(B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-)/\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+e^+e^-)$, $R_{K^*} = \text{Br}(B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-)/\text{Br}(B^0 \rightarrow K^{0*}e^+e^-)$ cho thấy bằng chứng về sự vi phạm tính phổ quát của vị lepton (LFUV) [29-33]. Theo tính phổ quát của

²Để giải thích khối lượng rất nhỏ neutrino thì hiện nay cơ chế tốt nhất là seasaw. Những cơ chế này đều cần hạt mới có khối lượng ít nhất là ở thang TeV. Ngoài ra để giải thích vấn đề phân bậc cũng cần đóng góp Vật lý mới ở thang TeV (trong mô hình siêu đối xứng).

vị lepton (LFU) trong SM, tỉ số này là $R_{K^{(*)}}^{\text{SM}} \simeq 1.00 \pm 0.01$ [27,28] trong đó sai số rất nhỏ chủ yếu gây nên bởi bổ đính QED (QED corrections) vào cỡ 1%. Tuy nhiên các kết quả thực nghiệm lại cho thấy các tỉ số này nhỏ hơn so với tính toán của SM. Cụ thể với R_{K^*} , LHCb đo trong hai miền bình phương khối lượng bất biến di-lepton $q^2 \in [0.045, 1.1] \text{ GeV}^2$ và $q^2 \in [1.1, 6.0] \text{ GeV}^2$ [29], thấp hơn dự đoán SM tương ứng 2.5σ và 2.4σ . Với R_K , kết quả mới được cập nhật gần đây nhất bởi LHCb trong miền $q^2 \in [1.1, 6.0] \text{ GeV}^2$, cho thấy chênh lệch với tiên đoán SM là 3.1σ [31], lớn hơn so với kết quả thực nghiệm trước đây [32,33].

Bên cạnh đó, một tín hiệu dị thường mạnh nữa là moment từ dị thường của muon a_μ . Trong SM, các tính toán mới nhất cho đóng góp của bổ đính QCD (tính số bởi lattice QCD), bổ đính bởi tương tác yếu (được tính đến bậc 2 vòng), và bổ đính QED (đã tính đến bậc 5 vòng) vào a_μ cho kết quả $a_\mu^{\text{SM}} = 116\,591\,810(43) \times 10^{-11}$ [35]. Giá trị trung bình thực nghiệm mới nhất hiện nay do bởi thí nghiệm Muon $g - 2$ tại FermiLab [34] cho a_μ là $a_\mu^{\text{Exp}} = 116\,592\,061(41) \times 10^{-11}$, lớn hơn so với tiên đoán SM : $\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{Exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 251(59) \times 10^{-11}$ vào khoảng 4.2σ .

Bằng chứng về neutrino có khối lượng rất nhỏ và có sự trộn lẫn giữa các thế hệ đã được nhiều thí nghiệm khẳng định rõ ràng [17-23]. Điều này gợi ý cho thực nghiệm đi tìm kiếm tín hiệu về sự vi phạm số vị lepton trong phần lepton mang điện (cLFV), đó là các kênh rã $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$, $\tau \rightarrow \mu\gamma$. Trong SM, các kênh rã cLFV bị cấm xuất hiện do neutrino có khối lượng bằng không, hoặc kể cả khi đưa thêm neutrino phân cực phải vào SM thì tỉ lệ rã nhánh cũng vô cùng bé do cơ chế GIM: ví dụ $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) < 10^{-54}$ [36]. Thực tế hiện nay các tìm kiếm thực nghiệm cho các quá trình cLFV chưa đem lại kết quả, mà chỉ cho những ràng buộc là giới hạn trên của tỉ lệ rã nhánh, ví dụ như $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) < 4.2 \times 10^{-13}$ (MEG) [37], $\text{Br}(\tau \rightarrow e\gamma) < 3.3 \times 10^{-8}$, $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ (BaBar) [38], $\text{Br}(\mu \rightarrow 3e) < 1.0 \times 10^{-12}$ (SINDRUM) [39] với độ tin cậy đạt 90%. Các kênh rã vi phạm số vị lepton của boson Higgs tựa boson Higgs của SM (LFVHD), $h \rightarrow l_i l_j$ ($i \neq j$) cũng bị chặn trong SM nhưng kết quả thực nghiệm tại ATLAS, CMS cho thấy tỉ lệ rã nhánh của những kênh này có thể là khá lớn. Cụ thể $\text{Br}(h \rightarrow \mu\tau) < 2.5 \times 10^{-3}$, $\text{Br}(h \rightarrow e\tau) < 4.7 \times 10^{-3}$ và $\text{Br}(h \rightarrow e\mu) < 6.1 \times 10^{-5}$ với độ tin cậy đạt 90% [41]. Mặc dù đây mới chỉ là những ràng buộc thực nghiệm, tuy nhiên nó gợi ý rằng đây là những kênh rất tốt cho phép đưa ra những ràng buộc chặt

chẽ cho không gian tham số của mô hình Vật lý mới.

Hiện nay có ba hướng chính để xây dựng mô hình BSM, được dựa theo ba cấu thành cơ bản của SM. Một là mở rộng nhóm đối xứng không thời gian như mô hình siêu đối xứng (SUSY) [45], hoặc thêm các chiều không gian phụ trội (extra dimensions) bên cạnh 4 chiều không thời gian thông thường: mô hình không gian phụ lớn (Large Extra Dimensions) [42], mô hình Randall-Sundrum [43], mô hình không gian phụ phổ quát (Universal Extra Dimensions) [44]. Hai là mở rộng phổ hạt bằng cách đưa các hạt mới như leptoquark, hoặc Higgs mới như mô hình với hai lưỡng tuyến Higgs (Two Higgs Doublet Model-2HDM) [46], mô hình Zee-Babu [47]. Ba là mở rộng nhóm đối xứng chuẩn của SM. Với những mở rộng kiểu này thì mở rộng phổ hạt và mở rộng đối xứng chuẩn là mang lại tiên đoán trực tiếp về vật lý vi, trong đó mở rộng đối xứng chuẩn là cho dự đoán chính xác do Vật lý mới chi phối hay bị chi phối bởi nguyên lý chuẩn mới.

Mô hình BSM theo hướng mở rộng nhóm chuẩn đầu tiên được xây dựng là các mô hình thống nhất lớn (Grand Unification Theories-GUTs), ví dụ như mô hình Georgi-Glashow $SU(5)$ [48], $SO(10)$ [49,50], E_6 [51]. Mục đích chính của GUTs là thống nhất ba hằng số của tương tác mạnh, yếu và điện từ thành một hằng số tương tác duy nhất ở thang thống nhất lớn $\Lambda_{\text{GUT}} \sim 10^{16}$ GeV. Tuy nhiên GUTs tiên đoán sự tồn tại các boson chuẩn mới X, Y có khối lượng rất lớn cỡ thang GUT, nằm ngoài khả năng tìm kiếm tại các máy gia tốc hiện nay. Ngoài ra thực nghiệm cũng chưa quan sát được những tiên đoán khác của GUTs như sự rã của nucleon hay sự tồn tại của đơn cực từ (monopoles).

Mô hình tiếp theo là mô hình đối xứng trái-phải tối thiểu (Minimal Left-Right Symmetry Model-MLRSM) [52-59] với việc thêm một nhóm đối xứng chuẩn $SU(2)_R$ cho các lưỡng tuyến fermion phân cực phải. Mô hình này là một trong những mô hình sớm nhất giải thích được khối lượng nhỏ của neutrino và vi phạm chẵn lẻ trong tương tác yếu, tuy nhiên nó lại không giải thích được vấn đề vật chất tối, số thế hệ fermion.

Khi mở rộng $SU(2)_L \rightarrow SU(3)_L$, mô hình mới có nhóm đối xứng chuẩn sau : $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (hay được gọi tắt là mô hình 3-3-1) [60-65]. Loại mô hình này giải thích được nhiều câu hỏi của SM như số thế hệ fermion, lượng tử hoá điện tích [66-70], khối lượng nặng bất thường top quark [71], khối lượng neutrino [72-83], vi phạm CP trong tương tác mạnh [84-86], vật chất tối [87-96]. Tuy nhiên, lớp mô hình cho đóng góp vào FCNC là lớn ở bậc cây

trong cả phần quark và lepton do các thế hệ vật chất là không đồng nhất với đối xứng chuẩn. Do đó để chặn FCNC lớn thì miền không gian tham số của mô hình là phải rất chặt chẽ [99–108]. Với các cách sắp xếp phổ hạt và lựa chọn số lượng đa tuyến Higgs, các mô hình 3-3-1 có thể chia ra thành nhiều phiên bản như mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải (ν 331) [60,61,65], mô hình 3-3-1 tối thiểu (M331) [62–64], mô hình 3-3-1 tiết kiệm (E331), [109–116], mô hình 3-3-1 rút gọn tối thiểu (RM331) [118], mô hình 3-3-1 đơn giản (S331) [119,120]³. Trong đó mô hình S331 là mô hình đáp ứng với thực nghiệm tốt hơn so với mô hình RM331 và M331 [121]. Quan trọng là, nó mang phổ Higgs đặc biệt có chứa các tương tác tại bậc cây của tam tuyến Higgs với cả lepton và quark thông qua các ma trận Yukawa tổng quát. Đây là nguồn giải thích một số ràng buộc thực nghiệm như các kênh rã vi phạm số vị lepton và quark của SMLHB, đó là kênh rã LFVHD $h \rightarrow l_i l_j$ và QFVHD $h \rightarrow q_i q_j$ ($i \neq j$) với q_i là các quark nhẹ, cùng với kênh rã hiếm FCNC của top quark $t \rightarrow qh$ ($q = u, c$). Ngoài ra, tương tác LFV của Higgs trung hòa mới ở bậc cây còn cho đóng góp vào moment từ dị thường của muon a_μ ở bậc một vòng, đồng thời cũng cho đóng góp thêm ở bậc giản đồ một vòng và hai vòng vào kênh rã cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$. Không những vậy, các hệ trộn meson Δm_K , Δm_{B_s} và Δm_{B_d} cũng nhận thêm đóng góp từ các Higgs mới, bên cạnh đóng góp của các boson chuẩn mới đã được nghiên cứu trước đây. Đây là những hiện tượng luận chưa được các công bố trước đó về mô hình S331 khảo sát đến.

Ngoài ra, mô hình xây dựng dựa trên nhóm chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes U(1)_N$ (gọi tắt là mô hình 3-3-1-1) là sự mở rộng của mô hình 3-3-1 với một nhóm chuẩn của đối xứng $B-L$ [124]. Điểm nhấn của mô hình 3-3-1-1 không những kế thừa những ưu điểm của mô hình 3-3-1 mà còn chứa cơ chế bền cho vấn đề vật chất tối một cách tự nhiên nhờ sự xuất hiện của một đối xứng tàn dư sau khi nhóm đối xứng chuẩn bị phá vỡ [124–127], giải thích được vấn đề lạm phát cũng như sự bất đối xứng vật chất-phản vật chất trong vũ trụ qua cơ chế leptogenesis [128,129]. Mô hình có hai nhóm Abel $U(1)$ do đó sẽ sinh thêm một tham số trộn giữa các boson chuẩn với nhau, và đã

³Gần đây có phiên bản mô hình 3-3-1 được đề xuất bởi Fonseca và Hirsch [122] trong đó phổ lepton và quark được đổi biểu diễn cho nhau, được gọi là mô hình 3-3-1 đảo (F331). Mô hình này chứa hạt boson Z' mới có tính chất đặc biệt là nó có tương tác khác nhau với các thế hệ lepton khác nhau, là nguồn gây nên những quá trình vi phạm số vị lepton ngay tại bậc cây như $\mu \rightarrow 3e, \mu \rightarrow e\bar{\nu}_\mu\nu_e$, quá trình dịch chuyển $\mu \leftrightarrow e$ trong hạt nhân, các tương tác không chuẩn của neutrino với vật chất [123].

được nghiên cứu trong [130]. Nhiều hiện tượng luận đã được khảo sát trong mô hình này, một trong số đó là các hệ trộn meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}, \Delta m_{B_d}$ [125]. Tuy nhiên, những đánh giá hệ trộn meson trong công bố này chỉ mới xét đến đóng góp của FCNC gắn với boson chuẩn mới $Z_{2,N}$ mà chưa xét đến FCNC của vô hướng mới H_1, \mathcal{A} cũng như đóng góp SM. Do đó, khi xét đầy đủ các đóng góp thì miền không gian tham số của mô hình sẽ chặt chẽ hơn. Ngoài ra, các đóng góp FCNC còn có ảnh hưởng đến các kênh hiếm meson B như $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$, $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ ngay tại bậc cây. Mô hình 3-3-1-1 cũng tiên đoán các Higgs và boson chuẩn mới có điện tích đơn, và đây là nguồn đóng góp mới vào các kênh hiếm vi phạm số vị quark và lepton như $b \rightarrow s\gamma$, $\mu \rightarrow e\gamma$. Đây là những vấn đề mới trong mô hình 3-3-1-1 mà trong các công bố trước đây chưa được xem xét đến.

Với các lý do trên, chúng ta thấy rằng các mô hình 3-3-1 và mở rộng 3-3-1 là 3-3-1-1 cho dự đoán trực tiếp vào những quá trình vi phạm số vị của cả quark và lepton. Luận án này đặt mục tiêu khảo sát những quá trình vật lý ấy trong hai mô hình S331 và 3-3-1-1, trong đó chủ yếu phần Higgs là chưa được khai thác. Do đó, chúng tôi chọn đề tài "Ảnh hưởng của trường vô hướng lên dòng trung hòa thay đổi vị trong mô hình S331 và 3-3-1-1".

Mục tiêu nghiên cứu

- Trong mô hình S331, dựa theo tương tác vi phạm số vị bậc cây của tam tuyến Higgs với cả lepton và quark, tiến hành khảo sát một số quá trình thay đổi số vị như kênh hiếm LFVHD $h \rightarrow l_i l_j$, QFVHD $h \rightarrow q_i q_j$ ($i \neq j$), kênh hiếm cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$, moment từ dị thường muon a_μ , kênh hiếm FCNC top quark $t \rightarrow qh$. Đóng góp mới của phần vô hướng vào các hệ trộn meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}, \Delta m_{B_d}$ cũng được thảo luận.
- Trong mô hình 3-3-1-1, nghiên cứu các dị thường gắn với FCNC nhận đóng góp mới từ phần vô hướng vào các hệ trộn meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}, \Delta m_{B_d}$, một số kênh hiếm của B -meson: $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^{(*)} \mu^+ \mu^-$, và các kênh hiếm QFV $b \rightarrow s\gamma$, cLFV $\mu \rightarrow e\gamma$.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Các kênh rã vi phạm số vị lepton và quark của SMLHB như $h \rightarrow l_j l_j, h \rightarrow q_i q_j$, moment từ dị thường của muon a_μ , các hệ trộn meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}, \Delta m_{B_d}$, kênh rã FCNC của top quark $t \rightarrow qh$ ($q = u, c$) và kênh rã cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$ trong mô hình S331.
- Các hiện tượng luận gắn với FCNC là các hệ trộn meson, các kênh rã hiếm của meson $B: B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-, B \rightarrow K^{(*)} \mu^+ \mu^-$, kênh rã bổ đính vi phạm số vị $\mu \rightarrow e\gamma$ và $b \rightarrow s\gamma$ trong mô hình 3-3-1-1.

Nội dung nghiên cứu

- Tổng quan về SM và một vài mô hình BSM. Trình bày một số ràng buộc và dị thường cho các quá trình vật lý vi đang được thực nghiệm tập trung nghiên cứu hiện nay.
- Giới thiệu khái quát về mô hình S331. Xem xét ảnh hưởng của các tương tác vi phạm số vị tam tuyến Higgs với lepton và quark vào một số quá trình như kênh rã vi phạm số vị lepton và quark của SMLHB, kênh rã cLFV, moment từ dị thường muon, kênh rã FCNC của top quark, các hệ trộn meson.
- Giới thiệu khái quát về mô hình 3-3-1-1. Đánh giá đóng góp của phần vô hướng mới vào một số hiện tượng luận gắn với FCNC như hệ trộn meson, kênh rã hiếm của meson B , đồng thời nghiên cứu các kênh rã bổ đính vi phạm số vị lepton và quark với đóng góp mới từ Higgs mang điện mới và boson chuẩn mới.

Phương pháp nghiên cứu

- Lý thuyết trường lượng tử.
- Lý thuyết nhóm.
- Sử dụng phần mềm Mathematica tính số và vẽ đồ thị.

Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận chung, nội dung chính của luận án được chúng tôi trình bày trong 3 chương.

Chương 1. Tổng quan: Chúng tôi giới thiệu sơ lược về phần điện yếu của SM, qua đó trình bày một số hạn chế cùng với một số ràng buộc và dị thường về vật lý vi hiện nay đang được đo tại các máy gia tốc. Chúng tôi cũng trình bày một số mô hình BSM theo hướng mở rộng nhóm đối xứng điện yếu là các mô hình 3-3-1 và 3-3-1-1 mà chúng chứa các nguồn mới sinh tương tác vi phạm số vị mà có khả năng giải thích được các quá trình trên.

Chương 2. Nghiên cứu những tương tác FCNC dị thường của boson Higgs trong mô hình S331: Chúng tôi trình bày khái quát lại mô hình S331 bao gồm phổ hạt fermion và các ma trận trộn khối lượng của chúng, khối lượng các gauge boson và Higgs mới. Sau đó chúng tôi đưa ra các tương tác vi phạm số vị của tam tuyến Higgs với các quark và lepton. Dựa vào đóng góp của những nguồn mới sinh tương tác vi phạm số vị này, chúng tôi lần lượt khảo sát tỉ lệ rẽ nhánh của LFVHD $h \rightarrow \mu\tau$ tại mức cây; tỉ lệ rẽ nhánh của cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$ ở cả mức một vòng và hai vòng, moment từ dị thường của muon Δa_μ ; hệ trộn meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}, \Delta m_{B_d}$; tỉ lệ rẽ nhánh của QFVHD $h \rightarrow q_i q_j$ ($i \neq j$); kênh rẽ FCNC của top quark $t \rightarrow qh$ ($q = u, c$).

Chương 3. Một số ràng buộc vật lý nhận được từ FCNC trong mô hình 3-3-1-1: Chúng tôi trình bày khái quát lớp mô hình 3-3-1-1 với tham số điện tích $\beta = -1/\sqrt{3}$. Sau đó chúng tôi đánh giá chi tiết đóng góp của FCNC gắn với cả boson chuẩn mới và vô hướng mới vào các hệ trộn meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}, \Delta m_{B_d}$, bên cạnh đóng góp của SM. Tiếp theo, chúng tôi khảo sát đóng góp FCNC này vào các kênh rẽ hiếm của meson B : $B_s \rightarrow \mu\mu$ và $B \rightarrow K^{(*)}\mu^+\mu^-$. Thêm nữa, các kênh rẽ bổ đính QFV $b \rightarrow s\gamma$ và LFV $\mu \rightarrow e\gamma$ với nguồn đóng góp chính là các boson chuẩn mang điện và Higgs mang điện mới cũng được nghiên cứu trong mô hình này.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN

Trong chương này, đầu tiên chúng tôi sẽ trình bày tổng quan về phân điện yếu của SM. Sau đó chúng tôi sẽ giới thiệu một số ràng buộc thực nghiệm hiện nay như kênh rã LFVHD và cLFV, kênh rã FCNC của top quark cùng với các dị thường vật lý vị là moment từ dị thường của muon, dịch chuyển quark FCNC $b \rightarrow sl^+l^-$ trong meson B . Tiếp theo, chúng tôi đi qua một số mô hình BSM theo hướng mở rộng nhóm đối xứng điện yếu: mô hình đối xứng trái phải tối thiểu; các phiên bản mô hình 3-3-1 như mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải, mô hình 3-3-1 tiết kiệm, mô hình 3-3-1 tối thiểu, mô hình 3-3-1 đơn giản; mô hình 3-3-1 mở rộng với đối xứng $B - L$ (mô hình 3-3-1-1). Chúng tôi sẽ trình bày khái quát ưu và nhược điểm của từng loại mô hình, qua đó chúng tôi giải thích lý do tại sao lại lựa chọn hai mô hình 3-3-1 đơn giản và 3-3-1-1 để khảo sát một số hiện tượng luận về vật lý vị.

1.1. Mô hình chuẩn

Mô hình chuẩn của Vật lý hạt cơ bản là một lý thuyết trường lượng tử tái chuẩn hóa được, miêu tả ba trong bốn tương tác đã biết của tự nhiên, ngoại trừ lực hấp dẫn. Ba tương tác đó lần lượt là tương tác mạnh, tương tác yếu và tương tác điện từ. Tương tác điện từ và yếu được mô tả bởi cùng một lý thuyết điện yếu, xây dựng bởi Glashow, Weinberg và Salam (mô hình GWS), với nhóm chuẩn là $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Tương tác mạnh của quark và gluon được miêu tả bởi nhóm chuẩn không Abel $SU(3)_C$. Tích trực tiếp của các nhóm chuẩn này cấu thành nên nhóm chuẩn SM : $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [9–13].

Trong SM, các hạt vật chất là các fermion gồm lepton và quark được sắp xếp thành ba thế hệ, trong đó mỗi thế hệ gồm hai lepton và hai quark, đồng thời thế hệ sau có khối lượng lớn hơn khối lượng của thế hệ trước. Trong các thế hệ lepton, neutrino luôn đi kèm với lepton mang điện tương ứng. Phổ hạt

trong SM được biểu diễn như sau

$$\begin{aligned}
\text{Leptons : } \psi_{\alpha L} &= \begin{pmatrix} \nu_{\alpha L} \\ e_{\alpha L} \end{pmatrix} \sim (1, 2, -1), & e_{\alpha R} &\sim (1, 1, -2), \\
\text{Quarks : } Q_{\alpha L} &= \begin{pmatrix} u_{\alpha L} \\ d_{\alpha L} \end{pmatrix} \sim (3, 2, 1/3), \\
u_{\alpha R} &\sim (3, 1, 2/3), & d_{\alpha R} &\sim (3, 1, -2/3),
\end{aligned} \tag{1.1}$$

trong đó $\alpha = 1, 2, 3$ là chỉ số thế hệ. Các con số trong ngoặc đơn thể hiện số lượng tử cho các nhóm thành phần SM: $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ và $U(1)_Y$, một cách tương ứng. Toán tử điện tích có dạng chéo như sau

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \tag{1.2}$$

Các tương tác trong SM được truyền bởi các boson chuẩn (gauge boson). Với tương tác mạnh, ta có tám boson chuẩn là các gluon và chúng không có khối lượng, mang màu tích. Với tương tác yếu, có ba boson chuẩn khối lượng nặng, gồm hai boson chuẩn mang điện tích W^\pm và một boson trung hoà Z^0 . Photon A_μ không khối lượng thực hiện truyền tương tác điện từ.

Số hạng khối lượng của các fermion và boson chuẩn không xuất hiện trong Lagrangian do vi phạm bất biến chuẩn. Để sinh khối lượng cho chúng, chúng ta phải có đối xứng bị phá vỡ tự phát (SSB) hay cần cơ chế Higgs. Cơ chế Higgs làm việc với một lưỡng tuyến Higgs như sau

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1). \tag{1.3}$$

Lagrangian và thế năng cho trường Higgs là

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\phi &= (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi), \\
V(\phi^\dagger \phi) &= -\mu^2 (\phi^\dagger \phi) + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2,
\end{aligned} \tag{1.4}$$

với $D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - ig \sum_a T^a W_\mu^a \phi - \frac{ig'}{2} B_\mu Y \phi$ ($a = 1, 2, 3$) là đạo hàm hiệp biến, $T^a = \frac{\tau_a}{2}$ là các vi tử của nhóm $SU(2)_L$ với τ_a là các ma trận Pauli. Các tham số $\lambda > 0$ và $\mu^2 > 0$ để đảm bảo thế V bị chặn dưới và có cực tiểu tại giá trị khác không của trường Higgs. Để có sự vi phạm đối xứng tự phát, thành

phần trung hoà của ϕ sẽ có trị trung bình chân không (VEV) khác không ¹

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Ta thấy các vi tử $T^a (a = 1, 2, 3), Y$ của nhóm chuẩn $SU(2)_L$ và $U(1)_Y$ tác dụng lên chân không ϕ_0 đều khác không, tuy nhiên toán tử $Q = T^3 + Y/2$ vẫn bảo toàn chân không

$$Q\phi_0 = \left(T^3 + \frac{Y}{2}\right)\phi_0 = 0, \quad (1.6)$$

tức là kể cả sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, vẫn còn đối xứng gắn với điện tích Q tức là nhóm $U(1)_{em}$. Như vậy là điện tích luôn được bảo toàn. Tiếp theo, ta tham số hóa trường Higgs ϕ

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(i\frac{\tau^a}{2v}\zeta^a\right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Hai trường vô hướng phức φ^+ và φ^0 được thay bởi ba trường thực ζ^a (là boson Goldstone) và một trường thực H . Sử dụng chuẩn unita khi đó các trường sẽ thay đổi như sau:

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' = U(\zeta)\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \\ \psi_L &\rightarrow \psi'_L = U(\zeta)\psi_L, \quad U(\zeta) = \exp\left(-i\frac{\tau^a}{2v}\zeta^a\right), \\ W_\mu^a &\rightarrow W_\mu^{a'} = U(\zeta)W_\mu^a U(\zeta)^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U(\zeta))U^\dagger(\zeta). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Khi đó Lagrangian và đạo hàm hiệp biến thay đổi như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_\phi &= (D_\mu \phi')^\dagger (D^\mu \phi') - V(\phi'^\dagger \phi'), \\ D_\mu \phi' &= \left(\partial_\mu - ig\frac{\tau^a}{2}W_\mu^{a'} - \frac{ig'}{2}B'_\mu\right)\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Thay (1.8) vào, ta có số hạng đầu tiên trong (1.9) chứa số hạng khối lượng trường chuẩn

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{v^2}{8} [g^2 W_\mu^{1'} W^{1'\mu} + g^2 W_\mu^{2'} W^{2'\mu} + (gW_\mu^{3'} - g'B'_\mu)^2],$$

¹Nếu chọn thành phần mang điện có VEV thì sẽ dẫn đến hệ quả là sự bảo toàn điện tích bị vi phạm.

$$= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{v^2}{8} (W_\mu^{3'} \ B'_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^{3'} \\ B'_\mu \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

trong đó $W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^{1'} \mp i W_\mu^{2'}}{\sqrt{2}}$ là boson chuẩn mang điện W^\pm có khối lượng

$$m_{W^\pm} = \frac{gv}{2}. \quad (1.11)$$

Số hạng thứ hai trong (1.10) miêu tả sự trộn giữa hai trường chuẩn trung hoà $W_\mu^{3'}$ và B'_μ . Sau khi chéo hóa, ta thu được

$$\frac{v^2}{8} (Z_\mu \ A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{v^2}{8} (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu + 0 \cdot A_\mu A^\mu. \quad (1.12)$$

Các trạng thái riêng vật lý Z_μ, A_μ liên hệ với trạng thái chuẩn riêng $W_\mu^{3'}, B'_\mu$, cùng với khối lượng tương ứng là

$$\begin{aligned} Z_\mu &= c_W W_\mu^{3'} - s_W B'_\mu, & m_Z &= \frac{v\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} = \frac{gv}{2c_W}, \\ A_\mu &= s_W W_\mu^{3'} + c_W B'_\mu, & m_A &= 0, \end{aligned} \quad (1.13)$$

với c_W, s_W là cos và sin của góc trộn Weinberg, được định nghĩa bởi $\tan \theta_W \equiv t_W = g'/g$. Boson chuẩn A_μ không có khối lượng được đồng nhất với photon. Từ liên hệ giữa hằng số Fermi $\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sim \frac{g^2}{8m_W^2}$, VEV của Higgs ϕ là v , hay còn được gọi là thang điện yếu (electroweak scale) được xác định bởi

$$v = \frac{2m_W}{g} = \frac{1}{\sqrt{2}G_F} \simeq 246 \text{ GeV} \quad (1.14)$$

Thế năng trong Lagrangian (1.9) sau khi thay công thức (1.8) là

$$V(\phi'^\dagger \phi') = -\frac{\mu^2 v^2}{4} + \frac{1}{2} (2\mu^2) H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4. \quad (1.15)$$

Ta thấy rằng sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, các trường boson Goldstone ζ^a biến mất. Thực tế chúng nằm trong thành phần dọc của trường chuẩn W_μ^a theo công thức ở hàng thứ ba trong (1.8), và làm cho các trường này nhận khối lượng là các boson chuẩn W^\pm, Z . Chỉ còn lại mỗi trường H nhận khối lượng

$$m_H = \sqrt{2\mu^2} = \sqrt{2\lambda}v. \quad (1.16)$$

Chúng ta thấy rằng thang điện yếu v đã được xác định trong công thức (1.14), tuy nhiên còn μ^2 hay λ là hoàn toàn không biết. Vì vậy, khối lượng Higgs về

mặt lý thuyết là không tiên đoán được và chỉ ước tính rằng nó nằm ở thang điện yếu $\mathcal{O}(10^2)$ GeV. Điều này còn dẫn đến hệ quả là Higgs có thể nhận thêm khối lượng từ những bổ đính lượng tử ở mức một vòng từ những thang năng lượng cao hơn, dẫn đến một vấn đề được gọi là phân bậc.

Lagrangian Yukawa $\mathcal{L}_Y^{\text{lepton}}$ cho lepton trong chuẩn unita là

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y^{\text{lepton}} &= - \sum_{a,b} h_{ab}^l \bar{e}_{aL} \frac{1}{\sqrt{2}} (v + H) e_{bR} + h.c. \\ &= - \sum_{a,b} \left(\bar{e}_{aL} \mathcal{M}_{ab}^l e_{bR} + \bar{e}_{aL} \frac{\mathcal{M}_{ab}^l}{v} e_{bR} H \right) + h.c.,\end{aligned}\quad (1.17)$$

trong đó $\mathcal{M}_{ab}^l = \frac{h_{ab}^l}{\sqrt{2}} v$ là ma trận trộn khối lượng. Ma trận này về mặt tổng quát là phức và không hermitian. Nó có thể được chéo hoá bằng hai ma trận unita V_L, V_R cho từng phần lepton phân cực trái và phải như sau

$$V_L^{l\dagger} \mathcal{M}^l V_R^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

trong đó m_e, m_μ, m_τ là khối lượng vật lý của electron, muon và tau. Các vector riêng khối lượng sau khi chéo hoá liên hệ với trạng thái riêng chuẩn (gauge eigenstate) là $(e'_L \mu'_L \tau'_L)^T = V_L^\dagger (e_L \mu_L \tau_L)^T$, $(e'_R \mu'_R \tau'_R)^T = V_R^\dagger (e_R \mu_R \tau_R)^T$. Ta nhận thấy rằng neutrino có khối lượng bằng không dù sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, do trong SM không có neutrino phân cực phải ν_R . Điều này dẫn đến sẽ không có sự trộn lẫn giữa các thế hệ lepton, và chúng ta một cách tổng quát có thể chọn cơ sở mà ở đó ma trận trộn khối lượng \mathcal{M}^l có dạng chéo. Khi đó trạng thái riêng khối lượng và trạng thái riêng chuẩn là giống nhau $e_{L,R} = e'_{L,R}$. Hệ quả là SM cấm các kênh rã chuyển từ thế hệ lepton này sang thế hệ lepton khác xuất hiện (ví dụ như kênh rã $\mu \rightarrow e\gamma$), tức là chỉ cho phép sự chuyển dịch trong cùng một thế hệ $\nu_e \leftrightarrow e, \nu_\mu \leftrightarrow \mu$. Đây còn được gọi là tính phổ quát của vị lepton (LFU).

Lagrangian Yukawa cho các quark là

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{quark}} = - \sum_{a,b=1,2,3} [h_{ab}^d \bar{Q}_{aL} \phi d_{bR} + h_{ab}^u \bar{Q}_{aL} \tilde{\phi} u_{bR}] + h.c., \quad (1.19)$$

với $h_{ab}^{u,d}$ là các hằng số tương tác Yukawa, $\tilde{\phi} = i\tau^2 \phi^* = (\varphi^{0*} - \varphi^-)^T$ để đảm bảo Lagrangian Yukawa này bất biến với nhóm chuẩn điện yếu.

Sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, và sử dụng chuẩn unita, biểu thức Lagrangian Yukawa sinh khối lượng cho quark được viết lại là

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{mass}} &= - \sum_{a,b} (\bar{u}_{aL} \mathcal{M}_{ab}^u u_{bR} + \bar{d}_{aL} \mathcal{M}_{ab}^d d_{bR}) \\ &\quad - \sum_{a,b} \left(\bar{u}_{aL} \frac{\mathcal{M}_{ab}^u}{v} u_{bR} H + \bar{d}_{aL} \frac{\mathcal{M}_{ab}^d}{v} d_{bR} H \right) + h.c., \end{aligned} \quad (1.20)$$

với $\mathcal{M}_{ab}^{u,d} = h_{ab}^{u,d} \frac{v}{\sqrt{2}}$ là ma trận trộn khối lượng các quark. Chéo hoá hai ma trận $\mathcal{M}^{u,d}$ bằng các ma trận unita $V_{L,R}^d, V_{L,R}^u$, ta thu được các trị riêng khối lượng

$$\begin{aligned} V_L^{d\dagger} \mathcal{M}^d V_R^d = M^d &= \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}, \\ V_L^{u\dagger} \mathcal{M}^u V_R^u = M^u &= \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

và các vector riêng khối lượng tương ứng

$$\begin{aligned} u'_L &= V_L^{u\dagger} u_L, & d'_L &= V_L^{d\dagger} d_L, \\ u'_R &= V_R^{u\dagger} u_R, & d'_R &= V_R^{d\dagger} d_R. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Ta xét Lagrangian cho tương tác của fermion với các boson chuẩn trong chuẩn unita. Đầu tiên ta xét cho lepton

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f^{\text{lepton}} &= \sum_{a=1,2,3} \bar{\psi}_{aL} i \gamma^\mu D_\mu \psi_{aL} + \bar{e}_{aR} i \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' B_\mu) e_{aR} \\ &= \sum_{a=1,2,3} \bar{\psi}_{aL} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{aL} + \bar{e}_{aR} i \gamma^\mu \partial_\mu e_{aR} + \mathcal{L}_{CC}^{\text{lepton}} + \mathcal{L}_{NC+em}^{\text{lepton}}, \end{aligned} \quad (1.23)$$

trong đó ký hiệu "CC", "NC" và "em" tương ứng là tương tác của lepton với boson chuẩn mang điện W^\pm (tương tác dòng mang điện), tương tác của fermion với boson chuẩn trung hòa Z^0 (tương tác dòng trung hòa) và tương tác dòng điện từ. Ta có tương tác dòng mang điện là

$$\mathcal{L}_{CC}^{\text{lepton}} = g(J_\mu^1 W_\mu^{1'} + J_\mu^2 W_\mu^{2'}) = J_\mu^- W^{-\mu} + J_\mu^+ W^{+\mu}, \quad (1.24)$$

trong đó các dòng J_μ^\pm là

$$J_\mu^+ = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{\nu}_{aL} \gamma_\mu e_{aL}, \quad J_\mu^- = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{e}_{aL} \gamma_\mu \nu_{aL}. \quad (1.25)$$

Tiếp theo là tương tác dòng trung hòa và dòng điện từ

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NC+em}^{\text{lepton}} &= gJ_\mu^3 W^{3'\mu} + \frac{1}{2}g'J_\mu^Y B'^\mu \\ &= (gs_W J_\mu^3 + g'c_W J_\mu^Y/2)A^\mu + (gc_W J_\mu^3 - g's_W J_\mu^Y)Z^\mu.\end{aligned}\quad (1.26)$$

Từ biểu thức toán tử điện tích $Q = T^3 + Y/2$, ta có $J_\mu^{\text{em}} = J_\mu^3 + J_\mu^Y/2 = \sum_{a=1,2,3} Q(l)\bar{l}_a\gamma_\mu l_a$ ($l = \nu, e$). Dòng điện từ gắn với photon A^μ trong số hạng đầu tiên của (1.26) được viết lại là

$$gs_W J_\mu^3 + g'c_W J_\mu^Y/2 = g'c_W J_\mu^{\text{em}} + (gs_W - g'c_W)J_\mu^3 = eJ_\mu^{\text{em}}, \quad (1.27)$$

trong đó số hạng thứ hai biến mất do định nghĩa góc tan $\theta_W = g'/g$. Số hạng thứ hai trong (1.26) là dòng trung hoà gắn với boson chuẩn Z^μ

$$gc_W J_\mu^3 - g's_W J_\mu^Y = \frac{g}{c_W}(J_\mu^3 - s_W^2 J_\mu^{\text{em}}) \equiv \frac{g}{c_W}J_\mu^Z. \quad (1.28)$$

Dòng trung hoà J_μ^Z có thể được viết dưới dạng sau

$$\begin{aligned}J_\mu^Z &= J_\mu^3 - s_W^2 J_\mu^{\text{em}} \\ &= \sum_{a=1,2,3} \bar{l}_a\gamma_\mu [T_3(l)P_L - s_W^2 Q(l)]l_a \\ &= \sum_{a=1,2,3} \bar{l}_a\gamma_\mu [g_L P_L + g_R P_R]l_a,\end{aligned}\quad (1.29)$$

với $g_{L,R}(l) = T_3(l_{L,R}) - s_W^2 Q(l)$.

Tương tự, ta xét tương tác boson chuẩn với quark

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_f^{\text{quark}} &= \sum_{a=1,2,3} \bar{Q}_{aL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{aL} + \bar{u}_{aR} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i\frac{2g'}{3}B_\mu \right) u_{aR} \\ &\quad + \sum_{a=1,2,3} \bar{d}_{aR} i \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{3}B_\mu \right) d_{aR} \\ &= \sum_{a=1,2,3} \bar{Q}_{aL} i\gamma^\mu \partial_\mu Q_{aL} + \bar{u}_{aR} i\gamma^\mu \partial_\mu u_{aR} + \bar{d}_{aR} i\partial_\mu d_{aR} \\ &\quad + \mathcal{L}_{CC}^{\text{quark}} + \mathcal{L}_{NC+em}^{\text{quark}}.\end{aligned}\quad (1.30)$$

Tương tác dòng mang điện của quark là

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{CC}^{\text{quark}} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{u}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} W_\mu^+ + h.c. \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{u}'_{iL} (V_L^{u\dagger})_{ia} \gamma^\mu (V_L^d)_{aj} d'_{jL} W_\mu^+ + h.c.\end{aligned}$$

$$= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}'_{iL} \gamma^\mu V_{ij} d'_{jL} W_\mu^+ + h.c., \quad (1.31)$$

với ma trận $V = V_L^{u\dagger} V_L^d$ là ma trận unita 3×3 , hay còn được gọi là ma trận CKM. Ma trận này có thể được tham số hóa bằng phương pháp tham số chuẩn (với ba góc trộn $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ và một pha δ_{CP}) hoặc phương pháp tham số hóa Wolfenstein (hai tham số A, ρ và pha vi phạm CP η). Ta nhận xét rằng tương tác dòng mang điện của quark làm thay đổi thế hệ quark này sang thế hệ quark khác, trong khi với lepton thì không.

