

BỘ GIÁO DỤC  
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

**HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ**



**Nguyễn Văn Mạnh**

**BÀI TOÁN KHAI THÁC NĂNG LƯỢNG CHO MÔ HÌNH  
DÀM ÁP ĐIỆN PHI TUYẾN  
VỚI HIỆU ỨNG CỘNG HƯỞNG CHÍNH VÀ THỨ CẤP**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ NGÀNH CƠ KỸ THUẬT**

*Hà Nội – Năm 2023*

BỘ GIÁO DỤC  
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

Nguyễn Văn Mạnh

BÀI TOÁN KHAI THÁC NĂNG LƯỢNG CHO MÔ HÌNH  
DẦM ÁP ĐIỆN PHI TUYẾN  
VỚI HIỆU ỨNG CỘNG HƯỞNG CHÍNH VÀ THỨ CẤP

LUẬN ÁN TIẾN SĨ NGÀNH CƠ KỸ THUẬT

Mã số: 9 52 01 01

Xác nhận của Học viện  
Khoa học và Công nghệ

Người hướng dẫn 1  
(Ký, ghi rõ họ tên)

Người hướng dẫn 2  
(Ký, ghi rõ họ tên)

GS.TSKH Nguyễn Đông Anh TS Nguyễn Ngọc Linh

Hà Nội – Năm 2023

## LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận án: "Bài toán khai thác năng lượng cho mô hình dầm áp điện phi tuyến với hiệu ứng cộng hưởng chính và thứ cấp" là công trình nghiên cứu của chính mình dưới sự hướng dẫn khoa học của tập thể hướng dẫn. Luận án sử dụng thông tin trích dẫn từ nhiều nguồn tham khảo khác nhau và các thông tin trích dẫn được ghi rõ nguồn gốc. Các kết quả nghiên cứu của tôi được công bố chung với các tác giả khác đã được sự nhất trí của đồng tác giả khi đưa vào luận án. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận án là hoàn toàn trung thực và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác ngoài các công trình công bố của tác giả. Luận án được hoàn thành trong thời gian tôi làm nghiên cứu sinh tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

*Hà Nội, ngày tháng 08 năm 2023*

**Tác giả luận án**

**Nguyễn Văn Mạnh**

## LỜI CẢM ƠN

Luận án được hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học của GS. TSKH Nguyễn Đông Anh và TS. Nguyễn Ngọc Linh. Tôi rất vinh dự, xin được bày tỏ sự trân trọng nhất từ bản thân, gia đình, gửi nhiều lời cảm ơn chân thành đến những chuyên gia, nhà khoa học tâm huyết đã tận tâm, tận tình giúp đỡ, hướng dẫn tôi trong suốt quá trình làm quen, tiếp cận kiến thức, học nghiên cứu, rèn luyện kỹ năng, thực hiện Luận án.

Tôi xin gửi lời cảm ơn đến PGS. TS. Trương Quốc Thành, Ths Nguyễn Kiếm Anh ở Khoa cơ khí, Trường Đại học xây dựng Hà Nội những người đã động viên, giới thiệu để tôi nhận được sự hướng dẫn của GS.TSKH Nguyễn Đông Anh, TS Nguyễn Ngọc Linh và tiến hành thực hiện đăng ký nghiên cứu Luận án này tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Cơ học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Tôi xin được gửi lời cảm ơn đến GS. Issac Elishakoff vì những kiến thức khoa học và sự hỗ trợ, giúp đỡ Tác giả trong học tập, nghiên cứu, hoàn thiện luận án.

Trong quá trình thực hiện Luận án, tôi đã nhận được rất nhiều sự giúp đỡ, tạo điều kiện của anh chị, cá nhân, tập thể cơ sở đào tạo thuộc Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Cơ học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam. Cho phép tôi xin bày tỏ lòng cảm ơn chân thành tới nơi được coi là địa chỉ tin cậy để bồi dưỡng, ươm mầm những nghiên cứu viên tiềm năng.

Tôi cũng xin bày tỏ sự cảm ơn tới Ban Giám Hiệu - Trường Đại học xây dựng Hà Nội, tới các đồng nghiệp ở Khoa cơ khí, Bộ môn Cơ giới hóa xây dựng, đã hỗ trợ, tạo điều kiện tốt nhất trong quá trình học tập và hoàn thiện Luận án.

Tôi cũng xin bày tỏ sự cảm ơn tới tập thể lãnh đạo Khoa cơ khí, Bộ môn Kỹ thuật ô tô, Trường Đại học Thủy Lợi, đã tạo điều kiện, môi trường, cơ sở vật chất, hỗ trợ tôi trong quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thiện Luận án.

Dành riêng những tình cảm đặc biệt tới Ông, Bà, Bố, Mẹ, Vợ, đại gia đình nội ngoại và đặc biệt hai con gái đã luôn bên cạnh, ủng hộ tôi trong suốt thời gian tìm hiểu, tập làm khoa học, học nghiên cứu và hoàn thành Luận án.

Tác giả luận án

**Nguyễn Văn Mạnh**

## MỤC LỤC

<b>LỜI CAM ĐOAN .....</b>	<b>I</b>
<b>LỜI CẢM ƠN .....</b>	<b>II</b>
<b>MỤC LỤC .....</b>	<b>III</b>
<b>DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT.....</b>	<b>VI</b>
<b>DANH MỤC BẢNG .....</b>	<b>X</b>
<b>DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ VÀ ĐỒ THỊ.....</b>	<b>XI</b>
<b>MỞ ĐẦU.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Lý do chọn đề tài.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Mục tiêu của luận án .....</b>	<b>2</b>
<b>3. Đối tượng, phạm vi nghiên cứu, cơ sở khoa học và thực tiễn của đề tài.....</b>	<b>3</b>
<b>4. Nội dung nghiên cứu .....</b>	<b>3</b>
<b>5. Những đóng góp mới của Luận án.....</b>	<b>4</b>
<b>Chương 1. TỔNG QUAN VỀ THU THẬP NĂNG LƯỢNG ÁP ĐIỆN.....</b>	<b>6</b>
1.1. Một số nội dung về thu thập năng lượng áp điện .....	6
1.1.1. Giới thiệu về thu thập năng lượng.....	6
1.1.2. Vật liệu áp điện, hiệu ứng áp điện.....	8
1.1.3. Quan hệ ứng suất – biến dạng .....	10
1.2. Tổng quan về kết cấu, mô hình, phương pháp nghiên cứu, ứng dụng và xu hướng phát triển của thu thập năng lượng áp điện.....	11
1.2.1. Kết cấu bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện .....	11
1.2.2. Dầm áp điện tuyến tính .....	13
1.2.3. Dầm áp điện phi tuyến .....	15
1.2.4. Mô hình của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện .....	18
1.2.5. Các hiệu ứng phi tuyến .....	21
1.2.6. Phương pháp lý thuyết trong nghiên cứu, phân tích bộ thiết bị, mô hình thu thập năng lượng áp điện.....	22
1.2.7. Ứng dụng của thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện.....	26
1.3. Đặt vấn đề nghiên cứu.....	28
Kết luận chương 1 .....	30
<b>Chương 2. XÂY DỰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH LIÊN KẾT CƠ ĐIỆN CỦA KẾT CẤU DẦM CÔNG XÔN PHI TUYẾN GẮN LỚP ÁP ĐIỆN.....</b>	<b>31</b>

2.1. Thiết lập hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện khi kể đến tính phi tuyến hình học .....	31
2.1.1.Thiết lập phương trình dao động uốn của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện khi kể đến tính phi tuyến hình học dầm cơ sở.....	31
2.1.2.Phương trình đáp ứng cơ điện của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện .....	38
2.1.3.Mô hình giảm bậc của PEH phi tuyến hình học .....	39
2.2. Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện với kết cấu dầm công xôn phi tuyến gắn lớp vật liệu áp điện .....	42
2.2.1.Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện tuyến tính .....	42
2.2.2.Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến .....	44
Kết luận chương 2 .....	47
<b>Chương 3. PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP TRUNG BÌNH SỬ DỤNG CHO HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN, CHỊU KÍCH ĐỘNG NỀN ĐIỀU HÒA VỚI MÔ HÌNH KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG MỘT BẬC TỰ DO.....</b>	<b>49</b>
3.1. Phương pháp trung bình sử dụng trong hệ cơ học .....	49
3.2. Phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do.....	50
3.3. Sử dụng phương pháp trung bình cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong một số hiệu ứng cộng hưởng .....	53
3.3.1 Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính (Primary resonance).....	53
3.3.2.Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa (Sub harmonic resonance).....	61
3.3.3.Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa (Super harmonic resonance).....	66
3.4. Đáp ứng cơ điện của bộ thiết bị thu thập áp điện tuyến tính.....	72
Kết luận chương 3 .....	74
<b>Chương 4. PHÂN TÍCH ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THAM SỐ HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN KIỂU DUFFING, DẠNG GIẾNG ĐƠN, CHỊU KÍCH ĐỘNG NỀN ĐIỀU HÒA TRONG CÁC HIỆU ỨNG CỘNG HƯỞNG.....</b>	<b>75</b>
4.1. Khảo sát số kiểm nghiệm kết quả.....	75

4.2. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng chính .....	80
4.2.1.Tham số khảo sát hệ cơ điện trong hiệu ứng cộng hưởng chính .....	80
4.2.2.Ảnh hưởng của các tham số tới quan hệ giữa biên độ - tần số .....	80
4.2.3.Ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra .....	82
4.2.4.Ảnh hưởng của các tham số tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng .....	85
4.3. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa .....	90
4.3.1.Tham số khảo sát hệ cơ điện trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa .....	90
4.3.2.Ảnh hưởng của các tham số tới quan hệ giữa biên độ - tần số .....	90
4.3.3.Ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra .....	94
4.3.4.Ảnh hưởng của các tham số tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng .....	97
4.4. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa .....	103
4.4.1.Tham số khảo sát hệ cơ điện trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa .....	103
4.4.2.Ảnh hưởng của các tham số tới quan hệ giữa biên độ - tần số .....	103
4.4.3.Ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra .....	105
4.4.4.Ảnh hưởng của các tham số tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng .....	108
Kết luận chương 4 .....	114
<b>KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.....</b>	<b>115</b>
<b>DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN.....</b>	<b>117</b>
<b>DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>118</b>
<b>PHỤ LỤC .....</b>	<b>128</b>

## DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT

$d_{31}$	Hệ số biến dạng áp điện kiểu ngang, hướng phân cực (3-1) – dạng (3-1) (pC/N)
$d_{33}$	Hệ số biến dạng áp điện kiểu ngang, hướng phân cực (3-3) – dạng (3-3) (pC/N)
$g_{31}$	Hệ số hằng số ứng suất áp điện kiểu ngang, hướng phân cực (3-1) – dạng (3-1) ( $m^2/C=mV/N$ )
$g_{33}$	Hệ số hằng số ứng suất áp điện kiểu ngang, hướng phân cực (3-3) – dạng (3-3) ( $m^2/C=mV/N$ )
$\epsilon^*$	Độ điện thẩm ( $F/m=C/mV$ )
$\epsilon_0$	Độ điện thẩm chân không ( $F/m=C/mV$ )
$\epsilon^*/\epsilon_0$	Độ điện thẩm tương đối
$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	Hằng số điện môi, hướng phân cực (3-3) (m/F)
$\rho$	Khối lượng riêng ( $kg/m^3$ )
$s_{11}^E$	Biến dạng đàn hồi ở điện trường không đổi
$U$	Mật độ năng lượng được lưu trữ của vật liệu áp điện
$\sigma_{ij}$	Véc tơ ứng suất ( $Pa=N/m^2$ )
$\sigma_x; \sigma_{x-p}$	Ứng suất của dầm cơ sở và của lớp áp điện ( $Pa=N/m^2$ )
$\sigma_1$	Véc tơ ứng suất ở dạng (3-1) ( $N/m^2$ )
$\sigma_3$	Véc tơ ứng suất ở dạng (3-3) ( $N/m^2$ )
$S_{ij}$	Véc tơ biến dạng (m/m)
$\epsilon_{x-s}; \epsilon_{x-p}$	Biến dạng của dầm cơ sở và của lớp áp điện (m)
$E_3; E_i$	Véc tơ điện trường
$D_p; D_i$	Véc tơ dịch chuyển điện ( $C/m^2$ )
$H$	Mật độ phân tử điện
$e_{31}$	Hằng số ứng suất áp điện ( $C/m^2$ )
$b_s, b_p$	Chiều rộng dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm (m)
$L_s, L_p$	Chiều dài dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm cơ sở (m)
$h_s, h_p$	Chiều dày dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm cơ sở (m)
$A_s$	Diện tích mặt cắt ngang của lớp kết cấu dầm cơ sở ( $m^2$ )
$A_p$	Diện tích mặt cắt ngang của lớp áp điện ( $m^2$ )
$A_{sp}$	Diện tích mặt cắt ngang của dầm gắn hai lớp áp điện ( $m^2$ )



$A$	Biên độ kích động
$a$	Biên độ đáp ứng chuyển vị
$a_{peak}$	Biên độ đáp ứng lớn nhất
$h_{pc}$	Khoảng cách từ mép ngoài của lớp áp điện tới trục trung hòa (m)
$E_s, E_p$	Mô đun đàn hồi của dầm và lớp áp điện gắn trên dầm cơ sở (MPa)
$E_3$	Điện trường trong lớp vật liệu áp điện (Điện trường) ( $C/m^2$ )
$I_s, I_p$	Mô đun quán tính chính hình học của dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm ( $m^4$ )
$\bar{W}_s, \bar{W}_p$	Công biến dạng trên một đơn vị thể tích của dầm cơ sở và của lớp áp điện (J)
$\delta$	Hàm Delta-Dirac
$\omega_0$	Tần số tự nhiên (rad/s)
$\Omega$	Tần số kích động (rad/s)
$\Omega_s$	Tần số ứng với biên độ áp ứng lớn nhất (rad/s)
$\varphi$	Góc lệch pha (độ)
$\sigma$	Tham số điều chỉnh
$\xi$	Hệ số cản
$\gamma$	Hệ số phi tuyến
$\kappa^2$	Hệ số liên kết cơ điện
$\alpha$	Hệ số áp điện
$M; M_1; M_2; M_3^*$	Khối lượng
$x$	chuyển vị cơ học tương đối so với nền
$V$	Điện áp hữu ích trên điện trở ngoài (V)
$R$	Điện trở ngoài
$k_1$	Độ cứng lò xo tuyến tính
$k_3$	Độ cứng lò xo phi tuyến
$\theta$	Hệ số ghép nối cơ điện hiệu dụng
$\varepsilon$	Tham số bé
$U(x)$	Hàm thế năng
$\mathbf{S}$	Ma trận tenxơ ứng suất
$C_p$	Điện dung trong áp điện
$\langle \rangle$	Toán tử trung bình
$P_{in-Sub}; P_{use-Sub}$	Công suất cơ học đầu vào, đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn chịu kích động nền điều

	hòa trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$E_{in-Sub}; E_{use-Sub}$	Năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn chịu kích động nền điều hòa trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$P_{in-Super}; P_{use-Super}$	Công suất cơ học đầu vào, đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn chịu kích động nền điều hòa trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$E_{in-Super}; E_{use-Super}$	Năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn chịu kích động nền điều hòa trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$P_{in-main}; P_{use-main}$	Công suất cơ học đầu vào, đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn chịu kích động nền điều hòa trong hiệu ứng cộng hưởng chính của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$E_{in-main}; E_{use-main}$	Năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn chịu kích động nền điều hòa trong hiệu ứng cộng hưởng chính của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$\eta_{Sub}; \eta_{Super}; \eta_{main}$	Hiệu suất thu thập năng lượng hệ của cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn chịu kích động nền điều hòa trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, cộng hưởng siêu điều hòa, và cộng hưởng chính của bộ thiết bị thu thập năng lượng
$E_{use}^L; E_{in}^L; \eta_L$	Năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng và hiệu suất thu thập năng lượng áp điện hệ tuyến tính của bộ thiết bị thu thập năng lượng
MEMS/NEM	Hệ vi cơ điện tử (Micro-Electro-Mechanical Systems),
FGM	Kết cấu làm từ vật liệu có cơ lý tính biến thiên liên tục theo 1 hướng hoặc nhiều hướng
WSN	Mạng cảm biến không dây (Wireless Sensor Networks - WSN)

IoT	Internet vạn vật (Internet of Things- IoT)
EH	Thu thập, khai thác chuyển đổi năng lượng
PEH	PEH (piezoelectric energy harvesting)
PVEH	PVEH (piezoelectric vibration energy harvesting)
PZT	Gốm áp điện
PVDF	Polyme áp điện
PVEHs	Bộ thiết bị của hệ thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện từ dao động
MTLT	Môi trường liên tục
unimorph	Dầm gắn một lớp áp điện
bimorph	Dầm gắn hai lớp áp điện
Mono-stable	Dạng giếng đơn
Bi-stable	Dạng giếng đôi
Tri-stable	Dạng giếng ba
Primary/main resonance	Cộng hưởng chính
Sub-harmonic resonance	Cộng hưởng thứ điều hòa
Super-harmonic resonance	Cộng hưởng siêu điều hòa
PPTB	Phương pháp trung bình

**DANH MỤC BẢNG**

<i>Bảng 4. 1.</i> Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi biên độ kích động nền trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu.....	76
<i>Bảng 4. 2.</i> Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi hệ số phi tuyến trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu.....	78
<i>Bảng 4. 3.</i> Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi tần số kích động trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu.....	79

## DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ VÀ ĐỒ THỊ

<i>Hình 1. 1.</i> Thống kê số lượng nghiên cứu trong vòng hai thập niên liên quan tới chủ đề Piezo và thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng [34], [36].....	8
<i>Hình 1. 2.</i> Phân cực của vật liệu gốm áp điện đa tinh thể [37] .....	9
<i>Hình 1. 3.</i> Dạng/cơ chế làm việc của vật liệu áp điện [31], [36].....	10
<i>Hình 1. 4.</i> Thống kê tỷ lệ các công trình đã công bố về kết cấu điển hình của PEHs [36].....	12
<i>Hình 1. 5.</i> Một số kết cấu bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện điển hình [94] .....	13
<i>Hình 1. 6.</i> Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do tuyến tính [49], [50].....	19
<i>Hình 1. 7.</i> Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến [91], a) áp điện và tĩnh điện, b) điện từ và cảm ứng điện từ.....	19
<i>Hình 1. 8.</i> Mô hình dầm áp điện [94] .....	19
<i>Hình 2. 1.</i> Kết cấu dầm áp điện (kết cấu dầm áp điện nghiên cứu).....	31
<i>Hình 2. 2.</i> Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do hệ cơ điện tuyến tính [4], [50].....	42
<i>Hình 2. 3.</i> Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do hệ cơ điện phi tuyến Duffing, chịu kích động nền của bộ thu thập năng lượng áp điện [1], [2].....	45
<i>Hình 3. 1.</i> Đồ thị quan hệ tần số - biên độ của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giống đơn chịu kích động nền điều hòa với hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa [2]...	69
<i>Hình 4. 1.</i> Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance theo thời gian khi thay đổi giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ .....	76
<i>Hình 4. 2.</i> Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance theo thời gian khi thay đổi hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	77
<i>Hình 4. 3.</i> Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance theo thời gian khi thay đổi tần số kích động $\Omega$ .....	78
<i>Hình 4. 4.</i> Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ với A=0.1; 0.2; 0.3.....	81

<i>Hình 4. 5.</i> Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi hệ số phi tuyến thay đổi $\gamma=0.0$ ; $\gamma=0.15$ ; $\gamma=0.3$ ; $\gamma=0.5$ ; $\gamma=1$ ;	81
<i>Hình 4. 6.</i> Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi hệ số cản $\xi$ .....	81
<i>Hình 4. 7.</i> Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi hệ số liên kết cơ điện $\kappa^2$ .....	81
<i>Hình 4. 8.</i> Đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	82
<i>Hình 4. 9.</i> Đáp ứng điện áp của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	83
<i>Hình 4. 10.</i> Công suất cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	84
<i>Hình 4. 11.</i> Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	84
<i>Hình 4. 12.</i> Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số liên kết cơ điện $\kappa^2$ với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	85
<i>Hình 4. 13.</i> Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hằng số áp điện $\alpha$ với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	86
<i>Hình 4. 14.</i> Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số cản $\xi$ với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ và hệ số phi tuyến $\gamma$ .....	87
<i>Hình 4. 15.</i> Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số phi tuyến $\gamma$ với các giá trị biên độ kích động nền $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ .....	88

- Hình 4. 16.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , hằng số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  ..... 88
- Hình 4. 17.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số cản  $\xi$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  ..... 89
- Hình 4. 18.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.3$ ;  $\gamma=0.5$ ;  $\gamma=1$ ; với cùng biên độ kích động nền trong 2 trường hợp  $\xi=0.3$ ;  $\xi=0.01$  ..... 90
- Hình 4. 19.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi hệ số cản thay đổi  $\xi=0.01$ ;  $\xi=0.2$ ;  $\xi=0.3$ ; với cùng biên độ kích động nền ..... 91
- Hình 4. 20.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic và hệ cơ học, khi hệ số cản thay đổi  $\xi=0.01$ ;  $\xi=0.3$ ; với cùng biên độ kích động nền ..... 91
- Hình 4. 21.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  thay đổi với  $\xi=0.3$  ..... 92
- Hình 4. 22.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  thay đổi với  $\xi=0.01$  ..... 92
- Hình 4. 23.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi thay đổi hệ số áp điện  $\alpha$  ..... 92
- Hình 4. 24.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  ..... 93
- Hình 4. 25.* Đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 94
- Hình 4. 26.* Đáp ứng điện áp của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 95

- Hình 4. 27.* Đáp ứng chuyển vị, điện áp, kích động của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 95
- Hình 4. 28.* Công suất cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 96
- Hình 4. 29.* Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 97
- Hình 4. 30.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 98
- Hình 4. 31.* Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 98
- Hình 4. 32.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 99
- Hình 4. 33.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 99
- Hình 4. 34.* Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 100
- Hình 4. 35.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 100
- Hình 4. 36.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 101



- Hình 4. 37.* Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 102
- Hình 4. 38.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 102
- Hình 4. 39.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  ..... 104
- Hình 4. 40.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.3; \gamma=0.5; \gamma=1$ ; 104
- Hình 4. 41.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi hệ số cản  $\xi$ ..... 104
- Hình 4. 42.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi hệ số áp điện  $\alpha$ ..... 104
- Hình 4. 43.* Đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 105
- Hình 4. 44.* Đáp ứng điện áp hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 106
- Hình 4. 45.* Đáp ứng chuyển vị, điện áp, kích động nền hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  ..... 106
- Hình 4. 46.* Công suất cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 107
- Hình 4. 47.* Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 107

- Hình 4. 48.* Năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 108
- Hình 4. 49.* Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 109
- Hình 4. 50.* Hiệu suất thu thập năng lượng hệ của cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 109
- Hình 4. 51.* Năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 110
- Hình 4. 52.* Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 111
- Hình 4. 53.* Hiệu suất thu thập năng lượng hệ của cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 111
- Hình 4. 54.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 112
- Hình 4. 55.* Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 113
- Hình 4. 56.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  ..... 113

## MỞ ĐẦU

### 1. Lý do chọn đề tài

Khủng hoảng năng lượng toàn cầu, sự nóng lên của trái đất, hay ô nhiễm môi trường là chủ đề ngày càng được quan tâm, thảo luận nhiều trên toàn thế giới. Các loại năng lượng sạch, năng lượng có khả năng tái tạo như năng lượng mặt trời, động năng, năng lượng cơ sinh là nguồn năng lượng tiềm năng để thay thế nhiên liệu hóa thạch truyền thống nhờ tính chất bền vững và thân thiện với môi trường [1], [2]. Sử dụng những nguồn năng lượng này cho phép các thiết bị vi cơ điện tử và di động hoạt động độc lập, có thể loại bỏ sự phụ thuộc vào những bộ lưu trữ năng lượng chẳng hạn Pin. Trong nghiên cứu, thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng có thể phân chia bởi nguồn vật lý được chuyển đổi thành điện năng hữu ích. Các nguồn này thông thường là: mặt trời [3], nhiệt [4], âm thanh [5], cơ học [6], v.v. Trong số những nguồn năng lượng kể trên, động năng tồn tại ở dạng dao động, chuyển vị ngẫu nhiên hoặc lực là phổ biến trong môi trường xung quanh. Có nhiều cơ chế khác nhau để chuyển đổi năng lượng cơ học từ những cấu trúc dao động (hoặc chuyển động) thành năng lượng điện cần thiết cung cấp cho thiết bị vi cơ điện tử, bao gồm: Điện từ; Tĩnh điện; Hiệu ứng áp điện. So với phương pháp điện từ và tĩnh điện, thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện cung cấp mật độ năng lượng cao, tính linh hoạt cao hơn trong việc tích hợp vào một hệ thống cụ thể, do đó được nghiên cứu rộng rãi nhất.

Trong những nghiên cứu trước đây, phần lớn nhiều công trình tập trung vào phát triển bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng dựa trên hiệu ứng cộng hưởng tuyến tính. Tuy nhiên, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện tuyến tính của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện bị giới hạn ở dải rất hẹp xung quanh tần số cộng hưởng. Bất kỳ sai lệch nào của tần số kích động ra khỏi vùng cộng hưởng có thể dẫn đến giảm mạnh lượng điện năng thu hồi. Một hướng tiếp cận khác nhằm khắc phục nhược điểm nêu trên đó là phân tích các đặc tính của bộ dao động phi tuyến. Cụ thể, một bộ dao động phi tuyến trong điều kiện thích hợp có khả năng cung cấp hiệu quả thu thập năng lượng tốt hơn so với bộ dao động tuyến tính trên ba khía cạnh đó là: (1)-Tổng năng lượng được chuyển đổi; (2)-Phổ tần số dao động rộng hơn (rộng hơn nhiều so với tuyến tính, tức dải tần số làm việc của bộ thiết bị lớn) và (3)-Có dải tần số làm việc

rộng, phù hợp với tần số có sẵn của môi trường [7]. Các đáp ứng cơ điện của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện đã được nghiên cứu rộng rãi trong một số công trình nghiên cứu [8], [9], nhưng vẫn còn nhiều khoảng trống nghiên cứu cần được bổ sung, làm rõ. Và, hướng nghiên cứu với trọng tâm là phân tích đáp ứng cơ điện, trong các vùng cộng hưởng của bộ thiết bị PVEH (piezoelectric vibration energy harvesting) phi tuyến trở thành một chủ đề nhiều triển vọng, có ý nghĩa khoa học và thực tiễn.

Một bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện thông thường bao gồm: Các lớp áp điện được gắn trên kết cấu cơ sở/ kết cấu chủ tiếp nhận dao động; kết cấu cơ sở điển hình thông thường có dạng dầm công xôn [21]-[34]; dạng kết cấu này thông thường bao gồm: Một đầu ngàm, một đầu tự do, lớp điện cực và có khối lượng gắn vào đầu kết cấu dầm hoặc không. Kết cấu hình học được sử dụng phổ biến nhất của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện là dầm công xôn bởi dạng kết cấu này cho phép tương thích về mặt hình học với quy trình chế tạo, đơn giản, hiệu quả cao với mục đích thu thập, chuyển đổi, khai thác năng lượng rung động từ môi trường [24], [33].

Phát triển các phương pháp nghiên cứu lý thuyết để phân tích các đáp ứng hệ cơ điện phi tuyến và đánh giá hiệu suất thu thập năng lượng áp điện vẫn còn đang là chủ đề được quan tâm nghiên cứu. Trong số các phương pháp phân tích, phương pháp trung bình là một trong những kỹ thuật hiệu quả và mạnh để phân tích các hiện tượng phi tuyến trong hệ động lực. Mặc dù phương pháp trung bình đã được sử dụng từ lâu trong cơ học. Tuy nhiên, theo hiểu biết tốt nhất của tác giả luận án, chưa có công trình nghiên cứu công bố để xác định các biểu thức giải tích của đáp ứng cơ điện bộ thiết bị với mô hình một bậc tự do phi tuyến, dưới kích động điều hòa, trong những hiệu ứng cộng hưởng khác nhau khi sử dụng phương pháp trung bình. Với những phân tích ở trên, nghiên cứu sinh lựa chọn đề tài “*Bài toán khai thác năng lượng cho mô hình dầm áp điện phi tuyến với hiệu ứng cộng hưởng chính và thứ cấp*”.

## **2. Mục tiêu của luận án**

- Xây dựng hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn phi tuyến gắn lớp áp điện và mô hình hóa kết cấu bộ thiết bị nghiên cứu;
- Phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị

thu thập năng lượng áp điện, từ đó áp dụng cho hệ phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn (mono-stable) trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: Cộng hưởng chính (primary resonance), cộng hưởng thứ cấp (bao gồm: thứ điều hòa và siêu điều hòa - sub and super harmonic resonance) và hệ tuyến tính tương ứng dùng để so sánh;

- Phân tích, khảo sát, đánh giá ảnh hưởng các tham số tới quan hệ biên độ-tần số, các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học, năng lượng điện hữu ích, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện của hệ cơ điện phi tuyến nghiên cứu và hệ tuyến tính tương ứng trong các hiệu ứng cộng hưởng.

### **3. Đối tượng, phạm vi nghiên cứu, cơ sở khoa học và thực tiễn của đề tài**

Đối tượng nghiên cứu: Luận án nghiên cứu hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện.

Phạm vi nghiên cứu: Luận án nghiên cứu dầm công xôn Euler–Bernoulli gắn lớp áp điện trên toàn bộ mặt trên và dưới, xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng (phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng – biến dạng tương đối bậc cao).

Phương pháp sử dụng chủ yếu trong luận án là phương pháp trung bình kết hợp với mô phỏng số để kiểm tra hiệu quả của phương pháp đề xuất trong Luận án.

### **4. Nội dung nghiên cứu**

Luận án gồm phần mở đầu, 04 chương, phần kết luận, danh mục các công trình đã công bố của tác giả liên quan đến luận án, phụ lục, tài liệu tham khảo. Trong đó nội dung chính của các chương như sau:

Phần mở đầu nêu lý do lựa chọn, tính cấp thiết của đề tài nghiên cứu, nội dung nghiên cứu, cơ sở khoa học và thực tiễn của đề tài, những đóng góp mới của luận án.

**Chương 1.** Luận án trình bày tổng quan về các nghiên cứu đã công bố liên quan. Cụ thể, Luận án trình bày các nội dung về giới thiệu hiệu ứng áp điện, vật liệu áp điện, kết cấu, tổng quan về mô hình của bộ thiết bị, hiệu ứng phi tuyến, phương pháp nghiên cứu, phân tích mô hình. Tiếp theo, nghiên cứu sinh trình bày về những ứng dụng điển hình, xu hướng phát triển trong thu thập năng lượng áp điện và giới thiệu các nội dung nghiên cứu.

**Chương 2.** Luận án trình bày về các nội dung xây dựng, thiết lập phương trình dao động uốn của dầm phi tuyến gắn lớp áp điện khi xét tới phi tuyến hình học của dầm cơ sở và phương trình đáp ứng cơ điện của bộ thiết bị. Sau đó, Luận án xác định các phương trình vi phân thu được từ phương trình đạo hàm riêng khi giảm bậc, hệ phương trình thu được đồng dạng với hệ cơ điện được mô tả bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến dạng Duffing, chịu kích động nền điều hòa, các tham số trong mô hình được định nghĩa.

**Chương 3.** Luận án trình bày về nội dung phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, sau đó áp dụng cho hệ phi tuyến kiểu Duffing, dạng giềng đơn trong các hiệu ứng cộng hưởng chính và cộng hưởng thứ cấp. Xác định các biểu thức giải tích của quan hệ biên độ - tần số, đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất, năng lượng đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến Luận án nghiên cứu.

**Chương 4.** Luận án trình bày nội dung về khảo sát, phân tích, đánh giá ảnh hưởng của tham số tới các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra và hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến Luận án nghiên cứu trong mỗi hiệu ứng liên quan đến hiện tượng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và tuyến tính tương ứng để so sánh khi sử dụng các cấu trúc lệnh có sẵn của phần mềm Matlab.

Một số kết luận và kiến nghị, các kết quả chính, mới của luận án, những vấn đề, và hướng nghiên cứu tiếp theo được Tác giả trình bày trong **Kết luận và kiến nghị**.

Danh sách các công trình đã công bố có liên quan đến nội dung luận án được Tác giả trình bày trong **Danh mục các công trình công bố liên quan đến luận án**.

Các tài liệu trích dẫn trong luận án được Tác giả trình bày trong **Danh mục Tài liệu tham khảo**.

Một số cấu trúc lệnh Matlab khảo sát kiểm nghiệm số trong luận án được Tác giả trình bày trong **Phụ Lục**.

## **5. Những đóng góp mới của Luận án**

- Luận án đã thiết lập hệ phương trình vi phân phi tuyến cho bộ thiết bị thu thập năng lượng dưới dạng dao động phi tuyến kiểu Duffing của dầm công xôn có hai lớp áp

điện trên và dưới, chịu kích động nền điều hòa;

- Luận án đã mô hình hóa bộ thiết bị và phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do chịu kích động nền điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện để thiết lập, xác định các biểu thức giải tích dạng hiển cho quan hệ tần số - biên độ, đáp ứng chuyển vị, điện áp, hiệu suất thu thập năng lượng trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến;
- Luận án đã phân tích, khảo sát, đánh giá ảnh hưởng của các tham số cơ hệ tới các đáp ứng chuyển vị, điện áp, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến, từ đó đưa ra các kết luận đánh giá hữu ích;

Kết quả nghiên cứu luận án đã được công bố trong 05 công trình khoa học, trong đó 02 bài báo quốc tế ISI, 01 bài đăng trên tạp chí Cơ Khí Việt Nam và 02 bài đăng trong tuyển tập hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ XI.

## **Chương 1. TỔNG QUAN VỀ THU THẬP NĂNG LƯỢNG ÁP ĐIỆN**

### **1.1. Một số nội dung về thu thập năng lượng áp điện**

#### ***1.1.1. Giới thiệu về thu thập năng lượng***

Với những bước tiến mạnh mẽ trong công nghệ chế tạo, nhiều chuyên gia, nhà khoa học đã nghiên cứu, phát triển thành công, tạo ra các bộ thiết bị vi cơ điện tử, cảm biến mà mức sử dụng điện năng chỉ dưới 1 miliwatt [1]-[9]. Nhiều bộ thiết bị vi cơ điện tử, cảm biến không dây được ứng dụng rộng rãi trong các lĩnh vực khác nhau như: theo dõi, giám sát các công trình xây dựng và hạ tầng kỹ thuật [10]; theo dõi, giám sát hệ thống đường ống [11], [12]; chăm sóc sức khỏe [13]; phòng chống thiên tai [14]; phát hiện, cảnh báo cháy rừng [15] và hàng loạt ứng dụng trong lĩnh vực y tế, chăm sóc theo dõi sức khỏe. Tuy nhiên, công nghệ lưu trữ năng lượng bằng những mô đun lưu trữ mà điển hình là Pin đã không thực sự phát triển trong nhiều năm vẫn để lại khoảng cách lớn giữa điện năng tiêu thụ cần thiết và khả năng đáp ứng cho những thiết bị vi cơ điện tử đang phát triển nhanh chóng với kích thước thiết bị rất nhỏ, mật độ công suất và nhu cầu tiêu thụ điện năng ngày càng nhỏ [16], [24]. Bên cạnh đó, những hậu quả để lại bao gồm những vấn đề kinh tế, xã hội và môi trường liên quan đến chế tạo, sử dụng, tái chế Pin đã thúc đẩy nhiều chuyên gia, nhà khoa học nghiên cứu các khía cạnh khác nhau xoay quanh chủ đề thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng với những nguồn có sẵn trong môi trường nhằm duy trì sự hoạt động độc lập của bộ thiết bị vi cơ điện tử và cảm biến không dây. Bằng cách thu năng lượng lãng phí có trong môi trường xung quanh (ví dụ: năng lượng từ dao động, năng lượng từ nguồn gradient nhiệt và năng lượng mặt trời) để chuyển đổi thành điện năng, những kỹ thuật thu thập năng lượng nêu trên về cơ bản đã thay đổi mô đun năng lượng (Pin) của hầu hết các thiết bị vi cơ điện tử, từ phần tử lưu trữ năng lượng sang phần tử sản xuất và lưu trữ. Về mặt lý thuyết, khi tồn tại kích động, bộ thiết bị thu thập năng lượng sẽ xử lý để thu thập, khai thác, chuyển đổi cơ năng thành năng lượng điện hữu ích với công suất vô hạn, cho phép các thiết bị vi cơ điện tử duy trì sự hoạt động với thời gian, tuổi thọ gần như vô tận.