Tương tự như cho lepton, tương tác dòng mang điện và trung hòa của quark có dạng là

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{em}^{\text{quark}} &= e J_\mu^{\text{em}} A^\mu, & J_\mu^{\text{em}} &= \sum_{a=1,2,3} Q(q) \bar{q}_a \gamma_\mu q_a, & q &= u, d, \\ \mathcal{L}_{NC}^{\text{quark}} &= \frac{g}{c_W} J_\mu^Z Z^\mu, & J_\mu^Z &= \sum_{a=1,2,3} \bar{q}_a \gamma_\mu [g_L P_L + g_R P_R] q_a. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Từ việc trình bày khái quát về SM ở trên, chúng tôi có một vài nhận xét như sau

- **Vấn đề khối lượng neutrino.** Trong SM, neutrino có khối lượng Dirac bằng không do không có mặt neutrino phân cực phải, nó cũng không có khối lượng Majorana do số lepton được bảo toàn. Tuy nhiên thực nghiệm chỉ ra neutrino là có khối lượng và có dao động. Thí nghiệm Homestake là thí nghiệm đầu tiên thực hiện đo đặc thông lượng neutrino mặt trời và nhận thấy rằng có sự thiếu hụt đáng kể giữa thông lượng neutrino electron mặt trời quan sát được so với dự kiến, $N_\nu^{\text{exp}} \simeq N_\nu^{\text{expected}}/3$ [17]. Một loạt các thí nghiệm độc lập khác sau đó cũng đã xác nhận kết quả này của Homestake [18–23]. Cần nhấn mạnh rằng việc sửa đổi Mô hình Chuẩn Mặt trời (Solar Standard Model-SSM) là không giải thích được sự thiếu hụt neutrino này [131]. Điều này gợi ý rằng neutrino là có khối lượng và có sự trộn hay dao động giữa các thế hệ. Đây cũng là bằng chứng rõ ràng nhất từ trước tới nay của Vật lý mới mà thực nghiệm quan sát được. Dao động neutrino này, hay nói chung là trộn các lepton được thể hiện qua một ma trận tương tự ma trận CKM trong phần quark, được gọi là ma trận Pontecorvo-Maki-Nagakawa-Saki (PMNS) [132]. Trong khi các phần tử ma trận CKM đã được xác định chi tiết bằng thực nghiệm và có sự trộn nhỏ giữa các thế hệ quark, thì

đối với ma trận PMNS thì không giống như vậy. Có sự trộn lớn giữa thế hệ 1 với thế hệ 2, thế hệ 2 và thế hệ 3, còn thế hệ 1 và 3 trộn nhỏ (khác không). Bên cạnh đó, thực nghiệm chỉ cho xác định pha vi phạm CP Dirac δ_{CP} , còn hai pha Majorana thì không. Tuy nhiên pha vi phạm CP Dirac này cũng rất khó khăn để đo. Về mặt lý thuyết thì pha này nhận giá trị bất kỳ nằm trong miền $-\pi \leq \delta_{CP} \leq \pi$. Ràng buộc mạnh nhất hiện nay cho pha vi phạm CP của ma trận PMNS đến từ thí nghiệm T2K trong đó đã loại trừ gần một nửa các giá trị có thể với độ tin cậy 3σ (99.73%), đồng thời loại trừ hai điểm bảo toàn CP là $0, \pm\pi$ với độ tin cậy là 95% [133]. Tiếp theo, mới chỉ xác định được hiệu bình phương khối lượng $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ [2], còn bản thân khối lượng của từng loại neutrino thì vẫn chưa được xác định cụ thể. Chúng ta chỉ biết chúng nằm ở dưới thang eV, $m_\nu \lesssim \mathcal{O}(1)$ eV.

- **Vấn đề về số thế hệ.** SM không giải thích tại sao tự nhiên lại chọn ba thế hệ vật chất, tại sao chỉ cần thế hệ thứ nhất cho thế giới vật chất thông thường. Ngoài ra, cũng không có sự giải thích nào cho việc SM có những tiên đoán rất không tự nhiên, ví dụ khối lượng các fermion ở thế hệ thứ ba nặng bất thường, đặc biệt là khối lượng top quark.
- **Vật chất tối.** SM không chứa hạt nào thỏa mãn điều kiện của vật chất tối (Dark Matter-DM), loại vật chất đóng vai trò quan trọng trong việc giải thích hàng loạt các quan sát thiên văn và vũ trụ như chuyển động các cụm thiên hà, vận tốc quay thiên hà, hiệu ứng thấu kính hấp dẫn mạnh và yếu... Chúng được coi chiếm khoảng 1/5 tổng mật độ năng-khối lượng của vũ trụ và có mật độ hiện nay là [41]

$$\Omega_{DM}h^2 = 0.1198 \pm 0.0026, \quad (1.33)$$

với h là hằng số Hubble rút gọn. Dù có nhiều bằng chứng về sự tồn tại của DM qua các hiệu ứng hấp dẫn, tuy nhiên bản chất của nó vẫn chưa được biết đến chính xác. DM có thể hoặc không được cấu thành bởi vật chất thông thường, hay còn được gọi là baryonic DM (hoặc non-baryonic DM), dựa theo quan điểm của thiên văn-vũ trụ học và vật lý hạt cơ bản. Một trong số những ứng viên của non-baryonic DM là hạt có khối lượng,

²Tuy nhiên dấu của Δm_{32}^2 thì được chưa xác định do chưa biết liệu khối lượng của neutrino thế hệ thứ 3 là m_3 lớn hơn hay nhỏ hơn m_1 và m_2 .

tương tác rất yếu với vật chất thông thường, được gọi là hạt WMIPs (Weakly Interacting Massive Particles).

Ngoài ra SM còn chưa giải thích được một số vấn đề khác nữa, ví dụ như là

- **Không miêu tả được tương tác hấp dẫn.** Chúng ta hiện nay đã biết được bốn tương tác cơ bản của tự nhiên là tương tác điện từ, yếu, mạnh và hấp dẫn. SM mới chỉ mô tả lượng tử được ba trong số bốn tương tác đó, trong khi tương tác hấp dẫn thì vẫn chưa được. Trong nghiên cứu các hiện tượng luận của hạt cơ bản thì ảnh hưởng của tương tác hấp dẫn là có thể bỏ qua do nó rất nhỏ khi so với ba tương tác còn lại tại miền năng lượng đạt được hiện nay trong các máy gia tốc. Tại thang năng lượng rất lớn, cỡ trên thang Planck $\Lambda_{\text{Pl}} \sim 10^{19}$ GeV, tương tác hấp dẫn sẽ trở nên đáng kể. Khi đó một lý thuyết lượng tử của tương tác hấp dẫn là cần thiết.
- **Vấn đề phân bậc.** SM đã mô tả khá chính xác ba tương tác của các hạt cơ bản ở thang năng lượng dưới thang điện yếu, $\Lambda_{\text{EW}} \sim 10^2$ GeV. Tuy nhiên, hiệu ứng tương tác hấp dẫn chỉ xuất hiện ở thang Planck $\Lambda_{\text{Pl}} \sim 10^{19}$ GeV. Ở đây đặt ra câu hỏi là tại sao lại có khoảng cách rất lớn giữa thang điện yếu và Planck, và liệu chúng có ảnh hưởng gì đến các đại lượng trong SM không?. Trên thực tế, những đại lượng vật lý trong SM có thể nhận những đóng góp bổ đính lượng tử từ những thang năng lượng cao hơn, dẫn đến lý thuyết không ổn định nếu không đưa thêm một đối xứng hay nguyên lý nào đó để chặn điều này xảy ra. Cụ thể, khối lượng Higgs sẽ nhận bổ đính lớn có chứa phân kỳ bậc hai theo xung lượng cắt Λ_{UV} : $\Delta m_h^2|_{1\text{-loop}} \sim \Lambda_{\text{UV}}^2 + \dots$, bên cạnh khối lượng trần $m_h^2|_{\text{bare}} \sim \Lambda_{\text{EW}}^2$. Khi $\Lambda_{\text{UV}} \sim \Lambda_{\text{Pl}}$, khối lượng bổ đính cho Higgs khi đó sẽ rất lớn so với khối lượng trần. Hệ quả là để thu được khối lượng vật lý của Higgs khoảng 125 GeV [14, 15], chúng ta cần một sự tinh chỉnh (fine-tuning) rất chính xác giữa khối lượng trần và khối lượng bổ đính. Điều này vi phạm tính tự nhiên (naturalness) của lý thuyết.
- **Vi phạm CP trong tương tác mạnh.** Một vấn đề nữa của SM là sự vi phạm CP trong tương tác mạnh. Trong SM, QCD có suy biến cấu trúc chân không θ , điều này làm cho một thành phần Lagrangian nữa

của QCD xuất hiện, gọi là số hạng θ

$$\mathcal{L}_\theta = -\bar{\theta} \frac{\alpha_s}{8\pi} G^{\mu\nu a} \tilde{G}_{\mu\nu}^a, \quad (1.34)$$

trong đó \tilde{G} là tensor đối ngẫu của tensor cường độ trường màu G , $\bar{\theta} = \theta - \arg[\det(M)]$ với M là ma trận khối lượng quark. Số hạng này là một vi phạm toàn phần, lẻ CP (có trị riêng CP là -1) và gây nên một moment lưỡng cực điện (electric dipole moment-EDM) cho neutron, $d_n = C_{\text{EDM}} e \bar{\theta}$. Giới hạn trên của thực nghiệm cho $|d_n|$ dẫn đến $\bar{\theta}$ là rất nhỏ, $\bar{\theta} \lesssim 10^{-10}$, trong khi giá trị tự nhiên của $\bar{\theta} \sim \mathcal{O}(1)$. Điều này dẫn đến câu hỏi vì sao θ lại nhỏ như vậy, và đây được gọi là vấn đề vi phạm CP trong tương tác mạnh [26].

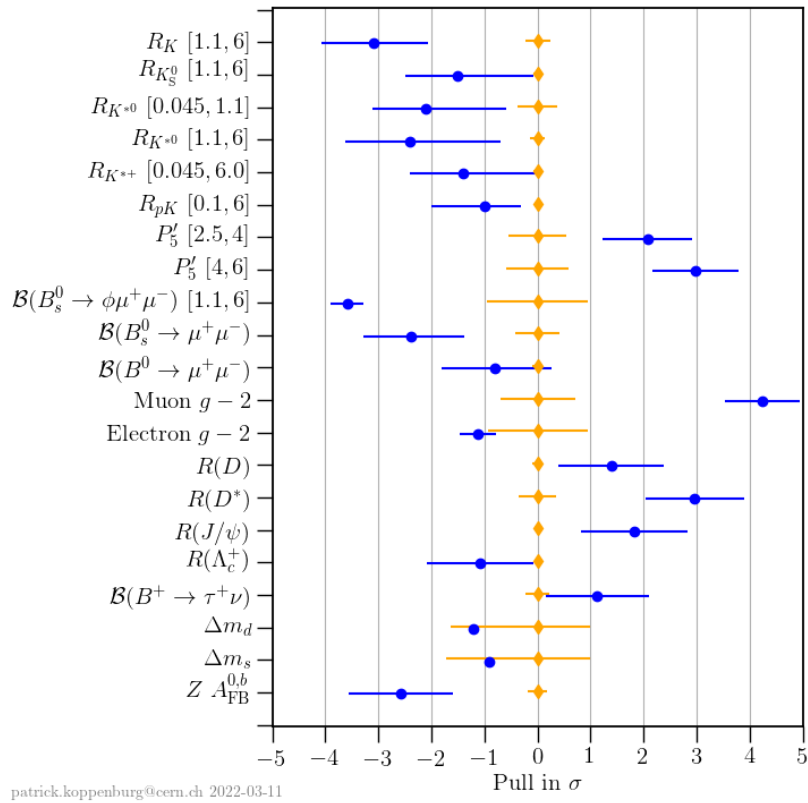
- **Bất đối xứng vật chất-phản vật chất.** Vũ trụ sớm là một hệ lượng tử có số hạt bằng số phản hạt. Tuy nhiên các quan sát thiên văn và vũ trụ học chỉ thấy vật chất được cấu thành từ các hạt, không tìm thấy sự tồn tại của phản vật chất được cấu thành từ phản hạt trong vũ trụ hiện tại. Sự bất đối xứng vật chất và phản vật chất này có thể được biểu diễn bởi một tham số bất đối xứng baryon (Baryon asymmetry of the Universe-BAU) như sau $\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} \sim 6 \times 10^{-10}$, trong đó n_B và $n_{\bar{B}}$ tương ứng là số mật độ baryon và phản baryon, n_γ là số mật độ của photon. Để đạt được sự bất đối xứng này xuất phát từ trạng thái đối xứng baryon ban đầu, Sakharov đề xuất cần ba điều kiện như sau: vi phạm số baryon, vi phạm C và CP, và mất cân bằng nhiệt động [24]. SM mặc dù về mặt nguyên tắc thoả mãn các điều kiện này [25], tuy nhiên lượng vi phạm CP là quá bé [3]. Ngoài ra, để có sự chuyển pha điện yếu đủ mạnh để rời khỏi trạng thái cân bằng nhiệt sang mất cân bằng nhiệt, khối lượng Higgs yêu cầu không vượt quá khoảng 50 GeV, mâu thuẫn với khối lượng Higgs 125 GeV đo được tại LHC [14, 15].

Những nhận xét trên chỉ ra rằng SM còn một số hạn chế trong cả lý thuyết và thực nghiệm. Bên cạnh đó, ngày càng nhiều dữ liệu từ các nhóm thực nghiệm như LHCb, FermiLab, Babar, Belle, MEG cho các quá trình thay đổi vị liên quan đến lepton ở năng lượng thấp trong những năm qua cho thấy có sự chênh

³Hiện nay nguồn vi phạm CP trong SM mới chỉ biết một nguồn duy nhất đến từ pha phức của ma trận CKM. Một nguồn vi phạm CP nữa có thể là từ ma trận trộn neutrino PMNS, được dự đoán sẽ cho đóng góp quan trọng vào BAU [133].

lệch có ý nghĩa với tiên đoán của SM với độ tin cậy nằm trong khoảng $2 - 4\sigma$, được gọi là những dị thường vật lý. Ở đây chúng tôi liệt kê một số ví dụ như sau (chi tiết xem hình 1.1)

- Một số đại lượng vật lý trong các kênh rã bán lepton meson B : dị thường R_K, R_{K^*} [29–33], dị thường P'_5 trong phân tích góc của kênh rã $B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-$ [169–172, 176, 177] có chênh lệch với tiên đoán SM nằm trong khoảng $2 - 3\sigma$. Ngoài ra, giá trị thực nghiệm của tỉ lệ rã nhánh $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$, $B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-$, $B_s \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$ [179, 180] là thấp hơn so với dự đoán của SM.
- SM tiên đoán moment từ dị thường của muon a_μ nhỏ hơn so với giá trị thực nghiệm mới nhất khoảng 4.2σ [34].



Hình 1.1: Một số dị thường hiện nay về vật lý vì mà đang có sự chênh lệch giữa giá trị thực nghiệm (màu xanh) và tiên đoán lý thuyết (màu vàng). Hình vẽ được trích dẫn từ <https://www.nikhef.nl/~pkoppenb/anomalies.html>

Ngoài các dị thường vật lý vị trình bày phía trên, còn một số kết quả thực nghiệm khác đo bởi ATLAS, CMS [41], MEG [37], Babar [38] cho các

giới hạn trên của tỉ lệ rẽ nhánh các kênh rẽ LFVHD $\text{Br}(h \rightarrow l_i l_j)$ và cLFV $\text{Br}(l_i \rightarrow l_j \gamma)$ ($i \neq j$) với độ tin cậy khoảng 90%. Mặc dù đây mới chỉ là những ràng buộc chứ chưa có giá trị đo cụ thể như những dị thường ở phía trên, tuy nhiên chúng có thể đem đến các ràng buộc chặt chẽ đối với tham số của các mô hình Vật lý mới.

Kênh rẽ cLFV	Giới hạn hiện tại
$\text{Br}(\mu \rightarrow e \gamma)$	$< 4.2 \times 10^{-13}$ (MEG) [37]
$\text{Br}(\tau \rightarrow e \gamma)$	$< 3.3 \times 10^{-8}$ (BaBar) [38]
$\text{Br}(\tau \rightarrow \mu \gamma)$	$< 4.4 \times 10^{-8}$ (BaBar) [38]
$\text{Br}(\mu \rightarrow 3e)$	$< 1.0 \times 10^{-12}$ (SINDRUM) [39]
$\text{Br}(\tau \rightarrow 3e)$	$< 2.7 \times 10^{-8}$ (Belle) [40]
$\text{Br}(\tau \rightarrow 3\mu)$	$< 3.3 \times 10^{-8}$ (Belle) [40]
Kênh rẽ LFVHD	Giới hạn hiện tại
$\text{Br}(h \rightarrow \mu \tau)$	$< 2.5 \times 10^{-3}$ [41]
$\text{Br}(h \rightarrow e \mu)$	$< 6.1 \times 10^{-5}$ [41]
$\text{Br}(h \rightarrow e \tau)$	$< 4.7 \times 10^{-3}$ [41]

Bảng 1.1: Giới hạn trên đối với các kênh rẽ cLFV và LFVHD hiện nay với độ tin cậy ở mức 90%

Các sự chênh lệch giữa lý thuyết và thực nghiệm của các đại lượng vật lý vi mô có thể được giải thích bằng đóng góp từ Vật lý mới hoặc do tính toán của QCD tại năng lượng thấp chưa hoàn thiện (như phần tử ma trận CKM, thừa số dạng (form factor), khối lượng quark). Mặc dù kỹ thuật tính toán QCD này có thể được cải thiện trong tương lai gần, tuy nhiên những dữ liệu hiện tại cho thấy một bức tranh nhất quán về các gợi ý hướng tới tìm kiếm các hiệu ứng Vật lý mới trong phần lepton.

Tổng kết lại, qua những phần trình bày ở trên, chúng ta thấy rằng việc mở rộng SM là một trong những mục tiêu hàng đầu của vật lý hạt cơ bản ngày nay. Trong phần tiếp theo của chương này, chúng tôi sẽ trình bày chi tiết những dị thường và ràng buộc thực nghiệm hiện tại trong vật lý vi mô, và sau đó giới thiệu một số mô hình BSM theo hướng mở rộng nhóm đối xứng điện yếu mà chúng khả năng có chứa những tương tác mới giải thích được những hiện tượng luận này.

1.2. Một số ràng buộc thực nghiệm và dị thường vật lý vi hiện nay

1.2.1. Các kênh rã cLFV và LFVHD

Như đã trình bày phía trên, SM không có neutrino phân cực phải và do đó khối lượng Dirac neutrino bằng không. Hệ quả của điều này là số lepton được bảo toàn, tức là chỉ cho phép xảy ra sự dịch chuyển lepton trong cùng một thế hệ (ví dụ như $e^- \rightarrow \nu_e W^-$) và cấm sự dịch chuyển từ thế hệ lepton này sang thế hệ lepton khác $e^- \rightarrow \nu_\mu W^-$. Tuy nhiên thực nghiệm đã khẳng định neutrino có khối lượng và có sự chuyển hóa thế hệ này sang thế hệ khác hay nói cách khác là có sự trộn lẫn giữa các thế hệ neutrino. Sự trộn neutrino này được bi diễn qua một ma trận PMNS, giống ma trận CKM trong phần quark. Trong phiên bản BSM tối thiểu nhất với sự xuất hiện của ba neutrino phân cực phải ν_R giải thích được khối lượng nhỏ neutrino qua cơ chế seesaw loại I, thì các kênh rã cLFV có thể xuất hiện. Tính toán ở bậc một vòng cho tỉ lệ rã nhánh của kênh rã cLFV $\mu \rightarrow e\gamma$ bị chặn rất mạnh bởi cơ chế GIM [36]

$$\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) \simeq \frac{3\alpha_{em}}{32\pi} \left| \sum_{i=e,\mu,\tau} U_{\mu i}^* U_{ei} \frac{m_{\nu_i}^2}{m_W^2} \right|^2 < 10^{-54}, \quad (1.35)$$

trong đó $U_{\mu i}^*, U_{ei}$ là các phần tử ma trận PMNS, m_ν khối lượng neutrino. Tương tự khi xét các kênh rã cLFV khác như $\mu \rightarrow 3e, \tau \rightarrow e\gamma, \mu\gamma$ cũng có tỉ lệ rã nhánh rất bé. Rõ ràng rằng những giá trị này là vô cùng nhỏ để có thể quan sát được ở bất kỳ thực nghiệm nào hiện nay. Ở thời điểm hiện tại, thực nghiệm chưa khẳng định quan sát được tín hiệu cLFV nào mà thay vào đó là cho giới hạn trên của tỉ lệ rã nhánh, cụ thể là $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) < 4.2 \times 10^{-13}$ với độ tin cậy 90% (MEG) [37], $\text{Br}(\tau \rightarrow e\gamma) < 3.3 \times 10^{-8}$, $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ với độ tin cậy 90% (Babar) [38]. Điều này ngụ ý rằng các mô hình BSM giải thích được khối lượng nhỏ neutrino mà có khả năng sinh nguồn cho LFV thì phải thoả mãn những ràng buộc này. [4]. Một điều quan trọng cần nhấn mạnh ở đây là sự khác nhau rõ rệt của đóng góp Vật lý mới vào các quá trình thay đổi vị trong phần lepton và quark. Với phần quark, các quá trình dịch chuyển FCNC như $b \rightarrow sl^+l^-$, bản thân SM dù bị chặn rất mạnh tuy nhiên vẫn có thể đóng góp vào những quan sát này ở bậc bổ đính lượng tử ở mức vòng hay hộp. Do đó đóng góp Vật lý mới hoặc để giải thích cho độ chênh lệch giữa

⁴Tuy nhiên cần chú ý rằng những quá trình cLFV này có thể xuất hiện hoàn toàn độc lập mà không cần bất kỳ mối liên hệ nào với cơ chế sinh khối lượng cho neutrino.

thực nghiệm và lý thuyết, hoặc bị ràng buộc bởi dữ liệu thực nghiệm. Điều này là hoàn toàn khác đối với phần lepton. Các kênh rã cLFV không xuất hiện trong SM kể cả khi xét đến các bổ đính bậc cao, bất kì quan sát nào xác nhận về cLFV sẽ là bằng chứng rõ ràng của Vật lý mới, do nó không thể được giải thích bằng độ bất định của tiên đoán SM. Một trong những mô hình BSM có thể cho đóng góp lớn vào cLFV là các mô hình 3-3-1, với đóng góp từ các giản đồ một vòng có chứa hạt mới như lepton trung hòa mới, boson chuẩn mang điện mới hoặc Higgs mang điện mới [99-101].

Sự kiện phát hiện boson Higgs vào tháng 6 năm 2012 tại LHC [14,15] đã tạo ra hi vọng cho kỉ nguyên mới của việc tìm kiếm BSM. Hạt Higgs được tìm thấy này còn được gọi là boson Higgs tựa SM (SMLHB) do một số tính chất của nó bước đầu được thực nghiệm cho thấy khá phù hợp với tiên đoán SM, ví dụ như tỉ lệ rã nhánh của các kênh rã $h \rightarrow \bar{b}b, \bar{c}c, \tau^+\tau^-, \gamma\gamma, ZZ, W^+W^-, gg$. Tuy nhiên có một số kênh rã mà bản thân SM không dự đoán chúng tồn tại, nhưng thực nghiệm hiện nay cho thấy có khả năng xuất hiện những tín hiệu các kênh này, đó là kênh rã LFV của SMLHB (LFVHD) $h \rightarrow l_i l_j$ với chỉ số vị lepton $i \neq j$. Trong SM, các số hạng thứ hai trong (1.17), (1.20) là tương tác giữa Higgs với lepton và quark $h\bar{f}f$. Chúng chỉ cho phép các kênh rã bảo toàn số vị xảy ra và do đó cấm các kênh rã vi phạm số vị xuất hiện. Giống như kênh rã cLFV, hiện nay chưa có thực nghiệm nào khẳng định quan sát được tín hiệu những kênh rã này, mà chỉ cho giới hạn trên của tỉ lệ rã nhánh, cụ thể là [41]

$$\begin{aligned} \text{Br}(h \rightarrow e\mu)_{\text{EXP}} &< 6.1 \times 10^{-5}, \\ \text{Br}(h \rightarrow \mu\tau)_{\text{EXP}} &< 2.5 \times 10^{-3}, \\ \text{Br}(h \rightarrow e\tau)_{\text{EXP}} &< 4.7 \times 10^{-3}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Điều này gợi ý rằng có thể đây là tín hiệu của Vật lý mới. Trong các mô hình BSM, các cơ chế khác nhau có thể tạo nên các tương tác vi phạm số vị của SMLHB, có thể tiến gần đến độ nhạy của các máy gia tốc trong tương lai. Một trong những mô hình BSM như vậy là mô hình 3-3-1, chứa nhiều hiện tượng luận với FCNC, bao gồm cả trong phần quark và lepton [102-104].

1.2.2. Moment từ dị thường muon

Một fermion hay cụ thể là một lepton mang điện với spin \vec{S} và khối lượng m_l có moment từ được định nghĩa bởi

$$\vec{M} = g_l \frac{e}{2m_l} \vec{S}, \quad (1.37)$$

trong đó tham số g_l là cường độ tương tác của lepton với từ trường (hay còn gọi là hệ số Landé). Phương trình Dirac cho $g_l^{\text{Dirac}} = 2$. Theo ngôn ngữ giản đồ Feynman thì moment từ Dirac này tương ứng những giản đồ cây. Tuy nhiên, các hiệu ứng lượng tử, tương ứng với các giản đồ Feynman ở bậc một vòng, cũng cho đóng góp vào moment từ này, và làm lệch đi so với giá trị $g_l^{\text{Dirac}} = 2$. Sự sai khác này được gọi là moment từ dị thường, và định nghĩa bởi

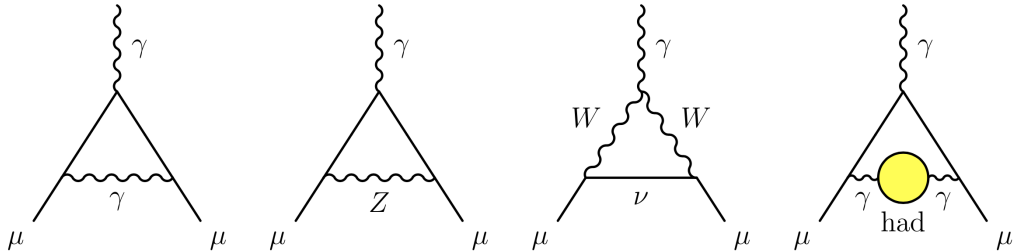
$$a_l = \frac{g_l - 2}{2}, \quad (1.38)$$

hay còn được ký hiệu là $(g - 2)_l$.

Khi xét với lepton là muon μ , có các đóng góp sau vào moment từ dị thường của muon trong SM, a_μ^{SM}

$$a_\mu^{\text{SM}} = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{Had}}, \quad (1.39)$$

hay tương ứng với các giản đồ Feynman sau



Hình 1.2: Các giản đồ Feynman bậc một vòng đóng góp vào a_μ^{SM} [41].

Ở đây a_μ^{QED} là đóng góp QED tương ứng với giản đồ đầu tiên bên trái, đã được tính toán đến bậc thứ năm khai triển nhiễu loạn (tương ứng đến bậc năm vòng). Số hạng a_μ^{EW} tương ứng với giản đồ có đóng góp bởi các boson chuẩn điện yếu W^\pm , Z hoặc Higgs h , được tính đến bậc thứ hai của khai triển nhiễu loạn (tương ứng đến bậc hai vòng). Số hạng cuối a_μ^{Had} là đóng góp của QCD, tương ứng với giản đồ cuối bên phải trong [1.2]. Số hạng này rất phức

tạp và được chủ yếu tính bằng phương pháp tính số lattice QCD. Hiện nay, giá trị tốt nhất a_μ^{SM} có được là [35]

$$a_\mu^{\text{SM}} = 116\,591\,810(43) \times 10^{-11}, \quad (1.40)$$

trong đó sai số đến từ đóng góp của QCD.

Kết quả thực nghiệm gần đây nhất cho moment từ dị thường muon đo bởi thí nghiệm $g - 2$ E989 tại FNAL [34] là

$$a_\mu^{\text{Exp}} = 116\,592\,061(41) \times 10^{-11}, \quad (1.41)$$

và giá trị này chênh lệch so với tiên đoán SM vào khoảng 4.2σ

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{Exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 251(59) \times 10^{-11}. \quad (1.42)$$

Độ chính xác ấn tượng của tiên đoán SM và phép đo thực nghiệm khiến cho a_μ là đại lượng vật lý có độ chính xác cao, và là một trong những kênh tìm kiếm dấu hiệu Vật lý mới nhạy nhất hiện nay. Tuy nhiên cần lưu ý rằng các tính toán lattice QCD trong tương lai có thể cải thiện tiên đoán lý thuyết và làm giảm sự chênh lệch với thực nghiệm.

Vật lý mới nếu có ở đây để giải thích sự chênh lệch Δa_μ này thì sẽ xuất hiện trong các đóng góp ở giản đồ một vòng. Đó có thể là hạt vô hướng mới, vector mới hoặc fermion mới trong giản đồ vòng. Ví dụ như hạt đồng hành siêu đối xứng trong mô hình SUSY [134] hoặc photon tối (dark photon) [135]. Ngoài ra, một số mô hình BSM có chứa phổ Higgs đặc biệt như các mô hình 3-3-1, mà trong đó có xuất hiện các số hạng tương tác LFV của Higgs ở bậc cây sẽ cho đóng góp thêm vào số hạng a_μ^{EW} , cũng có thể giải thích được moment từ dị thường của muon [142,143].

1.2.3. Kênh rã FCNC của top quark $t \rightarrow qh$ ($q = u, c$)

Hiệu ứng Vật lý mới có thể xuất hiện trong phần quark, tuy nhiên có phần phức tạp hơn bởi những quá trình có liên hệ với tương tác vi phạm số vị của Higgs bao gồm top quark. Một trong những quá trình FCNC của top quark là các kênh rã $t \rightarrow qh$ với q là các quark nhẹ u, c . Trong SM, tỉ lệ rã nhánh các kênh này là rất nhỏ [152,153],

$$\text{Br}(t \rightarrow ch)_{\text{SM}} \simeq 10^{-15},$$

$$\text{Br}(t \rightarrow uh)_{\text{SM}} = \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|^2 \text{Br}(t \rightarrow ch) \simeq 10^{-17}. \quad (1.43)$$

Điều này dường như nằm ngoài phạm vi tìm kiếm hiện nay của LHC. Một số kết quả thực nghiệm của CMS, ATLAS chưa quan sát được tín hiệu đáng kể nào so với phong nền cho những kênh rã FCNC của top quark, điều này dẫn đến các giới hạn trên cho các tỉ lệ rã nhánh:

$$\text{Br}(t \rightarrow qh)_{\text{exp}} < 0.47\%, \quad q \equiv u, c, \quad (1.44)$$

với độ tin cậy 95% [136, 148]. Bên cạnh đó, giới hạn gián tiếp mạnh nhất với tương tác FCNC quark-quark-Higgs đến từ phép đo dao động meson, ràng buộc này có thể được chuyển thành tỉ lệ rã nhánh của kênh rã QFVHD [137, 138]. Một số mô hình BSM có tương tác Higgs với quark ngay ở bậc cây như mô hình 3-3-1 có thể chứa các nguồn cho đóng góp vào các kênh rã FCNC của top quark này.

1.2.4. Dị thường trong một số kênh rã bán lepton của meson B

Một trong những tiên đoán quan trọng của SM là các lepton mang điện của các thế hệ khác nhau thì đều có tương tác giống nhau (tính phổ quát của số vị lepton-LFU). Nhiều thực nghiệm chỉ ra rằng nguyên lý này đúng trong một số quan sát, như các kênh rã $Z \rightarrow l^+l^-$ cho tỉ lệ rã nhánh như nhau cho cả ba thế hệ lepton l . Tuy nhiên, một vài thực nghiệm gần đây gợi ý rằng có dấu hiệu của sự vi phạm tính phổ quát của vị lepton (LFUV), gợi ý rằng đó có thể là do đóng góp của Vật lý mới. Những tín hiệu LFUV đang được quan tâm là sự dịch chuyển quark FCNC $b \rightarrow sl^+l^-$ ($l = e, \mu$) của các kênh rã bán lepton của meson B . Trong số những quan sát này, thì tỉ số LFUV được chú ý đặc biệt, do ảnh hưởng của độ bất định bởi các thừa số dạng (form factor) bị triệt tiêu giữa tử số và mẫu số,

$$R_K = \frac{\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}, \quad R_{K^*} = \frac{\text{Br}(B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B^0 \rightarrow K^{0*} e^+ e^-)}. \quad (1.45)$$

Những tỉ số này còn được gọi là dị thường R_K và R_{K^*} . Đây là một trong những tín hiệu dị thường có khả năng lớn chứa tín hiệu của Vật lý mới [30, 32, 33]. Giá trị cập nhật mới nhất bởi LHCb cho các tỉ số này trong miền $q^2 \in [1.1, 6] \text{ GeV}^2$, với q^2 là bất biến bình phương khối lượng dilepton, thấp hơn tiên đoán SM cỡ 3.1σ [31] và 2.5σ [29], một cách tương ứng.

Ngoài tỉ số trên, LFUV còn xuất hiện trong một số đại lượng vật lý khác. Cụ thể như LHCb đo tỉ lệ rẽ nhánh của $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$, $B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-$ [179], $B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ [180] thấp hơn so với ước tính của SM; dị thường của góc P'_5 trong kênh rẽ $B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-$ lần đầu được quan sát bởi LHCb [169,170] trong miền bất biến bình phương khối lượng di-muon $q^2 \in [4.0, 6.0]$ GeV² sai khác với tiên đoán SM vào cỡ 3.3σ , tương tự kết quả công bố bởi ATLAS [172]. Ngoài ra, kết quả của thí nghiệm Belle [171] cho chênh lệch với SM thấp hơn 2.6σ , trong khi với mode rẽ cho electron $B^0 \rightarrow K^{0*} e^+ e^-$ thì phù hợp với dự đoán của SM hơn so với mode rẽ cho muon [175]. Nhóm CMS cũng nghiên cứu dị thường này và cho kết quả đồng nhất với SM trong khoảng 1σ [173,174]. Các báo cáo gần đây của LHCb [176,177] đã cập nhật giá trị mới của P'_5 , chênh lệch với SM vào cỡ 2.5σ cho $q^2 \in [4.0, 6.0]$ GeV² và 2.9σ cho $q^2 \in [6.0, 8.0]$ GeV².

Trong SM, những quan sát về LFUV chỉ có mặt khi tính đến bậc bở đỉnh như các giản đồ cánh cụt (penguin diagram) hay giản đồ hộp (box diagram). Các mô hình BSM có chứa tương tác FCNC bậc cây trong phần lepton hoặc quark có thể giải thích được các dị thường này. Ví dụ mô hình có chứa boson chuẩn trung hòa mới Z' hoặc Higgs mới có tương tác không tầm thường giữa các thế hệ quark như các mô hình 3-3-1 [120] hoặc 3-3-1-1 [125], hay mô hình 3-3-1 đảo [122] với tương tác giữa thế hệ lepton thứ nhất khác với hai thế hệ lepton còn lại.

1.3. Một số mô hình BSM

Sau khi đã trình bày tổng quan một số dị thường trên, chúng tôi sẽ giới thiệu qua một số mô hình BSM theo hướng mở rộng nhóm đối xứng chuẩn điện yếu. Những mô hình này bên cạnh giải quyết được một số hạn chế của SM mà còn chứa những nguồn tương tác mới mà có thể giải thích được các ràng buộc thực nghiệm và dị thường đã trình bày ở trên.

1.3.1. Mô hình đối xứng trái-phải tối thiểu

Mô hình đối xứng trái phải tối thiểu (MLRSM) có nhóm chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ là một trong những mô hình BSM sớm nhất được nghiên cứu [52-59]. Mô hình này xếp các fermion phân cực phải vào lưỡng tuyến của nhóm chuẩn $SU(2)_R$, tương tự trong SM khi xếp các lưỡng tuyến fermion phân cực trái của nhóm $SU(2)_L$. Để sinh khối lượng các hạt

cần hai tam tuyến Higgs trái, phải của nhóm $SU(2)_L, SU(2)_R$ và một song lưỡng tuyến (bi-linear doublet). Mô hình này ban đầu được xây dựng nhằm giải thích sự bất đối xứng chẵn lẻ quan sát được trong tương tác yếu qua sự phá vỡ đối xứng nhóm $SU(2)_R$ ở thang năng lượng cao. Đây cũng là mô hình đầu tiên giải thích khối lượng nhỏ neutrino qua cơ chế seesaw nhờ sự có mặt của neutrino phân cực phải ν_R . Tuy nhiên MLRSM không giải quyết được vấn đề vật chất tối, giống như SM.

1.3.2. Các mô hình 3-3-1

Một trong những mô hình BSM nhận được nhiều sự chú ý mà trong đó nhóm chuẩn có dạng $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (viết tắt là mô hình 3-3-1) [60–65]. Động lực chính để xây dựng kiểu mô hình 3-3-1 này là nhằm trả lời câu hỏi tại sao quan sát trong tự nhiên có ba thế hệ vật chất thông qua mối liên hệ giữa số thế hệ với điều kiện khử dị thường $[SU(3)_L]^3$ [63]. Nhiều vấn đề của SM được mô hình này giải quyết tốt: khối lượng neutrino [72–83], lượng tử hóa điện tích [66–70], số thế hệ vật chất, khối lượng nặng bất thường của top quark [71], vi phạm CP trong QCD [84–86]. Mô hình 3-3-1 cũng có chứa vật chất tối [87–96]. Bên cạnh đó, loại mô hình này có ưu điểm khác như cấu trúc toán học không quá phức tạp so với các mô hình BSM khác như SUSY, các mô hình không gian nhiều chiều; thang làm việc mô hình 3-3-1 không quá lớn nên có thể được thực nghiệm kiểm chứng tại máy gia tốc như dự án High Luminosity-LHC (HL-LHC) đang được triển khai nâng cấp tại LHC hoặc máy gia tốc tuyến tính sử dụng (ILC) đang được đề xuất xây dựng [156]. Điều quan trọng là, các mô hình 3-3-1 có chứa các thế hệ vật chất không đồng nhất với đối xứng chuẩn, do đó sẽ đem lại những tiên đoán trực tiếp cho những dị thường liên quan đến số vị của quark và lepton.

Mô hình	Ưu điểm	Hạn chế
ν 331	Giải thích được một số vấn đề SM : số thế hệ fermion, khối lượng top quark, lượng tự hoá điện tích.	Neutrino nhận khối lượng qua thang seasaw rất lớn $M \sim 10^{12}$ GeV, phổ khối lượng neutrino ở bậc cây không phù hợp với thực nghiệm; vật chất tối không phù hợp. .
E331	Số lượng tham số tự do được giảm bớt nhiều so với ν 331 do chỉ có hai tam tuyến Higgs, phổ Higgs chéo hóa đơn giản	Không có vật chất tối
M331	Không cần đưa thêm lepton mới như neutrino phân cực phải và fermion mới N (phổ lepton là tối thiểu)	Phổ Higgs phức tạp và khó chéo hóa chính xác. Mô hình cho đóng góp lớn vào FCNC, có chứa toán tử dẫn đến rã proton lớn
RM331	Phổ lepton và Higgs là tối thiểu, số bậc tự do là nhỏ nhất, giải quyết được vấn đề proton rã nhanh	Cho đóng góp vào FCNC hoặc $\Delta\rho$ lớn do điều kiện cực Landau, không phù hợp với thực nghiệm
S331	Kế thừa ưu điểm của RM331. FCNC không bị phụ thuộc vào cực Landau, giải quyết được vấn đề $\Delta\rho$ nhận đóng góp nhỏ từ Vật lý mới. Mô hình có chứa vật chất tối khi đưa thêm trường trợ	Bị giới hạn bởi cực Landau, cần tương tác hiệu dụng để sinh khối lượng cho các fermion

Bảng 1.2: Bảng so sánh ưu điểm và hạn chế của một số phiên bản mô hình 3-3-1

Mô hình 3-3-1 có thể chia thành hai phiên bản chính dựa vào cách lựa chọn lepton l trong đáy tam tuyến lepton $\psi_{aL} = (\nu_{aL} \ e_{aL} \ l_{aL})^T$. Khi chọn l là hạt lepton mới là neutrino phân cực phải $(\nu_R)^c$ hoặc fermion trung hòa mới $(N_R)^c$ ta có các mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải (ν 331) [61], hoặc mô hình 3-3-1 với fermion trung hòa mới (N331) [76-78]. Khi không sử dụng hạt lepton mới mà l là hạt lepton mang điện thông thường của SM,

$l_{aL} \equiv (e_{aR})^c$, thì phổ lepton là tối thiểu, mô hình 3-3-1 được gọi là 3-3-1 tối thiểu (M331) [62–65]. Sau đây chúng tôi trình bày tóm tắt ưu và nhược điểm của từng loại mô hình.