Thu thập, khai thác chuyển đổi năng lượng được định nghĩa là sự chuyển đổi trực tiếp nguồn năng lượng từ môi trường xung quanh (bao gồm: cơ học, mặt trời, nhiệt, gió, dòng chất lỏng, v.v.) thành điện năng hữu ích bằng cách sử dụng một vật liệu hoặc

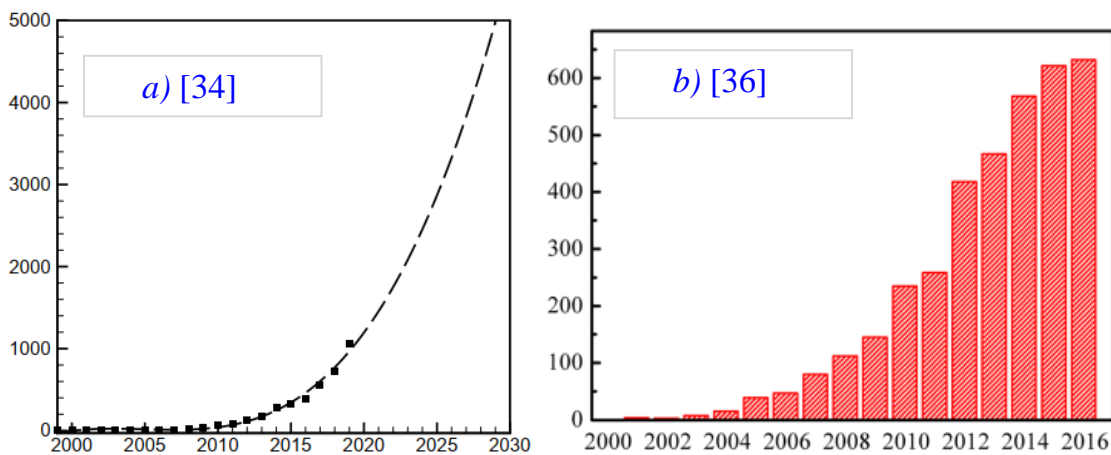


cơ chế chuyển đổi. Sự chuyển đổi năng lượng dao động cơ học thành điện bằng cách sử dụng vật liệu áp điện được gọi là thu thập năng lượng áp điện [94]. Bộ thu thập năng lượng áp điện có thể cung cấp một nguồn điện lâu dài để những thiết bị vi cơ điện tử có khả năng tự hoạt động mà không cần thay thế hoặc bảo trì. Khi đó, sẽ giảm những khoản chi phí liên quan đến công tác thay thế, bảo trì, tái chế, xử lý Pin.

Ý tưởng về chuyển đổi, thu thập năng lượng dao động có sẵn từ môi trường thành điện năng hữu ích để cung cấp cho các thiết bị vi cơ điện tử lần đầu tiên xuất hiện và được công bố trong nghiên cứu của Williams và Yates [16], vào năm 1996. Hai nhà khoa học Williams và Yates đã mô tả những cơ chế thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng cơ bản và công bố một mô hình nhằm mô tả cơ chế thu thập năng lượng điện từ điện từ. Theo Williams và Yates [16], có ba cơ chế chuyển đổi năng lượng từ dao động thành điện là: điện từ [16], [17], tĩnh điện [18], [19], [20] và áp điện [21]. Đã có nhiều công trình nghiên cứu tổng hợp, đánh giá về các khía cạnh khác nhau trong lĩnh vực thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện, những ưu điểm, nhược điểm của các cơ chế chuyển đổi năng lượng được thực hiện kỹ lưỡng và được công bố bởi nhiều chuyên gia, nhà nghiên cứu trên khắp thế giới [21]-[36].

Khi so sánh số lượng những công trình nghiên cứu đã được công bố bởi nhiều chuyên gia, nhà khoa học, có thể thấy cơ chế chuyển đổi, thu thập năng lượng điện sử dụng vật liệu áp điện nhận được sự quan tâm lớn nhất, đặc biệt là trong thập niên đã qua. Cụ thể, bốn bài báo đánh giá tổng quan công bố liên tiếp trong bốn năm (2004-2008) [23], [24], [25], [26] và đặc biệt trong thập niên trở lại đây [27]-[35], [36] với sự nhấn mạnh về số lượng công trình nghiên cứu tập trung xoay quanh các khía cạnh của chủ đề thu thập, khai thác, chuyển đổi theo cơ chế áp điện. Theo số liệu tổng hợp được công bố bởi Ghazanfarian và cộng sự [34], và Li và cộng sự [36] trong hai thập kỷ gần đây số lượng các công trình nghiên cứu công bố (không bao gồm các báo cáo tại hội nghị và đánh giá hội nghị) liên quan tới hai từ khóa "piezo và thu thập năng lượng" trích từ dữ liệu Scopus được trình bày trong *Hình 1. 1*. Theo đó, bao gồm 4435 tài liệu, trong đó có 874 bài báo truy cập mở, 130 chương sách và 36 cuốn sách chuyên khảo. Cụ thể hơn, theo Li và cộng sự [36], số lượng công trình nghiên cứu được công bố liên quan đến từ khóa "thu thập năng lượng áp điện" liên tục tăng mạnh trong khoảng thời gian từ năm 2006 đến năm 2014 với số lượng công bố năm sau xấp xỉ gấp từ (1.5-2)

lần năm liền kề trước đó, và đạt số lượng hơn 600 bài/năm trong các năm 2015 và 2016. Những tổ chức thường xuyên tài trợ cho các nội dung nghiên cứu liên quan tới chủ đề thu thập năng lượng, có thể kể đến là: Quỹ khoa học tự nhiên Quốc gia Trung Quốc, Quỹ nghiên cứu cơ bản cho các trường Đại học Trung ương và Quỹ nghiên cứu Quốc gia Hàn Quốc... Hầu hết những lĩnh vực, chủ đề nghiên cứu được đề cập trong các công bố phổ biến là: Cơ kỹ thuật; Khoa học vật liệu; Vật lý; Hóa học và năng lượng. Đặc biệt, theo Mohsen Safaei và cộng sự [33], doanh thu hàng năm của thiết bị thu thập năng lượng áp điện trên toàn thế giới đã tăng từ 22 tỷ đô la Mỹ trong năm 2012 lên 37 tỷ đô la vào năm 2017, điều này cho thấy tính ứng dụng rộng rãi của vật liệu áp điện.



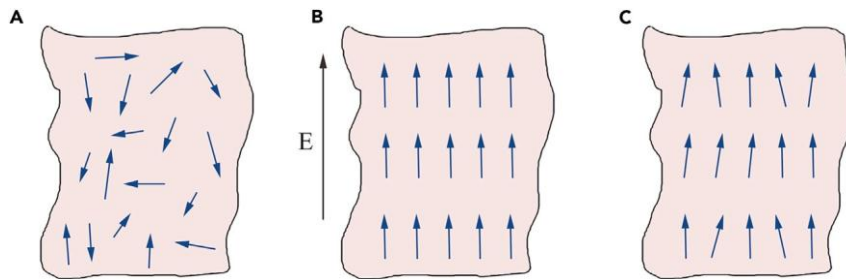
Hình 1. 1. Thống kê số lượng nghiên cứu trong vòng hai thập niên liên quan tới chủ đề Piezo và thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng [34], [36]

Do tính chất liên ngành của chủ đề thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng sử dụng vật liệu áp điện, trong luận án này không đề cập chi tiết tới các nghiên cứu chuyên sâu về vật liệu áp, khoa học cơ nhiệt, điện cũng như kỹ thuật chế tạo vật liệu.

### 1.1.2. Vật liệu áp điện, hiệu ứng áp điện

Briscoe và Dunn [41] đã định nghĩa áp điện là: "*điện tích tích lũy nhằm đáp ứng các ứng suất cơ học xuất hiện trong vật liệu có kết cấu tinh thể không đối xứng*" (Piezoelectricity is electric charge that accumulates in response to applied mechanical stress in materials that have non-centrosymmetric crystal structures); trong khi Erturk và Inman [42] định nghĩa áp điện là: "*một hình thức khớp nối giữa các hành vi cơ học và điện của tinh thể trong gốm sứ ở một số lớp nhất định*" (Piezoelectricity is a form of coupling between the mechanical and the electrical behaviors of ceramics and crystals

belonging to certain classes). Hiệu ứng áp điện, có thể coi là sự chuyển đổi giữa nguồn năng lượng điện và năng lượng cơ học. Những loại vật liệu thể hiện hiệu ứng áp điện được gọi là vật liệu áp điện. Hiệu ứng áp điện có tính chất thuận nghịch, hiệu ứng thuận là sự xuất hiện điện tích trên bề mặt khi vật liệu chịu ứng suất cơ học còn hiệu ứng nghịch là sự biến dạng của vật liệu khi được cấp một nguồn điện áp (đặt trong điện trường) [42]. Hiệu ứng áp điện thuận được anh em nhà khoa học Pierre và Jacques Curie phát hiện vào năm 1880 [37], và hiệu ứng áp điện nghịch được xây dựng trên cơ sở toán học (sau khi phát hiện ra hiệu ứng áp điện thuận) từ các nguyên lý cơ bản của nhiệt động lực học được công bố bởi Gabriel Lippmann vào năm 1881, sau đó được xác nhận bằng thực nghiệm bởi hai nhà khoa học Curie [43]. Hiệu ứng áp điện thuận và nghịch cùng tồn tại trong một vật liệu áp điện [44].



Hình 1. 2. Phân cực của vật liệu gốm áp điện đa tinh thể [29]

(a) Sắp xếp ngẫu nhiên của các đô-men trước khi phân cực; (b) Phân cực dưới tác dụng của điện trường tĩnh; (c) Duy trì sự phân cực sau khi loại bỏ điện trường

Trong mỗi cơ chế, kỹ thuật thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng có thể cho phép thu hồi được một lượng điện năng hữu ích, sự lựa chọn giữa ba cơ chế (điện từ, tĩnh điện, áp điện) phụ thuộc vào mỗi ứng dụng, trong đó những bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện được nghiên cứu rộng rãi nhất do mật độ năng lượng cao [37], [38], [39], kết cấu đơn giản, phù hợp và dễ dàng tương thích với các ứng dụng [37], [38]. Ngoài ra, vật liệu áp điện không yêu cầu điện áp bổ sung đầu vào [37], không giống như bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng tĩnh điện [18]-[20]. Một ưu điểm khác của vật liệu áp điện là điện áp đầu ra thu được cao, chi phí tiết kiệm, dải tần số làm việc rộng [39], đặc biệt có thể dễ dàng kết hợp trong kết cấu của bộ thu thập năng lượng và nhiều loại vật liệu áp điện có nhiệt độ Curie cao [40]. Theo đó, sử dụng vật liệu áp điện để thu thập, khai thác chuyển đổi năng lượng là cơ chế thu thập năng lượng tốt nhất và cũng là lý do để tác giả lựa chọn nghiên cứu trong Luận án này.

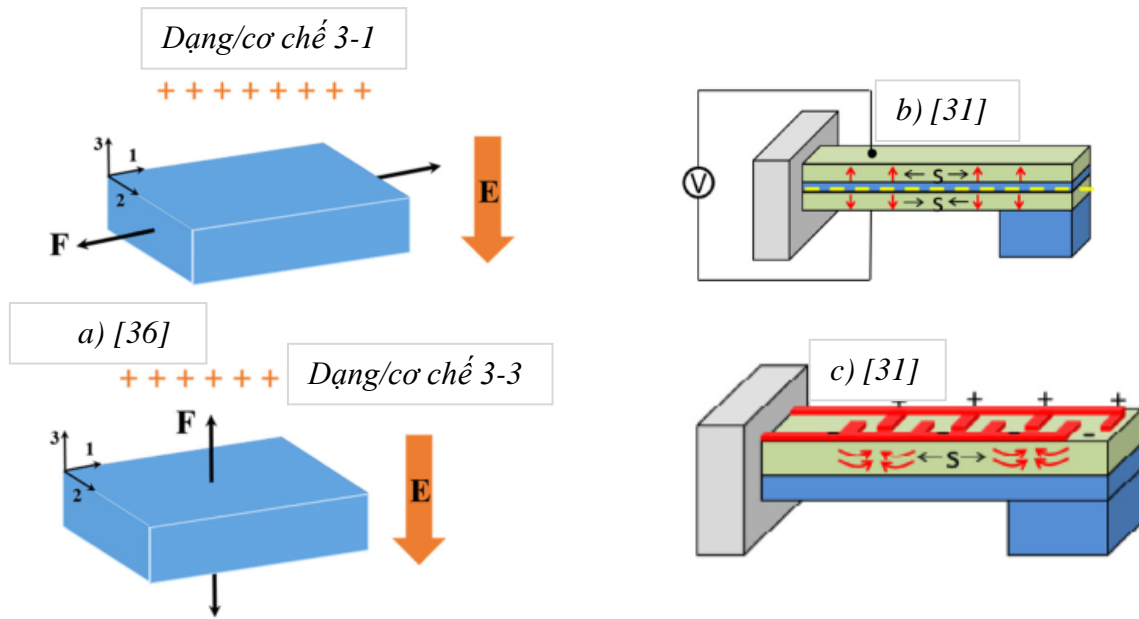
Cuối cùng, những đánh giá toàn diện về lịch sử hình thành, phát triển của vật liệu áp điện và những tiến bộ cho đến nay đã được tổng hợp, công bố trong nhiều công trình nghiên cứu, sách chuyên khảo và bài báo được xuất bản trên các tạp chí uy tín, do đó trong Luận án này nghiên cứu sinh sẽ không trình bày chi tiết.

### 1.1.3. Quan hệ ứng suất – biến dạng

Tiêu chuẩn IEEE thuộc hiệp hội khai thác, thu thập năng lượng áp điện tiếp tục sử dụng phổ biến ngày nay [45]. Định luật đầu tiên sử dụng cho vật liệu áp điện tuyến tính [46] được trình bày bởi biểu thức sau:

$$\dot{U} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + E_i \dot{D}_i \quad (1.1)$$

trong đó, dấu “ $\dot{\phantom{x}}$ ” là ký hiệu của đạo hàm,  $U$  là mật độ năng lượng được lưu trữ của vật liệu áp điện,  $\sigma_{ij}$  là véc tơ ứng suất,  $\varepsilon_{ij}$  là véc tơ biến dạng,  $E_i$  là véc tơ điện trường,  $D_i$  là véc tơ dịch chuyển điện.



Hình 1. 3. Dạng/cơ chế làm việc của vật liệu áp điện [31], [36]

a)-Dạng làm việc của vật liệu áp điện; b)-Mô hình dầm 2 lớp áp điện; c)-Mô hình dầm 1 lớp áp điện

Một hiện tượng quan trọng là sự thay đổi phân cực dưới ứng suất cơ học của vật liệu áp điện (Hình 1. 2. Phân cực của vật liệu gốm áp điện đa tinh thể [29]). Ba yếu tố có thể ảnh hưởng đến hướng và cường độ phân cực trong vật liệu áp điện là: hướng

phân cực trong tinh thể, tính đối xứng tinh thể và ứng suất sinh ra bởi biến dạng cơ học. Hướng của ứng suất thường song song với trục cực (hướng trục 3) hoặc vuông với nó (hướng trục 1), dẫn đến hai dạng/chế độ làm việc phổ biến của bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện (PEHs-piezoelectric energy harvesting) đó là dạng (3-3) và dạng (3-1), như minh họa *Hình 1. 3a*. Vật liệu áp điện được sử dụng ở dạng (3-3) có nghĩa là ứng suất/biến dạng song song với hướng trục cực (3-3), trong khi điện áp được tạo ra theo hướng trục lực tác dụng (ứng suất biến dạng cùng hướng của điện trường). Ở dạng (3-1), ứng suất/ biến dạng được áp dụng vuông góc với trục cực và hướng của điện áp được tạo ra theo hướng vuông góc với hướng lực tác dụng. Tuy nhiên, khi vật liệu làm việc ở dạng (3-1) dẫn đến biến dạng lớn theo một hướng, do đó dạng (3-1) thường được sử dụng trong bộ thiết bị của hệ thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng sử dụng vật liệu áp điện (PVEHs).

Quan hệ ứng suất  $\sigma_{x-p}$ , biến dạng  $\varepsilon_{x-p}$  và dịch chuyển điện  $D_p$  và điện trường  $E_3$  ở dạng/chế độ (3-1) được biểu diễn thông qua các biểu thức sau:

$$\begin{aligned}\sigma_{x-p} &= E_p \varepsilon_{x-p} - e_{31} E_3 \\ D_p &= e_{31} \varepsilon_{x-p} + \varepsilon_{33} E_3;\end{aligned}\tag{1.2}$$

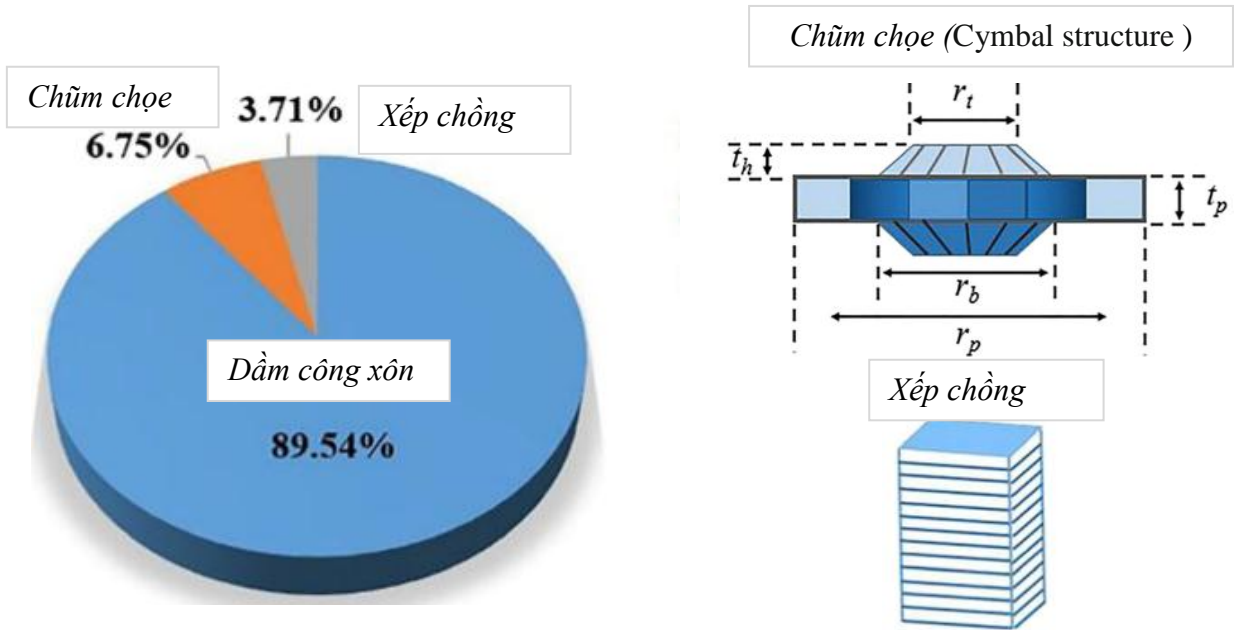
trong đó  $E_p$ ,  $e_{31}$  và  $\varepsilon_{33}$  lần lượt là mô đun đàn hồi, hằng số ứng suất áp điện và hằng số biến dạng áp điện. Hệ phương trình (1.2), là cơ sở của các phương trình liên kết trong hệ cơ - điện thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện sẽ được nghiên cứu sử dụng trong luận án này.

## **1.2. Tổng quan về kết cấu, mô hình, phương pháp nghiên cứu, ứng dụng và xu hướng phát triển của thu thập năng lượng áp điện**

### **1.2.1. Kết cấu bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện**

Theo Li và cộng sự [36], tỷ lệ các bài báo, công trình nghiên cứu đã công bố về những cấu trúc điển hình của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện (PEHs) như được chỉ rõ trên *Hình 1. 4*. Cụ thể, số lượng các công trình nghiên cứu về thu thập năng lượng có kết cấu dầm công xôn chiếm đa số (với 89.54%), trong khi chỉ có 6.75% và 3.71% là các công bố liên quan tới các kết cấu bộ thiết bị có dạng chũm chọe và xếp chồng. Một bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện thông

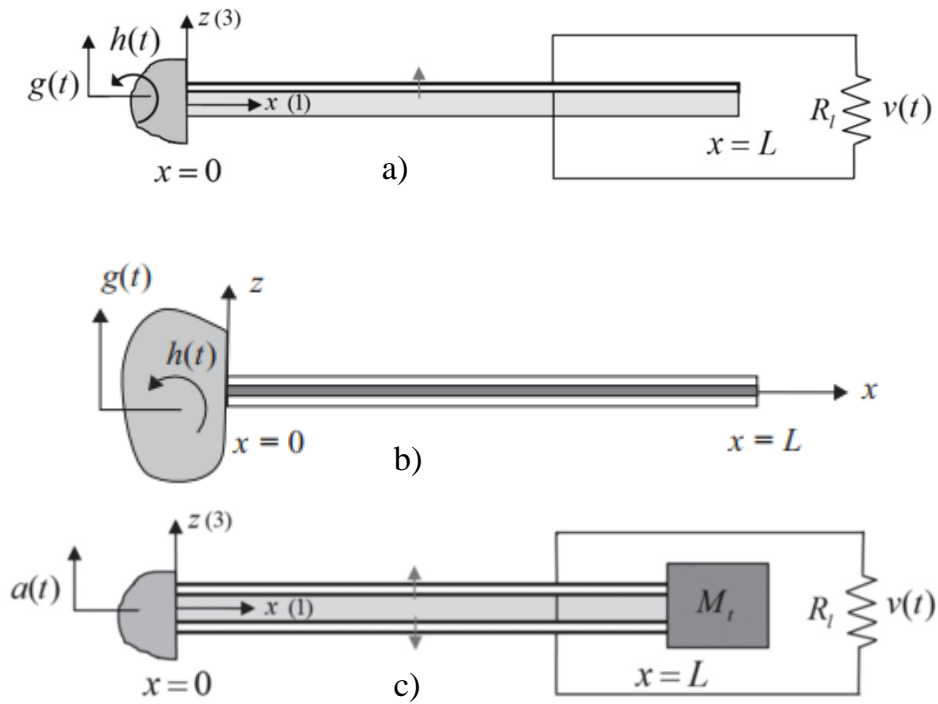
thường bao gồm: Các lớp áp điện được gắn trên lớp kết cấu cơ sở; Lớp kết cấu thường là dầm công xôn [21]-[34]; Lớp điện cực và có khối lượng gắn thêm vào đầu lớp kết cấu hoặc không. Sở dĩ, kết cấu hình học phổ biến nhất của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện là dầm công xôn vì dạng kết cấu này tương thích về mặt hình học với các quy trình chế tạo, đã được chứng minh là dễ thực hiện và hiệu quả cho mục đích thu thập, chuyển đổi, khai thác năng lượng từ các rung động xung quanh [24], [33].



Hình 1. 4. Thống kê tỷ lệ các công trình đã công bố về kết cấu điển hình của PEHs [36]

Dầm công xôn là kết cấu có tần số cộng hưởng phù hợp với rung động có sẵn từ môi trường, đồng thời có thể giảm hơn nữa tần số cộng hưởng bằng cách bổ sung khối lượng ở đầu dầm, tạo ra biến dạng lớn, do đó tạo ra nhiều năng lượng hơn so với kết cấu khác [22]. Tùy thuộc vào số lượng lớp áp điện gắn trên kết cấu dầm cơ sở mà bộ thiết bị có loại một lớp áp điện (unimorph), hai lớp áp điện (bimorph) hoặc xếp chồng nhiều lớp áp điện xen kẽ lớp kết cấu dầm cơ sở (multilayered-stack) [23], [47], [48].

Khi kết cấu dầm gắn lớp áp điện tiếp nhận rung động làm xuất hiện biến dạng trong lớp (các) áp điện dẫn đến sự phân cực và chênh lệch điện áp trên bề mặt lớp vật liệu áp điện, khi đó tạo ra điện áp xoay chiều trên điện cực lớp áp điện. Kết cấu phổ biến của bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện dạng dầm công xôn được minh họa trong Hình 1. 5 [94].



Hình 1. 5. Một số kết cấu bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện điển hình [94]

- a) Kết cấu bộ thiết bị với dầm công xôn một lớp áp điện; b) Kết cấu bộ thiết bị với dầm công xôn hai lớp áp điện; c) Kết cấu bộ thiết bị với dầm công xôn hai lớp áp điện có khối lượng đầu dầm

Theo Ghazanfarian và cộng sự [34], duToit và cộng sự [50] một bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện từ dao động được phân loại theo nhiều tiêu chí khác nhau, các tiêu chí phân loại điển hình có thể kể đến bao gồm nhưng không giới hạn bởi:

- Theo quan điểm về tần số làm việc: Các bộ thiết bị làm việc tại tần số cộng hưởng hoặc gần cộng hưởng và các hệ thống không cộng hưởng, không phụ thuộc vào bất kỳ tần số cụ thể nào để hoạt động.
- Theo quan điểm hướng kích động tạo lực gây rung: Loại thiết bị thu thập, chuyển đổi năng lượng từ các chuyển động theo một hướng duy nhất hoặc từ nhiều hướng.
- Theo quan điểm điều chỉnh các mô hình động: Dầm áp điện tuyến tính và phi tuyến.

### 1.2.2. Dầm áp điện tuyến tính

Bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện tuyến tính với kết cấu dầm đã được công bố bởi nhiều nhà nghiên cứu trên các tạp chí khoa học uy tín. Inman và cộng sự [51] đã sử dụng lý thuyết dầm Euler-Bernoulli để nghiên cứu động lực học của bộ thiết bị

thu thập năng lượng áp điện kết hợp với phân tích cân bằng lực [52], hoặc sử dụng phương pháp năng lượng [53]. Sử dụng nguyên lý Hamilton mở rộng, kết hợp với lý thuyết dầm Euler-Bernoulli, Sodano và cộng sự [54] đã phát triển và phân tích một bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện với kết cấu dầm công xôn, cho phép dự đoán các đáp ứng cơ điện ở các dạng kích động cao hơn nhưng bỏ lỡ một số điểm chính (ví dụ: cộng hưởng và các điểm chống cộng hưởng). Một mô hình cơ điện dựa trên phân tích kết cấu của dầm công xôn khi chịu kích động nền được phát triển và công bố bởi Du Toit [55], trong nghiên cứu này các biểu thức giải tích dạng đóng để xác định, mô tả và phân tích hiệu suất thu thập năng lượng của bộ thiết bị đã được trình bày bằng cách sử dụng phương pháp tiệm cận, tập trung vào dạng dao động thứ nhất, từ đó hiệu suất thu thập năng lượng điện từ các nguồn cơ học có thể được dự đoán, tối ưu dựa trên các điều kiện ban đầu của kích động nền và tải điện trở trên phụ tải. Mô hình này đã được Du Toit và cộng sự xác minh kiểm nghiệm bằng thực nghiệm ở dạng chuẩn hóa, do đó cho phép giải thích rõ ràng các yếu tố ảnh hưởng tới hiệu suất thu thập năng lượng của bộ thiết bị.

Những nghiên cứu, thiết kế với kết cấu bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện tương tự đã được công bố bởi Kim và cộng sự [56], Erturk và Inman [47], [48], [57]-[59] với kết cấu bộ thiết bị là dầm công xôn gắn lớp áp điện trên cơ sở lý thuyết dầm Euler-Bernoulli. Trong những nghiên cứu của họ, nguồn kích động không giới hạn bởi kích động điều hòa mà còn được mô tả thêm những ảnh hưởng của chuyển vị ngang và góc quay. Xác minh thực nghiệm của mô hình này được trình bày chi tiết trong công trình được thực hiện và công bố bởi A. Erturk và cộng sự [57]. Các kết quả phân tích, đánh giá cung cấp các kết quả tương tự như Du Toit và cộng sự [55] đã nghiên cứu và công bố. Với cách tiếp cận mô hình hóa nhưng bỏ qua quá trình chuẩn hóa, Ajitsaria và cộng sự [56] cũng công bố nghiên cứu trình bày về một bộ thiết bị thu thập năng lượng với kết cấu dầm công xôn hai lớp áp điện, sử dụng lý thuyết dầm Euler-Bernoulli và Timoshenko. Maiara Rosa và Carlos De Marqui Junior [58] cũng đã nghiên cứu, xác minh bằng thực nghiệm với kết cấu bộ thiết bị là dầm công xôn gắn lớp áp điện trong đó gắn thêm khối lượng ở đầu dầm, với diện tích mặt cắt ngang của dầm thay đổi để thu thập năng lượng. Cách tiếp cận gần đúng với lý thuyết Rayleigh-Ritz, sử dụng nguyên lý Hamilton tổng quát đề xuất bởi



Crandall và cộng sự [59] được Sodano và cộng sự [54], DuToit và cộng sự [55] đã áp dụng là một xấp xỉ các tham số phân tán bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện. Các phân tích trong cấu hình bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện (mô hình dầm) được công bố bởi Erturk và Inman [47], [48] có những xác nhận, kiểm chứng với các kết quả nghiên cứu thực nghiệm.

Với những thiết kế của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện có kết cấu điển hình là dầm công xôn đã được công bố các tác giả đều xuất phát từ quan hệ ứng suất biến dạng, sử dụng nguyên lý Hamilton hoặc các quan hệ lượng giác trên mặt cắt ngang kết cấu dầm áp điện để từ đó thu được hệ phương trình liên kết mô tả quan hệ cơ-điện sau khi áp dụng nguyên lý Lagrange, và sử dụng phương pháp giảm bậc Rayleigh- Ritz để chuyển phương trình đạo hàm riêng về phương trình vi phân [47].

Tính tuyến tính trong các thiết kế điển hình của bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện với kết cấu dầm công xôn đã được các chuyên gia, nhà khoa học nghiên cứu phổ biến ở hai khía cạnh đó là: (1) - Tuyến tính về vật liệu đối với kết cấu dầm cơ sở (quan hệ ứng suất, biến dạng tuân theo định luật Hooke, bỏ qua biến dạng uốn dầm cơ sở- lý thuyết dầm Euler Bernoulli) và (2) - Tuyến tính lớp vật liệu áp điện gắn trên dầm.

### ***1.2.3. Dầm áp điện phi tuyến***

Tính phi tuyến trong những thiết kế điển hình của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện với kết cấu dầm công xôn đã được công bố bởi các nhà khoa phổ biến ở hai khía cạnh đó là: (1) - Phi tuyến kết cấu dầm cơ sở (chủ yếu dựa trên tính chất biến dạng lớn của kết cấu dầm cơ sở) và (2) - Phi tuyến của lớp vật liệu áp điện dán trên dầm [95].

Mô tả thích hợp quan hệ đáp ứng giữa cơ - điện là một điểm quan trọng trong phân tích bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện từ dao động. Crawley và Anderson [60] đã công bố các kết quả thực nghiệm với việc xem xét tính phi tuyến của lớp vật liệu áp điện gắn trên kết cấu dầm cơ sở, cụ thể là trường điện động và khẳng định giả thuyết vật liệu áp điện tuyến tính không phù hợp khi xét đến biến dạng lớn của kết cấu dầm cơ sở. Tuy nhiên, tính phi tuyến của lớp vật liệu áp điện và ảnh hưởng của nó đối với thu thập năng lượng mới chỉ bắt đầu nhận được sự quan tâm. Hu và cộng sự [61], đã nghiên cứu lý thuyết kết hợp với phương pháp số để khảo

sát ảnh hưởng của biến dạng lớn tới điện áp, công suất thu thập năng lượng, quan hệ bước nhảy giữa biên độ-tần số ở tần số cộng hưởng được xác định. Ảnh hưởng của hệ số ghép nối cơ điện tới công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra đối với kết cấu bộ thiết bị dạng dầm công xôn gắn hai lớp áp điện cũng đã được Hu và cộng sự [62] nghiên cứu, khảo sát, đánh giá. Cơ sở vật lý cho mô hình của họ là lý thuyết đàn hồi phi tuyến với các hiệu ứng đàn hồi lên đến bậc bốn [63], [64]. Triplett và Quinn [65] đã nghiên cứu đáp ứng của hệ với mô hình bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện khi xét tới các hiệu ứng khớp nối cơ điện phi tuyến tương tự Crawley và Anderson [66], Crawley và Lazarus [67]. Phân tích công suất tạo ra bởi bộ thiết bị thu thập năng lượng cho thấy các hiệu ứng khớp nối áp điện phi tuyến ảnh hưởng đáng kể đến hiệu quả thu thập năng lượng, các kết quả trên cũng đã được duToit và cộng sự công bố trong nghiên cứu trước đó [55]. Silva và cộng sự [68], nghiên cứu ảnh hưởng của hiện tượng từ trễ trong khớp nối áp điện, các tác giả so sánh kết quả thu được giữa các mô hình tuyến tính - phi tuyến và kết luận hiện tượng từ trễ có khả năng tăng hiệu quả thu thập năng lượng. Wagner và Hagedorn [69], đã chứng minh các hiệu ứng phi tuyến của vật liệu áp điện ảnh hưởng đến hiệu quả thu thập năng lượng. Stanton và Mann [70] gần đây đã phân tích và xác minh bằng thực nghiệm các tham số phân tán của hệ phương trình liên kết cơ điện, mô tả bộ thiết bị có kết cấu dầm công xôn chịu kích động nền, khi xét tới tính phi tuyến vật liệu áp điện. Các nghiên cứu thực nghiệm được thực hiện cho thấy sự thống nhất giữa dữ liệu khi khảo sát số và thực nghiệm [63], [64], [70].

Những nỗ lực trong thập kỷ gần đây của nhiều chuyên gia, nhà nghiên cứu nhằm cải thiện hiệu quả thu thập năng lượng bằng cách tiếp cận phi tuyến trong các mạch quản lý thu thập năng lượng đã được công bố bởi M. Lallart và cộng sự [71], H. Shen và cộng sự [72]. Trong nghiên cứu của Silva và cộng sự [73], đề cập đến ảnh hưởng của hệ số ghép nối cơ điện trong các hệ thu thập năng lượng. Mô hình của họ bao gồm hệ cơ học một bậc tự do được kết nối với mạch điện bằng các phần tử áp điện. Các kết quả số thu được từ mô hình tuyến tính và phi tuyến được so sánh với dữ liệu thực nghiệm do Kim và cộng sự [74] công bố.

Có thể nói rằng những khía cạnh phi tuyến đang được xem xét, nghiên cứu, phân tích nhằm tăng cường hiệu quả thu thập năng lượng áp điện từ các nguồn dao động có sẵn trong môi trường. Thông thường nhiều chuyên gia, nhà khoa học nghiên cứu hiệu

ứng phi tuyến để mở rộng sự kết nối giữa kích động từ môi trường và bộ thiết bị thu thập năng lượng nhằm đạt được mục đích mở rộng dải tần số làm việc [75].

Các mô hình xem xét khía cạnh tuyến tính về mặt hình học đối với kết cấu dầm cơ sở gắn lớp áp điện đã được sử dụng rộng rãi để dự đoán đáp ứng và tối ưu hóa các tham số của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện với kết cấu điển hình là dầm công xôn [47]. Bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện từ các nguồn dao động hoạt động hiệu quả ở dải tần số gần cộng hưởng, khi xét tới biến dạng lớn của những kết cấu dầm cơ sở làm bằng vật liệu dẻo hoặc khi kích động nền lớn. Trong những trường hợp này quan niệm tuyến tính về mặt hình học có độ chính xác không cao do không xét đến mối quan hệ phi tuyến giữa biến dạng và chuyển vị. Bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện từ rung động với kết cấu dầm công xôn trong điều kiện kích động ở mức cao, mối quan hệ tuyến tính giữa biến dạng và chuyển vị không đủ chính xác. Dưới các mức gia tốc như vậy, các hiệu ứng xét tới biến dạng lớn - phi tuyến hình học đã được nhiều chuyên gia, nhà khoa học, nghiên cứu sử dụng nhằm cải thiện độ chính xác trong xác định các đáp ứng của hệ cơ điện thu thập năng lượng.