Mô hình ν 331 và N331

Mô hình ν 331 là một trong những phiên bản mô hình 3-3-1 đầu tiên được xây dựng. Mô hình này thường làm việc với ba tam tuyến Higgs như sau

$$\begin{aligned} \chi &= \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^- \\ \chi_3^0 \end{pmatrix} \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right), & \eta &= \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_2^- \\ \eta_3^0 \end{pmatrix} \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right), \\ \rho &= \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho_2^0 \\ \rho_3^+ \end{pmatrix} \sim \left(1, 3, \frac{2}{3}\right). \end{aligned} \quad (1.46)$$

Nhược điểm của ν 331 là neutrino nhận khối lượng qua cơ chế seesaw tại thang rất lớn $M_R \sim 10^{10} - 10^{14}$ GeV, dẫn đến vấn đề phân bậc không tự nhiên. Ngoài ra phổ khối lượng neutrino tại bậc cây bao gồm một neutrino không khối lượng và hai neutrino có khối lượng suy biến, điều này là không phù hợp với thực nghiệm dao động neutrino. Do đó mô hình ν 331 cần xét đến đóng góp bổ đính hoặc giới thiệu thêm một lục tuyến Higgs để giải quyết vấn đề này [75]. Vật chất tối trong mô hình ν 331 sẽ xuất hiện khi một trong ba tam tuyến là lẻ với đối xứng được đưa vào bằng tay Z_2 ($\eta \rightarrow -\eta$, còn gọi là trường trơ), hạt lẻ Z_2 nhẹ nhất sẽ bền và là ứng viên vật chất tối [88]. Bên cạnh đó, mô hình N331 cho neutrino khối lượng nhỏ với thang seesaw tự nhiên vài TeV, cỡ thang phá vỡ đối xứng 3-3-1. N331 cũng giải thích được sự trộn neutrino một cách tự nhiên [76–78].

Các mô hình 3-3-1 có tính chất đặc trưng là số lepton L không giao hoán với vi tử T_i ($i = 1, \dots, 8$) của nhóm chuẩn $SU(3)_L$ do các tam tuyến lepton ψ_{aL} chứa cả lepton và phản lepton, hệ quả là số lepton trong loại mô hình này không được bảo toàn. Để khôi phục lại đối xứng lepton, một toán tử số lepton mới được xây dựng \mathcal{L} , giống như khi xây dựng siêu tích yếu Y trong mẫu GWS

$$L = \alpha T_3 + \beta T_8 + \gamma X + \mathcal{L}, \quad (1.47)$$

trong đó các hệ số α, β, γ được xác định theo từng phiên bản mô hình 3-3-1. Còn với số baryon thì thực tế luôn luôn được bảo toàn trong các mô hình 3-3-1, và có biểu thức cho toán tử số baryon bảo toàn \mathcal{B} chính là số baryon thông thường $B = \mathcal{B}I$ [74].

Trong mô hình $\nu 331$, với $\alpha = 0, \beta = 4/\sqrt{3}, \gamma = 0$, có hai tam tuyến Higgs χ, η là giống nhau dưới nhóm đối xứng chuẩn G_{331} , chỉ khác nhau về số lepton $\mathcal{L}(\chi) = 4/3, \mathcal{L}(\eta) = -2/3$. Chúng sẽ hoàn toàn giống nhau khi số lepton bị vi phạm và có thể lược bỏ một trong số chúng. Mô hình $\nu 331$ sau khi rút gọn chỉ còn hai tam tuyến Higgs χ, ρ được gọi là mô hình 3-3-1 tiết kiệm (E331) [109, 110]. Các hiện tượng luận trong phiên bản mô hình này đã được khảo sát [111–115] cũng như phiên bản siêu đối xứng hoá của mô hình này cũng đã được nghiên cứu chi tiết [103, 104, 116]. Ưu điểm của E331 so với $\nu 331$ là phổ Higgs là tối thiểu, số tham số tự do được lược giảm rất nhiều.

Mô hình M331

Với phiên bản M331 ban đầu được đề xuất [62, 63], phổ fermion được sắp xếp như sau như sau

$$\begin{aligned}
\psi_{aL} &= \begin{pmatrix} \nu_{aL} \\ e_{aL} \\ (e_{aR})^c \end{pmatrix} \sim (1, 3, 0), \\
Q_{1L} &= \begin{pmatrix} u_{1L} \\ d_{1L} \\ J_{1L} \end{pmatrix} \sim \left(3, 3, \frac{2}{3}\right), & Q_{iL} &= \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ J_{iL} \end{pmatrix} \sim \left(1, 3, \frac{2}{3}\right), \\
u_{aR} &\sim (3, 1, 2/3), & d_{aR} &\sim (3, 1, -1/3), \\
J_{1R} &\sim (3, 1, 5/3), & J_{iR} &\sim (3, 1, -4/3).
\end{aligned} \tag{1.48}$$

trong đó J_{1R}, J_{iR} là các quark ngoại lai có điện tích khác với các quark ngoại lai như trong $\nu 331$. Phổ Higgs bao gồm ba tam tuyến Higgs để sinh khối lượng cho các quark

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi_2^{--} \\ \chi_3^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1), \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta_1^+ \\ \eta_2^0 \\ \eta_3^- \end{pmatrix} \sim (1, 3, 0),$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho_2^0 \\ \rho_3^{++} \end{pmatrix} \sim (1, 3, 1), \quad (1.49)$$

và một lực tuyến Higgs để sinh khối lượng cho các lepton [5](#)

$$S = \begin{pmatrix} S_{11}^0 & \frac{S_{12}^-}{\sqrt{2}} & \frac{S_{13}^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{S_{12}^-}{\sqrt{2}} & S_{22}^{--} & \frac{S_{23}^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{S_{13}^+}{\sqrt{2}} & \frac{S_{23}^0}{\sqrt{2}} & S_{33}^{++} \end{pmatrix} \sim (1, 6, 0). \quad (1.50)$$

Tuy có phổ lepton là tối thiểu nhưng việc chéo hóa các ma trận trộn khối lượng trong mô hình này là rất phức tạp. Hơn nữa mô hình còn chứa số bậc tự do rất lớn do có phổ Higgs lớn (gồm ba tam tuyến η, χ, ρ và lực tuyến S), sau khi phá vỡ đối xứng tự phát vẫn còn đến 22 bậc tự do. Do M331 có cực Landau $\Lambda \sim 4 - 5$ TeV, thang năng lượng lớn nhất của M331 không được vượt quá giá trị này, dẫn đến việc giải thích khối lượng nhỏ neutrino trong mô hình qua cơ chế seesaw là không phù hợp với thực nghiệm dao động neutrino [\[17-23\]](#). Ngoài ra, M331 có chứa những toán tử hiệu dụng 7 chiều dẫn đến kênh rã proton lớn, với thời gian sống $\tau_{\text{proton}} \sim 10^{-8}$ s, điều này thậm chí còn vi phạm nghiêm trọng giới hạn thực nghiệm [\[41\]](#). Xuất phát từ những vấn đề này, đã có ba biến thể khác nhau của M331 được đề xuất với việc lược bỏ hoặc lực tuyến Higgs S hoặc cả lực tuyến S cùng với một trong hai tam tuyến $\eta(\rho)$:

- Mô hình M331 với ba tam tuyến Higgs (bỏ đi lực tuyến S) với đề xuất đưa thêm một đối xứng Z_3 để sinh khối lượng phù hợp cho lepton mang điện qua các toán tử hiệu dụng 5 chiều, trong khi neutrino nhận khối lượng qua toán tử hiệu dụng 11 chiều [\[117\]](#). Vấn đề rã proton lớn vẫn có thể xuất hiện trong loại mô hình này với toán tử hiệu dụng 8 chiều, tuy nhiên các toán tử này có thể bị chặn khi gán thêm đối xứng Z_2 cho các trường quark sao cho $Q_{aL,R} \rightarrow -Q_{aL,R}$ (lẻ Z_2) còn các trường khác chẵn Z_2 .
- Mô hình M331 với chỉ hai tam tuyến Higgs (χ, ρ) (còn được gọi là mô hình 3-3-1 rút gọn tối thiểu -RM331) [\[118\]](#). Mô hình này có số tham số

⁵Thực tế tam tuyến η cũng sinh khối lượng cho lepton qua tương tác $h_{ab}^l \epsilon^{ijk} (\bar{\psi}_{aL}^c)_i (\eta)_j (\psi_{bL})_k$, với hằng số Yukawa $h_{ab}^l = -h_{ba}^l$ phản đối xứng. Ma trận trộn khối lượng lepton sẽ là ma trận phản đối xứng và có trị riêng là 0, $-M$, $+M$. Điều này là không phù hợp với thực nghiệm, do có một lepton không có khối lượng ở mức cây, và hai lepton còn lại có khối lượng bị suy biến.

tự do nhỏ nhất và cho phổ Higgs đơn giản hơn nhiều. Tuy vậy, RM331 cho đóng góp lớn vào FCNC hoặc tỉ số $\Delta\rho$ chỉ trừ khi thang năng lượng lớn hơn nhiều giới hạn cực Landau của mô hình $\Lambda \simeq 4 - 5$ TeV. Điều này làm cho mô hình mất tính nhiều loạn. RM331 có chứa toán tử hiệu dụng 7 chiều dẫn đến sự rã nhanh của proton, và được giải quyết khi gắn thêm đối xứng Z_2 cho quark $Q_{aL,R} \rightarrow -Q_{aL,R}$, tương tự như mô hình M331 với ba tam tuyến Higgs. Nhược điểm tiếp theo của RM331 là quark khối lượng nặng như top quark không có khối lượng ở bậc cây, điều này là không tự nhiên kể cả khi xét đến bổ đính hoặc tương tác hiệu dụng.

- Mô hình M331 với hai tam tuyến χ, η , đồng thời thế hệ quark thứ ba Q_{3L} được xếp khác với hai thế hệ đầu Q_{1L}, Q_{2L} (ngược lại với M331 nguyên bản và RM331 trong đó thế hệ thứ nhất Q_{1L} khác với thế hệ thứ hai và ba $Q_{2,3L}$). Phiên bản này còn được gọi là mô hình 3-3-1 đơn giản (S331) [119, 120], tránh được vấn đề FCNC lớn do FCNC trong S331 không phụ thuộc vào cực Landau [121]. Khối lượng top quark xuất hiện ở bậc cây, trong khi các quark và lepton nhẹ hơn nhận khối lượng qua tương tác hiệu dụng hoặc bổ đính lượng tử, điều này phù hợp hơn so với RM331. Sự có mặt của các trường trơ được thêm vào S331, $\phi = \chi', \eta', S'$ không những giải quyết được vấn đề tham số thực nghiệm $\Delta\rho$, mà còn cho lời giải bài toán vật chất tối [120]. Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng nếu không có sự có mặt của trường trơ Higgs, đóng góp của Vật lý mới cho tham số $\Delta\rho$ sẽ là rất nhỏ và có thể bỏ qua [121]. Khi có mặt, tam tuyến Higgs trơ cho đóng góp vào tham số $\Delta\rho$ qua giản đồ một vòng là đáng kể [120]. Với vấn đề rã lớn của proton, S331 chặn được các tương tác hiệu dụng có thể dẫn tới kênh rã proton lớn bằng một đối xứng chẵn lẻ lepton (lepton parity) $P = (-1)^L$, điều này là khác so với hai mô hình RM331 và M331. Tuy nhiên mô hình vẫn có nhược điểm là thang Vật lý mới không cao, cần tương tác hiệu dụng để sinh đủ khối lượng cho các fermion.

Qua những phân tích trên ta thấy mô hình S331 không những chứa phần lepton và Higgs là nhỏ nhất mà còn khắc phục được nhược điểm RM331 và

M331, đáp ứng với thực nghiệm tốt hơn [6]. Nhiều hiện tượng luận đã được nghiên cứu trong S331, ví dụ như các ràng buộc cho SMLHB tại LHC đã được thảo luận trong mô hình này [120]. Tuy nhiên, chưa có sự khảo sát nào về sự liên hệ giữa tìm kiếm máy gia tốc của giới hạn vật lý chính xác cho SMLHB với các tương tác vi phạm số vị. S331 chứa hai tam tuyến Higgs thường (chẵn với đối xứng $Z_2: \phi \rightarrow \phi$) và cả lepton và quark đều tương tác với các tam tuyến Higgs này thông qua các ma trận Yukawa tổng quát (bao gồm cả toán tử tái chuẩn hóa được và không tái chuẩn hóa được). Vì vậy, nó cho phép các tương tác vi phạm số vị ở bậc cây của boson Higgs vật lý. Nó có thể cho đóng góp lớn vào tỉ số rẽ nhánh của các kênh rẽ LFV và QFV của SMLHB, ví dụ như $h \rightarrow \mu\tau, h \rightarrow q_i q_j$, với $q_{i,j}$ là các quark nhẹ, và còn cả kênh rẽ của top quark $t \rightarrow qh$. Trong những kênh rẽ này, kênh rẽ $\tau \rightarrow \mu\gamma$ và moment từ dị thường muon $(g-2)_\mu$ cũng bị ràng buộc với các tương tác LFV của Higgs. Boson Higgs trung hòa mới sẽ cho đóng góp vào $(g-2)_\mu$ tại bậc bẻ đỉnh một vòng, với cả hai đỉnh tương tác vi phạm số vị, trong khi cho đóng góp vào $\tau \rightarrow \mu\gamma$ tại bậc bẻ đỉnh hai vòng. Chúng tôi hi vọng rằng những đóng góp này có thể giải đáp cho sự chênh lệch $(g-2)_\mu$ và cũng có thể đạt đến giới hạn thực nghiệm hiện nay của $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$. Chính vì vậy, chúng tôi sẽ tập trung nghiên cứu những đóng góp của các tương tác vi phạm số vị vào những kênh rẽ của SMLHB, quark nặng, lepton cùng với $(g-2)_\mu$. Đây sẽ là những nội dung được chúng tôi trình bày chi tiết trong chương 2 của luận án.

1.3.3. Các mô hình 3-3-1-1

Phân tích các hiện tượng gắn với FCNC đóng vai trò quan trọng trong việc ràng buộc các tham số của SM và kiểm tra các mô hình BSM. Trong những năm gần đây, các quá trình được nghiên cứu rộng rãi nhất liên quan đến FCNC trong vật lý B , đặc biệt là quá trình dịch chuyển quark $b \rightarrow s$. Nơi đầu tiên để tìm kiếm Vật lý mới trong dịch chuyển $b \rightarrow s$ là hệ trộn $B_q - \bar{B}_q$ với $q = d, s$. Sự chênh lệch khối lượng ΔM_d đã được đo với độ chính xác cao [158], trong khi phép đo của ΔM_s [159,160] rất phức tạp do sự dao động nhanh của meson B_s . Kết quả đo của $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ [161-164], $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ [165-168], là gần như phù hợp với tiên đoán SM. Tuy nhiên, một số chênh lệch liên quan đến quá trình trên vẫn tồn tại và được xác nhận bằng các phép đo độc lập.

⁶Cần lưu ý rằng thang năng lượng của mô hình S331 vẫn bị giới hạn bởi cực Landau $\Lambda \simeq 5 \text{ TeV}$, giống như mô hình M331 và RM331.

Nhưng sự sai khác này có thể được hiểu do độ bất định của dạng thừa số (form factor), yếu tố ma trận CKM hoặc sự hiện diện của Vật lý mới. Hơn nữa, tỉ số giữa các tỉ lệ rẽ nhánh R_K, R_{K^*} , và một số đại lượng vật lý khác của kênh rẽ $B \rightarrow K(K^*)l^+l^-$ ($l = \mu, e$) đã được xác định [29–33, 169–172, 176–180]. Tất cả các kết quả của các phép đo này hiện nay cho thấy có sự chênh lệch so với dự đoán của SM. Không giống như đại lượng vật lý góc (angular observables), nhiều tỉ số giữa các tỉ lệ rẽ nhánh là R_K và R_{K^*} không thể giải thích được thông qua việc đánh giá thấp đóng góp của QCD. Kết quả này đã truyền cảm hứng cho các nhà vật lý nghiên cứu các quá trình rẽ này và xem liệu một số mô hình Vật lý mới có thể giải thích tốt hơn các dữ liệu thực nghiệm này hay không.

Gần đây, Phùng Văn Đồng và nhóm nghiên cứu đã chỉ ra một sự mở rộng của SM trong đó đối xứng chuẩn được mở rộng thành nhóm $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes U(1)_N$, được gọi là mô hình 3-3-1-1. Mô hình này chứa đựng cả khía cạnh toán học và hiện tượng luận của mô hình 3-3-1 [60–65]. Do đó, mô hình 3-3-1-1 có tất cả những ưu điểm của mô hình 3-3-1 [124–126, 129]. Sự khác biệt giữa mô hình 3-3-1-1 và các phiên bản 3-3-1 trước đây là bản chất của đối xứng $B - L$. Trong mô hình 3-3-1-1, đối xứng $B - L$ được hiểu như là một đối xứng chuẩn không giao hoán. Do đó, sẽ tồn tại một sự thống nhất giữa tương tác điện từ và tương tác $B - L$ [128], giống như lý thuyết của Glashow-Weinberg-Salam. Bên cạnh đó, mô hình này cũng mang đến một sự giải thích một cách tự nhiên, toàn diện cho khối lượng neutrino, vật chất tối, vấn đề lạm phát vũ trụ và sự bất đối xứng vật chất-phản vật chất [124, 126–129].

Một đặc điểm khác của mô hình 3-3-1-1 là tương tác vi phạm số vị xuất hiện trong cả phần quark và lepton. Các thế hệ quark biến đổi khác nhau dưới nhóm $SU(3)_L$. Do đó, chúng dẫn đến dòng trung hoà thay đổi vị (FCNC) ở bậc cây tương tác với boson chuẩn trung hoà mới, Z_2, Z_N , và boson Higgs trung hoà mới. Vai trò của FCNC tương tác với Z_2, Z_N trong dao động meson đã được nghiên cứu trước đây [125]. Các tác giả chỉ tập trung vào đóng góp Vật lý mới ở bậc cây mà gây nên bởi boson chuẩn trung hoà mới vào chênh lệch khối lượng meson trong những nghiên cứu đó. Họ chỉ so sánh đóng góp Vật lý mới với giá trị thực nghiệm. Do vậy, các tác giả đã chỉ ra giới hạn dưới của thang Vật lý mới là vài TeV. Tuy nhiên, khi xét tất cả đóng góp Vật lý mới và đóng góp SM vào dao động meson, giới hạn dưới cho thang Vật lý mới có thể sẽ được ràng buộc chặt hơn so với kết quả cũ [125]. Ngoài ra, một số hiện

tượng luận khác gắn với FCNC bậc cây như các kênh rã bán lepton của meson B : $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K(K^*) \mu^+ \mu^-$ cũng được thảo luận. Mô hình 3-3-1-1 còn chứa boson chuẩn mang điện và Higgs mang điện mới, đây là nguồn gây nên kênh rã vi phạm số vị của lepton và quark $b \rightarrow s\gamma$ và $\mu \rightarrow e\gamma$. Đây cũng là vấn đề chưa được nghiên cứu đến trong mô hình 3-3-1-1. Tất cả những điều này sẽ được trình bày cụ thể trong chương 3 của luận án.

1.4. Kết luận chương 1

Qua những trình bày tổng quan về SM và một số mô hình BSM theo hướng mở rộng nhóm đối xứng điện yếu ở phía trên, chúng tôi có những nhận xét sau đây

- SM chưa phải là lý thuyết hoàn chỉnh do còn một số hạn chế chưa giải quyết được như khối lượng neutrino, vật chất tối, số thế hệ vật chất...
- Đã trình bày khái quát một số ràng buộc và dị thường vật lý vị hiện nay tại các máy gia tốc như kênh rã LFV trong phần Higgs và lepton mang điện, moment từ dị thường muon a_μ , dị thường trong các kênh rã bán lepton meson B , kênh rã FCNC top quark.
- Mô hình BSM đầu tiên được đề xuất là MLRSM giải thích được vấn đề khối lượng neutrino, bất đối xứng chẵn lẻ nhưng không có vật chất tối.
- Mô hình BSM khác giải thích tốt các vấn đề SM được giới thiệu là mô hình 3-3-1. Các ưu và nhược điểm của từng phiên bản mô hình 3-3-1 khác nhau đã được trình bày khái quát. Trong đó phiên bản mô hình S331 khắc phục được các hạn chế trong các phiên bản mô hình M331 và RM331 trước đây, phù hợp với thực nghiệm hơn. Đã chỉ ra các hiện tượng luận gắn với tương tác vi phạm số vị lepton và quark của SMLHB trong mô hình S331 là chưa được đánh giá trong các công bố trước đây.
- Mô hình 3-3-1-1 không những kế thừa ưu điểm mô hình 3-3-1, mà còn giải thích tự nhiên một số vấn đề vũ trụ học như lạm phát, bất đối xứng vật chất-phản vật chất. Đã chỉ ra trong mô hình 3-3-1-1, hiện tượng luận gắn với FCNC là hệ trộn meson trước đây chưa được đánh giá một cách đầy đủ. Ngoài ra, đóng góp của FCNC vào kênh rã bán lepton meson B , các hạt boson Higgs mang điện và boson chuẩn mang điện mới cho các

kênh rã bổ đính vi phạm số vị $f_1 \rightarrow f_2\gamma$ là vấn đề mới trong mô hình này.

Do đó, một số hiện tượng luận liên quan đến boson Higgs trong mô hình S331 và FCNC trong mô hình 3-3-1-1 được chúng tôi lựa chọn để tập trung nghiên cứu. Chúng tôi sẽ trình bày chi tiết các kết quả này trong hai chương tiếp theo của luận án.

CHƯƠNG 2. NGHIÊN CỨU NHỮNG TƯƠNG TÁC FCNC DỊ THƯỜNG CỦA BOSON HIGGS TRONG MÔ HÌNH S331

Trong chương này, chúng tôi đầu tiên trình bày tổng quan về cấu trúc của mô hình S331. Sau đó, chúng tôi thảo luận các hiện tượng liên quan đến sự vi phạm số vị của SMLHB. Đầu tiên là các tương tác LFV của SMLHB h , cụ thể là kênh rã LFVHD $h \rightarrow \mu\tau$, cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$, và $(g-2)_\mu$. Bên cạnh đó, những đóng góp từ các tương tác vi phạm số vị của Higgs với quark vào các hệ trộn meson sẽ được chúng tôi xem xét. Dựa vào điều này, chúng tôi cho thấy rằng các tỉ lệ rã nhánh $h \rightarrow q_i, q_j$, với $i, j \neq 3$ sẽ phù hợp với giới hạn trên của thực nghiệm hiện nay. Kênh rã FCNC của top quark $t \rightarrow q_i h$ ($q_i = u, c$) cũng được thảo luận. Cuối cùng, chúng tôi tóm tắt lại các kết quả và đưa ra kết luận. Các kết quả chính của chương này đã được chúng tôi công bố tại *European Physical Journal C* **80**, 439, 2020.

2.1. Tóm tắt mô hình S331

Mô hình S331 là sự kết hợp của mô hình RM331 [118] và mô hình M331 [62–64] trong đó phổ lepton và vô hướng là nhỏ nhất [119–121]. Phổ fermion được sắp xếp như sau để đảm bảo điều kiện khử dị thường [62, 64]

$$\begin{aligned} \psi_{aL} &\equiv \begin{pmatrix} \nu_{aL} \\ e_{aL} \\ (e_{aR})^c \end{pmatrix} \sim (1, 3, 0), \\ Q_{\alpha L} &\equiv \begin{pmatrix} d_{\alpha L} \\ -u_{\alpha L} \\ J_{\alpha L} \end{pmatrix} \sim (3, 3^*, -1/3), & Q_{3L} &\equiv \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ J_{3L} \end{pmatrix} \sim (3, 3, 2/3), \\ u_{aR} &\sim (3, 1, 2/3), & d_{aR} &\sim (3, 1, -1/3), \end{aligned}$$

$$J_{\alpha R} \sim (3, 1, -4/3), \quad J_{3R} \sim (3, 1, 5/3), \quad (2.1)$$

trong đó $a = 1, 2, 3$ và $\alpha = 1, 2$ là các chỉ số thế hệ. Các số lượng tử trong ngoặc đơn tương ứng với các đối xứng 3-3-1. Thế hệ quark thứ ba được sắp xếp khác với hai thế hệ đầu để thu được các đóng góp FCNC phù hợp khi thang năng lượng mới bị chặn bởi cực Landau. Dựa theo phổ fermion được đề xuất trên, phổ vô hướng tối thiểu và duy nhất được giới thiệu như sau

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_2^- \\ \eta_3^+ \end{pmatrix} \sim (1, 3, 0), \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi_2^{--} \\ \chi_3^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1), \quad (2.2)$$

với các VEV $\langle \eta_1^0 \rangle = \frac{u}{\sqrt{2}}$, $\langle \chi_3^0 \rangle = \frac{w}{\sqrt{2}}$. Để có được ứng viên vật chất tối, một đa tuyến vô hướng trơ $\phi = \eta', \chi'$ hoặc σ' (lục tuyến), được đảm bảo bởi một đối xứng phụ Z_2 , $\phi \rightarrow -\phi$, được thêm vào [119–121]. Do đối xứng của Z_2 , các vô hướng thường và trơ không trộn lẫn nhau. Các trị riêng vật lý và khối lượng của các vô hướng thường nhận được từ số hạng thế năng V_{simple} [119–121]. Các tam tuyến Higgs có thể được phân tích thành $\eta^T = (\frac{u}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0) + (\frac{S_1+iA_1}{\sqrt{2}} \ \eta_2^- \ \eta_3^+)$ và $\chi^T = (0 \ 0 \ \frac{w}{\sqrt{2}}) + (\chi_1^- \ \chi_2^{--} \ \frac{S_3+iA_3}{\sqrt{2}})$. Các trường $A_1, A_3, \eta_2^\pm, \chi_2^{\pm\pm}$ và trạng thái tổ hợp $G_X^\pm = c_\theta \chi_1^\pm - s_\theta \eta_3^\pm$ là các boson Golstone không khối lượng tương ứng bị "ăn" bởi các boson chuẩn $Z, Z', W^\pm, Y^{\pm\pm}$, và X^\pm . Các trường vô hướng vật lý với các khối lượng tương ứng được xác định như sau:

$$\begin{aligned} h &\equiv c_\xi S_1 - s_\xi S_3, \\ m_h^2 &= \lambda_1 u^2 + \lambda_2 w^2 - \sqrt{(\lambda_1 u^2 - \lambda_2 w^2)^2 + \lambda_3^2 u^2 w^2} \simeq \frac{4\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2}{2\lambda_2} u^2, \\ H &\equiv s_\xi S_1 + c_\xi S_3, \\ m_H^2 &= \lambda_1 u^2 + \lambda_2 w^2 + \sqrt{(\lambda_1 u^2 - \lambda_2 w^2)^2 + \lambda_3^2 u^2 w^2} \simeq 2\lambda_2 w^2, \\ H^\pm &\equiv c_\theta \eta_3^\pm + s_\theta \chi_1^\pm, \quad m_{H^\pm}^2 = \frac{\lambda_4}{2} (u^2 + w^2) \simeq \frac{\lambda_4}{2} w^2, \end{aligned} \quad (2.3)$$

với ξ là góc trộn giữa S_1 – S_3 , θ là góc trộn giữa χ_1 – η_3 và chúng được định nghĩa bởi $t_\theta = \frac{u}{w}$, $t_{2\xi} = \frac{\lambda_3 u w}{\lambda_2 w^2 - \lambda_1 u^2} \simeq \frac{\lambda_3 u}{\lambda_2 w}$. Ở đây, chúng tôi sử dụng ký hiệu $c_x = \cos(x)$, $s_x = \sin(x)$, $t_x = \tan(x)$, và tương tự vậy cho bất kỳ góc x nào. h được đồng nhất với boson Higgs được tìm thấy tại LHC, H và H^\pm tương ứng là những Higgs boson trung hòa và mang điện mới.

Do đối xứng của Z_2 , các đa tuyến trơ không tương tác với các fermion. Lagrangian Yukawa có dạng như sau

$$\mathcal{L}_Y = h_{33}^J \bar{Q}_{3L} \chi J_{3R} + h_{\alpha\beta}^J \bar{Q}_{\alpha L} \chi^* J_{\beta R} + h_{3a}^u \bar{Q}_{3L} \eta u_{aR} + \frac{h_{\alpha a}^u}{\Lambda} \bar{Q}_{\alpha L} \eta \chi u_{aR}$$

$$\begin{aligned}
& + h_{\alpha a}^d \bar{Q}_{\alpha L} \eta^* d_{aR} + \frac{h_{3a}^d}{\Lambda} \bar{Q}_{3L} \eta^* \chi^* d_{aR} + h_{ab}^e \bar{\psi}_{aL}^c \psi_{bL} \eta \\
& + \frac{h_{ab}^{\prime e}}{\Lambda^2} (\bar{\psi}_{aL}^c \eta \chi) (\psi_{bL} \chi^*) + \frac{s_{ab}^{\nu}}{\Lambda} (\bar{\psi}_{aL}^c \eta^*) (\psi_{bL} \eta^*) + h.c., \tag{2.4}
\end{aligned}$$

trong đó Λ là thang Vật lý mới, có thứ nguyên khối lượng đóng vai trò xác định các tương tác hiệu dụng và cần thiết để sinh khối lượng cho tất cả các fermion. Dựa theo tương tác trên, top quark và các quark mới nhận khối lượng qua các toán tử bất biến chuẩn tái chuẩn hóa trong khi các quark còn lại nhận khối lượng bởi các toán tử bất biến chuẩn không tái chuẩn hóa có thứ nguyên $d > 4$. Sau khi xảy ra phá vỡ đối xứng chuẩn, một số boson chuẩn nhận khối lượng [119]. Các boson chuẩn vật lý mang điện tích có các khối lượng tương ứng được cho bởi

$$W^{\pm} \equiv \frac{A_1 \mp i A_2}{\sqrt{2}}, \quad m_W^2 = \frac{g^2}{4} u^2, \tag{2.5}$$

$$X^{\mp} \equiv \frac{A_4 \mp i A_5}{\sqrt{2}}, \quad m_X^2 = \frac{g^2}{4} (w^2 + u^2), \tag{2.6}$$

$$Y^{\mp\mp} \equiv \frac{A_6 \mp i A_7}{\sqrt{2}}, \quad m_Y^2 = \frac{g^2}{4} w^2. \tag{2.7}$$

Các boson chuẩn trung hòa với khối lượng tương ứng là

$$A_{\mu} = s_W A_{3\mu} + c_W \left(-\sqrt{3} t_W A_{8\mu} + \sqrt{1 - 3t_W^2} B_{\mu} \right), \quad m_A = 0, \tag{2.8}$$

$$Z_{\mu} = c_W A_{3\mu} - s_W \left(-\sqrt{3} t_W A_{8\mu} + \sqrt{1 - 3t_W^2} B_{\mu} \right), \quad m_Z^2 = \frac{g^2 u^2}{4c_W^2}, \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
Z'_{\mu} &= \sqrt{1 - 3t_W^2} A_{8\mu} + \sqrt{3} t_W B_{\mu}, \\
m_{Z'}^2 &= \frac{g^2 [(1 - 4s_W^2)^2 u^2 + 4c_W^4 w^2]}{12c_W^2 (1 - 4s_W^2)}, \tag{2.10}
\end{aligned}$$

trong đó $\sin \theta_W \equiv s_W = e/g = t/\sqrt{1 + 4t^2}$, với $t = g_X/g$.

2.2. Tương tác LFV của Higgs

2.2.1. $h \rightarrow \mu\tau$

Bây giờ chúng tôi thảo luận tỉ lệ rẽ nhánh khác không của kênh rẽ LFVHD. Hiện tượng luận này liên hệ trực tiếp với số hạng lepton trong Lagrangian Yukawa (2.4). Trong cơ sở vật lý của các vô hướng, số hạng này được

viết lại như sau:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y \supset & -\bar{e}_{aR} \left(c_\zeta \frac{1}{u} (\mathcal{M}_e)_{ab} - s_\zeta \frac{h'_{ab}{}^e}{\sqrt{2}} \frac{uw}{\Lambda^2} \right) e_{bL} h \\
& -\bar{e}_{aR} \left(s_\zeta \frac{1}{u} (\mathcal{M}_e)_{ab} + c_\zeta \frac{h'_{ab}{}^e}{\sqrt{2}} \frac{uw}{\Lambda^2} \right) e_{bL} H \\
& -(e_{aL}^-)^c \left(c_\theta h_{ab}^e + s_\theta h_{ab}^{\prime e} \frac{uw}{2\Lambda^2} \right) \nu_{bL} H^+ \\
& + (\nu_{aL}^-)^c (c_\theta h_{ab}^e) e_{bL} H^+ + \frac{s_{ab}^{\nu\dagger}}{\Lambda} \frac{u}{\sqrt{2}} c_\theta (\nu_{aL}^- e_{bR} + (e_{aR}^-)^c (\nu_{bL})^c) H^+ + h.c.,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

trong đó $(\mathcal{M}_e)_{ab} = \sqrt{2}u \left(h_{ab}^e + \frac{h'_{ab}{}^e w^2}{4\Lambda^2} \right)$ là khối lượng trộn giữa các lepton mang điện. Chúng tôi ký hiệu $e'_{L,R} = (e, \mu, \tau)_{L,R} = (U_{L,R}^e)^{-1} (e_1, e_2, e_3)_{L,R}$, $\nu'_L = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)_L = (U_L^\nu)^{-1} (\nu_1, \nu_2, \nu_3)_L$, Lagrangian (2.11) được viết lại như sau

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y \supset & \bar{e}'_R g_h^{ee} e'_L h + \bar{e}'_R g_H^{ee} e'_L H \\
& + \{ (e'_L)^c g_L^{e\nu} \nu'_L + (\nu'_L)^c g_L^{\nu e} e'_L + \bar{\nu}'_L g_R^{\nu e} e'_R + (e'_R)^c g_R^{e\nu} (\nu'_L)^c \} H^+ + h.c.,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

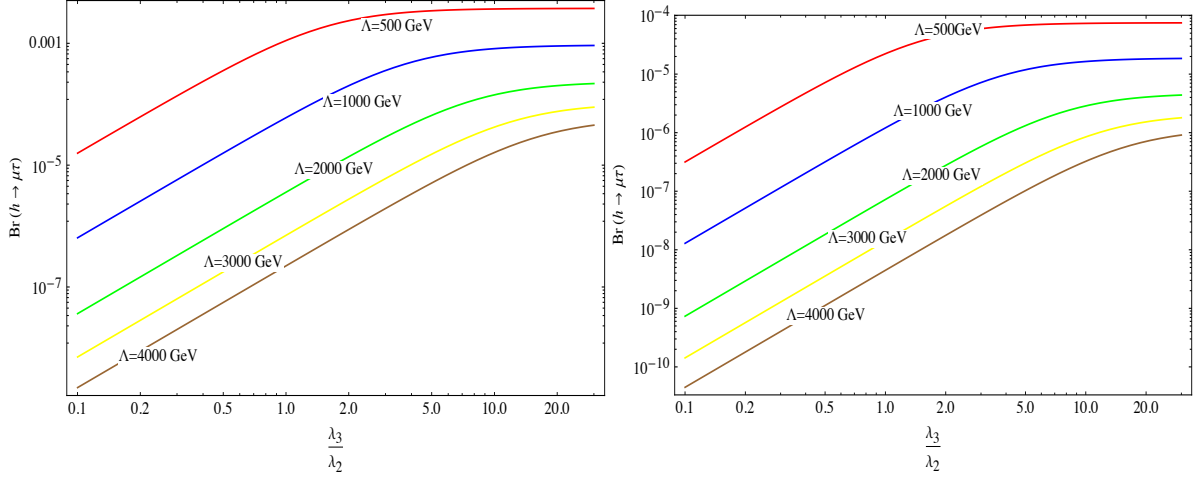
$$\begin{aligned}
\text{với } g_h^{ee} &= U_R^{e\dagger} \left(c_\zeta \frac{1}{u} \mathcal{M}_e - s_\zeta \frac{uw}{\sqrt{2}\Lambda^2} h'^e \right) U_L^e, \quad g_H^{ee} = U_R^{e\dagger} \left(s_\zeta \frac{1}{u} \mathcal{M}_e + c_\zeta \frac{uw}{\sqrt{2}\Lambda^2} h'^e \right) U_L^e, \\
g_L^{e\nu} &= (U_L^e)^T (c_\theta h^e + s_\theta \frac{uw}{2\Lambda^2} h'^e) U_L^\nu, \quad g_L^{\nu e} = (U_L^\nu)^T c_\theta h^e U_L^e, \quad g_R^{\nu e} = U_L^{\nu\dagger} c_\theta \frac{u}{\sqrt{2}\Lambda} s^\nu U_R^e, \\
g_R^{e\nu} &= U_L^{eT} c_\theta \frac{u}{\sqrt{2}\Lambda} s^\nu U_R^{\nu T}.
\end{aligned}$$

Trong công thức (2.11), số hạng đầu tiên tỉ lệ với khối lượng lepton mang điện, trong khi số hạng thứ hai về mặt tổng quát có thể chứa các số hạng chéo phụ. Đây chính là nguồn gây nên các quá trình LFV của Higgs và dẫn tới kênh rã $h \rightarrow e_i e_j$, với $i \neq j$. Tỉ lệ rã nhánh cho các kênh này là

$$\text{Br}(h \rightarrow e_i e_j) = \frac{m_h}{8\pi\Gamma_h} (|g_h^{e_i e_j}|^2 + |g_h^{e_j e_i}|^2), \tag{2.13}$$

với $\Gamma_h \simeq 4 \text{ MeV}$ là bề rộng rã toàn phần của boson Higgs h , $g_h^{e_i e_j}$ là tương tác của boson Higgs h với các lepton mang điện mà chúng ta đã thu được từ công thức (2.12). Những tương tác này không những phụ thuộc vào các VEV, thang năng lượng Λ mà còn có các tham số của thế Higgs λ_2, λ_3 .

Kết quả chạy số được thể hiện trong hình 2.1 trong đó chúng tôi lựa chọn $u = 246 \text{ GeV}$, $w = \Lambda$. Dễ dàng nhận thấy rằng tỉ lệ rã nhánh của $h \rightarrow \mu\tau$ có thể đạt tới giới hạn trên thực nghiệm với độ tin cậy 90% của các kênh rã LFVHD đo bởi thí nghiệm CMS và cũng có thể thấp cỡ 10^{-8} . Nó phụ thuộc



Hình 2.1: Tỷ số rẽ $\text{Br}(h \rightarrow \mu\tau)$ như là hàm của hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$ với các thang năng lượng Λ khác nhau. Đồ thị bên trái và phải được khảo sát bởi cố định $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2 \frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$, dựa theo Cheng–Sher [157] và $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, một cách tương ứng.

khá mạnh vào hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$, h'^e , và thang năng lượng Λ . Trong miền Λ nhỏ và hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} > 1$, tỉ lệ rẽ nhánh của $h \rightarrow \mu\tau$ có thể đạt đến 10^{-3} . Tuy nhiên, trong miền này, góc trộn ξ là lớn. Do đó, mô hình S331 có thể đối mặt với các ràng buộc chặt chẽ như là các tương tác boson Higgs với fermion và boson chuẩn. Nếu Λ cỡ khoảng vài TeV nhưng vẫn nằm dưới cực Landau, λ_1, λ_2 cùng bậc với nhau, góc trộn ξ sẽ nhỏ và tỉ lệ rẽ nhánh của $h \rightarrow \mu\tau$ đạt đến 10^{-5} .

2.2.2. $\tau \rightarrow \mu\gamma$

Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng các số hạng tương tác có trong công thức (2.12) bao gồm cả tương tác vi phạm số vị và bảo toàn số vị lepton đều có thể ảnh hưởng đến các quá trình cLFV như $e_i \rightarrow e_j\gamma$. Bên cạnh đóng góp này, các tương tác dòng mang điện cũng gây nên quá trình LFV. Trong mô hình S331, tương tác dòng mang điện có dạng :

$$-\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{aL}\gamma^\mu e_{aL}W_\mu^+ + \bar{\nu}_{aL}\gamma^\mu e_{aR}^c X_\mu^+ + \bar{e}_{aL}\gamma^\mu e_{aR}^c Y_\mu^{--}) + h.c. \quad (2.14)$$

Với tất cả những đóng góp này, tổng đóng góp cho kênh rẽ $\tau \rightarrow \mu\gamma$ bao gồm:

- Giải đồ một vòng với boson chuẩn mang điện tích đơn và neutrino.
- Giải đồ một vòng với boson chuẩn mang điện tích đôi và lepton mang điện.

- Giảm đồ một vòng với boson Higgs mang điện tích đơn và neutrino.
- Giảm đồ một vòng với boson Higgs trung hoà và lepton mang điện.
- Giảm đồ Barr-Zee hai vòng với một photon phía trong và một thế hệ quark thứ ba.
- Giảm đồ Barr-Zee hai vòng với một photon phía trong và một boson chuẩn.

Ba loại đóng góp đầu tiên tương tự trong các mô hình 3-3-1 với lepton đã được nghiên cứu trước đây [140]. Ba loại đóng góp sau cùng đến từ nguồn gây nên các quá trình LFV của Higgs và đây là những đóng góp mới và chưa được xem xét đến trong các phiên bản mô hình 3-3-1 trước đây [140].

Lagrangian hiệu dụng toàn phần cho quá trình $e_i \rightarrow e_j \gamma$ được cho bởi

$$em_\tau \left\{ \bar{e}'_i (D_R^\gamma)_{ij} \sigma^{\alpha\beta} P_R e'_j F_{\alpha\beta} + \bar{e}'_i (D_L^\gamma)_{ij} \sigma^{\alpha\beta} P_L e'_j F_{\alpha\beta} \right\}. \quad (2.15)$$

Nó dẫn đến tỉ lệ rẽ nhánh của quá trình $\tau \rightarrow \mu \gamma$ như sau

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \mu \gamma) = \frac{48\pi^3 \alpha}{G_F^2} (|D_L^\gamma|^2 + |D_R^\gamma|^2) \text{Br}(\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau), \quad (2.16)$$

trong đó $D_{L,R}^\gamma$ là đóng góp từ giản đồ bậc một vòng và hai vòng. Đầu tiên, các đóng góp giản đồ bậc một vòng với boson Higgs mang điện, H^\pm , boson chuẩn mang điện W^\pm và boson chuẩn mang điện tích đôi $Y^{\pm\pm}$ có biểu thức nhận được từ công thức tổng quát trong tài liệu [139]:

$$\begin{aligned} D_{1R}^{\nu W^\pm} &= -\frac{eg^2 m_\tau}{32\pi^2 m_W^2} \sum_{j=1}^3 U_{j3}^\nu U_{j2}^{\nu*} f\left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_W^2}\right), \\ D_{1L}^{\nu W^\pm} &= -\frac{eg^2 m_\mu}{32\pi^2 m_W^2} \sum_{j=1}^3 U_{j3}^\nu U_{j2}^{\nu*} f\left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_W^2}\right), \\ D_{1R}^{\nu X^\pm} &= -\frac{eg^2 m_\tau}{32\pi^2 m_X^2} \sum_{j=1}^3 U_{j3}^\nu U_{j2}^{\nu*} f\left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_X^2}\right), \\ D_{1L}^{\nu X^\pm} &= -\frac{eg^2 m_\mu}{32\pi^2 m_X^2} \sum_{j=1}^3 U_{j3}^\nu U_{j2}^{\nu*} f\left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_X^2}\right), \\ D_{1R}^{e Y^{\pm\pm}} &= -\frac{eg^2 m_\tau}{32\pi^2 m_{Y^{\pm\pm}}^2} \sum_{j=1}^3 \left[g\left(\frac{m_{e_j}^2}{m_{Y^{\pm\pm}}^2}\right) - 2f\left(\frac{m_{e_j}^2}{m_{Y^{\pm\pm}}^2}\right) \right], \end{aligned}$$

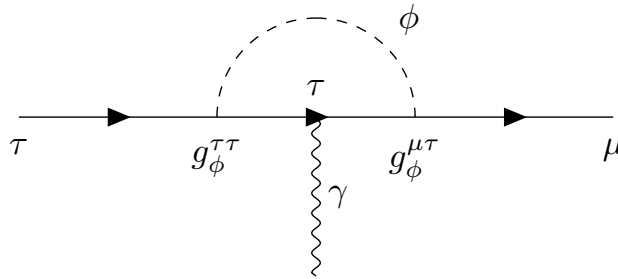
$$\begin{aligned}
D_{1L}^{eY^{\pm\pm}} &= -\frac{eg^2 m_\mu}{32\pi^2 m_{Y^{\pm\pm}}^2} \sum_{j=1}^3 \left[g \left(\frac{m_{e_j}^2}{m_{Y^{\pm\pm}}^2} \right) - 2f \left(\frac{m_{e_j}^2}{m_{Y^{\pm\pm}}^2} \right) \right], \\
D_{1R}^{\nu H^\pm} &= -\frac{eg^2}{32\pi^2 m_{H^\pm}^2 m_W^2} \sum_{j=1}^3 \left\{ g_L^{\nu\tau*} g_L^{\nu\mu} m_\tau h \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H^\pm}^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + g_R^{\nu\tau*} g_R^{\nu\mu} m_\mu k \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H^\pm}^2} \right) + g_L^{\nu\tau*} g_R^{\nu\mu} m_{Hr} \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H^\pm}^2} \right) \right\}, \\
D_{1L}^{\nu H^\pm} &= -\frac{eg^2}{32\pi^2 m_{H^\pm}^2 m_W^2} \sum_{j=1}^3 \left\{ g_R^{\nu\tau*} g_R^{\nu\mu} m_\tau h \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H^\pm}^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + g_L^{\nu\tau*} g_L^{\nu\mu} m_\mu k \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H^\pm}^2} \right) + g_R^{\nu\tau*} g_L^{\nu\mu} m_{Hr} \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H^\pm}^2} \right) \right\}.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Các hàm số f, g, h, k và r cho bởi

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{10 - 43x + 78x^2 - 49x^3 + 4x^4 + 18x^3 \ln x}{12(x-1)^4}, \\
g(x) &= \frac{8 - 38x + 39x^2 - 14x^3 + 5x^4 - 18x^2 \ln x}{12(x-1)^4}, \\
h(x) &= k(x) = \frac{1 - 6x + 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 \ln x}{12(x-1)^4}, \\
r(x) &= \frac{-1 + x^2 - 2x \ln x}{2(x-1)^3}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

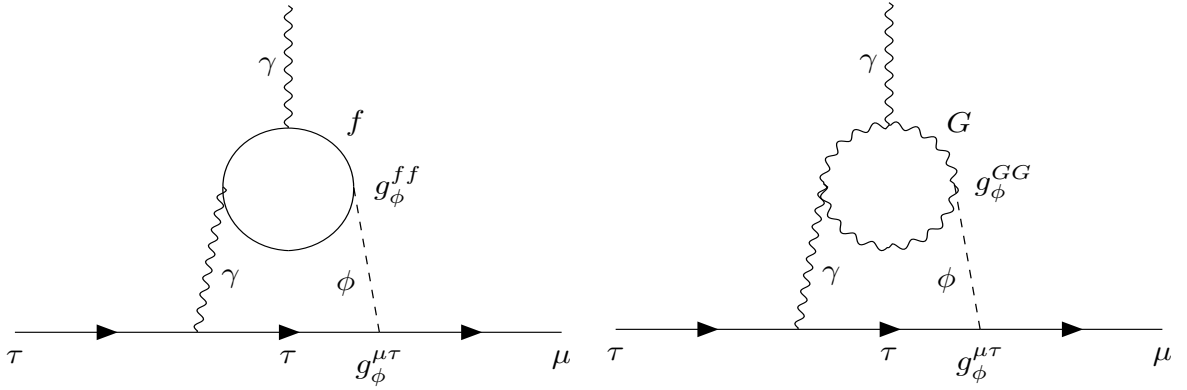
Đóng góp của boson Higgs trung hoà $D_{L,R}^\gamma$ trong giản đồ một vòng là

$$D_{1L}^\gamma = D_{1R}^\gamma = \sqrt{2} \sum_\phi \frac{g_\phi^{\mu\tau} g_\phi^{\tau\tau}}{m_\phi^2} \left(\ln \frac{m_\phi^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right), \tag{2.19}$$



Hình 2.2: Giản đồ một vòng gây nên bởi boson Higgs cho đóng góp vào kênh rã cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$.

và đóng góp giản đồ hai vòng D_{LR}^γ [141]



Hình 2.3: Giản đồ Barr-Zee hai vòng cho đóng góp vào kênh rã cLFV $\tau \rightarrow \mu \gamma$.

$$\begin{aligned}
 D_{2L}^\gamma = D_{2R}^\gamma &= 2 \sum_{\phi, f} g_\phi^{\mu\tau} g_\phi^{ff} \frac{N_c Q_f^2 \alpha}{\pi} \frac{1}{m_\tau m_f} f_\phi \left(\frac{m_f^2}{m_\phi^2} \right) \\
 &\quad - \sum_{\phi=h, H} g_\phi^{\mu\tau} g_\phi^{GG} \frac{\alpha Q_G^2}{2\pi m_\tau m_G^2} \left\{ 3 f_\phi \left(\frac{m_G^2}{m_\phi^2} \right) + \frac{23}{4} g \left(\frac{m_G^2}{m_\phi^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3}{4} h \left(\frac{m_G^2}{m_\phi^2} \right) + m_\phi^2 \frac{f_\phi \left(\frac{m_G^2}{m_\phi^2} \right) - g \left(\frac{m_G^2}{m_\phi^2} \right)}{2m_G^2} \right\}, \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

với $\phi = h, H$, $G = W^\pm, X^\pm, Y^{\pm\pm}$, $f = t, b$, và Q_G là điện tích của boson chuẩn G . $g_\phi^{\mu\tau}$, g_ϕ^{ff} , g_ϕ^{GG} tương ứng là những tương tác của vô hướng ϕ với $\mu \tau$, hai fermion, và hai boson chuẩn G . Biểu thức cho g_ϕ^{ff} , g_ϕ^{GG} có trong tài liệu [119] và của $g_\phi^{\mu\tau}$ có thể thu được từ công thức (2.12). Các hàm $f_\phi(z)$, $h(z)$, $g(z)$, được cho bởi [141]

$$\begin{aligned}
 f_{h, H}(z) &= \frac{z}{2} \int_0^1 dx \frac{(1-2x(1-x))}{x(1-x)-z} \ln \frac{x(1-x)}{z}, \\
 h(z) &= -\frac{z}{2} \int_0^1 \frac{dx}{x(1-x)-z} \left\{ 1 - \frac{z}{x(1-x)-z} \ln \frac{x(1-x)}{z} \right\} \\
 g(z) &= \frac{z}{2} \int_0^1 dx \frac{1}{x(1-x)-z} \ln \frac{x(1-x)}{z}. \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

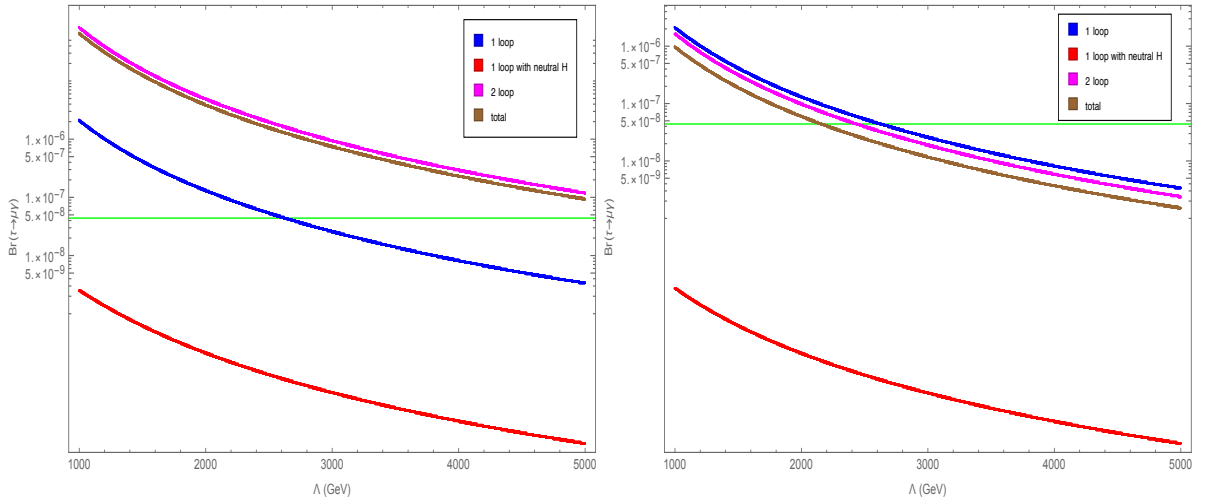
Trong giới hạn $z \gg 1$ and $z \ll 1$, các hàm số $f(z)$, $g(z)$ và $h(z)$ có thể được biểu diễn xấp xỉ như sau

$$z \ll 1, \quad f(z) = \frac{z}{2} (\ln z)^2, \quad g(z) = \frac{z}{2} (\ln z)^2, \quad h(z) = z \ln z,$$

$$z \gg 1, \quad f(z) = \frac{\ln z}{3} + \frac{13}{18}, \quad g(z) = \frac{\ln z}{2} + 1, \quad h(z) = -\frac{\ln z}{2} - \frac{1}{2}. \quad (2.22)$$

Với $z \sim \mathcal{O}(1)$, các hàm $f, g, h \sim z$ có thể được tính toán gần đúng. Chúng tôi sẽ đánh giá đóng góp của từng loại giản đồ một vào $\tau \rightarrow \mu\gamma$ thông qua khảo sát số. Đầu tiên chúng tôi lựa chọn các tham số đầu vào như sau

$$\begin{aligned} m_W &= 80.385 \text{ GeV}, & m_e &= 0.000511 \text{ GeV}, & m_\mu &= 0.1056 \text{ GeV}, \\ m_\tau &= 1.176 \text{ GeV}, & \sin^2(\theta_{12}) &= 0.307, & \sin^2(\theta_{23}) &= 0.51, & \sin^2(\theta_{13}) &= 0.021, \\ \alpha &= \frac{1}{137}, & u &= 246 \text{ GeV}, & \Delta m_{12}^2 &= m_{\nu_2}^2 - m_{\nu_1}^2 = 7.53 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \\ \Delta m_{23}^2 &= m_{\nu_3}^2 - m_{\nu_2}^2 = 2.45 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, & \lambda_2 &= \lambda_1 = 0.09, & s^\nu &\sim 10^{-10}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

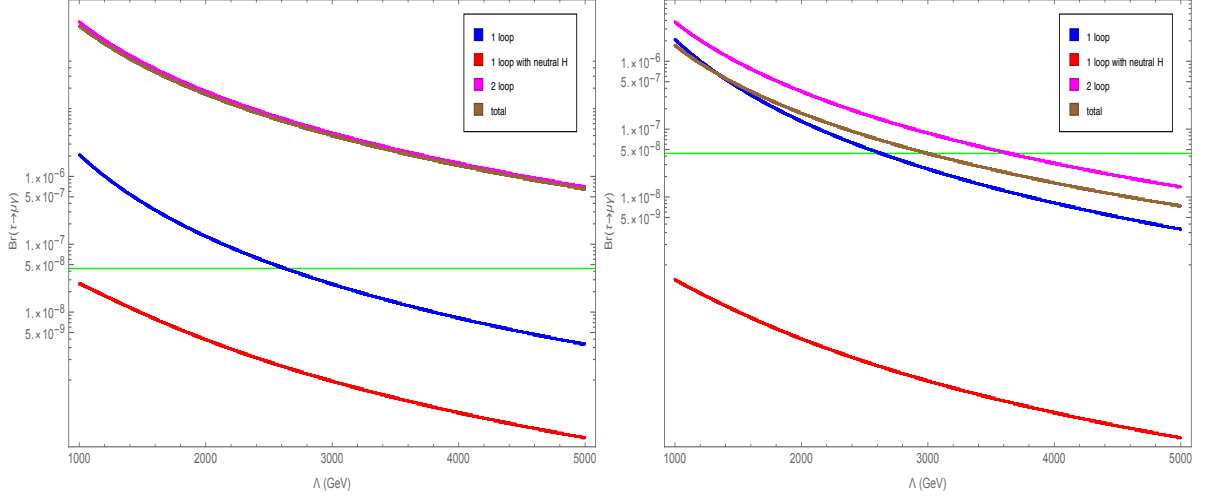


Hình 2.4: Sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ vào thang vật lý mới Λ trong các đóng góp một vòng, một vòng với boson Higgs trung hoà mới H , hai vòng và đóng góp toàn phần, một cách tương ứng. Đường màu xanh lá cây là giới hạn trên thực nghiệm $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)_{\text{Exp}} < 4.4 \times 10^{-8}$. Chúng tôi cố định $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2 \frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$ and $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, tương ứng cho hình bên trái và phải. Hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} = 1$ áp dụng cho cả hai hình.

Các kết quả thể hiện trong đồ thị [2.4](#) gợi ý rằng các giản đồ hai vòng có thể mang đến đóng góp chủ đạo cho $\tau \rightarrow \mu\gamma$. $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ phụ thuộc mạnh vào tương tác vi phạm số vị lepton $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau}$. Nếu chúng tôi chọn $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2 \frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$, đóng góp từ giản đồ hai vòng vào $\tau \rightarrow \mu\gamma$ vượt trội so với các đóng góp một vòng khác [1](#). Tuy nhiên, $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$, chỉ

¹Do đóng góp giản đồ hai vòng và một vòng là hai nguồn hoàn toàn độc lập, trong đó

phù hợp với thực nghiệm nếu thang Vật lý mới vượt quá cực Landau. Nếu $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, đóng góp hai vòng trở nên nhỏ hơn và đóng góp chủ yếu đến từ các giản đồ một vòng với các tương tác bảo toàn số vị lepton. Trong trường hợp này, chúng tôi thu được giới hạn dưới cho thang Vật lý mới $\Lambda > 2.4$ TeV. So sánh với kết quả trong hai đồ thị [2.4] và [2.5], chúng tôi tìm thấy rằng kết luận trên thay đổi nhỏ khi hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$ thay đổi.



Hình 2.5: Sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ vào thang Vật lý mới Λ trong các đóng góp một vòng, một vòng với boson Higgs trung hoà mới H , hai vòng và đóng góp toàn phần, một cách tương ứng. Đường kẻ màu xanh là giới hạn trên thực nghiệm $\text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma)_{\text{Exp}} < 4.4 \times 10^{-8}$. Chúng tôi lựa chọn $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2\frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$ theo đề xuất của Cheng-She [157] và $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 5 \times 10^{-4}$, tương ứng với hình vẽ bên trái và phải. Hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} = 5$ áp dụng cho cả hai hình.

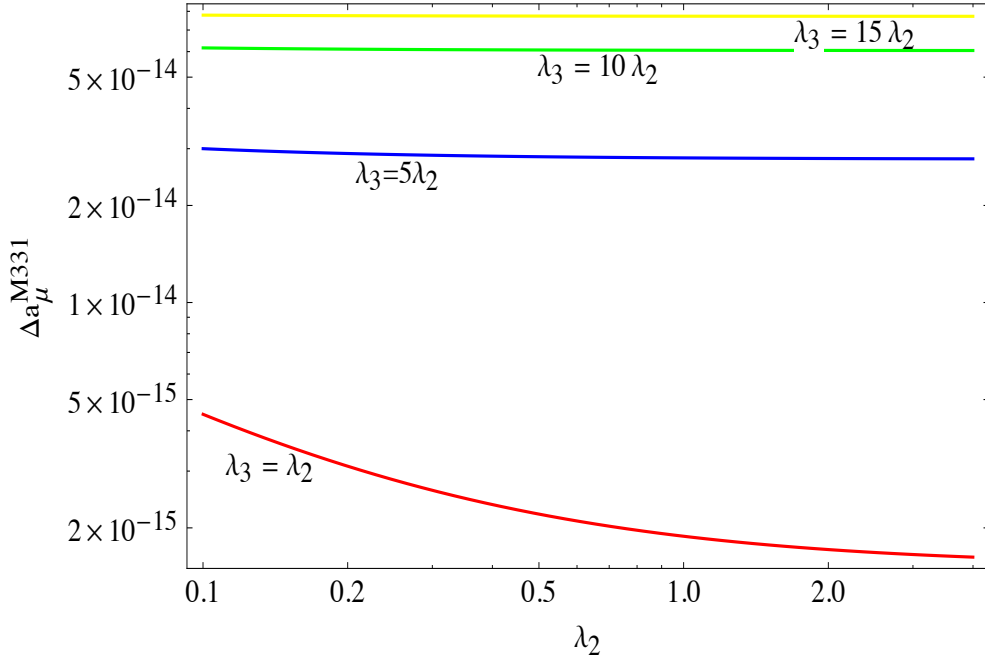
2.2.3. $(g - 2)_\mu$

Đóng góp Vật lý mới của mô hình 3-3-1 vào moment từ dị thường của muon a_μ bởi các tương tác bảo toàn số vị đã được khảo sát trong [142, 143]. Mô hình 3-3-1 còn có FCNC, do đó nó có thể gây nên các đóng góp của chính mình vào moment từ dị thường. Đầu tiên, chúng tôi chỉ xét đóng góp của FCNC vào $(g - 2)_\mu$. Tồn tại đóng góp một vòng vào $(g - 2)_\mu$ qua tương tác vi phạm số vị của Higgs với $\mu\tau$. Đóng góp một vòng bởi boson Higgs trung hoà

giản đồ một vòng phụ thuộc vào hằng số Yukawa tái chuẩn hoá được h_{ab}^e đã được xác định, giản đồ hai vòng phụ thuộc chủ yếu vào hằng số Yukawa hiệu dụng $h_{ab}^{e'}$. Khi $h_{ab}^{e'}$ lớn làm cho đóng góp giản đồ hai vòng lớn, và không cho đóng góp vào giản đồ một vòng.

vào $(g - 2)_\mu$ có thể được biểu diễn bởi [141]

$$\begin{aligned} (\Delta a_\mu)^{M331} &= \sum_\phi \left(g_\phi^{\tau\mu} \right)^2 \frac{m_\mu m_\tau}{8\pi^2} \int_0^8 dx \frac{x^2}{m_\phi^2 - x(m_\phi^2 - m_\tau^2)} \\ &\simeq \sum_\phi \left(g_\phi^{\tau\mu} \right)^2 \frac{m_\mu m_\tau}{8\pi^2 m_\phi^2} \left(\ln \frac{m_\phi^2}{m_\tau^2} - \frac{3}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.24)$$



Hình 2.6: Đóng góp của tương tác LFV của Higgs vào Δa_μ^{M331} như là hàm của tham số thế Higgs λ_2 với các hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$ khác nhau và đồng thời cố định $\Lambda = 2000$ GeV.

Chúng tôi vẽ đồ thị [2.6] cho moment từ dị thường muon Δa_μ^{M331} như là hàm của tham số thế Higgs λ_2 , với giả thiết $\Lambda = 2000$ GeV, $[(U_R^e)^\dagger h'^e U_L^e]_{\mu\tau} = 2 \frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{u}$, $w = \Lambda$, $u = 246$ GeV. Sự lựa chọn này dẫn đến tỉ lệ rẽ nhánh $h \rightarrow \tau\mu$ và có thể gần với giá trị giới hạn trên của thực nghiệm hoặc thấp cỡ 10^{-5} nhưng các tương tác vi phạm số vị của Higgs trung hoà và hai lepton cho đóng góp không đáng kể vào Δa_μ^{M331} ; dễ dàng nhận thấy từ đồ thị [2.6]. Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng đóng góp mới vào moment từ dị thường $(g - 2)_\mu$ trong khuôn khổ của mô hình S331 còn đến từ boson chuẩn điện tích đôi $Y^{\pm\pm}$, vector mang điện mới X^\pm , và Higgs mang điện mới H^\pm . Đóng góp chủ đạo sẽ là boson chuẩn mang điện tích đôi trong giản đồ một vòng [143]. Đóng góp

toàn phần của boson chuẩn mang điện tích đôi được cho bởi

$$\Delta a_\mu(Y^{\pm\pm}) \simeq \frac{28}{3} \frac{m_\mu^2}{u^2 + w^2}. \quad (2.25)$$

Dễ dàng kiểm tra rằng thang năng lượng phá vỡ đối xứng $SU(3)_L$ khoảng 2 TeV, $1.7 \text{ TeV} < w < 2.2 \text{ TeV}$, phù hợp giải thích được sự chênh lệch giữa giá trị thực nghiệm moment từ dị thường muon và tiên đoán của SM [144–146]²

$$(\Delta a_\mu)_{\text{EXP-SM}} = (26.1 \pm 8) \times 10^{-10}. \quad (2.26)$$

Như đã khảo sát trong [119, 120], ràng buộc của LHC cho khối lượng Z' trong S331 là $m_{Z'} > 2.75 \text{ TeV}$. Nó có thể chuyển thành giới hạn dưới cho VEV, w , như sau: $w > 2.38 \text{ TeV}$. Do đó, không gian tham số của w , mà phù hợp cho giải thích $(\Delta a_\mu)_{\text{EXP-SM}}$, là nhỏ hơn một chút so với giới hạn dưới của LHC (thực tế rất gần với tham số cho phép của LHC). Nói một cách khác, trong miền không gian tham số mà cho phép một sự giải thích các kết quả thực nghiệm LHC, giá trị của moment từ dị thường muon là được tiên đoán, $(\Delta a_\mu)_{331} < 13.8 \times 10^{-10}$. Giới hạn trên này rất gần với ràng buộc trong công thức (2.26).

2.3. Tương tác QFV của Higgs

2.3.1. Trộn meson ở bậc cây

Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng thế hệ quark thứ ba được biến đổi khác với hai thế hệ còn lại, do đó nó sẽ gây nên FCNC tại bậc cây. Vấn đề này được đề cập trong [119–121]; ở đó các tác giả đã nghiên cứu FCNC ở bậc cây gây nên bởi sự trao đổi boson chuẩn trung hoà mới. Tuy nhiên, FCNC không những chỉ gây nên bởi sự trao đổi boson chuẩn mới trung hoà này (Z') mà còn bởi boson Higgs của SM và boson Higgs mới. Sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, các toán tử trong công thức (2.4) dẫn đến tương tác của boson Higgs trung hoà với cặp quark của SM như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y \supset & -\bar{u}_{aR} \left\{ c_\xi \frac{1}{u} (M^u)_{ab} + s_\xi \frac{h_{ab}^u u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} u_{bL} h \\ & -\bar{u}_{aR} \left\{ s_\xi \frac{1}{u} (M^u)_{ab} - c_\xi \frac{h_{ab}^u u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} u_{bL} H \end{aligned}$$

²Chúng tôi dùng số liệu này khi FNAL chưa cập nhật kết quả $\Delta a_\mu = (25.1 \pm 5.9) \times 10^{-10}$ [34].

$$\begin{aligned}
& -\bar{d}_{aR} \left\{ c_\xi \frac{1}{u} (M^d)_{ab} - s_\xi \frac{h_{ab}^d u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} d_{bL} \\
& -\bar{d}_{aR} \left\{ s_\xi \frac{1}{u} (M^d)_{ab} + c_\xi \frac{h_{ab}^d u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} d_{bL} H + h.c., \quad (2.27)
\end{aligned}$$

trong đó $h_{ab}^u = 0$ nếu $a = 3$, $h_{ab}^d = 0$ nếu $a = 1, 2$ và các giá trị còn lại của h_{ab}^u, h_{ab}^d là khác không. Chúng tôi định nghĩa các trạng thái vật lý $u'_{L,R} = (u'_{1L,R}, u'_{2L,R}, u'_{3L,R})^T$, $d'_{L,R} = (d'_{1L,R}, d'_{2L,R}, d'_{3L,R})^T$. Chúng liên hệ với các trạng thái vị $u = (u_{1L,R}, u_{2L,R}, u_{3L,R})^T$, $d = (d_{1L,R}, d_{2L,R}, d_{3L,R})^T$ bởi các ma trận $V_{L,R}^{u,d}$ bởi $u_{L,R} = V_{L,R}^u u'_{L,R}$, $d_{L,R} = V_{L,R}^d d'_{L,R}$. Trong trạng thái vật lý, Lagrangian cho bởi công thức (2.27) được viết lại như sau:

$$\mathcal{L}_Y \supset \bar{u}'_R \mathcal{G}_h^u u'_L h + \bar{d}'_R \mathcal{G}_h^d d'_L h + \bar{u}'_R \mathcal{G}_H^u u'_L H + \bar{d}'_R \mathcal{G}_H^d d'_L H + h.c. \quad (2.28)$$

với $\mathcal{G}_h^u = -(V_R^u)^\dagger \left\{ c_\xi \frac{1}{u} M^u + s_\xi \frac{h^u u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} V_L^u$, $\mathcal{G}_h^d = -(V_R^d)^\dagger \left\{ c_\xi \frac{1}{u} M^d - s_\xi \frac{h^d u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} V_L^d$, $\mathcal{G}_H^u = -(V_R^u)^\dagger \left\{ s_\xi \frac{1}{u} M^u - c_\xi \frac{h^u u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} V_L^u$, và $\mathcal{G}_H^d = -(V_R^d)^\dagger \left\{ s_\xi \frac{1}{u} M^d + c_\xi \frac{h^d u}{\Lambda} \frac{u}{2} \right\} V_L^d$.

Bên cạnh đó, FCNC bậc cây gắn với boson chuẩn mới Z'_μ [119, 121] là

$$\mathcal{L}_{FCNC} = -\frac{g}{\sqrt{3}\sqrt{1-3t_W^2}} \left\{ (V_{qL}^*)_{3i} (V_{qL})_{3j} \bar{q}'_{iL} \gamma^\mu q'_{jL} Z'_\mu \right\}. \quad (2.29)$$

Chúng tôi muốn nhắc lại rằng FCNC bậc cây gắn với boson chuẩn trung hoà Z' đã được xem xét trong [119, 120]. Giới hạn mạnh nhất cho khối lượng của Z' , $m_{Z'} > 4.67$ TeV, đến từ thực nghiệm dao động của hệ $B_s - \bar{B}_s$. Giá trị này sát với cực Landau. Quanh giá trị này, hằng số tương tác của $U(1)_X$ trở nên rất lớn và do đó lý thuyết trở nên mất tính chất tái chuẩn hoá được. Để tránh khó khăn này, chúng tôi tách nguồn gây nên FCNC bậc cây bởi boson chuẩn Z' trong phần quark d bằng việc đặt điều kiện $(V_{dL})_{3a} = 0$. Do đó, chỉ có tương tác vi phạm số vị quark của Higgs là có thể tạo nên FCNC bậc cây, và những tương tác này có thể bị ràng buộc từ các thực nghiệm hệ trộn meson K^0 và $B_{s,d}^0$. Sau khi tách các trường Higgs ra ngoài, Lagrangian hiệu dụng cho hệ trộn meson có thể được viết như sau:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{FCNC}^{eff} = & \left\{ \frac{[(\mathcal{G}_h^q)_{ij}]^2}{m_h^2} + \frac{[(\mathcal{G}_H^q)_{ij}]^2}{m_H^2} \right\} (\bar{q}_{iR} q_{jL})^2 \\
& + \left\{ \frac{[(\mathcal{G}_h^q)^*_{ji}]^2}{m_h^2} + \frac{[(\mathcal{G}_H^q)^*_{ji}]^2}{m_H^2} \right\} (\bar{q}_{iL} q_{jR})^2 \quad (2.30)
\end{aligned}$$

$$+2 \left\{ \frac{[(\mathcal{G}_h^q)_{ij}]}{m_h} + \frac{[(\mathcal{G}_H^q)_{ij}]}{m_H} \right\} \left\{ \frac{[(\mathcal{G}_h^q)^*_{ji}]}{m_h} + \frac{[(\mathcal{G}_H^q)^*_{ji}]}{m_H} \right\} \\ \times (\bar{q}_i R q_j L) (\bar{q}_i L q_j R).$$

Các giá trị tiên đoán cho hệ trộn $B_{d,s}-\bar{B}_{d,s}$, $K^0-\bar{K}^0$, and $D^0-\bar{D}^0$ nhận được trong [97, 98, 123]. Chú ý rằng ở đây có hai trường vô hướng có tương tác vi phạm số vị với quark. Cả hai sẽ gây nên FCNC ở bậc cây. Để so sánh đóng góp của từng loại một, chúng tôi xét gần đúng tỉ số $\kappa \equiv \frac{[(\mathcal{G}_h^q)_{ij}]^2 m_H^2}{[(\mathcal{G}_H^q)_{ij}]^2 m_h^2} \simeq \frac{m_H^2}{m_h^2} \tan^2 \xi$. Trong giới hạn $w \gg u$, chúng tôi tìm thấy giá trị của κ luôn nhỏ hơn giá trị đơn vị. Điều này nghĩa là vô hướng Higgs mới H cho nhiều đóng góp vào FCNC hơn là SMLHB h . Khớp những kết quả này với phép đo thực nghiệm của $\Delta m_{B_{s,d}}$, Δm_D , Δm_{K^0} , chúng tôi thu được giới hạn cho các tương tác vi phạm số vị quark của Higgs. Giới hạn mạnh nhất cho Vật lý mới đến từ hệ trộn $B_s-\bar{B}_s$. Giá trị thực nghiệm của Δm_{B_s} dẫn đến giới hạn cho $(\mathcal{G}_h^q)_{32}$ như sau :

$$2 \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) |(\mathcal{G}_h^q)_{32}|^2 = 2 \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) \frac{\lambda_3^2 u^4}{\lambda_2^2 w^4} |[(V_R^d)^\dagger h^d V_L^d]_{23}|^2 < 1.8 \times 10^{-6} \quad (2.31)$$

Giới hạn dưới của thang Vật lý mới w phụ thuộc vào sự lựa chọn của các tham số khác. Do $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} > 1$ và V_R^d, h^d không được cố định, các ràng buộc từ ma trận trộn khối lượng của các meson không những chuyển thành thang Vật lý mới, w , mà còn chuyển thành các tham số khác. Do đó, thang Vật lý mới có thể được lựa chọn nằm cách xa cực Landau. Tính chất tái chuẩn hoá được của lý thuyết sẽ được đảm bảo.

2.3.2. $h \rightarrow q_i q_j$

Các ràng buộc đối với các tương tác vi phạm số vị của SMLHB với quark có thể được chuyển thành các giới hạn trên cho tỉ lệ rẽ nhánh của các kênh rẽ vi phạm số vị SMLHB thành các quark nhẹ. Trong mô hình của chúng tôi, các giới hạn trên cho tỉ lệ rẽ nhánh của $h \rightarrow q_i q_j$ được dự đoán giảm theo $\frac{1}{1+\frac{1}{k}}$ lần so với tiên đoán trong [147]; xem chi tiết trong bảng 2.1. Ràng buộc yếu nhất là trong phần $b-s$, $\text{Br}(h \rightarrow b\bar{s}) < 3.5 \times 10^{-3}$, quá nhỏ để quan sát được tại LHC do phong nền QCD lớn, nhưng các tín hiệu này được mong đợi sẽ được quan sát thấy tại ILC [156] trong tương lai.

Quan sát	Ràng buộc
Dao động D^0	$\text{Br}(h \rightarrow u\bar{c}) \leq \frac{2 \times 10^{-4}}{1 + \frac{1}{\kappa}}$
Dao động B_d^0	$\text{Br}(h \rightarrow d\bar{b}) \leq \frac{8 \times 10^{-5}}{1 + \frac{1}{\kappa}}$
Dao động K^0	$\text{Br}(h \rightarrow d\bar{s}) \leq \frac{2 \times 10^{-6}}{1 + \frac{1}{\kappa}}$
Dao động B_s^0	$\text{Br}(h \rightarrow s\bar{b}) \leq \frac{7 \times 10^{-3}}{1 + \frac{1}{\kappa}}$

Bảng 2.1: Giới hạn trên đối với các kênh rã vi phạm số vị của SMLHB thành các quark nhẹ với độ tin cậy 95% từ các thực nghiệm meson.