Mohammed F. Daqaq và cộng sự [76], Ravindra Masana và Mohammed F. Daqaq [77], đã nghiên cứu một mô hình phi tuyến tổng thể bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện có thiết kế là kết cấu dầm công xôn gắn một lớp áp điện bằng việc sử dụng lý thuyết Euler – Bernoulli với các điều kiện mở rộng, phương trình dao động uốn của kết cấu bộ thiết bị được rút gọn thành phương trình vi phân đạo hàm riêng phi tuyến, trong đó xem xét cả lực dọc trục và uốn, bên cạnh đó khảo sát đồng thời ảnh hưởng của tính chất phi tuyến vật liệu kết cấu dầm và phi tuyến vật liệu áp điện. Quan hệ biên độ - tần số được các tác giả mô tả và các kết quả nghiên cứu lý thuyết được so sánh, xác minh bằng thực nghiệm với tính chất đàn hồi mềm xuất phát từ hệ số phi tuyến bậc hai xuất hiện trong quan hệ ứng suất biến dạng của vật liệu áp điện được giải thích. Ngoài ra hiệu ứng phi tuyến do lực dọc trục và uốn làm tăng biên độ đáp ứng ở trạng thái ổn định, công suất đầu ra và dải tần số làm việc bộ thu thập năng lượng cũng đã được đề cập, nghiên cứu. Trước đó, vào năm 2007 nhóm các tác giả S. Nima Mahmoodi, Nader Jalili [78] nghiên cứu mô hình tương tự được đề xuất bởi Mohammed F. Daqaq và cộng sự [76], họ chứng minh các kết quả thực nghiệm và lý thuyết là phù hợp với nhau, điều này chứng tỏ rằng khung mô hình phi tuyến cho phép cung cấp một biểu diễn động tốt hơn

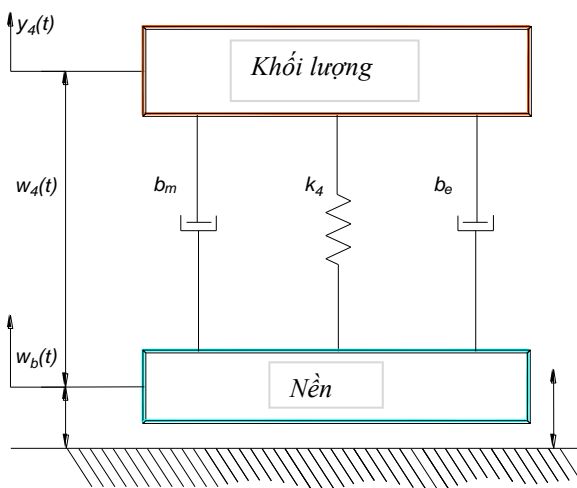
so với các giả thuyết tuyến tính trước đó. Do tính chất vi mô của hệ, biên độ kích động đóng vai trò quan trọng, ngay cả một sự thay đổi nhỏ có thể dẫn đến dao động đáng kể và sự thay đổi tần số. Gần đây Nayfeh và cộng sự [79], [80] trong những nghiên cứu đối với kết cấu dầm công xôn có khối lượng gắn bổ sung ở đầu dầm của bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện đã đánh giá tổng thể ảnh hưởng các tham số phi tuyến vật liệu, hình học. Hệ số áp điện phi tuyến ảnh hưởng đáng kể tới đặc tính đàn hồi cứng, mềm của bộ thiết bị thu thập, giá trị bậc hai và bậc bốn mô đun đàn hồi vật liệu áp điện ảnh hưởng đến điện áp thu được cũng như biên độ kích động ảnh hưởng đáng kể tới quan hệ biên độ - tần số. Những kết luận này của Nayfeh và cộng sự có cùng quan điểm với các nghiên cứu trước đó được công bố bởi cộng đồng các chuyên gia. Hosseini và cộng sự [81], đã nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số khác nhau bao gồm tỷ lệ độ dày và chiều rộng dầm cơ sở, chiều dài và vị trí lớp áp điện, hệ số áp điện đối với dao động cưỡng bức. Họ kết luận rằng vị trí của lớp áp điện gắn trên kết cấu dầm cơ sở có thể là một giải pháp hiệu quả để nâng cao hiệu suất thu thập năng lượng. Tính phi tuyến hình học đã được các nhà khoa học nghiên cứu nhằm mở rộng dải tần số làm việc bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện như được Hamid Moeenfard và cộng sự [82], Li và cộng sự [83] trình bày, họ đã đánh giá ảnh hưởng của khối lượng đầu kết cấu dầm công xôn tới hiệu quả thu thập năng lượng.

Nhìn chung khía cạnh phi tuyến tính hình học đối với kết cấu dầm cơ sở, kết cấu lớp áp điện gắn trên dầm là một chủ đề hấp dẫn, đã, đang và trong tương lai sẽ tiếp tục thu hút các chuyên gia, nhà khoa học trong lĩnh vực thu thập năng lượng nghiên cứu. Nhiều nhà nghiên cứu đều có sự đồng thuận đó là yếu tố phi tuyến hình học cho phép mở rộng dải tần số làm việc ở các vùng cộng hưởng, gần cộng hưởng qua đó cho phép tăng cường hiệu quả thu thập, khai thác và chuyển đổi năng lượng áp điện.

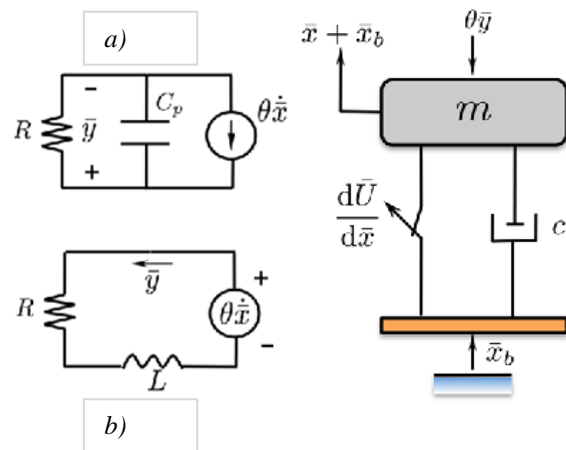
#### ***1.2.4. Mô hình của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện***

Thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện liên quan đến nhiều lĩnh vực như: Cơ học; Lý thuyết mạch điện; Vật liệu. Cơ chế cung cấp năng lượng cho những linh kiện điện tử nhỏ, các thiết bị vi cơ điện tử đã thu hút nhiều chuyên gia, nhà nghiên cứu từ các lĩnh vực kỹ thuật khác nhau như: Cơ học; Cơ khí; Điện; Khoa học vật liệu [23], [24], [25], [26], [29]-[33]

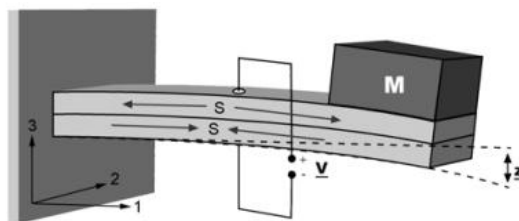
Để thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng từ dao động cơ học (rung động) sử dụng vật liệu áp điện, các chuyên gia, nhà nghiên cứu đã phát triển nhiều dạng kết cấu bộ thiết bị cho những ứng dụng khác nhau mà điển hình là kết cấu dầm công xôn, có khối lượng gia tốc gắn thêm ở đầu dầm hoặc không. Cùng với nghiên cứu thiết kế, chế tạo bộ thiết bị theo dạng kết cấu nêu trên, các chuyên gia, nhà khoa học cũng đã dành nhiều nỗ lực để đề xuất, phát triển, xây dựng mô hình toán học cho bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện, nhằm nghiên cứu những đặc tính của dạng kết cấu này. Một số mô hình nghiên cứu đã được đề xuất, áp dụng không chỉ để dự đoán, phân tích đáp ứng cơ điện của bộ thiết bị mà còn để tối ưu hóa trong các ứng dụng cụ thể. Một mô hình toán học mô tả bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện được đánh là toàn diện khi đơn giản nhất có thể, nhưng đủ tinh vi để nắm bắt các hiện tượng quan trọng, có thể đại diện và dự đoán các đáp ứng của hệ.



Hình 1. 6. Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do tuyến tính [49], [50]



Hình 1. 7. Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến [91], a) áp điện và tĩnh điện, b) điện từ và cảm ứng điện từ



Hình 1. 8. Mô hình dầm áp điện [94]

Các mô hình cơ điện cho kết cấu bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện (PEHs) bao gồm: Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do tuyến tính (Hình 1. 6) ; Phi tuyến (Hình 1. 7) ; Mô hình dầm áp điện (Hình 1. 8) (mô hình dầm trên cơ sở

lý thuyết dầm Euler Bernoulli, dầm Timoshenko khi áp dụng phương pháp giảm bậc Rayleigh- Ritz). Mỗi mô hình nghiên cứu đều có những ưu, nhược điểm riêng và dành cho những ứng dụng khác nhau trong thực tiễn.

Trong mô hình toán học ban đầu Roundy và cộng sự [49], duToit và cộng sự [50] đã sử dụng mô hình khối lượng tập trung tuyến tính một bậc tự do. Mô hình khối lượng tập trung là một cách tiếp cận mô hình thuận tiện vì miền điện đã bao gồm tham số gộp: Tự điện do điện dung bên trong (hoặc vốn có) của vật liệu áp điện và điện trở tải bên ngoài. Do đó, điều duy nhất cần thiết là mô tả được các tham số tổng hợp đại diện cho miền cơ học để các phương trình cân bằng cơ học và điện có thể được liên kết thông qua các quan hệ cấu tạo áp điện [45], [49], [50].

Trong số các mô hình được chuyên gia, nhà nghiên cứu phát triển gần đây cho hệ cơ điện thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện phi tuyến, một mô hình phổ biến là dựa trên bộ dao động Duffing [84]. Mann và Sims [84] đã nghiên cứu thiết kế, phân tích một bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện khi kết cấu của bộ thiết bị được đặt trong từ trường tạo ra một bộ thiết bị thu thập năng lượng có khả năng điều chỉnh gia tốc. Các phương trình liên kết mô tả hệ cơ điện được nhiều tác giả công bố, chỉ ra rằng hệ được thiết kế dạng bộ dao động Duffing dưới cả tải tĩnh và tải động. Triplett và Quinn [65], đã nghiên cứu, phân tích bằng cách sử dụng phân tích nhiễu loạn Poincare'-Lindstedt khi quan niệm mô hình của bộ thiết bị thu thập năng lượng bao gồm giảm chấn cơ học, độ cứng phi tuyến của bộ dao động Duffing. Daqaq và cộng sự [85] đã nghiên cứu các đáp ứng bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện kiểu Duffing dạng giếng đơn dưới kích động ồn trắng bằng cách mở rộng phép biến đổi Van Kampen đối với phương trình Fokker-Plank-Kolmogorov. Sebald và cộng sự [86] đã công bố nghiên cứu bằng xác minh thực nghiệm đối với mô tả tính phi tuyến kiểu Duffing, dưới kích động điều hòa, các tác giả cho biết đối với một dải kích động cụ thể, dải tần số của công suất đầu ra được nhân với hệ số 5.45. Ghouli và cộng sự [87], đã nghiên cứu một bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện có phương trình liên kết dạng bộ dao động Duffing chịu kích động điều hòa trong trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa, khi xét tới hiện tượng trễ, bằng cách sử dụng phương pháp nhiễu loạn hai bước. De Paula và cộng sự [88] đã đề cập đến ảnh hưởng của phi tuyến bộ dao động Duffing trong việc thu thập năng lượng từ kết cấu đàn hồi áp điện, khi chịu kích động

ngẫu nhiên. Các tác giả đã sử dụng giải pháp số, trình bày và so sánh giữa điện áp thu được của hệ tuyến tính, phi tuyến đối với dạng giếng đơn. Hệ dao động phi tuyến trong trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa cho phép thu được các chuyển vị có biên độ lớn ở các số nguyên của tần số cơ bản, từ đó mang lại tiềm năng để thu thập năng lượng. Zhang và cộng sự [89] đã thực hiện nghiên cứu bằng cách mô phỏng số bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện kiểu Duffing, trong trường hợp cộng hưởng siêu điều hòa, với việc xem xét hiện tượng trễ bằng cách sử dụng mô hình Bouc-Wen. Gần đây nhất, Yu Jia và cộng sự [90] đã tổng hợp và trình bày tám nguyên tắc, cơ chế thu thập năng lượng áp điện phi tuyến bộ dao động Duffing bao gồm (lò xo phi tuyến bậc cao hơn): Dạng giếng đơn; Dạng giếng đôi; Cộng hưởng tham số; Cộng hưởng ngẫu nhiên; Chuyển đổi tần số cơ học; Hiệu ứng dừng; Cơ chế tự điều chỉnh và cơ chế không dao động. Trong công trình này các tác giả đã trình bày các nguyên tắc cơ bản, những tiến bộ trong lĩnh vực thu thập năng lượng rung áp điện, những ưu, nhược điểm, cũng như thảo luận về tính phù hợp của môi trường dao động theo định hướng ứng dụng.

#### ***1.2.5. Các hiệu ứng phi tuyến***

Những bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng hoạt động trên nguyên tắc cộng hưởng tuyến tính không cho phép thu thập năng lượng ở những dải tần số rộng hoặc kích động có sự thay đổi tần số, đã có một số nghiên cứu nhằm cho phép điều chỉnh tần số, chẳng hạn như dạng kết cấu với kết cấu nhiều dầm công xôn, phương pháp điều chỉnh độ cứng thụ động và chủ động [28], [101]. Tuy nhiên, khi có những sai lệch giữa tần số kích động so với vùng cộng hưởng có thể dẫn đến giảm mạnh hiệu quả thu thập điện năng hữu ích. Để khắc phục nhược điểm đó trên các bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện, một số chuyên gia, nhà nghiên cứu đã đưa ra các chiến lược và kỹ thuật, chẳng hạn như: Kỹ thuật điều chỉnh tuyến tính [137]; Tuyến tính đa phương thức [138]; Phi tuyến [10], [16] dạng giếng đơn (monostable), dạng giếng đôi (bistable), dạng giếng ba (tristable) [18], [19], [20], [21], đa ổn định [139], [140]; Cộng hưởng ngẫu nhiên [141], [142] và nội cộng hưởng [143], [144]. Giải pháp được đánh giá là hiệu quả hơn để cải thiện hơn nữa khả năng mở rộng dải tần số cộng hưởng đó là mô tả đầy đủ tính phi tuyến bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng bởi các tham số phi tuyến.

Trong điều kiện kích động nền điều hòa, bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến được chứng minh là có khả năng mở rộng dải tần số gần vùng cộng hưởng. Các đáp ứng hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện được mô tả bởi bộ dao động Duffing trong trường hợp cộng hưởng chính (primary resonance), cộng hưởng sơ cấp (sub and super-harmonic resonance) là *các hiệu ứng phi tuyến cơ học tại các vùng cộng hưởng* đã được các chuyên gia, nhà khoa học nghiên cứu và công bố công trình trên các tạp chí uy tín như: Friswell và cộng sự [92], Daqaq và cộng sự [93], Harne và Wang [98]. Tuy nhiên theo hiểu biết tốt nhất của người học, chưa có báo cáo nghiên cứu tổng thể, phân tích, xác định đáp ứng cũng như hiệu suất thu thập, chuyển đổi năng lượng trong những hiệu ứng phi tuyến nói trên, khi xét với cùng điều kiện kích động nền tuần hoàn, đối với hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện phi tuyến.

#### ***1.2.6. Phương pháp lý thuyết trong nghiên cứu, phân tích bộ thiết bị, mô hình thu thập năng lượng áp điện***

Trong những năm qua, nhiều phương pháp giải tích gần đúng như phương pháp nhiễu độ đo [84], [92], [104], [105], phương pháp cân bằng điều hòa [97], [106]- [111] đã được nhiều chuyên gia phát triển trong phân tích hệ động lực phi tuyến của bộ thiết bị thu thập năng lượng. Mann và cộng sự [84] đã nghiên cứu thiết kế và phân tích một bộ thiết bị thu thập năng lượng mới sử dụng hiệu ứng từ trường để tạo ra một bộ dao động với tần số cộng hưởng có thể điều chỉnh được. Phương trình liên kết mô tả hệ cơ điện cho thấy hệ được thiết kế dạng bộ dao động Duffing dưới cả tải tĩnh và tải động. Các tác giả đã sử dụng phương pháp nhiễu độ đo để xác định quan hệ biên độ-tần số và rút ra kết luận: Hiện tượng phi tuyến có thể được sử dụng nhằm cải thiện hiệu quả bộ thiết bị thu thập năng lượng. Năm 2015, Chen và cộng sự [104] đã đề xuất thiết bị điện từ phi tuyến như một nguyên mẫu bộ thiết bị thu thập năng lượng cộng hưởng bên trong. Từ các phương trình liên kết cơ điện, phương pháp nhiễu độ đo được các tác giả sử dụng để thiết lập mối quan hệ đáp ứng biên độ-tần số trong cộng hưởng (1: 2). Các phương trình liên kết cơ điện được khảo sát số dưới kích động nền điều hòa và bốn dạng kích động ngẫu nhiên (ồn trắng Gaussian, ồn màu dải hẹp, ồn màu được xác định bởi bộ lọc bậc hai và ồn trắng tương quan theo cấp số nhân).



Stanton và cộng sự [97] trong nghiên cứu công bố năm 2012, áp dụng phương pháp cân bằng điều hòa để phân tích và đánh giá ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng hệ dạng giếng đôi. Phương pháp cân bằng điều hòa cho phép xác định các đáp ứng của bộ thiết bị thu thập năng lượng với một loạt tần số và tham số khác nhau. Harne và cộng sự [98] đã sử dụng phương pháp cân bằng điều hòa để xác định biểu thức của các đáp ứng điện động lực học áp dụng cho một số dạng cấu hình bộ thu thập năng lượng áp điện và điện từ. Các kết quả phân tích minh chứng hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa chi phối các đặc điểm quang phổ, có khả năng mang lại hiệu quả lớn trong thu thập năng lượng.