2.3.3. $t \rightarrow qh$ ($q = u, c$)

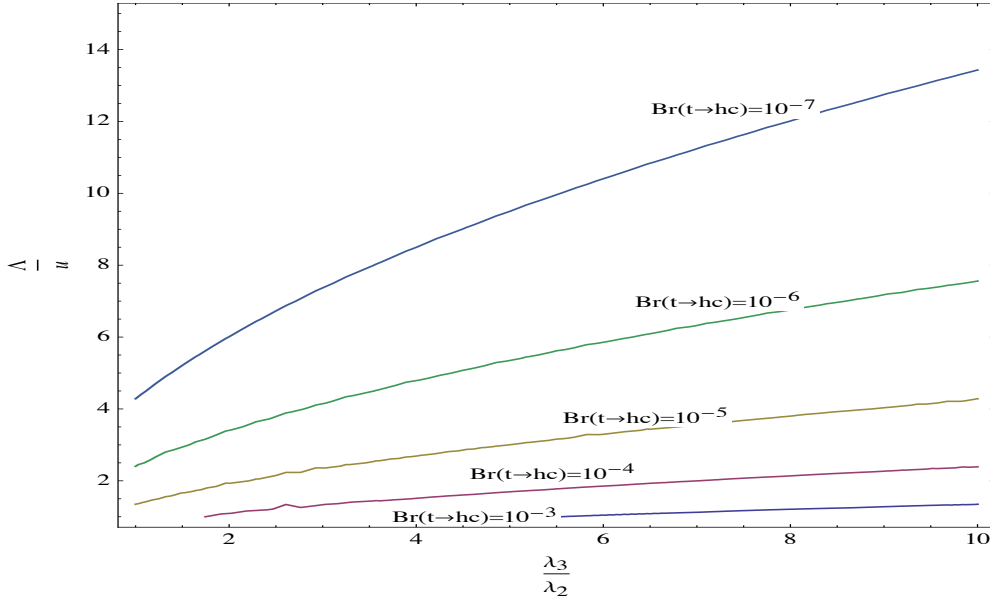
Các tương tác vi phạm số vị Higgs với quark trong công thức (2.28) còn đem tới các kênh rã không chuẩn của top quark $t \rightarrow hu_i$, $u_i = u, c$. Bề rộng rã các kênh này được cho bởi (ở đây chúng tôi đã bỏ qua số hạng $\mathcal{O}(\frac{m_c^2}{m_t^2})$)

$$\Gamma(t \rightarrow hu_i) = \frac{|\mathcal{G}_{i3}^u|^2 + |\mathcal{G}_{3i}^u|^2}{16\pi} \frac{(m_t^2 - m_h^2)^2}{m_t^3}. \quad (2.32)$$

Tỉ lệ rã nhánh cho $t \rightarrow u_i h$ được định nghĩa như sau

$$\text{Br}(t \rightarrow u_i h) \simeq \frac{\Gamma(t \rightarrow u_i h)}{\Gamma(t \rightarrow bW^+)}, \quad (2.33)$$

với $\Gamma(t \rightarrow bW^+) \simeq \frac{g^2 m_t}{64\pi} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 - 2\frac{m_W^2}{m_t^2} + \frac{m_t^2}{m_W^2}\right)$. FCNC truyền bởi Higgs trong phần top quark được xem xét tại LHC trong [148]. Không tín hiệu nào được quan sát và chỉ có giới hạn trên của các tỉ lệ rã nhánh $\text{Br}(t \rightarrow hc) < 0.16\%$ và $\text{Br}(t \rightarrow hu) < 0.19\%$ với độ tin cậy 95% là nhận được. Trong đồ thị 2.7, chúng tôi vẽ $\text{Br}(t \rightarrow hc)$ trong mặt phẳng $\frac{\lambda_2}{\lambda_3} - \frac{w}{u}$ với cố định $\left[(V_R^u)^\dagger h^u V_L^u\right]_{32} = \left[(V_R^u)^\dagger h^u V_L^u\right]_{23} = 2\frac{\sqrt{m_c m_t}}{u}$. Tỉ lệ rã nhánh của top quark thành hc có thể đạt đến 10^{-3} nếu thang Vật lý mới khoảng vài trăm GeV, và hệ số $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} > 5$. Trong miền tham số này, góc trộn ξ là lớn. Mô hình sẽ đối mặt với khó khăn như đã được đề cập đến trong phần 2.3. $\text{Br}(t \rightarrow ch)$ giảm xuống nhanh chóng khi hệ số $\frac{w}{u}$ tăng lên. Với góc trộn nhỏ ξ , $\text{Br}(t \rightarrow hc)$ thay đổi từ 10^{-5} to 10^{-8} . Kết quả của chúng tôi phù hợp với [149–155].



Hình 2.7: Tỷ lệ rẽ nhánh của top quark thành hc .

2.4. Kết luận chương 2

Chúng tôi đã nghiên cứu các tương tác không chuẩn của SMLHB cho phép các hiệu ứng đủ lớn vào các quá trình FCNC trong mô hình S331. Chúng tôi kiểm tra một số hiệu ứng trong vật lý vị và ràng buộc đối với mô hình từ cả hai phần quark và lepton thông qua các tương tác Yukawa tái chuẩn hoá được và không tái chuẩn hoá được.

Cụ thể là, do tương tác của lepton với hai tam tuyến Higgs, chúng gây nên các tương tác vi phạm số vị lepton ở bậc cây. Sự tồn tại của các tương tác này là hoàn toàn độc lập với nguồn gây nên khối lượng khác không và trộn của neutrino. Điều này có nghĩa rằng, nếu nguồn sinh khối lượng cho neutrino bị loại bỏ, các quá trình vi phạm số vị lepton như là $h \rightarrow l_i l_j$ hoặc $l_i \rightarrow l_j \gamma$ là hoàn toàn khả thi. Tỷ lệ rẽ nhánh $h \rightarrow \mu \tau$ phụ thuộc vào tương tác Yukawa không tái chuẩn hoá được h'^e , góc trộn ξ , và thang Vật lý mới Λ . Với góc trộn lớn ξ , $Br(h \rightarrow \mu \tau)$ có thể đạt tới giới hạn trên của thực nghiệm ATLAS và CMS, trong khi với góc trộn là nhỏ, $Br(h \rightarrow \mu \tau)$ có thể bé cỡ 10^{-5} .

Kênh rẽ bỏ đỉnh $\tau \rightarrow \mu \gamma$ được khảo sát bởi cả các tương tác bảo toàn số vị và không bảo toàn số vị lepton. Đóng góp từ giản đồ hai vòng với các đỉnh tương tác vi phạm số vị lepton và tất cả các giản đồ một vòng (bao gồm đỉnh tương tác vi phạm số vị lepton hoặc bảo toàn số vị lepton) là có thể so sánh được. Đóng góp vi phạm số vị lepton vào $(g - 2)_\mu$ bị chặn nếu các tham số

được lựa chọn thoả mãn giới hạn từ $h \rightarrow \mu\tau$ và $\tau \rightarrow \mu\gamma$, trong khi tương tác bảo toàn số vị của muon với boson chuẩn mới $Y_\mu^{\pm\pm}$ hầu như cho phép chúng ta giải thích được moment từ dị thường muon, $(\Delta a_\mu)_{331} < 13.8 \times 10^{-10}$, dựa theo ràng buộc của LHC cho khối lượng Z' .

Chúng tôi nghiên cứu các tương tác vi phạm số vị của boson Higgs với các cặp đôi quark. Những tương tác này không những tạo nên FCNC, có thể kiểm chứng được trong các thực nghiệm hệ trộn meson $B_{s,d}, K^0$ mà còn có thể mang đến những kênh rã vi phạm số vị quark cho boson Higgs. Các điều kiện ẩn đến từ thực nghiệm hệ trộn meson được chuyển thành giới hạn trên cho tỉ lệ rã nhánh của các kênh này. Chúng nhỏ hơn $\frac{1}{1+\frac{1}{\kappa}}$ lần so với tiên đoán trong [147]. Kiểm tra trực tiếp những kênh rã Higgs này dường như nằm ngoài phạm vi hiện nay của LHC, nhưng chúng hứa hẹn về việc tìm kiếm trong ILC ở tương lai [156]. Khảo sát cho FCNC trong những sự kiện với top quark được trình bày. Giới hạn trên đối với tỉ lệ rã nhánh của top quark, $t \rightarrow hc$ phụ thuộc mạnh vào thang Vật lý mới. Nó có thể đạt tới 10^{-5} hoặc cũng có thể bé cỡ 10^{-8} .

CHƯƠNG 3. MỘT SỐ RÀNG BUỘC VẬT LÝ NHẬN ĐƯỢC TỪ FCNC TRONG MÔ HÌNH 3-3-1-1

Trong chương này, chúng tôi nghiên cứu tất cả các FCNC gắn với cả boson Higgs và boson chuẩn trong mô hình 3-3-1-1. Các đóng góp từ FCNC kết hợp với từ SM chịu sự ràng buộc mạnh từ các tham số trộn meson. Những khía cạnh hiện tượng luận liên quan đến FCNC ở bậc cây, cụ thể là các kênh rã $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ là những mục tiêu quan trọng được khảo sát. Bên cạnh đó, mô hình 3-3-1-1 cũng tiên đoán sự tồn tại của các hạt mới mang điện, như là boson chuẩn mới Y_μ^\pm , boson Higgs mới $H_{4,5}^\pm$. Chúng tương tác với cả quark, lepton của SM và cả quark mới, một cách tương ứng. Những tương tác này là nguồn gây nên kênh rã vi phạm số vị lepton trong phần lepton mang điện $l_i \rightarrow l_j \gamma$ và kênh rã $b \rightarrow s \gamma$. Các kết quả chính của chương này đã được chúng tôi công bố tại European Physical Journal C **81**, 813, 2021.

3.1. Tóm tắt mô hình 3-3-1-1

3.1.1. Đối xứng và phổ hạt

Nhóm đối xứng chuẩn của mô hình là $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes U(1)_N$, trong đó $SU(3)_C$ là nhóm màu, $SU(3)_L$ là sự mở rộng từ nhóm isospin yếu $SU(2)_L$, và $U(1)_X$, $U(1)_N$ xác định điện tích toán tử Q và $B-L$ như sau [130]

$$Q = T_3 + \beta T_8 + X, \quad B - L = \beta' T_8 + N, \quad (3.1)$$

trong đó β, β' là các hệ số xác định điện tích Q và tích $B-L$ của các hạt mới. Trong chương này, chúng tôi xét mô hình với $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Đây còn gọi là mô hình 3-3-1-1 đơn giản với vật chất tối [124]. Các lepton và quark, được sắp

xếp như sau để thoả mãn điều kiện khử dị thường

$$\begin{aligned}
\psi_{aL} &= (\nu_{aL}, e_{aL}, (N_{aR})^c)^T \sim (1, 3, -1/3, -2/3), \\
\nu_{aR} &\sim (1, 1, 0, -1), \quad e_{aR} \sim (1, 1, -1, -1), \\
Q_{\alpha L} &= (d_{\alpha L}, -u_{\alpha L}, D_{\alpha L})^T \sim (3, 3^*, 0, 0), \\
Q_{3L} &= (u_{3L}, d_{3L}, U_L)^T \sim (3, 3, 1/3, 2/3), \\
u_{aR} &\sim (3, 1, 2/3, 1/3), \quad d_{aR} \sim (3, 1, -1/3, 1/3), \\
U_R &\sim (3, 1, 2/3, 4/3), \quad D_{aR} \sim (3, 1, -1/3, -2/3), \quad (3.2)
\end{aligned}$$

với $a = 1, 2, 3$, $\alpha = 1, 2$ là các chỉ số thế hệ. Phần vô hướng, cần thiết để phá vỡ đối xứng và sinh khối lượng các hạt, bao gồm các trường Higgs như sau [125]

$$\begin{aligned}
\eta^T &= (\eta_1^0, \eta_2^-, \eta_3^0)^T \sim (1, 3, -1/3, 1/3), \\
\rho^T &= (\rho_1^+, \rho_2^0, \rho_3^+)^T \sim (1, 3, 2/3, 1/3), \\
\chi^T &= (\chi_1^0, \chi_2^-, \chi_3^0)^T \sim (1, 3, -1/3, -2/3), \quad \phi \sim (1, 1, 0, 2), \quad (3.3)
\end{aligned}$$

với các VEV tương ứng là

$$\langle \eta_1^0 \rangle = \frac{u}{\sqrt{2}}, \quad \langle \rho_2^0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad \langle \chi_3^0 \rangle = \frac{w}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi \rangle = \frac{\Lambda}{\sqrt{2}}, \quad (3.4)$$

và phá vỡ đối xứng của mô hình theo cơ chế sau

$$\begin{aligned}
&SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes U(1)_N \\
&\quad \downarrow \Lambda \\
&SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes P \\
&\quad \downarrow w \\
&SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L} \otimes P \\
&\quad \downarrow u, v \\
&SU(3)_C \otimes U(1)_Q \otimes P,
\end{aligned}$$

trong đó P được coi là đối xứng vật chất (W-parity) và có dạng: $P = (-1)^{3(B-L)+2s}$. Tất cả các hạt trong SM có W-parity là $+1$ (được gọi là hạt chẵn W) trong khi các fermion mới có W-parity là -1 (được gọi là hạt lẻ W). Với đối xứng W được bảo toàn, hạt lẻ W nhẹ nhất sẽ không thể rã. Nếu hạt nhẹ lẻ nhẹ nhất này có điện tích trung hòa, nó có thể ứng viên vật chất tối [124-128]. Các VEV, u, v , phá vỡ đối xứng điện yếu và sinh khối lượng cho

các hạt của SM với điều kiện: $u^2 + v^2 = 246^2 \text{ GeV}^2$. Các VEV, w, Λ , phá vỡ nhóm $SU(3)_L, U(1)_N$ và sinh khối lượng cho các hạt mới. Để đồng nhất với SM, chúng tôi giả thiết $w, \Lambda \gg u, v$.

3.1.2. Phần vô hướng

Chúng tôi viết lại biểu thức thế vô hướng trong [125,129] bao gồm ba số hạng, $V = V(\phi) + V(\eta, \rho, \chi) + V_{\text{mix}}$, trong đó

$$\begin{aligned}
V(\phi) &= \mu_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2, \\
V(\eta, \chi, \rho) &= \mu_1^2 \rho^\dagger \rho + \mu_2^2 \chi^\dagger \chi + \mu_3^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_1(\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_2(\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_3(\eta^\dagger \eta)^2, \\
V_{\text{mix}} &= \lambda_4(\rho^\dagger \rho)(\chi^\dagger \chi) + \lambda_5(\rho^\dagger \rho)(\eta^\dagger \eta) + \lambda_6(\chi^\dagger \chi)(\eta^\dagger \eta) + \lambda_7(\rho^\dagger \chi)(\chi^\dagger \rho) \\
&\quad + \lambda_8(\rho^\dagger \eta)(\eta^\dagger \rho) + \lambda_9(\chi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \chi) + \lambda_{10}(\phi^\dagger \phi)(\rho^\dagger \rho) + \lambda_{11}(\phi^\dagger \phi)(\chi^\dagger \chi) \\
&\quad + (f\epsilon^{mnp}\eta_m\rho_n\chi_p + h.c.). \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Do sự bảo toàn của đối xứng W, chỉ có các trường vô hướng trung hòa có đối xứng W +1 có VEV. Sau khi phá vỡ đối xứng, sẽ không có sự trộn giữa các trường chẵn và lẻ W [125]. Với phổ hạt chẵn W, mô hình đã dự đoán

- Bốn hạt vật lý trung hòa chẵn CP, trong đó một hạt được đồng nhất như là hạt boson Higgs của SM H , và ba hạt còn lại, $H_i, i = 1, 2, 3$, là các hạt nặng mới có biểu thức như sau

$$\begin{aligned}
H &= \frac{u\Re(\eta_1^0) + v\Re(\rho_2^0)}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \\
H_1 &= \frac{-v\Re(\eta_1^0) + u\Re(\rho_2^0)}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \\
H_2 &= \cos\varphi\Re(\chi_3) + \sin\varphi\Re(\phi), \\
H_3 &= -\sin\varphi\Re(\chi_3) + \cos\varphi\Re(\phi), \tag{3.6}
\end{aligned}$$

$$\text{với } \tan(2\varphi) = -\frac{\lambda_{11}w\Lambda}{\lambda\Lambda^2 - \lambda_2w^2}.$$

- Một hạt trung hòa lẻ CP

$$\mathcal{A} \simeq \frac{v\Im(\eta_1) + u\Im(\rho_2)}{\sqrt{u^2 + v^2}}. \tag{3.7}$$

- Hai hạt mang điện

$$H_4^\pm = \frac{v\chi_2^\pm + \omega\rho_3^\pm}{\sqrt{v^2 + \omega^2}}, \quad H_5^\pm = \frac{v\eta_2^\pm + u\rho_1^\pm}{\sqrt{u^2 + v^2}}. \tag{3.8}$$

Với phổ hạt nhẹ W, tồn tại một hạt vô hướng phức

$$H'^0 = \frac{1}{\sqrt{u^2 + w^2}} (u\chi_1^{0*} + w\eta_3^0). \quad (3.9)$$

Để thuận tiện, chúng tôi liệt kê một số biểu diễn khối lượng cho các trường vật lý mà chúng tôi sẽ sử dụng cho các tính toán phía dưới

$$\begin{aligned} m_{H_1}^2 &= -\frac{fw}{\sqrt{2}} \left(\frac{v}{u} + \frac{u}{v} \right), \\ m_{H_A}^2 &= -\frac{f}{\sqrt{2}} \left(\frac{uw}{v} + \frac{vw}{u} + \frac{uv}{w} \right), \\ m_{H_4}^2 &= \left(\frac{\lambda_7}{2} - \frac{fu}{\sqrt{2}vw} \right) (v^2 + w^2), \\ m_{H_5}^2 &= \left(\frac{\lambda_8}{2} - \frac{fw}{\sqrt{2}uv} \right) (u^2 + v^2). \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.1.3. Khối lượng các fermion

Tương tác Yukawa trong phần quark được viết như sau 124

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{quark}} &= h^U \bar{Q}_{3L} \chi U_R + h_{\alpha\beta}^D \bar{Q}_{\alpha L} \chi^* D_{\beta R} + h_a^u \bar{Q}_{3L} \eta u_{aR} \\ &+ h_a^d \bar{Q}_{3L} \rho d_{aR} + h_{\alpha a}^d \bar{Q}_{\alpha L} \eta^* d_{aR} + h_{\alpha a}^u \bar{Q}_{\alpha L} \rho^* u_{aR} + h.c. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Sau khi phá vỡ đối xứng, các quark dạng up và down nhận khối lượng. Các ma trận trộn khối lượng của chúng có biểu thức là

$$\begin{aligned} m_{\alpha a}^u &= \frac{1}{\sqrt{2}} h_{\alpha a}^u v, & m_{3a}^u &= -\frac{1}{\sqrt{2}} h_a^u u, \\ m_{\alpha a}^d &= -\frac{1}{\sqrt{2}} h_{\alpha a}^d u, & m_{3a}^d &= -\frac{1}{\sqrt{2}} h_a^d v. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Một cách tổng quát, những ma trận này có dạng không chéo. Chúng có thể được chéo hóa bởi các ma trận unita $V_{uL,R}, V_{dL,R}$

$$\begin{aligned} V_{uL}^\dagger m^u V_{uR} &= \mathcal{M}_u = \text{Diag}(m_{u_1}, m_{u_2}, m_{u_3}), \\ V_{dL}^\dagger m^d V_{dR} &= \mathcal{M}_d = \text{Diag}(m_{d_1}, m_{d_2}, m_{d_3}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Điều này nghĩa là trị riêng khối lượng liên hệ với trạng thái vị bởi

$$\begin{aligned} u'_{L,R} &= (u'_{1L,R}, u'_{2L,R}, u'_{3L,R})^T = V_{uL,R}^\dagger (u_{1L,R}, u_{2L,R}, u_{3L,R})^T, \\ d'_{L,R} &= (d'_{1L,R}, d'_{2L,R}, d'_{3L,R})^T = V_{dL,R}^\dagger (d_{1L,R}, d_{2L,R}, d_{3L,R})^T. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ở đây ma trận CKM được định nghĩa là $V_{\text{CKM}} = V_{u_L}^\dagger V_{d_L}$.

Tương tác Yukawa cho lepton là

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{lepton}} = h_{ab}^e \bar{\psi}_{aL} \rho e_{bR} + h_{ab}^\nu \bar{\psi}_{aL} \eta \nu_{bR} + h_{ab}^{\nu c} \bar{\nu}_{aR}^c \nu_{bR} \phi + h.c.. \quad (3.15)$$

Các lepton mang điện có khối lượng Dirac $[M_l]_{ab} = -\frac{h_{ab}^e v}{\sqrt{2}}$ 1. Trạng thái vị e_a được liên kết với trạng thái vật lý e'_a bởi sử dụng hai ma trận unita $U_{L,R}^l$ như sau

$$e_{aL} = (U_L^l)_{ab} e'_{bL}, \quad e_{aR} = (U_R^l)_{ab} e'_{bR}. \quad (3.16)$$

Neutrino có cả số hạng khối lượng Dirac và Majorana. Trong cơ sở vị, $n_L = (\nu_L, \nu_R^c)^T$, số hạng khối lượng neutrino có thể được viết như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{mass}}^\nu &= -\frac{1}{2} \bar{n}_L \begin{pmatrix} 0 & M_\nu^D \\ (M_\nu^D)^T & M_R^\nu \end{pmatrix} n_L + h.c. \\ &= -\frac{1}{2} \bar{n}_L M^\nu n_L + h.c., \end{aligned} \quad (3.17)$$

trong đó $[M_\nu^D]_{ab} = -\frac{h_{ab}^\nu}{\sqrt{2}} u$, $[M_R^\nu]_{ab} = -\sqrt{2} h_{ab}^{\nu c} \Lambda$. Trị riêng khối lượng n'_L liên hệ với trị riêng vị neutrino là $n'_L = U^{\nu \dagger} n_L$, với U^ν là ma trận 6×6

$$U^\nu = \begin{pmatrix} U_L^\nu & V^\nu \\ (V^\nu)^T & U_R^\nu \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Các fermion trung hòa mới N_a thuộc kiểu Majorana, và chúng nhận khối lượng qua các tương tác hiệu dụng [125], [129]. Chúng tôi giả thiết các trạng thái vị N_a và trị riêng khối lượng N'_a liên hệ với nhau bởi các ma trận unita $U_{L,R}^N$ là

$$N_{aL} = (U_L^N)_{ab} N'_{bL}, \quad N_{aR} = (U_R^N)_{ab} N'_{bR}. \quad (3.19)$$

3.1.4. Các boson chuẩn

Chúng tôi sẽ đi qua một vài điểm trong phần boson chuẩn. Bên cạnh các boson chuẩn SM, mô hình 3-3-1-1 cũng tiên đoán sáu boson chuẩn mới:

¹Chú ý rằng các lepton mang điện trong mô hình này chỉ nhận khối lượng qua một nguồn là tương tác Yukawa tái chuẩn hoá được thông qua một tam tuyến Higgs ρ . Điều này là khác so với mô hình S331 trong chương trước với hai nguồn độc lập sinh khối lượng. Hệ quả là mô hình 3-3-1-1 không có những tương tác LFV của Higgs ở bậc cây mà cho đóng góp trực tiếp vào một số hiện tượng luận như kênh rã LFVHD $h \rightarrow \mu\tau$ hay moment từ dị thường muon Δa_μ .

$X^{0,0*}, Y^\pm, Z_2, Z_N$. Những boson chuẩn này là chẵn W ngoại trừ X, Y là lẻ W. Khối lượng của các boson chuẩn mới được cho bởi [129], [125]

$$\begin{aligned}
m_{Z_2}^2 &\simeq \frac{g^2}{18} \left\{ (3 + t_X^2)w^2 + 4t_N^2(w^2 + 9\Lambda^2) \right. \\
&\quad \left. - \sqrt{[(3 + t_X^2)w^2 - 4t_N^2(w^2 + 9\Lambda^2)]^2 + 16(3 + t_X^2)t_N^2w^4} \right\} \quad (3.20) \\
m_{Z_N}^2 &\simeq \frac{g^2}{18} \left\{ (3 + t_X^2)w^2 + 4t_N^2(w^2 + 9\Lambda^2) \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{[(3 + t_X^2)w^2 - 4t_N^2(w^2 + 9\Lambda^2)]^2 + 16(3 + t_X^2)t_N^2w^4} \right\}, \\
m_X^2 &= \frac{g^2}{4} (u^2 + w^2), \quad m_Y^2 = \frac{g^2}{4} (v^2 + w^2). \quad (3.21)
\end{aligned}$$

3.2. Một số quá trình hiếm truyền bởi boson chuẩn mới và vô hướng mới ở bậc cây

3.2.1. Trộn meson ở bậc cây

Trong các công trình trước đây [125], [130], các tác giả đã nghiên cứu FCNC tương tác với các boson chuẩn mới trung hòa Z_2 và Z_N tại bậc cây. Do sự sắp xếp khác nhau giữa các thế hệ quark, quark của SM tương tác với hai tam tuyến Higgs. Do đó, sẽ xuất hiện FCNC gắn với boson Higgs trung hòa ở gần đúng cây. Những tương tác này bắt nguồn từ Lagrangian Yukawa (3.11). Sau khi chuyển sang cơ sở vật lý theo các công thức (3.12), (3.13), (3.14), chúng tôi thu được

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{NC}}^{\text{Higgs}} &= -\frac{g}{2m_W} (\bar{d}'_L \mathcal{M}_d d'_R + \bar{u}'_L \mathcal{M}_u u'_R) H \\
&\quad + \frac{g}{2m_W} \left(t_\beta \bar{d}'_L \mathcal{M}_d d'_R - \frac{1}{t_\beta} \bar{u}'_L \mathcal{M}_u u'_R \right) H_1 \\
&\quad + \frac{ig}{2m_W} \left(t_\beta \bar{d}'_L \mathcal{M}_d d'_R + \frac{1}{t_\beta} \bar{u}'_L \mathcal{M}_u u'_R \right) \mathcal{A} \\
&\quad + \frac{g}{2m_W} (\bar{d}'_L \Gamma^d d'_R + \bar{u}'_L \Gamma^u u'_R) H_1 \\
&\quad + \frac{ig}{2m_W} (\bar{d}'_L \Gamma^d d'_R - \bar{u}'_L \Gamma^u u'_R) \mathcal{A} + h.c., \quad (3.22)
\end{aligned}$$

với $t_\beta = \tan \beta = \frac{v}{u}$, và Γ^u, Γ^d cho bởi:

$$\Gamma_{ij}^u = \frac{2}{s_{2\beta}} (V_{u_L}^\dagger)_{i3} (V_{u_L})_{3k} m_{u_k} (V_{u_R}^\dagger)_{ka} (V_{u_R})_{aj},$$

$$\Gamma_{ij}^d = -\frac{2}{s_{2\beta}} (V_{dL}^\dagger)_{i3} (V_{dL})_{3k} m_{d_k} (V_{dR}^\dagger)_{ka} (V_{dR})_{aj}. \quad (3.23)$$

Ba số hạng đầu tiên của phương trình (3.22) tỉ lệ với ma trận khối lượng quark, và do đó chúng là những tương tác bảo toàn số vị. Các số hạng còn lại là FCNC tương tác với boson Higg mới trung hòa, bao gồm chẵn CP H_1 và lẻ CP \mathcal{A} .

Lagrangian của FCNC tại bậc cây truyền bởi Z_2, Z_N , đã được thảo luận trong [125], có dạng như sau

$$\mathcal{L}_{\text{FCNC}}^{\text{gauge}} = - \sum_{q'=u',d'} \Theta_{ij}^q \{ \bar{q}'_{iL} \gamma^\mu q'_{jL} (g_2 Z_{2\mu} + g_N Z_{N\mu}) \}, \quad (3.24)$$

với

$$\begin{aligned} \Theta_{ij}^q &= \frac{1}{\sqrt{3}} (V_{qL}^*)_{3i} (V_{qL})_{3j}, \quad g_2 = g \left(\cos \xi \frac{1}{\sqrt{1-t_w^2/3}} + \sin \xi \frac{2t_N}{\sqrt{3}} \right), \\ g_N &= g \left(-\sin \xi \frac{1}{\sqrt{1-t_w^2/3}} + \cos \xi \frac{2t_N}{\sqrt{3}} \right). \end{aligned} \quad (3.25)$$

ξ là góc trộn định nghĩa bởi $\tan 2\xi = \frac{4\sqrt{3+t_X^2} t_N w^2}{(3+t_X^2)w^2 - 4t_N^2(w^2+9\Lambda^2)}$, $t_N = \frac{g_N}{g}$, và $t_X = \frac{g_X}{g} = \frac{\sqrt{3}s_W}{\sqrt{3-4s_W^2}}$ với $s_W = \sin \theta_W$.

Chúng tôi bây giờ sẽ nghiên cứu sự ảnh hưởng của FCNC gắn với cả boson chuẩn mới và vô hướng mới vào các hệ dao động meson. Từ FCNC cho bởi các công thức (3.22)-(3.24), chúng tôi thu được Lagrangian hiệu dụng là

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{effective}} &= \frac{g^2}{4m_W^2} \left\{ (\Gamma_{ij}^q)^2 \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} - \frac{1}{m_{\mathcal{A}}^2} \right) (\bar{q}'_{iL} q'_{jR})^2 \right. \\ &\quad \left. + (\Gamma_{ji}^{q*})^2 \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} - \frac{1}{m_{\mathcal{A}}^2} \right) (\bar{q}'_{iR} q'_{jL})^2 \right\} \\ &\quad + \frac{g^2}{4m_W^2} \left\{ \Gamma_{ji}^{q*} \Gamma_{ij}^q \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} + \frac{1}{m_{\mathcal{A}}^2} \right) (\bar{q}'_{iL} q'_{jR})(\bar{q}'_{iR} q'_{jL}) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma_{ji}^{q*} \Gamma_{ij}^q \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} + \frac{1}{m_{\mathcal{A}}^2} \right) (\bar{q}'_{iR} q'_{jL})(\bar{q}'_{iL} q'_{jR}) \right\} \\ &\quad - \Theta_{ij}^2 \left(\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_N^2}{m_{Z_N}^2} \right) (\bar{q}'_{iL} \gamma^\mu q'_{jL})^2, \end{aligned} \quad (3.26)$$

với q kí hiệu hoặc là quark u hoặc quark d . Lagrangian này cho đóng góp vào sự chênh lệch khối lượng của các hệ meson như sau

$$(\Delta m_K)_{\text{NP}} = \Re \left\{ \frac{2}{3} \Theta_{12}^2 \left(\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_N^2}{m_{Z_N}^2} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{5g^2}{48m_W^2} ((\Gamma_{12}^d)^2 + (\Gamma_{21}^{d*})^2) \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} - \frac{1}{m_A^2} \right) \left(\frac{m_K}{m_s + m_d} \right)^2 \left. \vphantom{\frac{5g^2}{48m_W^2}} \right\} m_K f_K^2 \\
& - \Re \left\{ \frac{g^2 \Gamma_{21}^{d*} \Gamma_{12}^d}{4m_W^2} \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} + \frac{1}{m_A^2} \right) \left(\frac{1}{6} + \frac{m_K^2}{(m_s + m_d)^2} \right) \right\} m_K f_K^2, \\
(\Delta m_{B_d})_{\text{NP}} & = \Re \left\{ \frac{2}{3} \Theta_{13}^2 \left(\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_N^2}{m_{Z_N}^2} \right) \right. \\
& + \frac{5g^2}{48m_W^2} ((\Gamma_{13}^d)^2 + (\Gamma_{31}^{d*})^2) \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} - \frac{1}{m_A^2} \right) \left(\frac{m_{B_d}}{m_b + m_d} \right)^2 \left. \vphantom{\frac{5g^2}{48m_W^2}} \right\} m_{B_d} f_{B_d}^2 \\
& - \Re \left\{ \frac{g^2 \Gamma_{31}^{d*} \Gamma_{13}^d}{4m_W^2} \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} + \frac{1}{m_A^2} \right) \left(\frac{1}{6} + \frac{m_{B_d}^2}{(m_b + m_d)^2} \right) \right\} m_{B_d} f_{B_d}^2, \\
(\Delta m_{B_s})_{\text{NP}} & = \Re \left\{ \frac{2}{3} \Theta_{23}^2 \left(\frac{g_2^2}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_N^2}{m_{Z_N}^2} \right) \right. \\
& + \frac{5g^2}{48m_W^2} ((\Gamma_{32}^{d*})^2 + (\Gamma_{23}^d)^2) \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} - \frac{1}{m_A^2} \right) \left(\frac{m_{B_s}}{m_s + m_b} \right)^2 \left. \vphantom{\frac{5g^2}{48m_W^2}} \right\} m_{B_s} f_{B_s}^2 \\
& - \Re \left\{ \frac{g^2 \Gamma_{32}^{d*} \Gamma_{23}^d}{4m_W^2} \left(\frac{1}{m_{H_1}^2} + \frac{1}{m_A^2} \right) \left(\frac{1}{6} + \frac{m_{B_s}^2}{(m_s + m_b)^2} \right) \right\} m_{B_s} f_{B_s}^2. \quad (3.27)
\end{aligned}$$

Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng tiên đoán lý thuyết cho chênh lệch khối lượng meson bao gồm cả đóng góp từ SM và các đóng góp mới ở bậc cây. Nó gợi ý rằng sự chênh lệch khối lượng meson có thể được tách ra thành

$$\Delta m_{K,B_d,B_s} = (\Delta m_{K,B_d,B_s})_{\text{SM}} + (\Delta m_{K,B_d,B_s})_{\text{NP}}, \quad (3.28)$$

trong đó đóng góp SM vào chênh lệch khối lượng meson cho bởi [181], [182]

$$\begin{aligned}
(\Delta m_K)_{\text{SM}} & = 0.467 \times 10^{-2} / ps, \\
(\Delta m_{B_d})_{\text{SM}} & = (0.575_{-0.090}^{+0.093}) / ps, \\
(\Delta m_{B_s})_{\text{SM}} & = (18.6_{-2.3}^{+2.4}) / ps. \quad (3.29)
\end{aligned}$$

Tiên đoán lý thuyết trong công thức (3.28), được so sánh với giá trị thực nghiệm cho bởi [41], [183]

$$\begin{aligned}
(\Delta m_K)_{\text{exp}} & = 0.5293(9) \times 10^{-2} / ps, \\
(\Delta m_{B_d})_{\text{exp}} & = 0.5065(19) / ps, \\
(\Delta m_{B_s})_{\text{exp}} & = 17.749(20) / ps. \quad (3.30)
\end{aligned}$$

Tuy nhiên, do hiệu ứng tương tác tầm dài (long-distance effect) trong Δm_K , độ bất định trong hệ này là khá lớn. Do vậy, chúng tôi xét lý thuyết cho chênh

lệch khối lượng Kaon vào khoảng 30%, tức là

$$-0.3 < \frac{(\Delta m_K)_{\text{NP}}}{(\Delta m_K)_{\text{exp}}} < 0.3. \quad (3.31)$$

Tiên đoán SM cho chênh lệch khối lượng meson B chính xác hơn của Kaon, và chúng tôi có những ràng buộc như sau giữa tiên đoán của SM và thực nghiệm [184]

$$0.6 < \frac{(\Delta m_{B_d})_{\text{exp}}}{(\Delta m_{B_d})_{\text{SM}}} < 1.17, \quad 0.71 < \frac{(\Delta m_{B_s})_{\text{exp}}}{(\Delta m_{B_s})_{\text{SM}}} < 1.2, \quad (3.32)$$

tương đương với

$$-0.4 < \frac{(\Delta m_{B_d})_{\text{NP}}}{(\Delta m_{B_d})_{\text{SM}}} < 0.17, \quad -0.29 < \frac{(\Delta m_{B_s})_{\text{NP}}}{(\Delta m_{B_s})_{\text{SM}}} < 0.2. \quad (3.33)$$

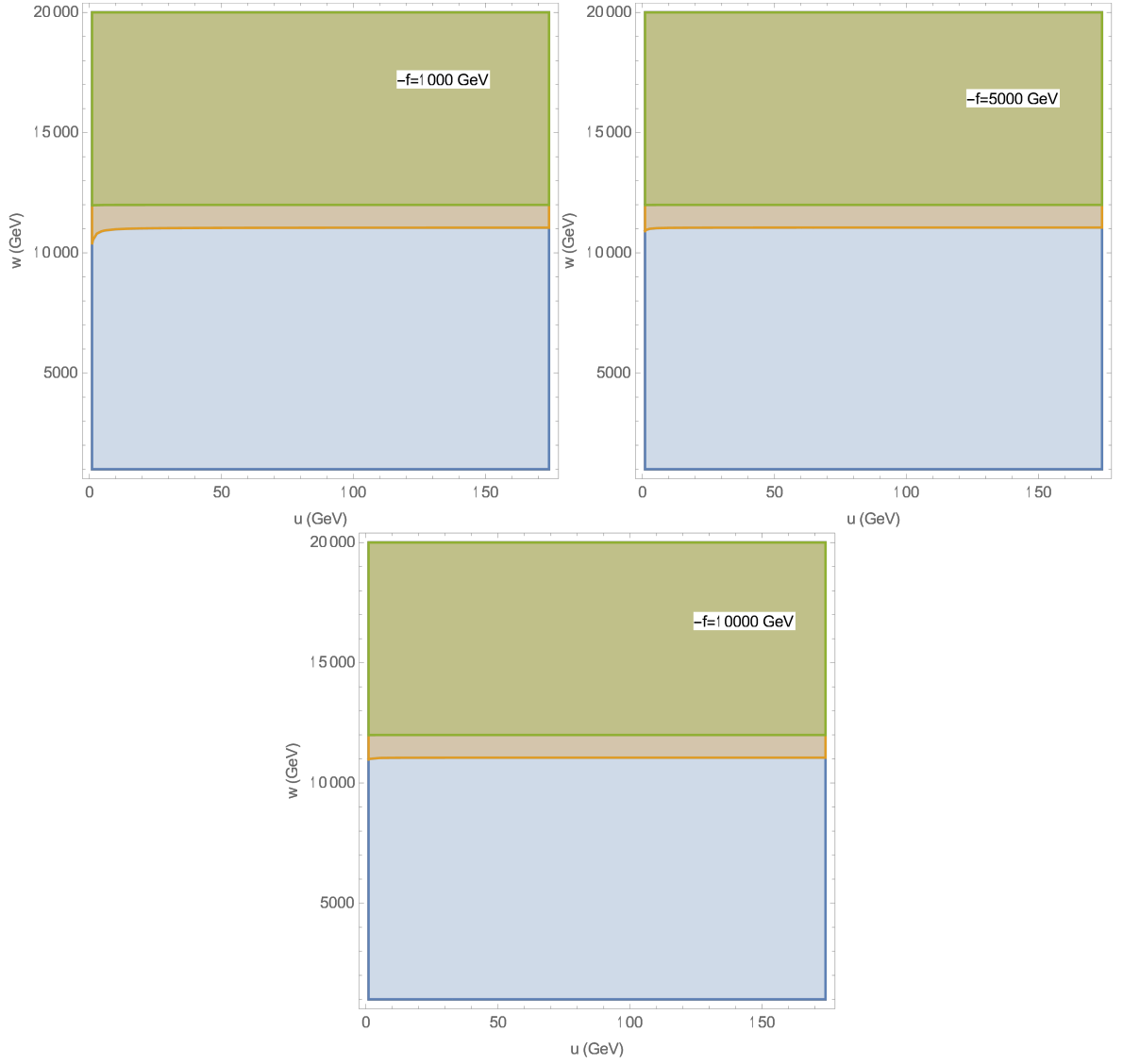
Chúng tôi sẽ thực hiện khảo sát số với các tham số đầu vào được cho bởi [41, 185–188]

$$\begin{aligned} m_d &= 4.88(20), & m_s &= 93.44(68), & m_b &= 4198(12), & m_t &= 172.4(7) \times 10^3, \\ f_K &= 155.7(3), & m_K &= 497.611(13), & f_{B_d} &= 190(1.3), & m_{B_d} &= 5279.65(12), \\ f_{B_s} &= 230(1.3), & m_{B_s} &= 5366.88(14), & |(V_{\text{CKM}})_{33}(V_{\text{CKM}})_{31}^*| &= 0.0087(2), \\ |(V_{\text{CKM}})_{33}(V_{\text{CKM}})_{32}^*/(V_{\text{CKM}})_{23}| &= 0.982(1), & |(V_{\text{CKM}})_{23}| &= 0.04200(64). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Ở đây tất cả khối lượng được để ở thang MeV. Bên cạnh đó, chúng tôi giả thiết $t_N = 1$, $g = \sqrt{4\pi\alpha}/s_W$, với $\alpha = 1/128$ và $s_W^2 = 0.231$. Các ma trận trộn của quark dạng up phân cực phải, V_{uR} , là ma trận đơn vị, trong khi V_{dR} được tham số hóa bởi ba góc trộn, $\theta_{12}^R, \theta_{13}^R$ và θ_{23}^R , là

$$V_{dR} = \begin{pmatrix} c_{12}^R c_{23}^R - s_{12}^R s_{13}^R s_{23}^R & -s_{12}^R c_{13}^R & -c_{12}^R s_{23}^R - s_{12}^R s_{13}^R c_{23}^R \\ s_{12}^R c_{23}^R + c_{12}^R s_{13}^R s_{23}^R & c_{12}^R c_{13}^R & -s_{12}^R s_{23}^R + c_{12}^R s_{13}^R c_{23}^R \\ c_{13}^R s_{23}^R & -s_{13}^R & c_{13}^R c_{23}^R \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

với $s_{ij}^R = \sin \theta_{ij}^R$, $c_{ij}^R = \cos \theta_{ij}^R$. Để đơn giản hoá, chúng ta có thể chọn $\theta_{12}^R = \pi/6$, $\theta_{13}^R = \pi/4$ và $\theta_{23}^R = \pi/3$. Các thang Vật lý mới yêu cầu ràng buộc sau $w \sim \Lambda \sim -f \gg u, v$, xuất phát từ điều kiện chéo hoá ma trận trộn khối lượng trong [125].



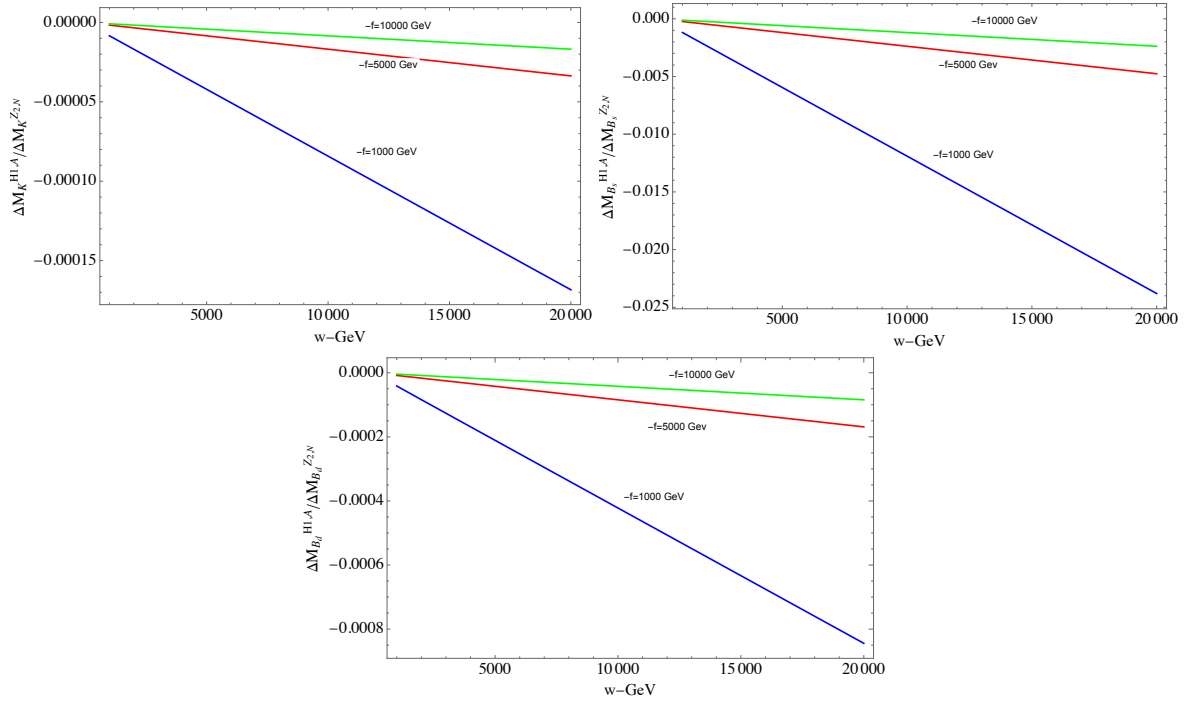
Hình 3.1: Ràng buộc cho w và u từ các chênh lệch khối lượng meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}$ và Δm_{B_d} . Miền khả dĩ cho Δm_K là toàn bộ mặt phẳng, trong khi miền màu da cam và xanh là cho Δm_{B_s} và Δm_{B_d} .

Chúng tôi khảo sát vai trò của FCNC tương tác với các trường vô hướng, H_1, \mathcal{A} , trong các tham số trộn meson. Để đánh giá hiệu ứng của nó, chúng tôi thay đổi tham số f , chỉ có ảnh hưởng đến khối lượng của H_1, \mathcal{A} (xem công thức (3.10)). Chi tiết hơn, trong đồ thị 3.1, chúng tôi vẽ các đường đồng mức cho các chênh lệch khối lượng meson $\Delta m_K, \Delta m_{B_s}$, và Δm_{B_d} , như là hàm của thang Vật lý mới w và u với ba sự lựa chọn khác nhau của tham số f là $f = -1000$ GeV, $f = -5000$ GeV và $f = -10000$ GeV. Hầu như không có sự thay đổi nào giữa ba đồ thị. Tức là, các tham số trộn là ít bị ảnh hưởng bởi FCNC tương tác với các trường vô hướng.

Tiếp theo, chúng tôi đánh giá đóng góp của FCNC tương tác với boson

chuẩn mới vào các tham số trộn meson. Để ước tính vai trò của chúng, chúng tôi so sánh đóng góp của chúng với của boson vô hướng mới. Tỷ số của hai đóng góp này được thể hiện trong đồ thị [3.2](#). Kết quả cho thấy đóng góp chủ yếu đến từ FCNC của boson chuẩn mới. Nó một lần nữa khẳng định hiệu ứng nhỏ của vô hướng mới vào hệ trộn meson.

Cuối cùng, chúng tôi xem xét các ràng buộc đối với VEV từ $\Delta m_{K, B_s, B_d}$. Trong hình [3.1](#), miền tham số thỏa mãn các điều kiện trong [\(3.31\)](#), [\(3.33\)](#) là miền màu xanh. Thang năng lượng phá vỡ đối xứng điện yếu, u , không bị ràng buộc bởi các điều kiện của tham số trộn meson. Tuy nhiên, những điều kiện này ảnh hưởng đến thang Vật lý mới w . Từ đồ thị [3.1](#), chúng tôi thu được giới hạn dưới của thang Vật lý mới, $w > 12$ TeV. Giới hạn này chặt chẽ và lớn hơn đáng kể so với kết quả nhận được trước đây [\[125\]](#). Sự khác nhau này là do bởi, trong nghiên cứu trước, các tác giả so sánh đóng góp Vật lý mới với giá trị thực nghiệm và đã bỏ qua đóng góp của SM vào tiên đoán lý thuyết. Thêm nữa, phương trình (131) trong [\[125\]](#), tác giả sử dụng $(\Delta m_{B_s})_{\text{NP}} < \frac{1}{(100 \text{ TeV})^2} m_{B_s} f_{B_s}^2 \simeq 41.2871/ps$, giới hạn trên này của $(\Delta m_{B_s})_{\text{NP}}$ thậm chí còn lớn hơn giá trị của thực nghiệm trong công thức [\(3.30\)](#). Điều này là không phù hợp do tiên đoán lý thuyết phải bao gồm cả đóng góp SM và Vật lý mới. Thêm nữa, chúng ta còn phải xét đến độ bất định trong tiên đoán SM và thực nghiệm. Vì vậy, đóng góp Vật lý mới phải được ràng buộc bởi các điều kiện cho bởi các công thức [\(3.31\)](#), [\(3.33\)](#).



Hình 3.2: Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc các tỉ số $\Delta m_{K,B_s,B_d}^{H_1,A} / \Delta m_{K,B_s,B_d}^{Z_2,Z_N}$ vào thang Vật lý mới w .

3.2.2. $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$

Các kênh rare của meson B , đặc biệt là kênh rare bởi dịch chuyển quark, $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$, là công cụ tốt để tìm kiếm dấu hiệu của Vật lý mới. Các hiệu ứng Vật lý mới có thể được thể hiện thông qua một lý thuyết hiệu dụng. Hamiltonian hiệu dụng cho những kênh rare trên được xác định bởi FCNC của quark cho bởi công thức (3.22), (3.24) và dòng trung hòa bảo toàn số vị lepton (LFCNC). Các LFCNC tương tác với vô hướng trung hòa, H_1, \mathcal{A} , nhận được từ công thức (3.15) như sau

$$-\frac{g}{2m_W} \frac{u}{v} \bar{l}'_{aL} M_{ab}^{lD} l'_{bR} (H_1 + i\mathcal{A}) + h.c., \quad (3.36)$$

với $M^{lD} = \text{Diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$. Cần chú ý rằng ở đây không có FCNC truyền bởi Higgs trung hòa trong phần lepton. Những tương tác của Z_2 và Z_N với hai lepton mang điện đã được cho bởi [125] là

$$-\frac{g}{2c_W} \bar{f} \gamma^\mu \left(g_V^{Z_2}(f) - g_A^{Z_2}(f) \gamma_5 \right) f Z_{2\mu} - \frac{g}{2c_W} \bar{f} \gamma^\mu \left(g_V^{Z_N}(f) - g_A^{Z_N}(f) \gamma_5 \right) f Z_{N\mu} \quad (3.37)$$

với các tham số $g_V^{Z_2, Z_N}, g_A^{Z_2, Z_N}$ được tìm thấy trong [125].

Kết hợp FCNC của quark và LFCNC, chúng tôi thu được Hamiltonian hiệu dụng cho các quá trình $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$

như sau

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_{i=9,10,S,P} (C_i(\mu) \mathcal{O}_i(\mu) + C'_i(\mu) \mathcal{O}'_i(\mu)), \quad (3.38)$$

với các toán tử định nghĩa bởi

$$\mathcal{O}_9 = \frac{e^2}{(4\pi)^2} (\bar{s} \gamma_\mu P_L b) (\bar{l} \gamma^\mu l), \quad \mathcal{O}_{10} = \frac{e^2}{(4\pi)^2} (\bar{s} \gamma_\mu P_L b) (\bar{l} \gamma^\mu \gamma^5 l), \quad (3.39)$$

$$\mathcal{O}_S = \frac{e^2}{(4\pi)^2} (\bar{s} P_R b) (\bar{l} l), \quad \mathcal{O}_P = \frac{e^2}{(4\pi)^2} (\bar{s} P_R b) (\bar{l} \gamma_5 l). \quad (3.40)$$

Các toán tử $\mathcal{O}'_{9,10,S,P}$ nhận được từ toán tử $\mathcal{O}_{9,10,S,P}$ bởi việc thế $P_L \leftrightarrow P_R$. Các hệ số Wilson của chúng bao gồm đóng góp SM và đóng góp Vật lý mới ở bậc cây. Với $C_{9,10}$, chúng tôi tách thành đóng góp SM và Vật lý mới như sau: $C_{9,10} = C_{9,10}^{\text{SM}} + C_{9,10}^{\text{NP}}$, trong đó giá trị trung tâm của $C_{9,10}^{\text{SM}}$ được cho bởi [189], $C_{10}^{\text{SM}} = -4.198$, $C_9^{\text{SM}} = 4.344$, và $C_{9,10,S,P}^{\text{NP}}$ có biểu thức là

$$C_9^{\text{NP}} = -\Theta_{23} \frac{m_W^2}{c_W V_{tb} V_{ts}^*} \frac{(4\pi)^2}{e^2} \left(\frac{g_2}{g} \frac{g_V^{Z_2}(f)}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_N}{g} \frac{g_V^{Z_N}(f)}{m_{Z_N}^2} \right),$$

$$C_{10}^{\text{NP}} = \Theta_{23} \frac{m_W^2}{c_W V_{tb} V_{ts}^*} \frac{(4\pi)^2}{e^2} \left(\frac{g_2}{g} \frac{g_A^{Z_2}(f)}{m_{Z_2}^2} + \frac{g_N}{g} \frac{g_A^{Z_N}(f)}{m_{Z_N}^2} \right). \quad (3.41)$$

Chú ý rằng $C_{S,P}^{\text{SM}} = C'_{S,P} = 0$. Do đó, $C_{S,P}, C'_{S,P}$ thu được bởi các đóng góp Vật lý mới như sau

$$C_S^{\text{NP}} = \frac{8\pi^2}{e^2} \frac{1}{V_{tb} V_{ts}^*} \frac{\Gamma_{23}^d \Gamma_{\alpha\alpha}^l}{m_{H_1}^2}, \quad C'_S{}^{\text{NP}} = \frac{8\pi^2}{e^2} \frac{1}{V_{tb} V_{ts}^*} \frac{(\Gamma_{32}^d)^* \Gamma_{\alpha\alpha}^l}{m_{H_1}^2},$$

$$C_P^{\text{NP}} = -\frac{8\pi^2}{e^2} \frac{1}{V_{tb} V_{ts}^*} \frac{\Gamma_{23}^d \Delta_{\alpha\alpha}^l}{m_A^2}, \quad C'_P{}^{\text{NP}} = \frac{8\pi^2}{e^2} \frac{1}{V_{tb} V_{ts}^*} \frac{(\Gamma_{32}^d)^* \Delta_{\alpha\alpha}^l}{m_A^2} \quad (3.42)$$

với $\Gamma_{\alpha\alpha}^l = \Delta_{\alpha\alpha}^l = \frac{u}{v} m_{l_\alpha}$.

Từ Hamiltonian hiệu dụng (3.38), chúng tôi nhận được tỉ lệ rẽ nhánh cho kênh $B_s \rightarrow l_\alpha^+ l_\alpha^-$

$$\text{Br}(B_s \rightarrow l_\alpha^+ l_\alpha^-)_{\text{theory}} = \frac{\tau_{B_s}}{64\pi^3} \alpha^2 G_F^2 f_{B_s}^2 |V_{tb} V_{ts}^*|^2 m_{B_s} \sqrt{1 - \frac{4m_{l_\alpha}^2}{m_{B_s}^2}}$$

$$\times \left\{ \left(1 - \frac{4m_{l_\alpha}^2}{m_{B_s}^2} \right) \left| \frac{m_{B_s}^2}{m_b + m_s} (C_S - C'_S) \right|^2 \right.$$

$$\left. + \left| 2m_{l_\alpha} (C_{10} - C'_{10}) + \frac{m_{B_s}^2}{m_b + m_s} (C_P - C'_P) \right|^2 \right\},$$

(3.43)

với τ_{B_s} là thời gian sống của meson B_s . Nếu xét thêm hiệu ứng dao động của hệ $B_s - \bar{B}_s$, giá trị lý thuyết và thực nghiệm liên hệ với nhau bởi [190]

$$\text{Br}(B_s \rightarrow l_\alpha^+ l_\alpha^-)_{\text{exp}} \simeq \frac{1}{1 - y_s} \text{Br}(B_s \rightarrow l_\alpha^+ l_\alpha^-)_{\text{theory}}, \quad (3.44)$$

với $y_s = \frac{\Delta\Gamma_{B_s}}{2\Gamma_{B_s}} = 0.0645(3)$ [183]. Với kênh $B_s \rightarrow e^+ e^-$, tiên đoán SM [191] là

$$\text{Br}(B_s \rightarrow e^+ e^-)_{\text{SM}} = (8.54 \pm 0.55) \times 10^{-14}, \quad (3.45)$$

và giới hạn thực nghiệm đã được cho trong [192] là

$$\text{Br}(B_s \rightarrow e^+ e^-)_{\text{exp}} < 2.8 \times 10^{-7}. \quad (3.46)$$

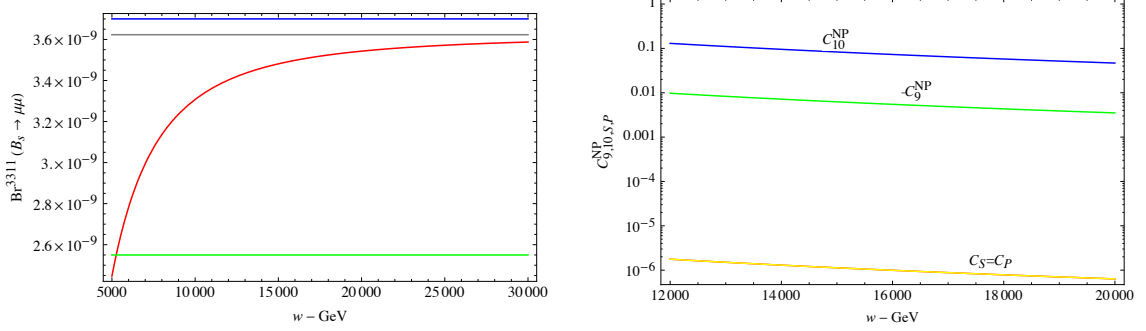
Đóng góp SM vào tỉ lệ rẽ nhánh của $B_s \rightarrow e^+ e^-$ bị chặn mạnh so với giới hạn trên của thực nghiệm hiện nay. Đây có thể là kênh rất tốt để tìm kiếm cho Vật lý mới. Ngược lại hoàn toàn với $B_s \rightarrow e^+ e^-$, kết quả thực nghiệm mới nhất của tỉ lệ rẽ nhánh ($B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$) là [164]

$$\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)_{\text{exp}} = (3.09_{-0.43}^{+0.46} {}_{-0.11}^{+0.15}) \times 10^{-9}. \quad (3.47)$$

Giới hạn trên thực nghiệm này sát với giá trị trung tâm của tiên đoán SM (bao gồm hiệu ứng của dao động $B_s - \bar{B}_s$) mà đã được nghiên cứu trong [193]

$$\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)_{\text{SM}} = (3.66 \pm 0.14) \times 10^{-9}. \quad (3.48)$$

Điều này cho thấy rằng giá trị thực nghiệm có một sự chênh lệch nhỏ với dự đoán SM trong $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$. Hiệu ứng Vật lý mới trong $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ dẫn đến các ràng buộc mới chặt chẽ cho thang Vật lý mới. Chúng tôi sẽ khảo sát số cho kênh rẽ $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$.



Hình 3.3: Bảng bên trái vẽ $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$: đường cong màu đỏ thể hiện giá trị tiên đoán của mô hình 3-3-1-1, đường màu xám thể hiện giá trị trung tâm của tiên đoán SM. Các đường màu xanh nước biển và xanh lá là các giới hạn trên và dưới của thực nghiệm. Bảng bên phải dự đoán đóng góp Vật lý mới vào các hệ số Wilson. Cả hai bảng có được khi lựa chọn các tham số như sau: $\Lambda = 1000w$, $f = -w$, $u = 200$ GeV. Các tham số khác được lựa chọn như trong phần 3.2

Trong đồ thị 3.3, đường cong màu đỏ trong bảng bên trái biểu diễn $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ trong mô hình 3-3-1-1 như là hàm của thang phá vỡ đối xứng mới. Những giá trị được tiên đoán chỉ phù hợp với các giới hạn thực nghiệm hiện nay, w , là lớn hơn 5 TeV. Giới hạn này không chặt như giới hạn thu được từ nghiên cứu các hệ trộn meson trong phần 3.2.1. Do đó, miền phù hợp nhất cho giới hạn thực nghiệm của cả hệ trộn $(\bar{B}_s - B_s)$ và $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ là $w > 12$ TeV. Trong bảng bên phải của đồ thị 3.3, chúng tôi khảo sát đóng góp Vật lý mới vào từng hệ số Wilson. So sánh với $C_{9,10}^{\text{NP}}$, $C_{S,P}$ bị chặn còn mạnh hơn nữa, nhỏ hơn cỡ $10^{-4} \div 10^{-5}$. Vì vậy, đóng góp của Vật lý mới vào $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ chủ yếu đến từ C_{10}^{NP} . Trong giới hạn $w > 12$ TeV, C_{10}^{NP} là dương. Nó làm cho $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ giảm khoảng 5%, mang lại giá trị tiên đoán lý thuyết và thực nghiệm gần với nhau hơn.

Nếu C_{10}^{NP} ảnh hưởng đến quá trình $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, C_9^{NP} đóng vai trò quan trọng trong kênh rã $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$. Các phép đo thực nghiệm gần đây của $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$ đã thu hút và dẫn đến các phân tích được xét trong mô hình Vật lý mới tổng quát (independent model global analyses) [194–201]. Các dị thường của kênh rã $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ được giải thích nếu tồn tại một đóng góp âm lớn vào hệ số Wilson C_9^{NP} . Giá trị phù hợp nhất cho C_9^{NP} thay đổi quanh -1.1 . Đường màu xanh lá cây trong bảng bên phải của đồ thị 3.3 dự đoán C_9^{NP} trong mô hình 3-3-1-1. Trong giới hạn, $w > 12$ TeV, chúng tôi nhận được

giá trị cực đại của $C_9^{\text{NP}} \simeq -0.01$. Do vậy, đóng góp Vật lý mới của mô hình 3-3-1-1 không thể giải thích được các dị thường trong $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$.

Kết quả đo thực nghiệm cho tỉ lệ rẽ nhánh của $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ [178,179] là thấp hơn một chút so với dự đoán của SM. Cả hai hệ số Wilson C_9, C_{10} đều cho đóng góp vào $\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$. Như được tiên đoán bởi mô hình 3-3-1-1, đóng góp Vật lý mới vào những tham số này là rất nhỏ (dễ dàng nhận thấy trong đồ thị [3.3]) bởi vì thang Vật lý mới thỏa mãn ràng buộc $w > 12$ TeV. Cả hai C_9^{NP} và C_{10}^{NP} là quá bé và cách xa giá trị của phân tích toàn cục [194-197]. Cho nên, chúng tôi cho rằng các hiệu ứng Vật lý mới cho kênh rẽ $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ vẫn là nhỏ trong mô hình 3-3-1-1.

3.3. Các kênh rẽ bổ đính

3.3.1. $b \rightarrow s\gamma$

Tỉ lệ rẽ nhánh và phổ năng lượng photon của kênh rẽ bổ đính $b \rightarrow s\gamma$ lần đầu tiên được đo bởi thí nghiệm CLEO, $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.21 \pm 0.43 \pm 0.27_{-0.10}^{+0.18}) \times 10^{-4}$ [165]. Gần đây, nhóm HFLAV đã thu được kết quả trung bình cho kênh rẽ này bằng cách kết hợp các kết quả đo từ thực nghiệm CLEO, BaBar và Belle, $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.32 \pm 0.15) \times 10^{-4}$ [183] với thang năng lượng photon $E_\gamma > 1.6$ GeV. Giá trị này phù hợp với tiên đoán của SM đến bậc thứ hai của khai triển nhiễu loạn (Next-to-Next-to-Leading Order-NNLO), $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.36 \pm 0.23) \times 10^{-4}$ [202], [203], với cùng thang năng lượng photon E_γ . Nó gợi ý rằng đóng góp Vật lý mới, nếu có thì sẽ phải là nhỏ. Do vậy, nghiên cứu kênh rẽ $b \rightarrow s\gamma$ có thể đem đến một ràng buộc mạnh cho thang Vật lý mới. Quá trình bổ đính $b \rightarrow s\gamma$ được miêu tả thuận tiện nhất trong khuôn khổ của một lý thuyết hiệu dụng sau khi tách các hạt nặng mới ra ngoài mô hình. Bên cạnh dòng mang điện liên hệ với boson chuẩn SM, W_μ^\pm , mô hình 3-3-1-1 còn chứa các dòng mang điện mới, tương tác với boson chuẩn mới Y_μ^\pm , hai Higgs mang điện mới H_4^\pm, H_5^\pm , và FCNC tương tác với $Z_{2,N}$ như trong công thức [3.24]. Tất cả những dòng trên sẽ đóng góp vào quá trình $b \rightarrow s\gamma$.

Chúng tôi sẽ viết biểu thức dòng vô hướng mang điện liên hệ với kênh rẽ $b \rightarrow s\gamma$. H_4^\pm chỉ tương tác với các quark ngoại lai, do đó nó không tạo nên dòng mang điện thay đổi vị (flavor-changing charged current-FCCC) cho các quark SM. Trong khi đó H_5^\pm tương tác với quark của SM và gây nên FCCC

vô hướng. Lagranigan tương ứng sẽ là

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{H_5^\pm} = \frac{g}{\sqrt{2}m_W} \{ \bar{d}'_L \mathcal{X} \mathcal{M}_u u'_R + \bar{d}'_R \mathcal{M}_d \mathcal{Y} u'_L \} H_5^- + h.c., \quad (3.49)$$

với $\mathcal{Y} = t_\beta V_{\text{CKM}}^\dagger - \frac{2}{s_{2\beta}} \mathcal{T}$ và $\mathcal{X} = \frac{1}{t_\beta} V_{\text{CKM}}^\dagger - \frac{2}{s_{2\beta}} \mathcal{T}$. \mathcal{T} được định nghĩa bởi $\mathcal{T}_{ij} = (V_{d_L}^\dagger)_{i3} (V_{u_L})_{3j}$, $s_{2\beta} = \sin 2\beta$, $t_{2\beta} = \tan 2\beta$. Dòng mang điện liên kết với boson chuẩn W^\pm, Y^\pm , được miêu tả bởi dòng dạng V-A như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W,Y}^{\text{quark}} &= \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}' \gamma^\mu (1 - \gamma_5) W_\mu^+ V_{\text{CKM}} d' \\ &\quad + \frac{g}{2\sqrt{2}} \{ \bar{d}'_j (V_{d_L}^*)_{j3} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) Y_\mu^- U \\ &\quad + \bar{D}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) Y_\mu^- (V_{u_L})_{\alpha j} u'_j \} + h.c.. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Hamiltonian hiệu dụng cho kênh rã $b \rightarrow s\gamma$ là

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{b \rightarrow s\gamma} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* [C_7(\mu_b) \mathcal{O}_7 + C_8(\mu_b) \mathcal{O}_8 + C'_7(\mu_b) \mathcal{O}'_7 + C'_8(\mu_b) \mathcal{O}'_8] \quad (3.51)$$

với $\mu_b = \mathcal{O}(m_b)$. Các toán tử $\mathcal{O}_7, \mathcal{O}_8$ được định nghĩa bởi

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_7 &= \frac{e}{(4\pi)^2} m_b (\bar{s}_\alpha \sigma_{\mu\nu} P_R b_\alpha) F^{\mu\nu}, \\ \mathcal{O}_8 &= \frac{g_s}{(4\pi)^2} m_b (\bar{s}_\alpha \sigma_{\mu\nu} T_{\alpha\beta}^a P_R b_\beta) G^{a\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.52)$$

và các toán tử có dấu phẩy $\mathcal{O}'_{7,8}$ nhận được bằng cách trao đổi $P_L \leftrightarrow P_R$. Các hệ số Wilson $C_{7,8}(\mu_b)$ tách thành như là tổng của đóng góp SM và đóng góp 3-3-1-1

$$C_{7,8}(\mu_b) = C_{7,8}^{\text{SM}}(\mu_b) + C_{7,8}^{\text{NP}}(\mu_b). \quad (3.53)$$

Chú ý rằng các hệ số Wilson $C'_{7,8}$ được bỏ qua trong tính toán của chúng tôi do chúng bị chặn theo tỉ số m_s/m_b . Các hệ số Wilson của SM $C_{7,8}^{\text{SM}}$ tại thang $\mu \sim m_W$ được đưa ra lần đầu bởi [\[204\]](#)

$$\begin{aligned} C_7^{\text{SM}(0)}(m_W) &= \frac{m_t^2}{m_W^2} f_\gamma \left(\frac{m_t^2}{m_W^2} \right), \\ C_8^{\text{SM}(0)}(m_W) &= \frac{m_t^2}{m_W^2} f_g \left(\frac{m_t^2}{m_W^2} \right), \end{aligned} \quad (3.54)$$

trong đó chỉ số 0 thể hiện các hệ số Wilson này được tính mà chưa xét đến đóng góp của QCD.

Vật lý mới đóng góp vào $C_{7,8}^{\text{NP}}$ ở mức lượng tử thông qua các tương tác dòng mang điện trong công thức (3.49), (3.50) và FCNC trong công thức (3.24). Chúng có thể được tách thành từng đóng góp như sau

$$C_{7,8}^{\text{NP}(0)} = C_{7,8}^{H_5(0)}(m_{H_5}) + C_{7,8}^{Y(0)}(m_Y) + C_{7,8}^{Z_{2,N}(0)}(m_{Z_{2,N}}), \quad (3.55)$$

với

$$\begin{aligned} C_7^{H_5(0)}(m_{H_5}) &= \frac{m_t^2}{m_{H_5}^2} \left[\frac{1}{3} t_\beta^2 f_\gamma \left(\frac{m_t^2}{m_{H_5}^2} \right) + f'_\gamma \left(\frac{m_t^2}{m_{H_5}^2} \right) \right], \\ C_8^{H_5(0)}(m_{H_5}) &= \frac{m_t^2}{m_{H_5}^2} \left[\frac{1}{3} t_\beta^2 f_g \left(\frac{m_t^2}{m_{H_5}^2} \right) + f'_g \left(\frac{m_t^2}{m_{H_5}^2} \right) \right], \\ C_7^{Y(0)}(m_Y) &= \frac{m_W^2}{m_Y^2} \frac{m_U^2}{m_Y^2} f_\gamma \left(\frac{m_U^2}{m_Y^2} \right), \\ C_8^{Y(0)}(m_Y) &= \frac{m_W^2}{m_Y^2} \frac{m_U^2}{m_Y^2} f_g \left(\frac{m_U^2}{m_Y^2} \right), \end{aligned} \quad (3.56)$$

với tất cả các hàm số $f_{\gamma,g}$ và $f'_{\gamma,g}$ được định nghĩa là

$$\begin{aligned} f_\gamma(x) &= \frac{(7 - 5x - 8x^2)}{24(x-1)^3} + \frac{x(3x-2)}{4(x-1)^4} \ln x, \\ f'_\gamma(x) &= \frac{(3-5x)}{12(x-1)^2} + \frac{(3x-2)}{6(x-1)^3} \ln x, \\ f_g(x) &= \frac{2+5x-x^2}{8(x-1)^3} - \frac{3x}{4(x-1)^4} \ln x, \\ f'_g(x) &= \frac{3-x}{4(x-1)^2} - \frac{1}{2(x-1)^3} \ln x. \end{aligned} \quad (3.57)$$

$C_7^{Z_{2,N}(0)}(m_{Z_{2,N}})$ được nhận bởi FCNC tương tác với $Z_{2,N}$ và có dạng được cho bởi [206]

$$\begin{aligned} C_7^{Z_{2,N}(0)}(m_{Z_{2,N}}) &= -\frac{2}{9g^2} \frac{m_W^2}{m_{Z_{2,N}}^2} \sum_{f=d,s,b} \frac{g_L^{fs*} g_L^{fb}}{V_{ts}^* V_{tb}} \\ &\quad + \frac{2}{3g^2} \frac{m_W^2}{m_{Z_{2,N}}^2} \sum_{f=d,s,b} \frac{m_f g_L^{fs*} g_R^{fb}}{m_b V_{ts}^* V_{tb}}, \\ C_8^{Z_{2,N}(0)}(m_{Z_{2,N}}) &= -3C_7^{Z_{2,N}(0)}(m_{Z_{2,N}}) \end{aligned} \quad (3.58)$$

với $g_{L,R}^{ff} = [g_V^{Z_{2,N}}(f) \pm g_A^{Z_{2,N}}(f)]/2$ là các tương tác bảo toàn số vị có trong [125], trong khi $g^{fs,fb}$ là các tương tác vi phạm số vị được định nghĩa theo công thức (3.24).

Cần chú ý rằng các bổ đính QCD cho kênh rã $b \rightarrow s\gamma$ là quan trọng và phải có mặt để tính toán được trọn vẹn. Công bố [205] đã dự đoán $C_{7,8}^{\text{SM}}$ đến bậc NNLO, $C_7^{\text{SM}}(\mu_b) = -0.3523$ tại thang $\mu_b = 2.5$ GeV. Các tính toán hiện nay của đóng góp Vật lý mới vào $C_{7,8}^{\text{NP}}$ đã được khảo sát đến bậc một của lý thuyết nhiễu loạn (Leading Order-LO) [206], [207]. Trong phần này, chúng tôi nghiên cứu hiệu ứng của bổ đính QCD vào $C_{7,8}^{\text{NP}}$ tại bậc LO. Trong mô hình 3-3-1-1, có bốn thang năng lượng lớn: m_Y , $m_{Z_{2,N}}$ và m_{H_5} . Sự sai khác giữa các thang này có thể được bỏ qua do hằng số tương tác QCD là nhỏ khi xét tại thang năng lượng lớn. Vì vậy, chúng tôi giả thiết mọi tính toán đều cùng một thang. Để thuận tiện, chúng tôi lựa chọn $\mu \sim m_Y$. Bổ đính QCD cho $C_7^{Z_{2,N}}$ là

$$C_7^{Z_{2,N}}(\mu_b) = \kappa_7 C_7^{Z_{2,N}}(m_Y) + \kappa_8 C_8^{Z_{2,N}}(m_Y) + \Delta_{Z_{2,N}}(\mu_b), \quad (3.59)$$

với $\kappa_{7,8}$ được gọi là các số "ma thuật" (magic numbers) của Vật lý mới $\kappa_7 = 0.39$, $\kappa_8 = 0.130$ tại $\mu \sim 10$ TeV [207]. $\Delta_{Z_{2,N}}(\mu_b)$ là các đóng góp đến từ sự trộn của các toán tử dòng-dòng trung hòa mới (current-current operators), tạo nên bởi khi trao đổi $Z_{2,N}$ với các toán tử lưỡng cực $\mathcal{O}_{7,8}$

$$\begin{aligned} \Delta_{Z_{2,N}}(\mu_b) &= \sum_{\substack{A=L,R, \\ f=u,c,t,d,s,b}} \kappa_{LA}^f \Delta_{LA} C_2^f(w) + \sum_{A=L,R} \hat{\kappa}_{LA}^d \Delta_{LA} \hat{C}_2^d(w), \\ \Delta_{LA} C_2^f(m_Y) &= -\frac{2}{g^2} \frac{g_L^{sb*} g_A^{ff}}{V_{ts}^* V_{tb}}, \quad \Delta_{LA} \hat{C}_2^d(m_Y) = -\frac{2}{g^2} \frac{g_L^{sd*} g_A^{bd}}{V_{ts}^* V_{tb}} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Với $w = 10$ TeV, ta có $m_Y \simeq 3.2$ TeV, và nhận được $C_7^{Z_{2,N}}(\mu_b) \simeq \mathcal{O}(10^{-5})$, nhỏ hơn rất nhiều so với của SM, $C_7^{\text{SM}}(\mu_b) = -0.3523$. Do đó, trong tính toán tiếp theo, $C_7^{Z_{2,N}}$ có thể được bỏ qua. Nếu bao gồm LO của bổ đính QCD, C_7^Y và $C_7^{H_5}$ có dạng như là [206], [207]

$$\begin{aligned} C_7^Y(\mu_b) &= \kappa_7 C_7^Y(m_Y) + \kappa_8 C_8^Y(m_Y), \\ C_7^{H_5}(\mu_b) &= \kappa_7 C_7^{H_5}(m_Y) + \kappa_8 C_8^{H_5}(m_Y). \end{aligned} \quad (3.61)$$

Tỉ lệ rã nhánh $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ được cho bởi

$$\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = \frac{6\alpha}{\pi C} \frac{|V_{ts}^* V_{tb}|^2}{|V_{cb}|^2} (|C_7(\mu_b)|^2 + N(E_\gamma)) \text{Br}(b \rightarrow ce\bar{\nu}_e), \quad (3.62)$$

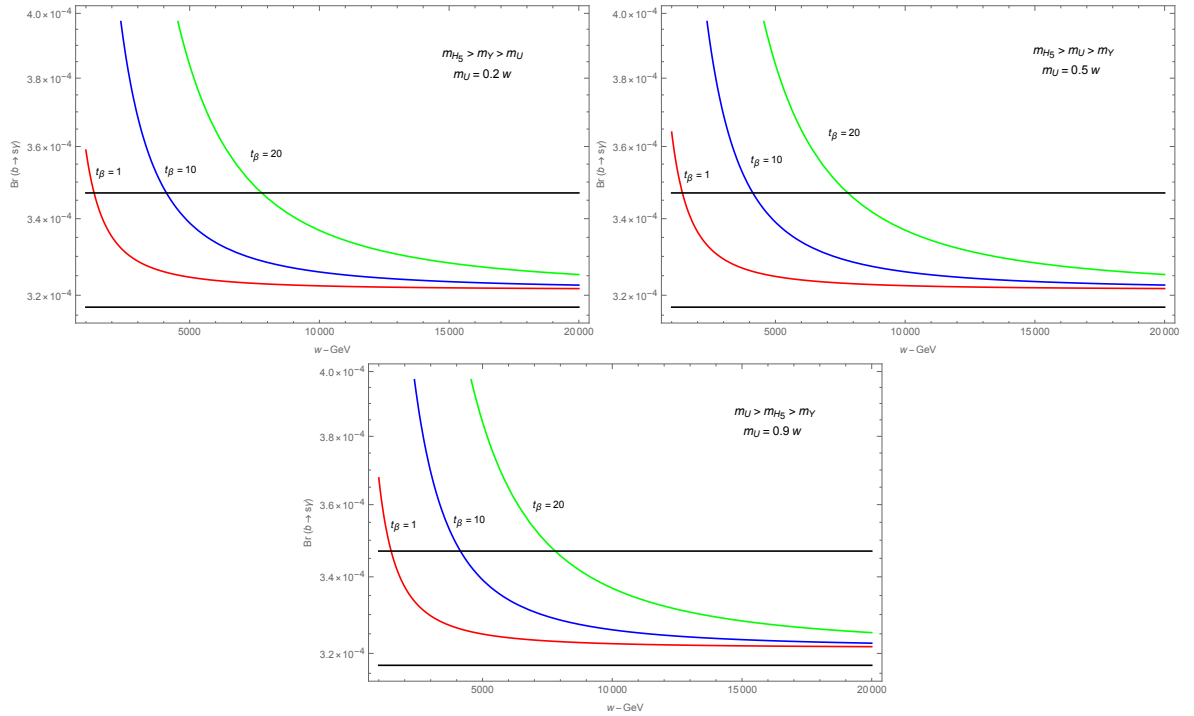
với $N(E_\gamma) = 3.6(6) \times 10^{-3}$ là đóng góp không nhiễu loạn, $C = |V_{ub}/V_{cb}|^2 \Gamma(b \rightarrow ce\bar{\nu}_e) / \Gamma(b \rightarrow ue\bar{\nu}_e) = 0.580(16)$ [205] và tỉ lệ rã nhánh cho kênh rã bán lepton

$\text{Br}(b \rightarrow ce\bar{\nu}_e) = 0.1086(35)$ [41]. Các tham số khác được lựa chọn như trong phần 3.2.1.

$\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ được biểu diễn như là một hàm số của các khối lượng hạt mới, cụ thể là m_Y, m_{H_5}, m_U . Những khối lượng này được coi là các tham số tự do. Trong giới hạn, $u, v \ll -f \frac{u^2+v^2}{uv} \sim w \sim \Lambda$, chúng có thể được viết lại thành

$$m_Y^2 \simeq \frac{g^2 w^2}{4}, \quad m_{H_5}^2 \simeq \frac{w^2}{\sqrt{2}}, \quad m_U = -\frac{h^U w}{\sqrt{2}}, \quad (3.63)$$

trong đó, $g = \sqrt{4\pi\alpha/s_W^2} \simeq 0.63$, h^U là tham số chưa biết. Do đó, m_U có thể nhận giá trị bất kỳ nằm ở thang TeV, có thể lớn hơn hoặc nhỏ hơn hai khối lượng còn lại, m_{H_5}, m_Y . Không mất tính tổng quát, chúng tôi khảo sát sự phân bậc khối lượng của các hạt mới theo ba trường hợp sau: $m_{H_5} > m_Y > m_U$, $m_{H_5} > m_U > m_Y$, và $m_U > m_{H_5} > m_Y$.