Cuong Hung Nguyen và cộng sự [106] đã sử dụng phương pháp cân bằng điều hòa bậc nhất để xác định biểu thức của các đáp ứng và phân tích bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến. Những phân tích bao gồm quá trình chuyển đổi cơ điện được đơn giản hóa thành tuyến tính, do đó giả thuyết hiệu ứng phi tuyến cơ học lớn hơn các hiệu ứng tĩnh điện. Họ kết luận thông qua kết quả thu được bởi phương pháp cân bằng điều hòa hiệu ứng phi tuyến cơ học là một giải pháp ổn định hệ tuân theo các mô phỏng miền thời gian mô hình khối lượng tập trung, tuy nhiên có hai điểm lưu ý. Đầu tiên là việc bỏ qua các kích động điều hòa bậc cao hơn trong tính toán của phương pháp cân bằng điều hòa dẫn đến việc đánh giá quá cao bước nhảy tần số. Thứ hai là mô phỏng miền thời gian của các lần quét không đại diện cho hành vi ở trạng thái ổn định. Hơn nữa, bằng cách so sánh giữa bước nhảy của tần số trong mô hình có bộ lò xo kiểu Duffing và mô hình có lực đàn hồi phi tuyến đa thức bậc bảy, cùng độ cứng bậc ba, họ kết luận rằng độ cứng phi tuyến bậc cao hơn ảnh hưởng đến đáp ứng của bộ thiết bị thu thập năng lượng. Trong trường hợp này, hệ số phi tuyến mô tả yếu tố phi tuyến cơ học có lợi trong việc mở rộng dải tần số bộ thiết bị thu thập trong khi vẫn giữ biên độ tối đa xấp xỉ nhau.

Trong một nghiên cứu được thực hiện và công bố bởi Wang và cộng sự [108], phương pháp cân bằng điều hòa gia lượng điều chỉnh được sử dụng, trong đó hệ số Fourier của phần dư trong phương trình đại số phi tuyến được tính gần đúng bằng phép biến đổi Fourier và ma trận Jacobian của phương trình đại số phi tuyến được tính gần đúng bằng phương pháp Broyden. Phương pháp cân bằng điều hòa gia lượng điều chỉnh lần đầu tiên được áp dụng để xác định các đáp ứng của hệ cơ điện bộ thiết bị thu

thập năng lượng áp điện kiểu Duffing, các đáp ứng thu được từ phương pháp cân bằng điều hòa gia lượng điều chỉnh hoàn toàn phù hợp với kết quả mô phỏng số sử dụng phương pháp Runge-Kutta. Thời gian tính toán cho phương pháp cân bằng gia lượng điều chỉnh gần như ít hơn hai bậc so với phương pháp cân bằng điều hòa gia lượng ban đầu.

Phương pháp cân bằng điều hòa, phương pháp nhiều độ đo đã được áp dụng rộng rãi để xác định các đáp ứng của bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến. Tuy nhiên, số ít những công trình xem xét độ chính xác tương đối của hai phương pháp trong mô tả đáp ứng bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến. Một nghiên cứu lý thuyết được Lihua Tang và cộng sự [110] thực hiện để xác định hiệu suất thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng và động lực phi tuyến bộ thu thập năng lượng hai bậc tự do bằng các phương pháp phân tích gần đúng khác nhau. Với kích động nền là điều hòa, đáp ứng tần số, điện áp đầu ra được xác định bằng cả phương pháp nhiều độ đo và phương pháp cân bằng điều hòa, sau đó kết quả được xác minh bằng các thí nghiệm và mô phỏng mạch tương đương. Sự cần thiết trong việc xét đến thành phần điều hòa bậc 0 của phương pháp cân bằng điều hòa đã được nghiên cứu và thảo luận. Họ kết luận phương pháp cân bằng điều hòa không có thành phần này và phương pháp nhiều độ đo không thể dự đoán chính xác hành vi động phi tuyến, dải tần số hoạt động của bộ thiết bị thu thập năng lượng rung động được mở rộng do hiện tượng nội cộng hưởng (2: 1).

Wei Wang và cộng sự [111] năm 2018 đã khảo sát đáp ứng bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến dạng giếng đơn nhằm cung cấp những đánh giá về độ chính xác trong phân tích của phương pháp cân bằng điều hòa và phương pháp nhiều độ đo. Hàm đáp ứng tần số của chuyển vị và điện áp trong bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến dạng giếng đơn được đưa ra bởi cả hai phương pháp. Các tham số ổn định hệ cơ điện xác định từ các phép đo thực nghiệm để khảo sát nhằm kiểm chứng kết quả của giải pháp lý thuyết từ hai phương pháp. Họ kết luận rằng phương pháp cân bằng điều hòa chính xác hơn để mô tả đáp ứng tần số dưới các mức gia tốc khác nhau, cũng như đáp ứng biên độ đối với các tần số kích động khác nhau. Trong khi đối với phương pháp nhiều độ đo, điều quan trọng là phải chọn tham số thích hợp.

Đối với các hệ cơ điện thu thập năng lượng dạng giếng ba (tri-stable) có nhiều số hạng phi tuyến hơn và động lực học phi tuyến phức tạp, Zhou [99] và Panyam [100] đã sử dụng kết hợp hai kỹ thuật đó là phương pháp cân bằng điều hòa và phương pháp

nhiều loạn để thu được các đáp ứng. Họ phát hiện ra các bộ thiết bị thu thập năng lượng dạng giếng ba (tri-stable) có dải tần số làm việc rộng với nhiều giải pháp mở rộng khi kích động nên được mô tả là hàm điều hòa. Những đặc điểm của đáp ứng khi chịu nguồn kích động là nhiễu trong bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến đã được Cao và cộng sự nghiên cứu [101] thông qua quỹ đạo của góc lệch pha, đáp ứng phổ. Đáp ứng hệ thu thập năng lượng dưới kích động hỗn độn đã được khảo sát thông qua phương pháp lý thuyết Melnikov, được các chuyên gia, nhà nghiên cứu công bố trong tài liệu [102], [103].

Phương pháp trung bình được phát triển để xác định nghiệm gần đúng của bộ dao động phi tuyến dưới kích động nền điều hòa được nghiên cứu bởi Xu và Cheung [130], Roy [131]. Chen và cộng sự [132] áp dụng phương pháp trung bình để phân tích ranh giới ổn định của các dầm đàn hồi có gia tốc dọc trục. Yang và cộng sự [133] nghiên cứu tính ổn định động của một dầm biến dạng có gia tốc theo mô hình Timoshenko trên giá đỡ đơn giản bằng cách sử dụng phương pháp trung bình. Kovacic và Zukovic [134] nghiên cứu đáp ứng hệ với hệ số phi tuyến dạng lũy thừa và hệ số giảm chấn dạng đạo hàm phân số. Gu và Zhu [135] đã đề xuất một quy trình tính sử dụng phương pháp trung bình ngẫu nhiên để dự đoán các đáp ứng của hệ khi chịu các kích động ngẫu nhiên. Gần đây, phương pháp trung bình ngẫu nhiên được đề xuất bởi Jiang và Chen [136] được áp dụng cho bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện phi tuyến dưới kích động ồn trắng. Tuy nhiên, trong nghiên cứu trên ảnh hưởng của hệ số phi tuyến lập phương đã bị mất, không thể hiện trong biểu thức giải tích thu được.

Phân tích động lực học phi tuyến có thể là một công cụ để xác định các đặc tính của bộ thiết bị thu thập, chuyển đổi năng lượng áp điện. Phân tích toán học của hệ này như một công cụ để thiết kế hoặc giải thích các thí nghiệm yêu cầu giải pháp phân tích cho các phương trình vi phân phi tuyến. Hầu hết các công trình sử dụng lực đàn hồi phi tuyến bậc ba (mô hình Duffing) để mô hình một cách định tính các đối tượng phi tuyến trong một thiết bị thu thập năng lượng. Tuy nhiên, dưới các rung động lớn, các dải sóng cao hơn có thể cần thiết để đảm bảo độ chính xác và cần được xem xét. Ngoài ra, cần tính đến sự truyền tải cơ - điện. Từ những nét chính về những giải pháp gần đúng được trình bày ở trên, có thể thấy phương pháp nhiều độ đo cần đưa tham số bé vào biến độc lập và biến phụ thuộc, cách triển khai phương pháp đơn giản tuy nhiên

quá trình tính toán có khối lượng tính toán cồng kềnh, phức tạp. Phương pháp cân bằng điều hòa dễ thực hiện tuy nhiên khối lượng tính toán cồng kềnh do số phương trình đại số lớn do đó làm tốc độ tính toán chậm, với hệ phi tuyến mạnh dẫn tốc độ hội tụ của phương pháp chậm dần có thể đến sai số lớn.

Trong số các phương pháp phân tích, phương pháp trung bình là một trong những kỹ thuật hiệu quả và mạnh mẽ phân tích các hiện tượng phi tuyến trong hệ động lực. Mặc dù phương pháp trung bình đã được sử dụng từ lâu trong cơ học, phương pháp này đã được giới thiệu rộng rãi trong các công trình nghiên cứu cơ bản của Bogoliubov [112], [113] và nhiều sách chuyên khảo của Bogoliubov và Mitropolsky [114], Mitropolsky [115], [116]. Phương pháp trung bình được phát triển thêm trong các cuốn sách của Sanders và cộng sự [117] và Burd [118], với nhiều khía cạnh trong hệ động lực phi tuyến và phương trình vi phân.

Những nghiên cứu cũng như đối tượng áp dụng của phương pháp trung bình rất rộng và đa dạng [119]. Ưu điểm đáng kể của phương pháp trung bình là có thể áp dụng được cho cả hệ tuần hoàn và hệ phi tuyến mạnh chịu kích động xác định hoặc ngẫu nhiên. Bên cạnh đó, phương pháp trung bình còn có một số ưu điểm khác. Phương pháp này có thể được áp dụng để nghiên cứu đáp ứng, độ ổn định và độ tin cậy của hệ, tính phi tuyến nội tại của hệ ban đầu được giữ lại. Theo hiểu biết tốt nhất của nghiên cứu sinh, chưa có phần mở rộng của phương pháp này để xác định các đáp ứng của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giằng đơn, chịu kích động nền điều hòa.

### ***1.2.7. Ứng dụng của thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện***

Thu thập năng lượng cơ sinh học là một giải pháp thay thế quan trọng điện năng do Pin cung cấp cho các thiết bị vi cơ điện tử sử dụng trong lĩnh vực y tế. Sạc bên trong các thiết bị y tế cấy, gắn trên cơ thể con người (IMD's) là một ứng dụng sinh học quan trọng khác của bộ thiết bị thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng áp điện. Việc kéo dài tuổi thọ làm việc của IMD's và giảm thiểu kích thước của chúng đã trở thành một thách thức chính đối với sự phát triển của chính nó. Đối với các thiết bị như vậy, năng lượng từ chuyển động của cơ thể, co-giãn cơ, chuyển động của tim, phổi và tuần hoàn máu được sử dụng để cung cấp năng lượng cho các thiết bị y tế [120]. Ngoài các vấn đề về tính

tương thích sinh học, những thách thức chính trong việc phát triển các bộ thiết bị thu thập năng lượng này còn nằm ở khâu chế tạo một thiết bị cho phép thu được nhiều năng lượng nhất có thể mà ít can thiệp vào chức năng tự nhiên của cơ thể. Ngoài ra, lý tưởng nhất là thiết bị không làm tăng tổng năng lượng mà một người cần để thực hiện các hoạt động hàng ngày. Đặc biệt đối với IMD's, tuổi thọ và công suất đầu ra của bộ thiết bị thu thập năng lượng có tầm quan trọng hàng đầu. Pillai và Deenadayalan [121] đã công bố một nghiên cứu tổng quan về phương pháp thu thập năng lượng từ âm thanh, sử dụng vật liệu áp điện như một công nghệ đầy triển vọng. Hiệu suất của bộ thiết bị thu thập năng lượng dao động dựa trên điện từ và vật liệu áp điện để sản xuất điện từ các cây cầu đã được Khan và Ahmad nghiên cứu [122]. Al-Yafeai và cộng sự [123], đã xem xét các phương pháp để chuyển đổi năng lượng tiêu tán trong bộ giảm chấn ô tô thành điện năng, cùng với việc thảo luận về các mô hình và thiết lập thử nghiệm tương ứng. Nhược điểm của bộ tạo áp so với các phương pháp khác là khớp nối kém, trở kháng đầu ra cao, rò rỉ điện tích và dòng điện đầu ra thấp. Tuy nhiên, ưu điểm là kết cấu đơn giản, không cần nguồn điện áp bên ngoài và ràng buộc cơ học, khả năng tương thích với thiết bị dựa trên MEMS, điện áp đầu ra cao và có dải tần số rộng. Họ cho rằng, nghiên cứu thu thập năng lượng từ mô hình ô tô hoàn chỉnh có thể được giải quyết trong những nghiên cứu tương lai.

Ở trong nước, những năm gần đây, kết cấu sử dụng vật liệu áp điện đã được quan tâm nghiên cứu tại Viện Hàn Lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam (VHLKH&CNVN), Đại học Bách khoa Hà Nội (ĐH BKHN); Đại học Xây dựng Hà Nội (ĐH XDHN); Đại học Quốc Gia Hà Nội (ĐHQGHN) và Đại học Kiến Trúc TP Hồ Chí Minh. Ở VHLKH&CNVN nghiên cứu sinh Lưu Quý Hường đã bảo vệ thành công Luận án Tiến sĩ dưới sự hướng dẫn của GS.TSKH Nguyễn Tiến Khiêm, và TS Trần Thanh Hải, về chủ đề sử dụng vật liệu áp điện cho kết cấu với mục đích để chẩn đoán khuyết tật hư hỏng trong kết cấu [146], [147], GS.TSKH Nguyễn Tiến Khiêm và cộng sự đã nghiên cứu ảnh hưởng của miêng vá áp điện đến tần số riêng của dầm FGM, chỉ ra sự phụ thuộc của tần số riêng dầm FGM vào vị trí và kích thước của miêng áp điện. Ở ĐHBKHN và ĐHXDHN dưới sự hướng dẫn của GS. Trần Ích Thịnh và GS. Trần Minh Tú, nhóm nghiên cứu đã đạt được một số kết quả trong việc phân tích tĩnh, động của tấm composite với các lớp áp điện [148], [149]. Các chuyên gia ở ĐHQGHN thì quan tâm nghiên cứu bài toán dao động và ổn định của tấm, vỏ FGM và lớp áp điện

[150]. Trong các nghiên cứu, các tác giả sử dụng chủ yếu là phương pháp giải tích gần đúng để nghiên cứu ảnh hưởng của nhiệt độ, nền đàn hồi hay sự không hoàn hảo về hình học. TS Nguyễn Văn Hiếu cùng cộng sự ở Đại học Kiến trúc TP Hồ Chí Minh chủ yếu là phát triển các phương pháp mô phỏng số kết cấu áp điện dựa trên các biến thể của phương pháp phần tử hữu hạn [151]. Sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn Ở Học viện Kỹ thuật Quân sự do GS.TS Nguyễn Thái Chung chủ trì, cùng cộng sự đã nghiên cứu thiết lập thuật toán và chương trình tính phân tích phi tuyến động lực học và ổn định của tấm, vỏ trụ thoải composite áp điện bằng phương pháp phần tử hữu hạn [154]. Các nghiên cứu ở Việt Nam hầu như chưa quan tâm đến sản lượng, cũng như hiệu suất thu thập năng lượng áp điện.

### 1.3. Đặt vấn đề nghiên cứu

Sau khi tìm hiểu, nghiên cứu các tài liệu đã tổng quan ở trên, luận án rút ra một số nhận xét sau:

- 1) Thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng từ môi trường xung quanh là một lĩnh vực khoa học và kỹ thuật không mới nhưng nhiều tiềm năng, mang tính cách mạng và thời sự, trong đó thu thập năng lượng rung động từ môi trường với kết cấu đảm công xôn sử dụng cơ chế của vật liệu áp điện chiếm đa số trong các nghiên cứu đã được công bố. Theo đó, hầu hết những nghiên cứu gần đây tập trung vào bốn hướng hướng chính bao gồm: *Phát triển công nghệ chế tạo cơ chế sử dụng vật liệu áp điện thông minh; Phát triển kết cấu, mô hình bộ thiết bị thu thập năng lượng; Phát triển mô hình nghiên cứu; Phát triển phương pháp*. Phát triển phương pháp lý thuyết trong nghiên cứu cơ học về thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện là một chủ đề cần được quan tâm nghiên cứu.
- 2) Trong những nghiên cứu trước đây đã công bố, phần lớn nhiều công trình tập trung vào phát triển bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng tuyến tính. Tuy nhiên, hạn chế lớn trong thu thập năng lượng áp điện tuyến tính đó là bộ thiết bị chỉ đạt được hiệu quả tốt trong vùng lân cận của cộng hưởng tuyến tính ( khi tần số kích động gần với tần số tự nhiên), bất kỳ sai lệch nào giữa tần số tự nhiên và tần số kích động sẽ làm giảm tổng điện năng thu được. Do đó, một hướng nghiên cứu nhằm mở rộng dải tần số làm việc và cải thiện năng lượng điện hữu ích được

chuyển đổi, đó là nghiên cứu hệ thu thập năng lượng áp điện phi tuyến. Cụ thể, hệ cơ điện phi tuyến của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện trong điều kiện thích hợp có những ưu điểm nổi trội hơn so với hệ cơ điện tuyến tính trên ba khía cạnh đó là: (1)-*Tổng năng lượng được chuyển đổi;*(2)-*Phổ tần số dao động rộng hơn (rộng hơn nhiều so với tuyến tính, tức dải tần số làm việc của bộ thiết bị lớn) và (3)-Có dải tần số làm việc rộng, phù hợp với tần số có sẵn của môi trường xung quanh.*

- 3) Dao động là nguồn năng lượng đầu vào được sử dụng phổ biến nhất trong thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng sử dụng vật liệu áp điện.

Tóm lại, theo hiểu biết của tác giả, phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, chịu kích động nền điều hòa để xác định các đáp ứng của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện vẫn còn là vấn đề chưa được công bố và đây là vấn đề đặt ra trong luận án này. Cụ thể, vấn đề đặt ra trong luận án là phát triển phương pháp trung bình để tính toán, xác định các biểu thức giải tích của đáp ứng cơ điện bao gồm chuyển vị, điện áp, công suất đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra và hiệu suất hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing của bộ thiết bị thu thập năng lượng;

Với những lý do nêu trên, luận án này đặt vấn đề phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, chịu kích động nền điều hòa, để từ đó xác định các đáp ứng, hiệu suất hệ cơ điện đang xét.

***Nội dung nghiên cứu*** chính trong luận án này:

*Một là*, thiết lập hệ phương trình vi phân mô tả bộ thiết bị thu thập năng lượng với kết cấu dầm công xôn chịu kích động nền điều hòa, dầm gắn lớp áp điện trên toàn bộ mặt trên và dưới, dầm công xôn không có khối lượng gắn thêm ở đầu tự do, dầm nghiên cứu có tiết diện chữ nhật, trên cơ sở lý thuyết dầm Euler–Bernoulli, xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng (phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng – biến dạng tương đối bậc cao). Từ đó, luận án mô hình hóa kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, chịu kích động nền điều hòa ( Chương 2);

*Hai là*, phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, từ đó áp dụng đối với hệ dạng giếng đơn (hệ cơ điện nghiên cứu) trong các hiệu ứng liên quan đến hiện tượng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính (primary resonance), thứ cấp (bao gồm: cộng hưởng thứ điều hòa và siêu điều hòa - sub and super harmonic resonance) và hệ tuyến tính dùng để so sánh với hệ phi tuyến tương ứng, các biểu thức giải tích quan hệ biên độ-tần số, các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học, năng lượng điện hữu ích và hiệu suất thu thập năng lượng áp điện được xác định (Chương 3);

*Ba là*, sử dụng các cấu trúc lệnh của phương pháp số trong chương trình Matlab để kiểm chứng kết quả của phương pháp giải tích luận án đã phát triển, đồng thời khảo sát, đánh giá ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện của hệ cơ điện nghiên cứu trong các hiệu ứng liên quan đến hiện tượng cộng hưởng bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và tuyến tính tương ứng (Chương 4);

### **Kết luận chương 1**

Chương 1, Luận án đã trình bày khái quát về những nội dung liên quan đến thu thập khai thác năng lượng áp điện. Các dạng kết cấu, kết cấu điển hình bộ thiết bị thu thập, khai thác chuyển đổi năng lượng áp điện đã được sử dụng nghiên cứu trong hai thập niên gần nhất, phương trình liên kết cơ điện hệ tuyến tính, phi tuyến được Nghiên cứu sinh trình bày. *Tiếp theo*, Tác giả luận án trình bày các mô hình và phương pháp xác định các đáp ứng cơ điện bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện phi tuyến. Xu hướng phát triển trong tương lai, mô hình và mục tiêu nghiên cứu được tác giả giới thiệu, trình bày. *Sau đó*, đặt vấn đề nghiên cứu, nội dung và trọng tâm nghiên cứu được Nghiên cứu sinh trình bày.



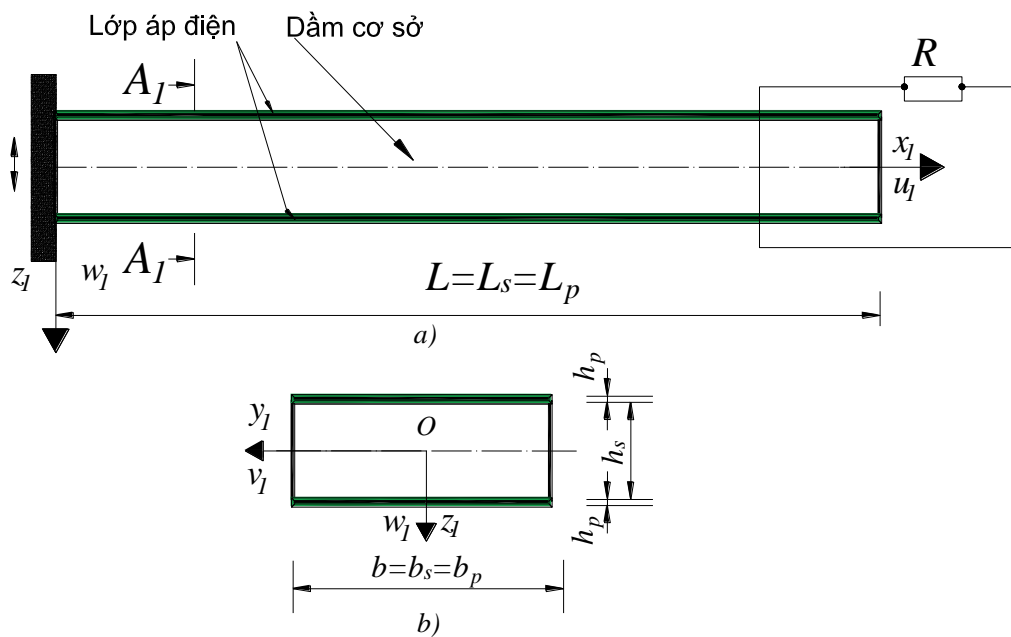
## Chương 2. XÂY DỰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH LIÊN KẾT CƠ ĐIỆN CỦA KẾT CẤU DÀM CÔNG XÔN PHI TUYẾN GẮN LỚP ÁP ĐIỆN

Chương này Luận án nghiên cứu quan hệ ứng suất – biến dạng của dầm công xôn áp điện (dầm áp điện) chịu kích động điều hòa với các lớp áp điện gắn trên toàn bộ mặt trên và mặt dưới của dầm cơ sở, ứng xử vật lý giữa chúng. *Đầu tiên*, Luận án trình bày nội dung xây dựng phương trình dao động uốn của dầm áp điện khi xét tính chất phi tuyến hình học và phương trình đáp ứng cơ điện. *Tiếp theo*, Tác giả Luận án trình bày những nội dung về mô hình hóa kết cấu bộ thiết bị nghiên cứu.

### 2.1. Thiết lập hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện khi kể đến tính phi tuyến hình học

#### 2.1.1. Thiết lập phương trình dao động uốn của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện khi kể đến tính phi tuyến hình học dầm cơ sở

Xét bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng với kết cấu là dầm công xôn được gắn hai lớp áp điện rất mỏng, có trục tọa độ địa phương  $Ox_1y_1z_1$  và được mô tả như trên *Hình 2. 1*, có mặt cắt ngang  $A_I - A_I$  (*Hình 2. 1. b*). Dầm bị uốn theo phương trục  $z_1$ , bỏ qua dao động dọc trục.



*Hình 2. 1.* Kết cấu dầm áp điện (kết cấu dầm áp điện nghiên cứu)

Lớp áp điện rất mỏng được gắn trên toàn bộ mặt trên và mặt dưới của dầm cơ sở, hai điện cực phẳng phủ kín trên bề mặt lớp áp điện có chiều dày không đáng kể, dẫn điện hoàn hảo và nối với điện trở ngoài ( $R$ ). Kết cấu dầm gắn lớp áp điện có một đầu ngàm và một đầu tự do, tại mặt cắt lân cận đầu ngàm kết cấu dầm chịu kích động điều hòa. Kết cấu dầm cơ sở tuân theo mô hình Euler-Bernoulli, trong đó  $L_s, L_p$  lần lượt là chiều dài của dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm, chiều rộng dầm cơ sở ( $b_s$ ) bằng chiều rộng lớp áp điện ( $b_p$ ), chiều dày dầm cơ sở ( $h_s$ ) và chiều dày lớp áp điện ( $h_p$ ). Luận án sử dụng một số giả thiết sau:

- Vật liệu dầm cơ sở và lớp áp điện piezo là đồng nhất, đẳng hướng. Ở trạng thái chưa biến dạng, trục trung hòa của dầm gắn lớp áp điện trùng với trục  $x_1$  của hệ tọa độ vuông góc  $Ox_1y_1z_1$ , trục trung hòa của dầm nằm trên mặt trung bình.
- Chiều dày của dầm cơ sở nhỏ so với chiều dài ( $b \ll L$ ), chiều dày của lớp áp điện rất nhỏ so với chiều dày của dầm cơ sở của ( $h_p \ll h_s$ ). Mặt cắt ngang dầm ban đầu phẳng và vuông góc với trục trung hòa của dầm, sau biến dạng vẫn phẳng và vuông góc với trục dầm (giả thiết về mặt cắt ngang, giả thiết Bernoulli).
- Liên kết giữa các lớp áp điện và bề mặt dầm là bám dính tuyệt đối.

Theo lý thuyết dầm Euler-Bernoulli [125], trường chuyển vị xác định bởi:

$$\begin{cases} u_1 = -z_1 \frac{\partial w_0}{\partial x_1} \\ v_1 = 0 \\ w_1 = w_0(x_1) \end{cases} \quad (2.1)$$

trong đó  $(u_1, v_1, w_1)$  là các chuyển vị theo các phương  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $w_0$  là độ võng tại một điểm bất kỳ trên trục trung hòa và  $z_1$  là khoảng cách từ điểm đang xét đến trục trung hòa. Chuyển vị theo phương  $y_1$  của các điểm trên trục trung hòa bằng 0 ( $v_1 = 0$ ). Do đó, biến dạng dài theo phương  $x_1$  của các điểm trên trục trung hòa:

$$\varepsilon_{x_0} = \frac{1}{2} \lambda_{x_1 x_1} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \quad (2.2)$$

Theo Reddy [124], Đào Huy Bích [157] biến dạng dài của điểm cách trục trung hòa

một đoạn  $z_1 \neq 0$  (trục đối xứng hình học của dầm gắn lớp áp điện)-Một dạng suy biến của biến dạng Green do chuyển vị theo phương trục  $x_1$ , có dạng:

$$\varepsilon_{x-s}(x_1, z_1, t) = \varepsilon_{x0}(x_1, t) - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \quad (2.3)$$

Theo Reddy [124] và Nayfeh [125], quan hệ phi tuyến giữa biến dạng - chuyển vị tại điểm xét đến trục trung hòa ( $z_1 \neq 0$ ), với dầm cơ sở gắn lớp áp điện (xét đến quan hệ

phi tuyến của chuyển vị và biến dạng khi kể đến vô cùng bé bậc cao  $\left(\frac{\partial w_1}{\partial x_1}\right)^2$  - xét đến quan hệ phi tuyến Von Karman của chuyển vị và biến dạng-Nguyễn Đình Kiên [153]):

$$\varepsilon_{x-s} = \varepsilon_{x0} - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x_1}\right)^2 - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \quad (2.4)$$

Theo Erturk và Inman [47], [94], với lớp áp điện mỏng gắn trên dầm:

$$\varepsilon_{x-p} = \varepsilon_{x-s} \quad (2.5)$$

Với kết cấu dầm cơ sở, ứng suất pháp - biến dạng, được xác định bởi:

$$\sigma_x = E_s \varepsilon_{x-s} \quad (2.6)$$

Theo Erturk và Inman [47], [94], với lớp áp điện gắn trên dầm cơ sở, quan hệ giữa ứng suất, dịch chuyển điện với biến dạng và điện trường [81], lần lượt là:

$$\begin{aligned} \sigma_{x-p} &= E_p \varepsilon_{x-p} - e_{31} E_3 \\ D_p &= e_{31} \varepsilon_{x-p} + \varepsilon_{33} E_3; \end{aligned} \quad (2.7)$$

với  $\sigma_x; \sigma_{x-p}$  là ứng suất dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm;  $\varepsilon_{x-s}; \varepsilon_{x-p}$  là biến dạng dài dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm;  $E_s; E_p$  là mô đun đàn hồi Young dầm cơ sở và lớp áp điện ( $N/m^2$ );  $e_{31}$  là hằng số hằng số ứng suất áp điện;  $\varepsilon_{33}$  là hằng số biến dạng áp điện và  $E_3$  là điện trường;  $D_p$  là độ dịch chuyển điện.

Biểu thức (2.7), chỉ ra quan hệ ứng xử giữa các đặc trưng cơ học và đặc trưng điện của lớp vật liệu áp điện gắn trên dầm cơ sở. Phương trình đầu tiên của biểu thức (2.7) cho thấy một phần của biến dạng cơ học tác dụng lên bề mặt vật liệu được

chuyển thành điện trường trong lớp áp điện. Phương trình thứ hai của (2.7) chỉ rõ một phần điện trường tác dụng lên bề mặt lớp vật liệu áp điện chuyển thành ứng suất cơ học. Khi xảy ra trường hợp không có điện trường (tức  $E_3 = 0$ ), thì phương trình thứ nhất của biểu thức (2.7) trở thành  $\sigma_{x-p} = E_p \varepsilon_{x-p}$  (biểu thức định luật Hooke). Tương tự như vậy, trong trường hợp không có ứng suất cơ học, phương trình thứ hai khi đó là  $D_p = \varepsilon_{33} E_3$  - mô tả đặc trưng điện của vật liệu áp điện.

Lưu ý: điện cực bề mặt lớp vật liệu áp điện trên và dưới là ngược dấu (do phân cực đối diện nhau) để các điện trường tức thời cùng hướng, hai lớp vật liệu áp điện của trường hợp hai lớp này ghép nối tiếp về mặt điện.

Theo Erturk và Inman [47], [94], với dầm công xôn có hai lớp áp điện, xét trường hợp điện trường chỉ theo một hướng chiều dày, khi đó điện trường  $E_3$  phân bố đều theo chiều dày của vật liệu áp điện và độ dịch chuyển điện  $D_p$  đồng đều trên bề mặt, quan hệ điện trường  $E_3$  và điện áp  $v_p$  đầu ra khi ghép nối tiếp hai lớp áp điện trên dầm, xác định bởi:

$$E_3 = -\frac{v_p}{2h_p} \quad (2.8)$$

Theo Erturk và Inman [94], thế năng biến dạng trên một đơn vị thể tích dầm cơ sở:

$$\bar{W}_s = \frac{1}{2} E_s \varepsilon_{x-s}^2; \quad (2.9)$$

Từ các biểu thức (2.5), (2.7) thế năng biến dạng trên một đơn vị thể tích của lớp áp điện [47], [81], [94], được xác định bởi:

$$\bar{W}_p = \frac{1}{2} (\sigma_p \varepsilon_{x-p} - E_3 D_p) = \frac{1}{2} E_p \varepsilon_{x-p}^2 + e_{31} \varepsilon_{x-p} \frac{v_p(t)}{2h_p} - \frac{1}{8} E_p \frac{v_p^2(t)}{h_p^2} \quad (2.10)$$

Theo Erturk và Inman [47], [94], tổng thế năng biến dạng một đơn vị thể tích của dầm gắn lớp áp điện bao gồm:

$$\bar{W} = \frac{1}{2} E_s \varepsilon_{x-s}^2 + 2 \left( \frac{1}{2} E_p \varepsilon_{x-p}^2 + e_{31} \varepsilon_{x-p} \frac{v_p}{2h_p} - E_p \frac{v_p^2}{8h_p^2} \right) \quad (2.11)$$

Theo Erturk và Inman [47], [94], tích phân biểu thức (2.11) trên toàn bộ mặt cắt ngang của dầm, thu được thế năng biến dạng trên mặt cắt ngang, như được biểu diễn bởi biểu

thức (2.12):

$$W = \frac{1}{2} E_s \iint_{A-s} \varepsilon_{x-s}^2 dy_1 dz_1 + 2 \left( \frac{1}{2} E_p \iint_{A-p} \varepsilon_{x-p}^2 dy_1 dz_1 + \iint_{A-p} \varepsilon_{x-p} \frac{v_p(t)}{2h_p} dy_1 dz_1 - \frac{1}{8} \iint_{A-p} E_p \frac{v_p^2(t)}{h_p^2} dy_1 dz_1 \right) \quad (2.12)$$

Từ các biểu thức (2.4) và (2.5), thu được:

$$\varepsilon_{x-s}^2 = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 + z_1^2 \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 = \varepsilon_{x-p}^2 \quad (2.13)$$

Từ các biểu thức (2.13) và từ (2.11), (2.12), thu được :

$$W = \frac{1}{2} E_s \iint_{A-s} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 dy_1 dz_1 - \frac{1}{2} E_s \iint_{A-s} z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 dy_1 dz_1 + \frac{1}{2} E_s \iint_{A-s} z_1^2 \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 dy_1 dz_1 + 2 \left( \frac{1}{2} E_p \iint_{A-s} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 dy_1 dz_1 - \frac{1}{2} E_p \iint_{A-s} z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 dy_1 dz_1 + \frac{1}{2} E_p \iint_{A-s} z_1^2 \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 dy_1 dz_1 + \iint_{A-p} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right] e_{31} \frac{v_p(t)}{2h_p} dy_1 dz_1 - \frac{1}{8} \iint_{A-p} \varepsilon_{33} \frac{v_p^2(t)}{h_p^2} dy_1 dz_1 \right) \quad (2.14)$$

Mặt khác  $\frac{\partial w_1}{\partial x_1}$  và  $\frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2}$  là các hàm của  $x_1$  và  $t$  nên từ (2.14), thu được:

$$\begin{aligned} \iint_A \frac{1}{2} z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 dy_1 dz_1 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \iint_A z_1 dy_1 dz_1 = 0 \\ \iint_A z_1^2 \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 dy_1 dz_1 &= \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 \iint_A z_1^2 dy_1 dz_1 = I_{s(p)}(x) \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 \\ \iint_A \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 dy_1 dz_1 &= A_s(x) \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 \\ \iint_{A-p} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 e_{31} \frac{v_p(t)}{2h_p} dy_1 dz_1 &= \frac{1}{2} g_{v_p}(t) \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

và:

$$\iint_{A-p} \left( -z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right) e_{31} \frac{v_p(t)}{2h_p} dy_1 dz_1 = 0; \quad (2.16)$$

$$\iint_{A-p} \varepsilon_{33} \frac{v_p^2(t)}{8h_p^2} dy_1 dz_1 = \varepsilon_{33} \frac{v_p^2(t)}{8h_p^2} \mathcal{G}$$