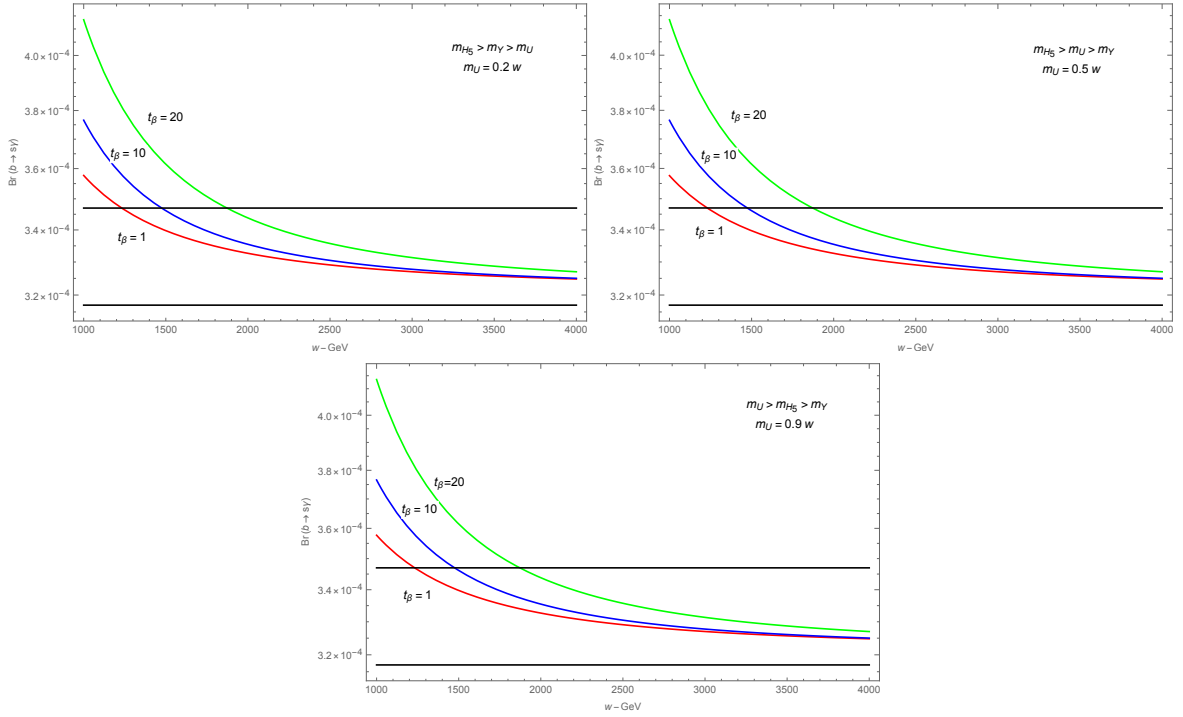


Hình 3.4: Sự phụ thuộc của $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ vào thang Vật lý mới w trong giới hạn, $u, v \ll -f \frac{u^2+v^2}{uv} \sim w \sim \Lambda$. Đường màu đen đậm thể hiện ràng buộc thực nghiệm hiện tại $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.32 \pm 0.15) \times 10^{-4}$ [183]

Trong đồ thị 3.4, chúng tôi cho thấy sự phụ thuộc của $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ vào thang Vật lý mới w trong giới hạn $u, v \ll -f \frac{u^2+v^2}{uv} \sim w \sim \Lambda$. Mỗi đồ thị con

trong đồ thị này tương ứng với ba trường hợp phân bậc khối lượng và ba sự lựa chọn giá trị t_β . Chúng tôi nhận thấy rằng tỉ lệ rẽ nhánh này phụ thuộc mạnh vào giá trị của t_β trong đó số hạng chứa t_β đến từ hệ số Wilson $C_7^{H_5}$. Do đó, chúng tôi cho rằng $C_7^{H_5}$ đóng vai trò quan trọng trong các kênh rẽ bỏ đỉnh $b \rightarrow s\gamma$. Điều này là đúng trong cả ba trường hợp của phân bậc khối lượng. Ngoài ra, đồ thị [3.4](#) cho biết rằng sự phân bậc khối lượng không ảnh hưởng nhiều đến $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$. Kết quả này được hiểu do đóng góp chủ đạo là đến từ $C_7^{H_5}$, và nó mạnh hơn các đóng góp khác bởi hệ số t_β^2 . Trong giới hạn của t_β , ta có $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) \simeq |C_7^{H_5}|^2 \simeq \frac{t_\beta^2}{w^2}$. Giới hạn dưới cho thang Vật lý mới phụ thuộc vào giá trị của t_β , cụ thể, $w \geq 1$ TeV với $t_\beta = 1$; $w \geq 4.1$ TeV với $t_\beta = 10$; $w \geq 7.7$ TeV với $t_\beta = 20$. Những giới hạn này là nhỏ hơn so với kết quả đã nhận được ở các phần trước.

Để kết luận phần này, chúng tôi xem xét sự ảnh hưởng của Vật lý mới lên $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ trong giới hạn $u, v \ll -f \sim w \sim \Lambda$. Trong đồ thị [3.5](#), chúng tôi nhận thấy rằng sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh này vào t_β không mạnh bằng so với tiên đoán trong đồ thị [3.4](#). Sự khác nhau này có thể được giải thích do sự phụ thuộc của m_{H_5} vào t_β , $m_{H_5} = 0.85w \left(t_\beta + \frac{1}{t_\beta} \right)$. Bởi vậy, $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) \simeq |C_7^{H_5}|^2 \simeq t_\beta^2 \frac{1}{m_{H_5}^2} \simeq t_\beta \frac{1}{w^2}$, trong khi $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) \simeq t_\beta^2 \frac{1}{w^2}$ với trường hợp cũ. Điều này dẫn đến giới hạn dưới của Vật lý mới cũng thay đổi theo sự lựa chọn của t_β . Với giới hạn nhận được từ phần [3.2.1](#), $w > 12$ TeV, ảnh hưởng của t_β vào $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ trở nên không đáng kể và giá trị tỉ lệ rẽ nhánh được tiên đoán bởi lý thuyết gần đạt giá trị trung tâm của các giới hạn thực nghiệm.



Hình 3.5: Sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ vào thang Vật lý mới w trong giới hạn $u, v \ll -f \sim w \sim \Lambda$. Đường màu đen biểu diễn ràng buộc thực nghiệm hiện tại tại $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma) = (3.32 \pm 0.15) \times 10^{-4}$ [183]

3.3.2. $\mu \rightarrow e\gamma$

Như đã trình bày trong chương I, các kênh rẽ vi phạm số vị lepton trong phân mang điện (cLFV) bị chặn rất mạnh trong SM với neutrino phân cực phải, $\text{Br}(l_i \rightarrow l_j\gamma) \simeq 10^{-55}$. Tuy nhiên, các giới hạn thực nghiệm gần đây [1.1]

$$\begin{aligned}
 \text{Br}(\mu^- \rightarrow e^- \gamma) &< 4.2 \times 10^{-13}, \\
 \text{Br}(\tau^- \rightarrow e^- \gamma) &< 3.3 \times 10^{-8}, \\
 \text{Br}(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) &< 4.4 \times 10^{-8}.
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

Điều này cho thấy rằng các quá trình cLFV có thể mở ra cơ hội để nghiên cứu các dấu hiệu Vật lý mới vượt ngoài SM. Chú ý rằng trong SM với neutrino phân cực phải, kênh rẽ $l_i \rightarrow l_j\gamma$, đến từ đóng góp giản đồ một vòng truyền bởi boson chuẩn W^\pm . tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(l_i \rightarrow l_j\gamma)$ bị chặn bởi các phần tử ma trận trộn của neutrino. Mô hình 3-3-1-1 dự đoán một số tương tác dòng mang điện mới liên kết với hạt mang điện mới, $Y^\pm, H_{4,5}^\pm$. Hệ quả là, các giản đồ một vòng mới trong mô hình này có thể đóng góp lớn vào $\text{Br}(l_i \rightarrow l_j\gamma)$ và có thể

đạt đến những giới hạn trên thực nghiệm (3.64). Để nghiên cứu các kênh rã LFV, chúng tôi đầu tiên sẽ viết biểu thức Lagrangian của chúng trong cơ sở vật lý như sau

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Scalar}}^{\text{lepton}} \supset & \frac{h_{ab}^e u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \left(\bar{\nu}'_{kL} (U_L^{\nu*})_{ka} + \overline{(\nu'_{kR})^c} V_{ka}^{\nu*} \right) (U_R^l)_{bj} e'_{jR} H_5^+ \\
& + \frac{h_{ab}^e \omega}{\sqrt{v^2 + \omega^2}} \overline{(N'_{kR})^c} (U_R^N)_{ka} (U_R^l)_{bj} e'_{jR} H_4^+ \\
& + \frac{h_{ab}^\nu v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \bar{e}'_{jL} (U_L^{l*})_{ja} \left((V^{\nu T})_{bk} (\nu'_{kL})^c + (U_R^\nu)_{bk} \nu'_{kR} \right) H_5^- \\
& + \frac{h_{ab}^\nu \omega}{\sqrt{u^2 + \omega^2}} \overline{(N'_{jR})^c} (U_R^{N*})_{ja} \left((V^{\nu T})_{bk} (\nu'_{kL})^c + (U_R^\nu)_{bk} \nu'_{kR} \right) H'_o + h.c.
\end{aligned} \tag{3.65}$$

Dòng mang điện liên kết với boson chuẩn mới được viết trong cơ sở vật lý là

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{W,Y}^{\text{lepton}} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu e_{aL} W_\mu^+ + \bar{e}_{aL} \gamma^\mu (N_{aR})^c Y_\mu^- \right\} + h.c. \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \left(\bar{\nu}'_{kL} (U_L^{\nu*})_{ka} + \overline{(\nu'_{kR})^c} V_{ka}^{\nu*} \right) \gamma^\mu (U_L^l)_{aj} e'_{jL} W_\mu^+ \right. \\
&\quad \left. + \bar{e}'_{kL} (U_L^{l*})_{ka} \gamma^\mu (U_R^{N*})_{aj} (N'_{jR})^c Y_\mu^- \right\} + h.c..
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Tiếp theo, chúng tôi viết biểu thức Lagrangian hiệu dụng của quá trình $\mu \rightarrow e\gamma$ dưới dạng như sau

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\mu \rightarrow e\gamma} = -4 \frac{e G_F}{\sqrt{2}} m_\mu (A_R \bar{e} \sigma_{\mu\nu} P_R \mu + A_L \bar{e} \sigma_{\mu\nu} P_L \mu) F^{\mu\nu} + h.c., \tag{3.67}$$

trong đó các hệ số A_L, A_R nhận được khi tính các giản đồ một vòng. Chúng tôi sử dụng chuẩn 't Hooft-Feynman và giữ khối lượng của lepton đường ngoài trong tính toán. Kết quả thu được sử dụng theo công thức tổng quát cho bởi [139]. Các hệ số $A_{L,R}$ được chia thành từng đóng góp riêng biệt như sau

$$A_{L,R} = A_{L,R}^W + A_{L,R}^Y + A_{L,R}^{H_5} + A_{L,R}^{H_4}, \tag{3.68}$$

trong đó

$$\begin{aligned}
A_R^W &= -\frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2} \sum_{j=1}^3 (U_L^{\nu*})_{\mu j} (U_L^\nu)_{ej} f \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_W^2} \right), \\
A_L^W &= -\frac{eg^2 m_e}{32\pi^2 m_W^2 m_\mu} \sum_{j=1}^3 (U_L^{\nu*})_{\mu j} (U_L^\nu)_{ej} f \left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_W^2} \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_R^Y &= -\frac{eg^2}{32\pi^2 m_Y^2} \sum_{j=1}^3 (U_R^{N*})_{\mu j} (U_R^N)_{ej} f\left(\frac{m_{N_j}^2}{m_Y^2}\right), \\
A_L^Y &= -\frac{eg^2 m_e}{32\pi^2 m_Y^2 m_\mu} \sum_{j=1}^3 (U_R^{N*})_{\mu j} (U_R^N)_{ej} f\left(\frac{m_{N_j}^2}{m_Y^2}\right), \\
A_L^{H_5} &= -\frac{eg^2 m_e m_\mu}{32\pi^2 m_W^2 m_{H_5}^2 t_\beta^2} \sum_{j=1}^3 (U_L^{\nu*})_{\mu j} (U_L^\nu)_{ej} g\left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H_5}^2}\right) \\
&\quad - \frac{eg^2 m_e v^2}{64\pi^2 m_W^2 m_{H_5}^2 m_\mu} \sum_{j,k=1}^3 (h^{\nu*})_{\mu j} (h^\nu)_{ej} (U_R^\nu)_{jk} (U_R^{\nu*})_{jk} g\left(\frac{M_{\nu_j}^2}{m_{H_5}^2}\right) \\
&\quad - \frac{eg^2 v^2 m_e}{64\pi^2 m_W^2 m_{H_5}^2 m_\mu} \sum_{j,k=1}^3 (h^{\nu*})_{\mu j} (h^\nu)_{ej} (V^{\nu T})_{jk} (V^{\nu T*})_{jk} g\left(\frac{M_{\nu_j}^2}{m_{H_5}^2}\right), \\
A_R^{H_5} &= -\frac{eg^2 m_e^2}{32\pi^2 m_W^2 m_{H_5}^2 t_\beta^2} \sum_{j=1}^3 (U_L^{\nu*})_{\mu j} (U_L^\nu)_{ej} g\left(\frac{m_{\nu_j}^2}{m_{H_5}^2}\right) \\
&\quad - \frac{eg^2 v^2}{64\pi^2 m_W^2 m_{H_5}^2} \sum_{j,k=1}^3 (h^{\nu*})_{\mu j} (h^\nu)_{ej} (U_R^\nu)_{jk} (U_R^{\nu*})_{jk} g\left(\frac{M_{\nu_j}^2}{m_{H_5}^2}\right) \\
&\quad - \frac{eg^2 v^2}{64\pi^2 m_W^2 m_{H_5}^2} \sum_{j,k=1}^3 (h^{\nu*})_{\mu j} (h^\nu)_{ej} (V^{\nu T})_{jk} (V^{\nu T*})_{jk} g\left(\frac{M_{\nu_j}^2}{m_{H_5}^2}\right), \\
A_L^{H_4} &= -\frac{eg^2 m_e m_\mu}{32\pi^2 m_Y^2 m_{H_4}^2 t_{\beta'}^2} \sum_{j=1}^3 (U_R^{N*})_{\mu j} (U_R^N)_{ej} g\left(\frac{m_{N_j}^2}{m_{H_4}^2}\right), \\
A_R^{H_4} &= -\frac{eg^2 m_e^2}{32\pi^2 m_Y^2 m_{H_4}^2 t_{\beta'}^2} \sum_{j=1}^3 (U_R^{N*})_{\mu j} (U_R^N)_{ej} g\left(\frac{m_{N_j}^2}{m_{H_4}^2}\right), \tag{3.69}
\end{aligned}$$

Các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ được định nghĩa bởi

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{10 - 43x + 78x^2 - 48x^3 + 4x^4 + 18x^3 \log x}{12(x-1)^4}, \\
g(x) &= \frac{1 - 6x + 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 \log x}{12(x-1)^4}. \tag{3.70}
\end{aligned}$$

Các ký hiệu m_{ν_j} , M_{ν_j} , m_e , m_μ lần lượt là khối lượng của neutrino nhẹ, neutrino nặng, electron và muon. Từ Lagrangian hiệu dụng (3.67), chúng tôi thu được tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$ như sau

$$\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) = \frac{12\pi^2}{G_F^2} (|A_L|^2 + |A_R|^2) \text{Br}(\mu \rightarrow e\tilde{\nu}_e\nu_\mu), \tag{3.71}$$

trong đó $G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2}m_W^2}$ là hằng số Fermi, $\text{Br}(\mu \rightarrow e\tilde{\nu}_e\nu_\mu) = 100\%$ [41].

Trước khi thực hiện khảo sát số của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$, chúng tôi thực hiện một số giả thiết sau. Chúng tôi giả thiết một ma trận chéo biểu diễn cho các tương tác Yukawa h_{ab}^e trong cơ sở vị. Do đó, ma trận U_L^ν được đồng nhất với ma trận PMNS, U_{PMNS} , đã được thực nghiệm đo đạc. Cả hai ma trận U_R^ν, V^ν cũng như $U_{L,R}^N$ là mới và chưa bị ràng buộc thực nghiệm. Để đơn giản, chúng tôi cho rằng các tương tác Yukawa của neutrino phân cực phải h'^ν được biểu diễn bởi ma trận chéo. Điều này thể hiện rằng ma trận neutrino Majorana có dạng $M_R^\nu = \text{Diag}(M_{\nu_1}, M_{\nu_2}, M_{\nu_3})$ và do đó ma trận trộn khối lượng neutrino phân cực phải U_R^ν là một ma trận đơn vị. Ma trận trộn V^ν cũng được giả thiết là có dạng chéo. Cuối cùng, với ma trận trộn của các lepton mới U_R^N , chúng tôi tham số hoá bởi ba góc $\theta_{ij}^N, (i, j = 1, 2, 3)$ và một pha vi phạm CP δ^N .

Với lựa chọn trên, các tương tác Yukawa h^e, h'^ν có thể được chuyển thành khối lượng lepton mang điện và neutrino trơ như sau

$$\begin{aligned} h^e &= -\frac{\sqrt{2}}{v} \text{Diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \\ h'^\nu &= -\frac{1}{\sqrt{2}\Lambda} \text{Diag}(M_{\nu_1}, M_{\nu_2}, M_{\nu_3}). \end{aligned} \quad (3.72)$$

Các tương tác Yukawa h^ν , xác định khối lượng Dirac neutrino, có thể được biểu diễn bằng cách sử dụng phương pháp tham số hoá Casas-Ibarra [208]

$$h^\nu = \frac{\sqrt{2}}{u} \begin{pmatrix} \sqrt{M_{\nu_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{M_{\nu_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{M_{\nu_3}} \end{pmatrix} R \begin{pmatrix} \sqrt{m_{\nu_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{m_{\nu_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{m_{\nu_3}} \end{pmatrix} U_L^{\nu\dagger} \quad (3.73)$$

với R là ma trận trực giao được biểu diễn bởi các góc tùy ý như sau

$$R = \begin{pmatrix} \hat{c}_2\hat{c}_3 & -\hat{c}_1\hat{s}_3 - \hat{s}_1\hat{s}_2\hat{c}_3 & \hat{s}_1\hat{s}_3 - \hat{c}_1\hat{s}_2\hat{c}_3 \\ \hat{c}_2\hat{s}_3 & \hat{c}_1\hat{c}_3 - \hat{s}_1\hat{s}_2\hat{s}_3 & -\hat{s}_1\hat{c}_3 - \hat{c}_1\hat{s}_2\hat{s}_3 \\ \hat{s}_2 & \hat{s}_1\hat{c}_2 & \hat{s}_1\hat{c}_2 \end{pmatrix}, \quad (3.74)$$

với $\hat{s}_i = \sin \hat{\theta}_i, \hat{c}_i = \cos \hat{\theta}_i, i = 1, 2, 3$ và $\hat{\theta}_{ij} \in [0, \pi/2]$.

Với giá trị của khối lượng các hạt và VEV, chúng tôi sử dụng các giới hạn sau $u, v \ll w \sim \Lambda, u^2 + v^2 = 246^2 \text{ GeV}^2$. Để đồng nhất với giới hạn unita [209], chúng tôi cần ràng buộc sau: $m_N < 16m_Y$. Khối lượng các Higgs mang điện mới $H_{4,5}^\pm$ và boson chuẩn mới Y^\pm được thực hiện giống như trong phần 3.3.1. Để sử dụng các ràng buộc từ nghiên cứu vật chất tối trong [125],

khối lượng fermion mới nằm ở thang TeV. Góc trộn $t_{\beta'}$ có thể được biểu diễn qua các thang năng lượng u, w như là $t_{\beta'} = \sqrt{246^2 - u^2}/w$. Các tham số khác được lựa chọn từ [41] như sau

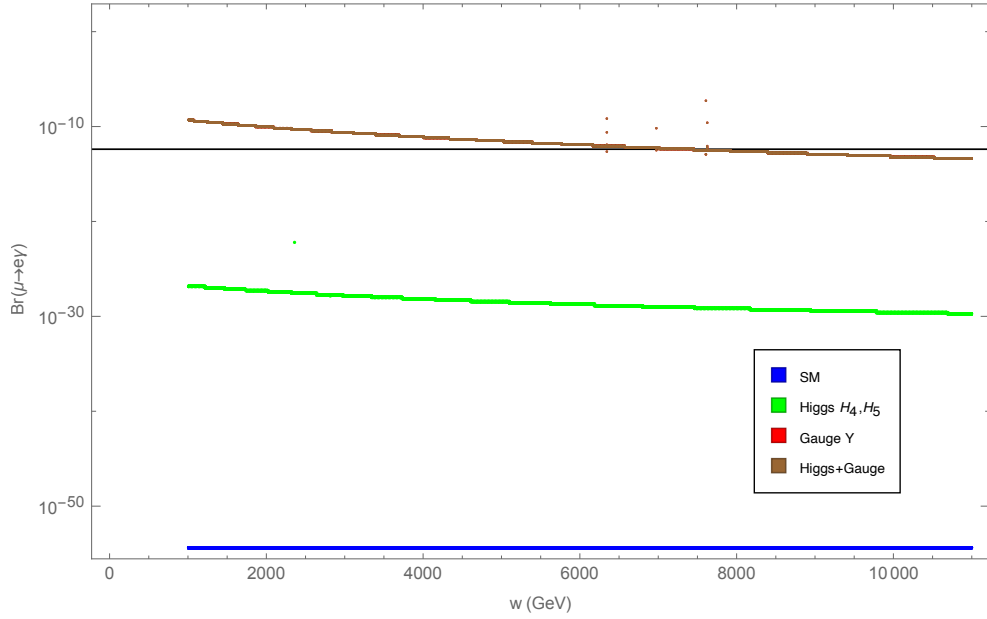
$$\begin{aligned} m_W &= 80.385 \text{ GeV}, & m_e &= 0.5109989461 \text{ MeV}, & m_\mu &= 105.6583745 \text{ MeV}, \\ \sin^2(\theta_{12}) &= 0.307, & \sin^2(\theta_{23}) &= 0.51, & \sin^2(\theta_{13}) &= 0.021, & \alpha &= \frac{1}{137}, \\ \Delta m_{12}^2 &= 7.53 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, & \Delta m_{23}^2 &= 2.45 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \end{aligned} \quad (3.75)$$

với θ_{ij} là các góc trộn của ma trận trộn khối lượng neutrino.

Tóm lại, tỉ lệ rã nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$ phụ thuộc vào các tham số chưa biết, đó là sáu góc trộn ($\hat{\theta}_{ij}, \theta_{ij}^N$), một pha CP δ^N , khối lượng các hạt mới m_N, M_{ν_i} . Tiếp theo, chúng tôi hiện việc khảo sát số khi các tham số chưa biết được chọn lựa như sau

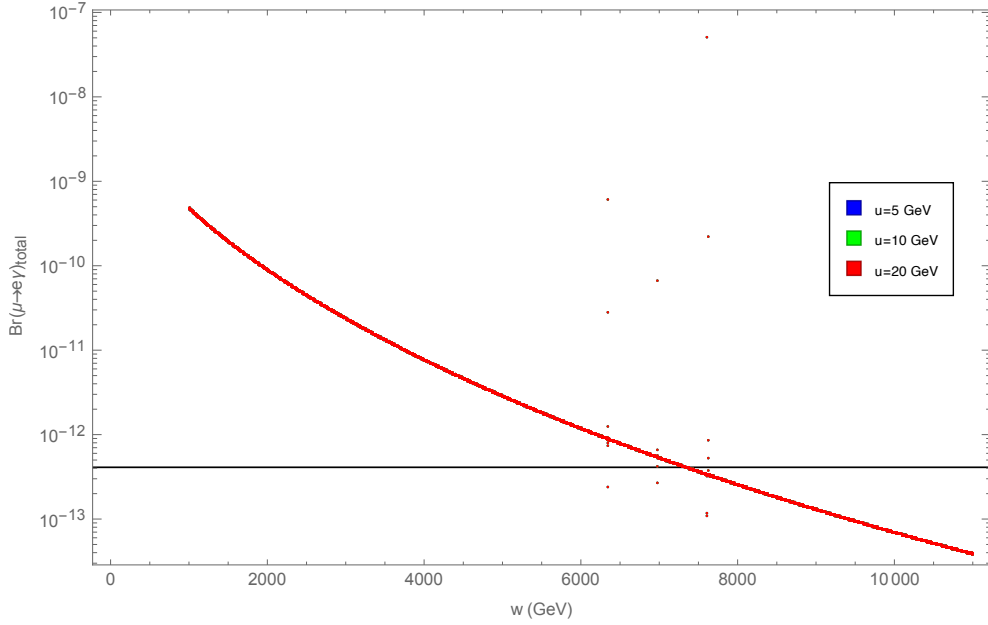
$$\begin{aligned} \theta_{12}^N &= \pi/6, & \theta_{13}^N &= \pi/3, & \theta_{23}^N &= \pi/4, & \delta^N &= 0, \\ \hat{\theta}_1 &= \pi/3, & \hat{\theta}_2 &= \pi/4, & \hat{\theta}_3 &= \pi/6, \\ m_{\nu_1} &= 0.01 \text{ eV}, & M_{\nu_1} &= 10^9 \text{ GeV}, & M_{\nu_2} &= M_{\nu_3} = 10^3 M_{\nu_1}, \\ m_{N_1} &= 2000 \text{ GeV}, & m_{N_2} &= 2200 \text{ GeV}, & m_{N_3} &= 2400 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (3.76)$$

Đồ thị [3.6] ước lượng mức độ của từng đóng góp vào $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$. Đóng góp chủ đạo sẽ đến từ boson chuẩn mới Y^\pm . Thang Vật lý mới bị ràng buộc mạnh bởi thực nghiệm [41], $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)_{\text{exp}} < 4.2 \times 10^{-13}$. Để đồng nhất với giới hạn này, thang Vật lý mới thoả mãn $w > 7.3 \text{ TeV}$, giới hạn này giống với giới hạn nhận được từ khảo sát kênh rã $b \rightarrow s\gamma$.



Hình 3.6: Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$ vào thang Vật lý mới w cho từng loại đóng góp khác nhau. Đường đậm màu đen thể hiện giới hạn trên thực nghiệm [41]. Ở đây $u = 10$ GeV.

Đồ thị 3.7 minh họa tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)_{\text{total}}$ như là hàm của thang Vật lý mới w với ba giá trị khác nhau của thang điện yếu u , $u = 5$ GeV, $u = 10$ GeV và $u = 20$ GeV. Không có sự khác biệt nào giữa các đường tương ứng với các lựa chọn khác nhau của u . Hệ quả là, $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)_{\text{total}}$ phụ thuộc rất nhỏ vào u . Điều quan trọng cần chú ý rằng các hệ số $A_{L,R}^{H_4, H_5}$ là phụ thuộc vào các thang điện yếu u và v . Do đó, kết quả này cho thấy các dòng mang điện liên kết với các hạt Higgs mang điện mới có ít ảnh hưởng đến tỉ lệ rẽ nhánh $\mu \rightarrow e\gamma$ và do đó nó có thể được bỏ qua. Các ràng buộc mạnh được nhận bởi dòng mang điện liên kết với boson chuẩn mới.



Hình 3.7: Đồ thị thể hiện sự so sánh của sự phụ thuộc tỉ lệ rẽ nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)_{\text{total}}$ vào thang Vật lý mới w khi $u = 5$ GeV, $u = 10$ GeV và $u = 20$ GeV, một cách tương ứng. Đường đậm màu đen là giới hạn trên của thực nghiệm [41].

3.4. Kết luận chương 3

Trong mô hình 3-3-1-1, FCNC bậc cây xuất hiện do sự sắp xếp không giống nhau giữa các thế hệ quark. Thực nghiệm cho dao động meson sẽ ràng buộc chặt chẽ cho những tương tác này. Chúng tôi đã tính toán các chênh lệch khối lượng cho $K^0 - \bar{K}^0$, $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ dựa theo FCNC ở bậc cây và nhận thấy rằng đóng góp chính vào các hệ dao động meson này đến từ các boson chuẩn mới. Thang Vật lý mới bị ràng buộc mạnh bởi giới hạn thực nghiệm cho các tham số trộn. Chúng tôi thu được giới hạn dưới cho boson chuẩn mới là $M_{\text{new}} > 12$ TeV, giới hạn này là chặt chẽ hơn giới hạn đã thu được trước đây trong [125]. Sự thay đổi này là do bởi các nghiên cứu trước đó đã bỏ qua đóng góp của phần Higgs mới, đặc biệt là đóng góp của SM. Kết quả của chúng tôi phù hợp với công bố [210]. Chúng tôi cũng đã khảo sát FCNC bậc cây ảnh hưởng ra sao đến tỉ lệ rẽ nhánh của các kênh $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$, $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$. Trong miền tham số phù hợp với ràng buộc thực nghiệm cho chênh lệch khối lượng meson, FCNC bậc cây cho đóng góp nhỏ vào những tỉ lệ rẽ nhánh này, phù hợp với phép đo thực nghiệm $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ [161]–[164] nhưng không giải thích được các dị thường

$B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ [171]–[179].

Với các quá trình bổ đính, chúng tôi tập trung vào kênh rã vi phạm số vị $b \rightarrow s\gamma$. Đóng góp lớn xuất phát từ hệ số Wilson $C_7^{H_5}$ có được từ các giản đồ một vòng với boson Higgs mang điện mới. Mặc dù những đóng góp này còn bị phụ thuộc bởi hệ số $t_\beta = v/u$, tỉ lệ rã nhánh được tiên đoán $\text{Br}(b \rightarrow s\gamma)$ là phù hợp với phép đo thực nghiệm [183], nếu M_{new} được chọn như đã đề cập ở trên. Ngược lại với kênh rã $b \rightarrow s\gamma$, tỉ lệ rã nhánh của kênh vi phạm số vị lepton $\mu \rightarrow e\gamma$ nhận đóng góp chính từ các giản đồ một vòng với boson chuẩn mới. Do sự trộn lớn trong phần lepton trung hoà mới, tỉ lệ rã nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$ có thể đạt tới giới hạn trên của thực nghiệm.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Trong luận án này, chúng tôi đã khảo sát ảnh hưởng của các trường vô hướng vào một số ràng buộc và dị thường vật lý vị trong mô hình S331 và mô hình 3-3-1-1. Đây là những đóng góp mới mà trong các công bố về hai mô hình này trước đây chưa xem xét đến.

Trong mô hình S331, chúng tôi đã nghiên cứu các tương tác không chuẩn của SMLHB mà cho phép các hiệu ứng đủ lớn vào các quá trình FCNC trong mô hình S331. Chúng tôi kiểm tra một số hiệu ứng trong vật lý vị và ràng buộc đối với mô hình từ cả hai phần quark và lepton thông qua các tương tác Yukawa tái chuẩn hoá và không tái chuẩn hoá.

Các tương tác vi phạm số vị lepton ở bậc cây gây nên bởi tương tác của lepton với tam tuyến Higgs, độc lập với nguồn gây nên khối lượng khác không và trộn của neutrino. Những tương tác này là không xuất hiện ở mức cây trong mô hình 3-3-1-1 do phỏ Higgs khác biệt. Tỷ lệ rẽ nhánh $h \rightarrow \mu\tau$ phụ thuộc vào tương tác Yukawa không tái chuẩn hoá được h'^e , góc trộn ξ , và thang Vật lý mới. Khi góc trộn ξ là lớn, $\text{Br}(h \rightarrow \mu\tau)$ có thể đạt tới giới hạn trên của thực nghiệm ATLAS và CMS, trong khi với góc trộn là nhỏ, $\text{Br}(h \rightarrow \mu\tau)$ có thể là 10^{-5} .

Với kênh rẽ bỏ đỉnh $\tau \rightarrow \mu\gamma$, chúng tôi tìm thấy đóng góp từ giản đồ hai vòng với các đỉnh tương tác vi phạm số vị lepton và các giản đồ một vòng (bao gồm đỉnh tương tác vi phạm số vị lepton hoặc bảo toàn số vị lepton) là có thể so sánh với nhau. Khi lựa chọn tham số từ các giới hạn của $h \rightarrow \mu\tau$ và $\tau \rightarrow \mu\gamma$ thì đóng góp vi phạm số vị lepton vào $(g-2)_\mu$ bị chặn mạnh, trong khi tương tác bảo toàn số vị của muon với boson chuẩn mới $Y_\mu^{\pm\pm}$ giải thích được moment từ dị thường muon, $(\Delta a_\mu)_{331} < 13.8 \times 10^{-10}$, dựa theo ràng buộc của LHC cho khối lượng Z' .

Các kênh rẽ vi phạm số vị của boson Higgs thành cặp đôi quark cũng

được thảo luận trong mô hình S331. Tỷ lệ rã nhanh của kênh này nhỏ hơn $\frac{1}{1+\frac{1}{\kappa}}$ lần so với nghiên cứu trước đây. Với độ nhạy hiện nay của LHC thì việc kiểm tra trực tiếp những kênh rã Higgs này là chưa khả thi, nhưng có thể tại ILC ở tương lai. Kênh rã FCNC của top quark cũng được trình bày. Giới hạn trên đối với tỷ lệ rã nhánh của top quark, $t \rightarrow hc$ có thể đạt tới 10^{-5} hoặc nhỏ khoảng 10^{-8} , phụ thuộc thang Vật lý mới.

Trong mô hình 3-3-1-1, chúng tôi đã tính toán các chênh lệch khối lượng cho $K^0 - \bar{K}^0, B_d^0 - \bar{B}_d^0, B_s^0 - \bar{B}_s^0$ dựa theo FCNC ở bậc cây và nhận thấy rằng buộc đóng góp chính vào các hệ dao động meson này đến từ các boson chuẩn mới. Chúng tôi thu được giới hạn dưới cho boson chuẩn mới là $M_{\text{new}} > 12$ TeV, giới hạn này là chặt chẽ hơn giới hạn đã thu được trước đây. Sự thay đổi này là do bởi các nghiên cứu trước đó đã bỏ qua đóng góp của phần Higgs mới, đặc biệt là đóng góp của SM. Sự ảnh hưởng của FCNC bậc cây đến các kênh rã hiếm meson B : $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$, $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$ cũng được đề cập. Kết quả cho thấy mô hình 3-3-1-1 đóng góp nhỏ vào $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ và phù hợp với thực nghiệm, nhưng không giải thích được các dị thường $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$.

Các kênh rã vi phạm số vị $b \rightarrow s\gamma$ và $\mu \rightarrow e\gamma$ cũng được nghiên cứu trong mô hình 3-3-1-1. Nếu như boson Higgs mang điện mới H_5^\pm cho đóng góp chủ đạo vào kênh rã đầu tiên thì kênh rã thứ hai nhận đóng góp chính từ boson chuẩn mới Y_μ^\pm . Do sự trộn lớn trong phần lepton trung hoà mới, tỷ lệ rã nhánh $\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma)$ có thể đạt tới giới hạn trên thực nghiệm.

Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng có một số quá trình vi phạm vị gây nên bởi các trường vô hướng được phép xuất hiện trong mô hình S331 mà mô hình 3-3-1-1 sẽ không có. Cụ thể mô hình S331 có kênh rã LFVHD ở mức cây $h \rightarrow \mu\tau$ nhưng 3-3-1-1 không có mà chỉ có ở mức một vòng; kênh rã cLFV $\tau \rightarrow \mu\gamma$ trong mô hình S331 có đóng góp của giản đồ 1 vòng (hình 2.2) và 2 vòng (hình 2.3) bởi tương tác vi phạm số vị lepton của Higgs nhưng không có với kênh rã cLFV $\mu \rightarrow e\gamma$ trong mô hình 3-3-1-1; ngoài ra đóng góp của Higgs ở công thức (2.24) vào moment từ dị thường muon $(g-2)_\mu$, QFVHD $h \rightarrow q_i q_j$, kênh rã FCNC top quark $t \rightarrow hc$ ở mức cây tồn tại trong mô hình S331 mà mô hình 3-3-1-1 thì không. Điều này được giải thích do fermion nhận khối lượng bởi đồng thời cả hai tam tuyến Higgs η, χ (2.4) trong mô hình S331 trong khi với mô hình 3-3-1-1 thì ngược lại, các fermion chỉ nhận khối lượng bởi các tam tuyến Higgs riêng lẻ ρ (3.15) hoặc η (3.11). Do đó ảnh hưởng của

các trường vô hướng cho các quá trình vi phạm vị được khảo sát trong hai mô hình S331 và 3-3-1-1 là độc lập với nhau. Hai mô hình chỉ có chung một nguồn gây nên sự vi phạm vị quark trong các hệ trộn meson đến từ boson chuẩn mới Z' (trong mô hình S331) hay $Z_{2,N}$ (trong mô hình 3-3-1-1), do cả hai mô hình đều có sự sắp xếp thế hệ quark thứ ba Q_{3L} biến đổi dưới nhóm $SU(3)_L$ khác với hai thế hệ quark còn lại $Q_{1,2L}$.

Với mô hình 3-3-1-1, ràng buộc mạnh nhất cho thang Vật lý mới đến từ hệ trộn meson, $M_{\text{new}} > 12 \text{ TeV}$. Trong giới hạn này thì đóng góp mới của mô hình 3-3-1-1 vào các kênh rã bổ đính vi phạm số vị, kênh rã hiếm của meson B là nhỏ và có thể được bỏ qua. Trong khi đó với mô hình S331, thang Vật lý mới bị giới hạn bởi cực Landau nhỏ hơn 5 TeV, các quá trình thay đổi vị được nghiên cứu còn khá rời rạc và chưa có sự tương quan giữa chúng. Điều này gợi ý cho các hướng nghiên cứu tiếp theo trong mô hình S331 để đưa ra được không những miền không gian tham số thoả mãn ràng buộc thực nghiệm cũng như các mối tương quan giữa các quá trình vật lý vị.

Tổng kết lại, các ràng buộc và dị thường vật lý vị đã được nghiên cứu trong mô hình S331 và 3-3-1-1 không những tiếp tục góp phần kiểm tra khả năng đáp ứng thực nghiệm của hai mô hình này mà còn cung cấp thêm các giới hạn chặt chẽ hơn cho miền không gian tham số của hai mô hình.

NHỮNG ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN

1. Chúng tôi nghiên cứu các ràng buộc từ một số hiện tượng luận gắn với tương tác Yukawa vi phạm số vị trong mô hình S331. Cả hai tam tuyến Higgs tương tác với lepton và quark, gây nên các tín hiệu vi phạm số vị trong phần lepton và quark. Chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình này cho tỷ lệ rã lớn của kênh rã vi phạm số vị lepton của Higgs $h \rightarrow \mu\tau$ và có thể đạt tới sự phù hợp với các ràng buộc thực nghiệm khác, chẳng hạn như $\tau \rightarrow \mu\gamma$ và $(g-2)_\mu$. Các đóng góp của tương tác dòng trung hoà thay đổi vị, tương tác Higgs–quark–quark, hệ trộn meson được nghiên cứu. $\text{Br}(h \rightarrow q_i q_j)$ có thể bị phụ thuộc dựa theo phép đo của hệ trộn meson. Tỷ lệ rã của kênh $t \rightarrow qh$ có thể đạt tới 10^{-3} , nhưng cũng có thể nhỏ cỡ 10^{-8} .
2. Trong mô hình 3-3-1-1, chúng tôi thảo luận một vài hiện tượng luận gắn với FCNC. Nguồn gây nên FCNC tại bậc cây đến từ cả phần boson chuẩn và Higgs đều được làm rõ. Thực nghiệm cho dao động meson sẽ ràng buộc cho FCNC bậc cây. Giới hạn dưới của thang Vật lý mới được áp đặt là chặt chẽ hơn so với trước đây, $M_{\text{new}} > 12 \text{ TeV}$. Trong giới hạn này, FCNC bậc cây cho đóng góp không đáng kể vào $\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$, $\text{Br}(B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-)$ và $\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$. Tỷ lệ rã riêng phần của kênh rã bổ đỉnh $b \rightarrow s\gamma$ bị ảnh hưởng bởi hệ số $\frac{v}{u}$ qua các giản đồ truyền bởi boson Higgs mang điện mới. Ngược lại, dòng mang điện của boson chuẩn mới Y_μ^\pm đóng góp chính vào quá trình rã $\mu \rightarrow e\gamma$.
3. Đã chỉ ra rằng các quá trình vi phạm vị gây nên bởi các trường vô hướng trong hai mô hình S331 và 3-3-1-1 là độc lập với nhau. Điều này được giải thích do fermion trong hai mô hình này nhận khối lượng theo hai cách khác nhau: cả hai tam tuyến Higgs sinh khối lượng cho fermion

với mô hình S331 trong khi với mô hình 3-3-1-1 thì các fermion có khối lượng bởi từng tam tuyến Higgs riêng rẽ.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. D. T. Huong, P. V. Dong, N. T. Duy, N. T. Nhuan and L. D. Thien, *Investigation of dark matter in the 3-2-3-1 model*, Physical Review D **98**, 055033, 2018.
2. D. N. Dinh, D. T. Huong, N. T. Duy, N. T. Nhuan, L. D. Thien, and Phung Van Dong, *Flavor changing in the flipped trinification*, Physical Review D **99**, 055005, 2019.
3. D. T. Huong, N. T. Duy, *Investigation of the Higgs boson anomalous FCNC interactions in the simple 3-3-1 model*, European Physical Journal C **80**, 439, 2020.
4. Duy Nguyen Tuan, Takeo Inami, Huong Do Thi, *Physical constraints derived from FCNC in the 3-3-1-1 model*, European Physical Journal C **81**, 813, 2021.

Luận án này chỉ sử dụng kết quả của 2 công trình cuối.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] J.J. Thomson, 1897, Cathode Rays, *The Electrician*, 39, 104.
- [2] E. Rutherford, 1911, The Scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom, *Philosophical Magazine*, Series 6 (21), pp 669–688.
- [3] E. Rutherford, 1919, Collision of α particles with light atoms. IV. An anomalous effect in nitrogen, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 6(37), pp. 581–587.
- [4] J. Chadwick, 1932, Possible existence of a neutron, *Nature*, 129, 312.
- [5] E. D. Bloom *et al.*, 1969, High-energy inelastic e - p scattering at 6° and 10° , *Phys. Rev. Lett.*, 23(16), pp. 930–934.
- [6] M. Breidenbach *et al.*, 1969, Observed behavior of highly inelastic electron–proton scattering, *Phys. Rev. Lett.*, 23(16), pp. 935–939.
- [7] M. Gell-Mann, 1964, A Schematic model of baryons and mesons, *Phys. Lett*, 8(3), pp. 214–215.
- [8] G. Zweig, 1964, An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking, *CERN-TH-401*.
- [9] S. L. Glashow, 1961, Partial symmetries of weak interactions, *Nucl. Phys*, 22, 579.
- [10] Steven Weinberg, 1964, A model of leptons, *Phys. Rev. Lett.*, 19, pp. 1264–1266.
- [11] D. J. Gross and F. Wilczek, 1973, Ultraviolet behavior of non-Abelian gauge theories, *Phys. Rev. Lett.*, 30, pp. 1343–1346.

- [12] H. Fritzsch, M. Gell-Mann and H. Leutwyler, 1973, Advantages of the color octet gluon picture, *Phys. Lett. B*, 47, pp. 365-368.
- [13] H. D. Politzer, 1973, Reliable perturbative results for strong interactions?, *Phys. Rev. Lett.*, 30, pp. 1346-1349.
- [14] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), 2012, Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B*, 716, pp. 1-29.
- [15] S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collaboration), 2012, Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, *Phys. Lett. B*, 716, pp. 30-61.
- [16] T. Aaltonen *et al.*, 2022, High-precision measurement of the W boson mass with the CDF II detector, *Science*, 376, pp. 170-176.
- [17] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain and J. Ullman, 1998, Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector, *Astrophys. J.*, 496, pp. 505-526.
- [18] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko and T. Kirsten, 2010, Re-analysis of the GALLEX solar neutrino flux and source experiments, *Phys. Lett. B*, 685, pp. 47-54.
- [19] J. N. Abdurashitov *et al.* (SAGE), 2009, Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III: Results for the 2002- 2007 data-taking period, *Phys. Rev. C*, 80, 015807.
- [20] K. Abe *et al.* (Super-Kamiokande), 2011, Solar neutrino results in Super-Kamiokande-III, *Phys. Rev. D*, 83, 052010.
- [21] B. Aharmim *et al.* (SNO), 2013, Combined analysis of all three phases of solar neutrino data from the Sudbury Neutrino Observatory, *Phys. Rev. C*, 88, 025501.
- [22] G. Bellini, J. Benziger, D. Bick, S. Bonetti, G. Bonfini, M. Buizza Avanzini, B. Caccianiga, L. Cadonati, F. Calaprice and C. Carraro, *et al.*, 2011, Precision measurement of the ^7Be solar neutrino interaction rate in Borexino, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 141302.

- [23] G. Bellini *et al.* (BOREXINO), 2014, Neutrinos from the primary proton–proton fusion process in the Sun, *Nature*, 512(7515), pp. 383-386.
- [24] A.D. Sakharov, 1967, Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the Universe, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 5, pp. 32-35.
- [25] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, 1985, On the anomalous electroweak baryon number non-conservation in the early universe, *Phys. Lett. B*, 155, 36.
- [26] G. 't Hooft, 1980, Naturalness, chiral symmetry, and spontaneous chiral symmetry breaking, *NATO Sci. Ser. B*, 59, pp. 135-157.
- [27] M. Bordone, G. Isidori and A. Pattori, 2016, On the Standard Model predictions for R_K and R_{K^*} , *Eur. Phys. J. C*, 76, 440.
- [28] B. Capdevila, A. Crivellin, S. Descotes-Genon, J. Matias and J. Virto, 2018, Patterns of New Physics in $b \rightarrow sl^+l^-$ transitions in the light of recent data, *JHEP*, 01, 093.
- [29] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2017, Test of lepton universality with $B^0 \rightarrow K^{*0}l^+l^-$ decays, *JHEP*, 08, 55.
- [30] S. Wehle *et al.* (Belle Collaboration), 2021, Test of lepton universality using $B^+ \rightarrow K^+l^+l^-$ decays at Belle, *Phys. Rev. Lett.*, 126, 161801.
- [31] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2022, Test of lepton universality in beauty-quark decays, *Nature Phys.*, 18, pp. 277-282.
- [32] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2014, Test of lepton universality using $B^+ \rightarrow K^+l^+l^-$ decays, *Phys. Rev. Lett.*, 113, 151601.
- [33] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2019, Search for lepton-universality violation in $B^+ \rightarrow K^+l^+l^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 122, 191801.
- [34] B. Abi *et al.* (Muon g-2), 2021, Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm, *Phys. Rev. Lett.*, 126(14), 141801.

- [35] T. Aoyama, N. Asmussen, M. Benayoun, J. Bijnens, T. Blum, M. Bruno, I. Caprini, C. M. Carloni Calame, M. C'e and G. Colangelo, *et al.*, 2020, The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model, *Phys. Rept.*, 887, pp. 1-166.
- [36] S. M. Bilenky, S. T. Petcov and B. Pontecorvo, 1977, Lepton mixing, $\mu \rightarrow e\gamma$ decay and neutrino oscillations, *Phys. Lett. B*, 67, 309.
- [37] A. M. Baldini *et al.* (MEG), 2016, Search for the lepton flavour violating decay $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ with the full dataset of the MEG experiment, *Eur. Phys. J. C*, 76(8), 434.
- [38] B. Aubert *et al.* (BaBar), 2010, Searches for Lepton Flavor Violation in the Decays $\tau^+ \rightarrow e^+\gamma$ and $\tau^+ \rightarrow \mu^+\gamma$, *Phys. Rev. Lett.*, 104, 021802.
- [39] U. Bellgardt *et al.* (SINDRUM), 1988, Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$, *Nucl. Phys. B*, 299, pp. 1-6.
- [40] K. Hayasaka *et al.* (Belle), 2010, Search for lepton flavor violating τ decays into three leptons with 719 million produced $\tau^+\tau^-$ pairs, *Phys. Lett. B*, 687, pp. 139-143.
- [41] P.A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), 2020, *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 083C01.
- [42] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, 1998, The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter, *Physics Letters*, B429, pp. 263–272.
- [43] R. Lisa and S. Raman, 1999, A Large mass hierarchy from a small extra dimension, *Phys. Rev. Lett.*, 83, pp. 3370–3373.
- [44] T. Appelquist, H.C. Cheng and A. D. Dobrescu, 2001, Bounds on universal extra dimensions, *Phys. Rev. D*, 64, 035002.
- [45] P. Fayet and S. Ferrara, 1977, Supersymmetry, *Phys. Rept.*, 32,
- [46] T. D. Lee, 1973, A Theory of Spontaneous T Violation, *Phys. Rev. D*, 8, pp. 1226-1239.
- [47] K.S. Babu, 1988, Model of 'calculable' Majorana neutrino masses, *Phys. Lett. B*, 203, pp. 132-136.

- [48] H. Georgi and S.L. Glashow, 1974, Unity of all elementary particle forces, *Phys. Rev. Lett.*, 32, pp. 438–41.
- [49] H. Georgi, 1975, Particles and Fields, *Proceedings of the APS Div. of Particles and Fields*, 575.
- [50] H. Fritzsch and P. Minkowski, 1975, Unified interactions of leptons and hadrons, *Annals of Physics*, 93, pp. 193–266.
- [51] R.W. Robinett, J.L. Rosner, 1982, Mass scales in grand unified theories, *Phys. Rev. D*, 26, 2396.
- [52] J.C. Pati and A. Salam, 1974, Lepton number as the fourth "color", *Phys. Rev. D*, 10, 275.
- [53] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, 1975, Gauge symmetry and an "isocjugate" model of CP violation, *Phys. Rev. D*, 11, 566.
- [54] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, 1975, "Natural" left-right symmetry, *Phys. Rev. D*, 11, 2558.
- [55] G. Senjanovic and R. N. Mohapatra, 1975, Exact left-right symmetry and spontaneous violation of parity, *Phys. Rev. D*, 12, 1502.
- [56] G. Senjanovic, 1979, Spontaneous breakdown of parity in a class of gauge theories, *Nucl. Phys. B*, 153, 334.
- [57] P. Minkowski, 1977, $\mu \rightarrow e\gamma$ at a rate of one out of 109 muon decays?, *Phys. Lett. B*, 67, 421.
- [58] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, 1980, Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation, *Phys. Rev. Lett.*, 44, 912.
- [59] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, 1980, Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation, *Phys. Rev. D*, 23, 165.
- [60] M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, 1980, Canonical neutral current predictions from the weak electromagnetic gauge group $SU(3) \otimes U(1)$, *Phys. Rev. D*, 22, 738.
- [61] R. Foot, H. N. Long and T.A. Tran, 1994, $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ and $SU(4)_L \otimes U(1)_N$ gauge models with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, 50(1), pp. 34-38.

- [62] F. Pisano and V. Pleitez, 1992, $SU(3) \otimes U(1)$ model for electroweak interactions, *Phys. Rev. D*, 46, pp. 410-417.
- [63] P. H. Frampton, 1992, Chiral dilepton model and the flavor question, *Phys. Rev. Lett.*, 69, pp. 2889-2891.
- [64] R. Foot, O. F. Hernandez, F. Pisano and V. Pleitez, 1993, Lepton masses in an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ gauge model, *Phys. Rev. D*, 47, pp. 4158-4161.
- [65] J. C. Montero, F. Pisano and V. Pleitez, 1993, Neutral currents and Glashow- Iliopoulos-Maiani mechanism in $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ models for electroweak interactions, *Phys. Rev. D*, 47, pp. 2918-2929.
- [66] F. Pisano, 1996, A Simple solution for the flavor question, *Mod. Phys. Lett A*, 11, pp. 2639-2647.
- [67] A. Doff and F. Pisano, 1999, Charge quantization in the largest leptoquark bilepton chiral electroweak scheme, *Mod. Phys. Lett. A*, 14, pp. 1133-1142.
- [68] C.A.S. de Pires and O. P. Ravinez, 1998, Charge quantization in a chiral bilepton gauge model, *Phys. Rev. D*, **1998**, 58, 035008.
- [69] C.A. S. de Pires, 1999, Remark on the vector - like nature of the electromagnetism and the electric charge quantization, *Phys. Rev. D*, 60, 075013.
- [70] P. V. Dong and H. N. Long, 2006, Electric charge quantization in $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ models, *Int. J. Mod. Phys. A*, 21, pp. 6677-6692.
- [71] H. N. Long and V. T. Van, 1999, Quark family discrimination and flavor changing neutral currents in the $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)$ model with right-handed neutrinos, *J. Phys. G*, 25, pp. 2319-2324 .
- [72] M. B. Tully and G. C. Joshi, 2001, Generating neutrino mass in the 331 model, *Phys. Rev. D*, 64, 011301.
- [73] A.G. Dias, C.A.S. de Pires, and P. S. da Rodrigues Silva, 2005, Naturally light right-handed neutrinos in a 3-3-1 model, *Phys. Lett. B*, 628, pp. 85-92.

- [74] D. Chang and H. N. Long, 2006, Interesting radiative patterns of neutrino mass in an $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ model with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, **73**, 053006.
- [75] P. V. Dong and H. N. Long, 2008, Neutrino masses and lepton flavor violation in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, **77**, 057302.
- [76] P. V. Dong, L. T. Hue, H. N. Long, and D. V. Soa, 2010, The 3-3-1 model with A_4 flavor symmetry, *Phys. Rev. D*, **81**, 053004.
- [77] P. V. Dong, H. N. Long, D. V. Soa, and V. V. Vien, 2011, The 3-3-1 model with S_4 flavor symmetry, *Eur. Phys. J. C*, **71**, 1544.
- [78] P. V. Dong, H. N. Long, C. H. Nam, and V. V. Vien, 2012, The S_3 flavor symmetry in 3-3-1 models, *Phys. Rev. D*, **85**, 053001.
- [79] S. M. Boucenna, S. Morisi, and J. W. F. Valle, 2014, Radiative neutrino mass in 3-3-1 scheme, *Phys. Rev. D*, **90**, 013005.
- [80] S. M. Boucenna, R. M. Fonseca, F. Gonzalez-Canales, and J. W. F. Valle, 2015, Small neutrino masses and gauge coupling unification, *Phys. Rev. D*, **91**, 031702.
- [81] S. M. Boucenna, J. W. F. Valle, and A. Vicente, 2015, Predicting charged lepton flavor violation from 3-3-1 gauge symmetry, *Phys. Rev. D*, **92**, 053001.
- [82] H. Okada, N. Okada, and Y. Orikasa, 2016, Radiative seesaw mechanism in a minimal 3-3-1 model, *Phys. Rev. D*, **93**, 073006.
- [83] C.A.S. de Pires, 2015, *Phys. Int*, **6**, 33.
- [84] P. B. Pal, 1995, The strong CP question in $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ models, *Phys. Rev. D*, **52**, 1659.
- [85] A. G. Dias, C.A.S. de Pires, and P. S. R. da Silva, 2003, Discrete symmetries, invisible axion and lepton number symmetry in an economic 3 3 1 model, *Phys. Rev. D*, **68**, 115009.
- [86] A. G. Dias and V. Pleitez, 2004, Stabilizing the invisible axion in 3-3-1 models, *Phys. Rev. D*, **69**, 077702.

- [87] D. Fregolente and M. D. Tonasse, 2003, Self interacting dark matter from an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ electroweak model, *Phys. Lett. B*, 555, pp. 7-12.
- [88] H. N. Long and N. Q. Lan, 2003, Self interacting dark matter and Higgs bosons in the $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model with right-handed neutrinos, *Europhys. Lett.*, 64, 571.
- [89] S. Filippi, W. A. Ponce, and L. A. Sanches, 2006, Dark matter from the scalar sector of 3-3-1 models without exotic electric charges, *Europhys. Lett.*, 73, pp. 142-148.
- [90] C.A. de S.Pires, P. S. da Rodrigues, 2007, Scalar bilepton dark matter, *JCAP*, 12, 012.
- [91] J.K. Mizukoshi, C.A.S. de Pires, F. S. Queiroz, and P. S. da Rodrigues, 2011, WIMPs in a 3-3-1 model with heavy sterile neutrinos, *Phys. Rev. D*, 83, 065024.
- [92] J. D. Ruiz-Alvarez, C.A.S. de Pires, F. S. Queiroz, D. Restrepo, and P. S. da Rodrigues, 2012, On the connection of gamma-rays, dark matter and Higgs searches at LHC, *Phys. Rev. D*, 86, 075011.
- [93] P. V. Dong, T. Phong Nguyen, and D. V. Soa, 2013, 3-3-1 model with inert scalar triplet, *Phys. Rev. D*, 88, 095014.
- [94] S. Profumo and F. S. Queiroz, 2014, Constraining the Z' mass in 331 models using direct dark matter detection, *Eur. Phys. J. C*, 74, 2960.
- [95] C. Kelso, C.A.S. de Pires, S. Profumo, F. S. Queiroz, and P. S. da Rodrigues, 2014, A 331 WIMPy dark radiation model, *Eur. Phys. J. C*, 74, 2797.
- [96] P. S. da Rodrigues, 2016, *Phys. Int.*, 7, 15.
- [97] D. T. Huong, P. V. Dong, N. T. Duy, N. T. Nhuan, L. D. Thien, 2018, Investigation of dark matter in the 3-2-3-1 model, *Phys. Rev. D*, 98, 055033.
- [98] D. N. Dinh, D. T. Huong, N. T. Duy, N. T. Nhuan, L. D. Thien, Phung Van Dong, 2019, Flavor changing in the flipped trinification, *Phys. Rev. D*, 99, 055005.

- [99] S. M. Boucenna, J. W. F. Valle, and A. Vicente, 2015, Predicting charged lepton flavor violation from 3-3-1 gauge symmetry, *Phys.Rev. D*, 92, 053001.
- [100] G. Arcadi, C.P. Ferreira, F. Goertz, M.M. Guzzo, F. S. Queiroz, A.C.O. Santos, 2018, Lepton flavor violation induced by dark matter, *Phys. Rev. D*, 97, 075022.
- [101] M. Lindner, M. Platscher, and F. S. Queiroz, 2018, A Call for New Physics : The Muon Anomalous Magnetic Moment and Lepton Flavor Violation, *Phys. Rep.*, 1, 731.
- [102] T. Phong Nguyen, T.Le. Thuy, T. T. Hong, L. T. Hue, 2018, Decay of standard model-like Higgs boson $h \rightarrow \mu\tau$ in a 3-3-1 model with inverse seesaw neutrino masses, *Phys. Rev. D*, 97, 073003.
- [103] L. T. Hue, D. T. Huong, H. N. Long, 2013, Lepton flavor violating processes $\tau \rightarrow \mu\gamma, \tau \rightarrow 3\mu$ and $Z \rightarrow \mu\tau$ in the supersymmetric economical 3-3-1 model, *Nucl. Phys. B*, 873, pp. 207-247.
- [104] P. T. Giang, L. T. Hue, D. T. Huong, H. N. Long, 2012, Lepton flavor violating decays of neutral Higgs to muon and tauon in supersymmetric economical 3-3-1 model, *Nucl. Phys. B*, 864, pp. 85-112.
- [105] A.J. Buras, F.De Fazio, J.Girrbach-Noe, 2014, $Z - Z'$ mixing and Z -mediated in $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ models, *JHEP*, 08, 039.
- [106] A. C. B. Machado, J. C. Montero, V. Pleitez, 2013, Flavor-changing neutral currents in the minimal 3-3-1 model revisited, *Phys. Rev. D*, 88, 113002.
- [107] C. Promberger, S. Schatt, F. Schwab, 2007, Flavor changing neutral current effects and CP violation in the minimal 3-3-1 Model, *Phys. Rev. D*, 75, 115007.
- [108] P. Van Dong, L. Tho Hue, D. Thi Huong, H.N. Long, 2014, The 3-3-1 models in current particle physics, *Commun. Phys.* , 24, pp. 13-17.
- [109] W. A. Ponce, Y. Giraldo and L. A. Sanchez, 2003, Minimal scalar sector of 3-3-1 models without exotic electric charges, *Phys. Rev. D*, 67, 075001.

- [110] P. V. Dong, H. N. Long, D. T. Nhung and D. V. Soa, 2006, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ model with two Higgs triplets, *Phys. Rev. D*, 73, 035004.
- [111] P. V. Dong and H. N. Long, 2008, The economical $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ model, *Adv. High Energy Phys*, 2008, 739492.
- [112] P. V. Dong, T.T. Huong, D. T. Huong, and H. N. Long, 2006, Fermion masses in the economical 3-3-1 model, *Phys. Rev. D*, 74, 053003.
- [113] P. V. Dong, H. N. Long, and D. V. Soa, 2006, Higgs-gauge boson interactions in the economical 3-3-1 model, *Phys. Rev. D*, 73, 075005.
- [114] P. V. Dong, H. N. Long, and D. V. Soa, 2007, Neutrino masses in the economical 3-3-1 model, *Phys. Rev. D*, 75, 073006.
- [115] P. V. Dong, H. T. Hung, and H. N. Long, 2012, Question of Peccei-Quinn symmetry and quark masses in the economical 3-3-1 model, *Phys. Rev. D*, 86, 033002.
- [116] P.V. Dong, D.T. Huong, M.C. Rodriguez, and H. N. Long, 2007, Supersymmetric economical 3-3-1 model, *Nucl. Phys. B*, 772, pp. 150.-174
- [117] C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz, and P. S. Rodrigues da Silva, 2010, Minimal $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model with natural sub-ev neutrinos, *Phys. Rev. D*, 82, 065018.
- [118] J. G. Ferreira Jr., P. R. D. Pinheiro, C. A. de Pires, and P. S. da Rodrigues, 2011, The minimal 3-3-1 model with only two Higgs triplets, *Phys. Rev. D*, 84, 095019.
- [119] P. V. Dong, N. T. K. Ngan, D. V. Soa, 2014, Simple 3-3-1 model and implication for dark matter, *Phys. Rev. D*, 90, 075019.
- [120] P. Van Dong, N. T. K. Ngan, T. D. Tham, L. D. Thien, N. T. Thuy, 2019, Phenomenology of the simple 3-3-1 model with inert scalars, *Phys. Rev. D*, 99, 095031.
- [121] P. V. Dong, D. T. Si, 2014, Discriminating the minimal 3-3-1 models, *Phys. Rev. D*, 90, 117703.
- [122] R. M. Fonseca and M. Hirsch, 2016, A flipped 331 model, *JHEP*, 08, 003.

- [123] D. T. Huong, D. N. Dinh, L. D. Thien, P. Van Dong, 2019, Dark matter and flavor changing in the flipped 3-3-1 model, *JHEP*, 08, 051.
- [124] P. V. Dong, T. D. Tham, and H. T. Hung, 2013, 3-3-1-1 model for dark matter, *Phys. Rev. D*, 87, 115003.
- [125] P. V. Dong, D. T. Huong, F. S. Queiroz, and N. T. Thuy, 2014, Phenomenology of the 3-3-1-1 model, *Phys. Rev. D*, 90, 075021.
- [126] D. T. Huong and P. V. Dong, 2017, Neutrino masses and superheavy dark matter in the 3-3-1-1 model, *Eur. Phys. J. C*, 77, 204.
- [127] A. Alves, G. Arcadi, P. V. Dong, L. Duarte, F. S. Queiroz, and J. W. F. Valle, 2017, Matter-parity as a residual gauge symmetry: Probing a theory of cosmological dark matter, *Phys. Lett. B*, 772, 825.
- [128] P. V. Dong, D. T. Huong, D. A. Camargo, F. S. Queiroz, and J. W. F. Valle, 2019, Asymmetric dark matter, inflation and leptogenesis from $B - L$ symmetry breaking, *Phys. Rev. D*, 99, 055040.
- [129] D. T. Huong, P. V. Dong, C. S. Kim, and N. T. Thuy, 2015, Inflation and leptogenesis in the 3-3-1 -1 model, *Phys. Rev. D* 91, 055023.
- [130] P. V. Dong and D. T. Si, 2016, Kinetic mixing effect in the 3-3-1-1 model, *Phys. Rev. D*, 93, 115003.
- [131] J. N. Bahcall and R. K. Ulrich, 1988, Solar models, Neutrino experiments and helioseismology, *Rev. Mod. Phys.*, 60, pp. 297-372.
- [132] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, 1962, Remarks on the unified model of elementary particles, *Prog. Theor. Phys.*, 28, pp. 870-880.
- [133] K. Abe, 2020, Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations, *Nature*, 580, pp. 339-344.
- [134] A. Czarnecki, W.J. Marciano, 2001, The muon anomalous magnetic moment: A Harbinger for 'new physics', *Phys. Rev. D*, 64, 013014.
- [135] D. Tucker-Smith, I. Yavin, 2011, Muonic hydrogen and MeV forces, *Phys. Rev. D*, 83, 101702.

- [136] A. M. Sirunyan, *et al.*, 2018, Search for the flavor-changing neutral current interactions of the top quark and the Higgs boson which decays into a pair of b quarks at $\sqrt{s} = 13$ TeV, *JHEP*, 06, 102.
- [137] R. Harnik, J. Kopp, J. Zupan, 2013, Flavor violating Higgs decays, *JHEP*, 03, 026.
- [138] M.Ilyushin, P.Mandrik, S.Slabospitsky, 2020, Constraints on the Higgs boson anomalous FCNC interactions with light quarks, *Nucl. Phys.B*, 952, 114921.
- [139] L. Lavoura, 2003, General formulae for $f_1 \rightarrow f_2\gamma$, *Eur. Phys. J. C*, 29, 191.
- [140] L.T. Hue, L.D. Ninh, T.T. Thuc and N.T.T. Dat, 2018, Exact one-loop results for $l_i \rightarrow l_j\gamma$ in 3-3-1 models, *Eur. Phys. J. C*, 78, 128.
- [141] S. Davidson, G. Grenier, 2010, Lepton flavour violating Higgs and $\tau \rightarrow \mu\gamma$, *Phys. Rev. D*, 81, 095016.
- [142] D.T. Binh, D.T. Huong, L. T. Hue, H.N. Long, 2015, Anomalous magnetic moment of muon in economical 3-3-1 model, *Commun. Phys*, 25, pp. 29-43.
- [143] C. Kelso, P. R. D. Pinheiro, F.S. Queiroz, W.Shepherd, 2014, The muon anomalous magnetic moment in the reduced minimal 3-3-1 model, *Eur. Phys. J. C*, 74, 2808.
- [144] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura and T. Teubner, 2011, $(g-2)_\mu$ and $\alpha(m_Z^2)$ re-evaluated using new precise data, *J. Phys. G*, 38, 085003.
- [145] T. Nomura and H. Okada, 2018, Zee-Babu type model with $U(1)_{L_e-L_\mu}$, *Phys. Rev. D*, 97, 095023.
- [146] R. H. Parker, C. Yu, W. Zhong, B. Estey and H. Muller, 2018, Measurement of the fine-structure constant as a test of the Standard Model, *Science*, 360, 191.
- [147] M. Bona *et al.* (UTfit Collaboration), 2008, Model-independent constraints on $\Delta F = 2$ operators and the scale of new physics, *JHEP*, 03, 049.

- [148] M. Aaboud *et al.*, 2018, Search for flavor-changing neutral currents in top quark decays $t \rightarrow Hc$ and $t \rightarrow Hu$ in multilepton final states in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector, *Phys. Rev. D*, 98, 032002.
- [149] J.A. Aguilar-Saavedra, 2004, Top flavor-changing neutral interactions: Theoretical expectations and experimental detection, *Acta Phys. Polon. B*, 35, 2695.
- [150] J.A. Aguilar-Saavedra, G.C. Branco, 2000, Probing top flavor changing neutral scalar couplings at the CERN LHC, *Phys. Lett. B*, 495, 347.
- [151] B. Grzadkowski, J.F. Gunion, P. Krawczyk, 1991, Neutral current flavor changing decays for the Z boson and the top quark in two Higgs doublet models, *Phys. Lett. B*, 268, pp. 106-111.
- [152] J.L. Diaz-Cruz, R. Martinez, M.A. Perez and A. Rosado, 1990, Flavor changing radiative decay of the top quark, *Phys. Rev. D*, 41, 891.
- [153] B. Mele, S. Petrarca, A. Soddu, 1998, A New evaluation of the $t \rightarrow cH$ decay width in the standard model, *Phys. Lett. B*, 435, 401.
- [154] G. Eilam, J.L. Hewett, A. Soni, 1991, Rare decays of the top quark in the standard and two Higgs doublet models, *Phys. Rev. D*, 44, 1473; Erratum, 1999, *Phys. Rev. D*, 59, 039901.
- [155] A. Arhrib, 2005, Higgs bosons decay into bottom-strange in two Higgs doublets models, *Phys. Lett. B*, 612, 263.
- [156] D. Barducci, A.J. Helmboldt, 2017, Quark flavour-violating Higgs decays at the ILC, *JHEP*, 12, 105.
- [157] T.P. Cheng and M. Sher, 1987, Mass matrix ansatz and flavor non-conservation in models with multiple Higgs doublets, *Phys. Rev. D*, 35, 3484.
- [158] V.M. Abazov *et al.* (DØ collaboration), 2006, *Phys. Rev. D*, 97, 112002.
- [159] A. Abulencia *et al.* (CDF collaboration), 2006, Measurement of the $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ oscillation frequency, *Phys. Rev. Lett.*, 97, 062003.

- [160] V.M. Abazov *et al.* (DØ collaboration), 2006, First direct two-sided bound on the B_s^0 oscillation frequency, *Phys. Rev. Lett.*, 97, 021802.
- [161] V. Khachatryan *et al.* (CMS and LHCb Collaborations), 2015, Observation of the rare $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay from the combined analysis of CMS and LHCb data, *Nature*, 522, pp. 68-72.
- [162] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2012, Strong constraints on the rare decays $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ and $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 108, 231801.
- [163] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2013, First evidence for the decay $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 110, 021801.
- [164] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2022, Measurement of the $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay properties and search for the $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ and $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \gamma$ decays, *Phys. Rev. D*, 105, 012010.
- [165] R. Ammar *et al.* (CLEO Collaboration), 1993, Evidence for penguins: First observation of $B \rightarrow K^*(892)\gamma$, *Phys. Rev. Lett.*, 71, pp. 674-678.
- [166] R. Barate *et al.* (ALEPH Collaboration), 1998, A Measurement of the inclusive $b \rightarrow s\gamma$ branching ratio, *Phys. Lett. B*, 429, pp. 169-187.
- [167] S. Chen *et al.* (CLEO Collaboration), 2001, Branching fraction and photon energy spectrum for $b \rightarrow s\gamma$, *Phys. Rev. Lett.*, 87, 251807.
- [168] B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), 2022, $b \rightarrow s\gamma$ using a sum of exclusive modes, *ICEP 2022*.
- [169] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2013, Measurement of form-factor-independent observables in the decay $B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 111, 191801.
- [170] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2016, Angular analysis of the $B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-$ decay using 3 fb^{-1} of integrated luminosity, *JHEP*, 02, 104.
- [171] S. Wehle *et al.* (Belle Collaboration), 2017, Lepton flavor dependent angular analysis of $B \rightarrow K^* l^+ l^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 118, 111801.
- [172] M. Aaboud *et al.* (ATLAS Collaboration), 2018, Angular analysis of $B_d^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ decay in pp collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector, *JHEP*, 10, 047.

- [173] Khachatryan *et al.* (CMS Collaboration), 2016, Angular analysis of the decay $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ from pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV, *Phys. Lett. B*, 753, 424.
- [174] A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration), 2018, Measurement of angular parameters from the decay $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV, *Phys. Rev. D*, 98, 112011.
- [175] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2015, Angular analysis of the decay $B \rightarrow K^{*0} e^+ e^-$ decay in low- q^2 region, *JHEP*, 04, 064.
- [176] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2020, Measurement of CP -averaged observables in the $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay, *Phys. Rev. Lett.*, 125, 011802.
- [177] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2021, Angular analysis of the decay $B^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 126, 161802.
- [178] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2016, Measurement of the phase difference between short- and long-distance amplitudes in the $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ decay, *Eur. Phys. J. C*, 77, 161.
- [179] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2014, Differential branching fractions and isospin asymmetries of $B \rightarrow K^{(*)} \mu^+ \mu^-$ decays, *JHEP*, 06, 133.
- [180] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2021, Branching fraction measurements of the rare $B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ and $B_s^0 \rightarrow f_2'(1525) \mu^+ \mu^-$ decays, *Phys. Rev. Lett.*, 127, 151801.
- [181] T. Jubb *et al.*, 2017, On the ultimate precision of meson mixing observables, *Nucl. Phys. B*, 915, 431.
- [182] A. J. Buras and F. D. Fazio, 2016, 331 Models Facing the Tensions in $\Delta F = 2$ Processed with the impact on ϵ'/ϵ , $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ and $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$, *JHEP*, 08, 115.
- [183] Y. S. Amhis *et al.* (HFLAV), 2018, Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton properties as of 2018, *Eur. Phys. J. C*, 81, 226.
- [184] C. W. Chiang, X. G. He, J. Tandean and X. B. Yuan, 2017, $R_{K^{(*)}}$ and related $b \rightarrow s \bar{l} l$ anomalies in minimal flavor violation framework with Z' boson, *Phys. Rev. D*, 96, 115022.

- [185] P. Gambino, K. J. Healey and S. Turczyk, 2016, Among the higher power corrections in semileptonic B decays, *Phys. Lett. B*, 763, pp. 60-65.
- [186] J. Charles *et al.*, 2015, Current status of the Standard Model CKM fit and constraints on $\Delta F = 2$ New Physics, *Phys. Rev. D*, 91, 073007.
- [187] M. Bona (UTfit Collaboration), 2016, Unitarity Triangle analysis in the Standard Model from the UTfit collaboration, *PoS ICHEP2016*, 554.
- [188] S. Aoki *et al.* (Flavour Lattice Averaging Group), 2020, FLAG Review 2019: Flavour Lattice Averaging Group (FLAG), *Eur. Phys. J. C*, 80, 113.
- [189] M. Beneke, C. Bobeth and R. Szafron, 2018, Enhanced electromagnetic correction to the rare B -meson decay $B_{s,d} \rightarrow \mu^+\mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 120, 011801.
- [190] K. De Bruyn, R. Fleischer, R. Kneegjens, P. Koppenburg, M. Merk and N. Tuning, 2012, Branching ratio measurements of B_s decays, *Phys. Rev. D*, 86, 014027.
- [191] C. Bobeth, M. Gorbahn, T. Hermann, M. Misiak, E. Stamou and M. Steinhauser, 2014, $B_{s,d} \rightarrow l^+l^-$ in the Standard Model with reduced theoretical uncertainty, *Phys. Rev. Lett.*, 112, 101801.
- [192] T. Aaltonen *et al.* (CDF Collaboration), 2009, Search for the Decays $B_s^0 \rightarrow e^+\mu^-$ and $B_s^0 \rightarrow e^+e^-$ in CDF Run II, *Phys. Rev. Lett.*, 102, 201801.
- [193] M. Beneke, C. Bobeth and R. Szafron, 2019, Power-enhanced leading-logarithmic QED corrections to $B_q \rightarrow \mu^+\mu^-$, *JHEP*, 10, 232.
- [194] S. Descotes-Genon, L. Hofer, J. Matias and J. Virto, 2016, Global analysis of $b \rightarrow sll$ anomaly, *JHEP*, 06, 092.
- [195] S. Descotes-Genon, J. Matias and J. Virto, 2013, Understanding the $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ anomaly, *Phys. Rev. D*, , 88, 074002.
- [196] A. K. Alok, A. Dighe, S. Gangal and D. Kumar, 2019, Continuing search for new physics in $b \rightarrow s\mu\mu$ decays: two operators at a time, *JHEP*, 06, 089.

- [197] M. Algueró, B. Capdevila, S. Descotes-Genon, J. Matias and M. Novoa-Brunet, 2022, $b \rightarrow s\ell\ell$ global fits after R_{K_s} and $R_{K^{*+}}$, *Eur. Phys. J. C*, 4, 326.
- [198] L. S. Geng, B. Grinstein, S. Jäger, S. Y. Li, J. Martin Camalich and R. X. Shi, 2021, Implications of new evidence for lepton-universality violation in $b \rightarrow sl^+l^-$ decays, *Phys. Rev. D*, 104, 035029.
- [199] W. Altmannshofer and P. Stangl, 2021, New physics in rare B decays after Moriond 2021, *Eur. Phys. J. C*, 81, 952.
- [200] T. Hurth, F. Mahmoudi and S. Neshatpour, 2021, Model independent analysis of the angular observables in $B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$ and $B^+ \rightarrow K^{*+}\mu^+\mu^-$, *Phys. Rev. D*, 103, 095020.
- [201] C. Cornella, D. A. Faroughy, J. Fuentes-Martín, G. Isidori and M. Neubert, 2021, Reading the footprints of the B-meson flavor anomalies, *JHEP*, 08, 050.
- [202] M. Misiak *et al.*, 2015, Updated NNLO QCD predictions for the weak radiative B-meson decays, *Phys. Rev. Lett.*, 114, 221801.
- [203] M. Czakon *et al.*, 2015, The $(Q_7, Q_{1,2})$ contributions to $\bar{B} \rightarrow X_s\gamma$ at $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, *JHEP*, 04, 168.
- [204] T. Inami and C. S. Lim, 1980, Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $K_L \rightarrow \mu\bar{\mu}$, $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ and $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, *Prog. Theor. Phys*, 65, 297.
- [205] M. Misiak and M. Steinhauser, 2007, NNLO QCD corrections to the $\bar{B} \rightarrow X_s\gamma$ matrix elements using interpolation in m_c , *Nucl. Phys.B*, 764, pp. 62-82.
- [206] A. J. Buras, F. D. Fazio, J. Girrbach and M. V. Carlucci, 2013, The anatomy of quark flavour observables in 331 models in the flavour precision era, *JHEP*, 02, 23.
- [207] A. J. Buras, L. Merlo and E. Stamou, 2011, The impact of flavour changing neutral gauge bosons on $\bar{B} \rightarrow X_s\gamma$, *JHEP*, 08, 124.

- [208] J. A. Casas and A. Ibarra, 2001, Oscillating neutrinos and $\mu \rightarrow e\gamma$, *Nucl. Phys. B*, 618, 171.
- [209] M.S.Chanowitz, M.A.Furman and I.Hinchliffe, 1978, Weak Interactions of ultraheavy fermions, *Phys. Lett. B*, 78, 285.
- [210] R. H. Benavides, Y. Giraldo and W. A. Ponce, 2009, FCNC in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, 80, 113009.