Từ các biểu thức (2.15), thế năng biến dạng trên mặt cắt ngang dầm gắn lớp áp điện:

$$W = W_s + W_p = \frac{1}{2} E_b A_b \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 + \frac{1}{2} E_b I_b \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \mathcal{G} v_p(t) - \mathcal{G} \varepsilon_{33} \frac{v_p^2(t)}{4h_p^2} \quad (2.17)$$

$$E_b A_b(x) = E_s A_s(x) + 2E_p A_p(x); \quad E_b I_b = E_s I_s(x) + 2E_p I_p(x);$$

trong đó:  $I_s = \frac{bh_s^3}{12}; I_p = \frac{bh_p(4h_p^2 + 6h_p h_s + 3h_s^2)}{12}; E_p = \frac{e_{31}}{d_{31}}; C_p = \frac{\varepsilon_{33} b L_p}{2h_p}$  (2.18)

$$\mathcal{G} = b_p \left[ \left( \frac{h_s}{2} + h_p \right)^2 - \frac{h_s^2}{4} \right] \frac{e_{31}}{2h_p} = e_{31} b \frac{(h_p + h_s)}{2}$$

Thế năng biến dạng đàn hồi trên một đơn vị chiều dài của dầm gắn hai lớp áp điện:

$$W_{el} = \int_0^L \frac{1}{2} E_b A_b \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 dx_1 + \int_0^L \frac{1}{2} I_b E_b \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 dx_1 - \int_0^{L_p} \mathcal{G} \varepsilon_{33} \frac{v_p^2(t)}{4h_p^2} dx_1 +$$

$$+ \int_0^{L_p} \mathcal{G} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 v_p(t) dx_1 \quad (2.19)$$

Động năng trong mỗi lớp phân bố theo chiều dài dầm cơ sở và của hai lớp áp điện:

Với lớp kết cấu dầm cơ sở:  $T_s = \frac{1}{2} \int_0^{L_s} \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial z_1}{\partial t} \right)^2 \rho_s A_s(x_1) dx_1;$  (2.20)

Với một lớp áp điện gắn trên dầm:  $T_p = \frac{1}{2} \int_0^{L_p} \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial z_1}{\partial t} \right)^2 \rho_p A_p(x_1) dx_1;$  (2.21)

Mật độ khối lượng trên một đơn vị độ dài của dầm gắn hai lớp áp điện:

$$m_b = \rho_s A_s(x_1) + 2\rho_p A_p(x_1) \quad (2.22)$$

Giả thiết bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực, và công ảo của dịch chuyển điện tích, khi đó công ảo của cản môi trường được xác định bởi [47], [81], [94]:

$$\delta W_{nc}^m = - \int_0^L c_t \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial t} \delta w_1(x_1, t) dx_1 \rightarrow W_{nc}^m = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L c_t \left( \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial t} \right)^2 dx_1 dt \quad (2.23)$$

Theo Richard Courant và David Hilbert [152], dựa trên nguyên lý của định luật bảo toàn năng lượng, phiếm hàm  $S$  có dạng:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (W_{el} - T_s - T_p + W_{nc}^m) dt \quad (2.24)$$

cụ thể:

$$S = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L f_1 \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1}, \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2}, \frac{\partial w_1}{\partial t} \right) dx_1 dt; \quad (2.25)$$

trong đó,  $f_1$  có dạng:

$$f_1 = \left\{ \begin{array}{l} E_b A_b \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 + E_b I_b \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 - m_b \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial z_1}{\partial t} \right)^2 + \\ + 2 \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \mathcal{G}_{v_p}(t) - \mathcal{G}_{\varepsilon_{33}} \frac{v_p^2(t)}{2h_p^2} - \frac{1}{2} c_t \left( \frac{\partial w(x_1, t)}{\partial t} \right)^2 \end{array} \right\} \quad (2.26)$$

Theo Richard Courant và David Hilbert [152], phương trình Euler – Lagrange của phiếm hàm (2.26) có dạng:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} \right)} = 0 \quad (2.27)$$

Thay thế hàm  $f_1$  từ biểu thức (2.26) vào (2.27), lần lượt tính các đạo hàm riêng trong các phương trình của biểu thức (2.27), thu được:

$$\begin{aligned} * \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)} &= E_b A_b \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 + 4 \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \mathcal{G}_{v_p}(t); \\ * \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)} &= E_b \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ A_b \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\} + \\ &+ 4 \mathcal{G}_{v_p}(t) \left[ \frac{d\delta(x_1)}{dx_1} - \frac{d\delta(x_1 - L_p)}{dx_1} \right]; \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$* \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)} = 2E_b I_b \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2}; \quad \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)} = 2E_b \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left( I_b \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right); \quad (2.29)$$

và:

$$* \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial f_1}{\partial \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} \right)} = -2m_b \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 z_1}{\partial t^2} \right) - c_t \frac{\partial w_1}{\partial t};$$

Thay thế đạo hàm riêng từ biểu thức (2.28) và (2.29) vào phương trình (2.27), Khi đó phương trình Euler – Lagrange của hàm S, như sau:

$$m_b \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + c_b \frac{\partial w_1}{\partial t} + E_b I_b \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} - \frac{E_b A_b}{2L} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left[ \int_0^L \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 dx_1 \right] - 4g v_p(t) \left[ \frac{d\delta(x_1)}{dx_1} - \frac{d\delta(x_1 - L_p)}{dx_1} \right] = -m_b \frac{\partial^2 z_1}{\partial t^2}; \quad (2.30)$$

trong đó: 
$$c_b = \frac{c_t}{4}; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^{(n)}\delta(x_1 - x_0)}{dx_1^{(n)}} f(x) dx = (-1)^n \frac{df^{(n)}}{dx_1^{(n)}}(x_0); \quad (2.31)$$

Biểu thức (2.30) là phương trình đạo hàm riêng mô tả dao động uốn của dầm công xôn gắn hai lớp áp điện, số hạng  $\frac{E_b A_b}{2L} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left[ \int_0^L \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 dx_1 \right]$  biểu diễn tính phi tuyến giữa chuyển vị và biến dạng khi xét đến biến dạng vô cùng bé bậc cao.

### 2.1.2. Phương trình đáp ứng cơ điện của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện

Theo Erturk và Inman [47], [94], với vật liệu áp điện tuyến tính, quan hệ giữa dịch chuyển điện tích ( $D_p$ ), biến dạng ( $\varepsilon_{x-p}$ ) và điện trường ( $E_3$ ), được xác định bởi:

$$D_p = e_{31} \varepsilon_{x-p} + \varepsilon_{33} E_3 = e_{31} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right] - \varepsilon_{33} \frac{v_p(t)}{2h_p} \quad (2.32)$$

Tích phân dịch chuyển điện  $D_p$  trên diện tích của điện cực thu được điện tích  $q(t)$  [47]:

$$q(t) = \int_{x_1=0}^{L_p} \left\{ e_{31} b \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right] - \varepsilon_{33} b \frac{v_p(t)}{2h_p} \right\} dx_1 \quad (2.33)$$

Sau đó, đạo hàm biểu thức (2.33), thu được phương trình dòng điện:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \int_{x_1=0}^{L_p} \left\{ e_{31} b \left[ \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1 \partial t} - z_1 \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^2 \partial t} \right] \right\} dx_1 - \frac{\varepsilon_{33} b L_p}{2h_p} \frac{dv_p(t)}{dt} \quad (2.34)$$

Gần đúng, khi bỏ qua dao động dọc trục (xem  $\frac{\partial u_1}{\partial t}$  là nhỏ so với  $\frac{\partial w_1}{\partial t}$ ), thu được:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right] = 0 \quad (2.35)$$



Sử dụng biểu thức (2.35), phương trình dòng điện trong lớp áp điện (2.34) trở thành

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \int_{x_1=0}^{L_p} \left\{ e_{31} b \left( -z_1 \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^2 \partial t} \right) \right\} dx_1 - \frac{\varepsilon_{33} b L_p}{2h_p} \frac{dv_p(t)}{dt} \quad (2.36)$$

Từ biểu thức (2.36) cho thấy dòng điện sinh ra trên bề mặt điện cực của hai lớp áp điện có hai thành phần: số hạng thứ nhất đại diện cho dao động của dầm gắn hai lớp áp điện và số hạng thứ hai đại diện cho điện áp và điện dung của lớp áp điện, cụ thể là

$C_p = \frac{\varepsilon_{33} b L_p}{2h_p}$ . Vì điện dung này được nối với điện trở  $R$  tạo thành mạch điện  $RC$  song song

như trong *Hình 2.1*, thu được phương trình đáp ứng cơ điện sau:

$$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = -\mathcal{G} \int_{x_1=0}^{L_p} \left\{ \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^2 \partial t} \right\} dx_1; \quad (2.37)$$

### 2.1.3. Mô hình giảm bậc của PEH phi tuyến hình học

Hệ hai phương trình (2.30) và (2.37) của kết cấu dầm nghiên cứu chứa các đạo hàm riêng bậc cao, được chuyển về hệ phương trình vi phân khi sử dụng phương pháp Ritz-Galerkin, với các điều kiện biên cụ thể như sau [94], [145], [152]:

Tại đầu ngàm (độ võng bằng 0 và góc xoay bằng 0):

$$x_1 = 0: \quad w_1(0, t) = 0; \quad \frac{\partial w_1}{\partial x_1}(0, t) = 0; \quad (2.38)$$

Tại đầu tự do (mô men bằng 0, lực cắt bằng 0):

$$x_1 = L: \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2}(L, t) = 0; \quad \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^3}(L, t) = 0 \quad (2.39)$$

Chuyển vị do biến dạng được khai triển theo các hàm riêng như sau:

$$w_1(x_1, t) = X_1(x_1)h_1(t) \quad (2.40)$$

trong đó:  $X_1(x_1)$  là hàm dạng được chọn sao cho nghiệm của (2.40) thỏa mãn điều kiện biên của dầm công xôn gắn hai lớp áp điện và cũng là hàm biên độ dao động uốn tại vị trí  $x_1$ ,  $h_1(t)$  là hàm phụ thuộc thời gian và cần phải xác định và là hàm dao động phụ thuộc vào điều kiện đầu. Phương trình (2.40) đại diện cho dao động phi tuyến của kết cấu dầm công xôn gắn hai lớp áp điện được xấp xỉ ở dạng dao động riêng thứ nhất

(one mode). Bởi, dạng dao động riêng thứ nhất là chủ yếu, xấp xỉ dao động của kết cấu ở dạng dao động riêng thứ nhất đã được sử dụng rộng rãi trong các bài toán phân tích dao động phi tuyến Reddy [124], Nguyễn Văn Khang [156].

Theo Erturk và Inman [94], hàm riêng ở tần số cơ bản:

$$X_1(x_1) = \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right] \quad (2.41)$$

Thay thế biểu thức (2.41) vào (2.40), thu được

$$w_1(x_1, t) = \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right] h_1(t) \quad (2.42)$$

Theo Erturk và Inman [47], [94], thu được phương trình đặc trưng sau:

$$\cos \lambda_i \cosh \lambda_i + 1 = 0; \quad i = (1, 2, 3, \dots) \quad (2.43)$$

Theo Erturk và Inman [47], [94], Nguyễn Văn Khang [156], bằng phương pháp số hoặc phương pháp đồ thị thu được tập hợp vô hạn nghiệm của trị riêng  $\lambda = \lambda_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ , khi xét ở dao động riêng thứ nhất, thu được các đại lượng sau:

$$\lambda_1 = 1,875; \omega_1 = 3,516 \sqrt{\frac{E_b I_b}{m_b L^4}}; \lambda^* = \frac{\cos \lambda_1 + \cosh \lambda_1}{\sin \lambda_1 + \sinh \lambda_1}; \cos \lambda_1 \cosh \lambda_1 + 1 = 0; \quad (2.44)$$

Lần lượt tính các đạo hàm riêng, và thế vào phương trình (2.30), sau đó nhân hai vế của phương trình với hàm riêng, lấy tích phân dọc theo chiều dài của dầm, thu được:

$$M_1 \ddot{h}_1(t) + c_f \dot{h}_1(t) + K_1 h_1(t) + K_3 h_1^3(t) + \chi v_p(t) = -M_2 \ddot{z}_1(t); \quad (2.45)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} M_1 &= m_b \int_0^L \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right]^2 dx_1; \\ M_2 &= m_b \int_0^L \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right] dx; \quad \ddot{z}_1(t) = \frac{\partial^2 z_1}{\partial t^2}; \\ \chi &= 4g \int_0^L \left[ \frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L_p)}{dx} \right] \left[ \begin{array}{l} \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} \\ -\lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \end{array} \right] dx_1; \\ \theta &= -g \int_{x_1=0}^{L_p} \frac{\lambda_1^2}{L^2} \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} + \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} + \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right] dx_1 \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$c_f = c_b \int_0^L \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right]^2 dx_1;$$

và:

$$K_1 = \frac{\lambda_1^4}{L^4} E_b I_b \int_0^L \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right]^2 dx_1; \quad (2.47)$$

$$K_3 = \frac{\lambda_1^3}{2L^4} E_b A_b \int_0^L \left[ \begin{array}{l} \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} \\ -\lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} + \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} \\ -\lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} + \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \end{array} \right] dx_1;$$

Theo định nghĩa hàm Delta-Dirac được xác định bởi:

$$\delta(x_1 - a_1) = 0 \text{ khi } x_1 \neq a_1 \text{ và } \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x_1 - a_1) dx_1 = 1 \quad (2.48)$$

$$\text{Hàm này có tính chất: } \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(x_1) \delta(x_1 - a_1) dx = f_2(a_1) \quad (2.49)$$

từ biểu thức (2.49) thu được:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{ \delta(x_1) - \delta(x_1 - L_p) \} f_2(x_1) dx_1 = f_2(0) - f_2(L_p); \quad (2.50)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{ \delta'(x_1) - \delta'(x_1 - L_p) \} f(x_1) dx_1 = f'_2(L_p) - f'_2(0); \quad (2.51)$$

Do đó, từ các đạo hàm riêng (2.46)-(2.51), phương trình (2.37) có dạng

$$C_p \frac{dv_p(t)}{dt} + \frac{v_p(t)}{R} = \theta \dot{h}_1(t) \quad (2.52)$$

Phương trình (2.45) và (2.52) là các phương trình vi phân mô tả dao động của dầm công xôn gắn hai lớp áp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất, tại tần số cơ bản khi có kích động nền, đồng thời biểu diễn quan hệ vật lý tương tác cơ – điện của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến. Khi đó được viết lại dưới dạng sau:

$$\begin{cases} M_1 \ddot{h}_1(t) + c_f \dot{h}_1(t) + K_1 h_1(t) + K_3 h_1^3(t) + \chi v_p(t) = -M_2 \ddot{z}_1(t) \\ C_p \frac{dv_p(t)}{dt} + \frac{v_p(t)}{R} = \theta \dot{h}_1(t) \end{cases} \quad (2.53)$$

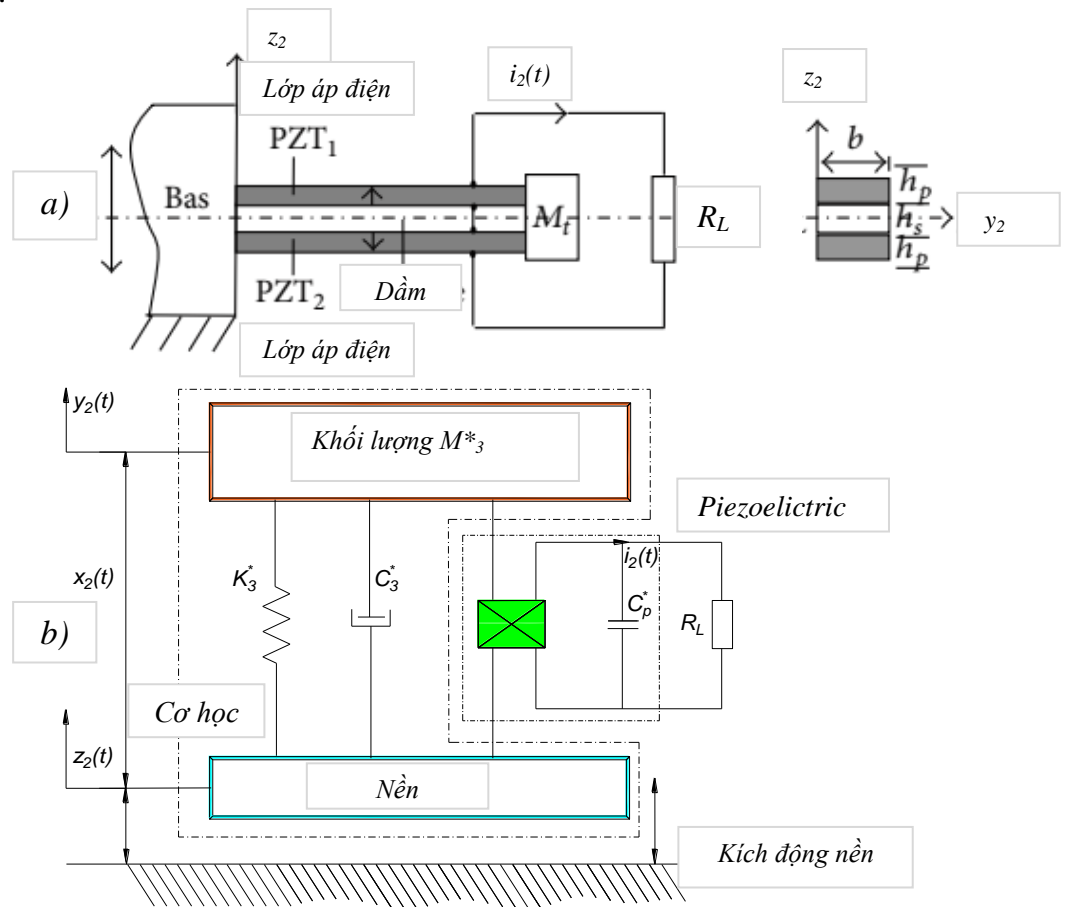
Rõ ràng, phương trình thứ nhất trong hệ phương trình liên kết cơ điện (2.53) chứa hạng số phi tuyến bậc ba của chuyển vị, xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng (phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng – biến dạng tương đối bậc cao) – một trường hợp riêng của quan hệ phi tuyến Von Karman của chuyển vị và biến dạng nhưng bỏ qua dao động dọc trục chỉ xét biến dạng uốn của kết cấu dầm. Phương trình thứ hai của hệ phương trình liên kết cơ điện (2.53) là

phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất, mô tả quan hệ tuyến tính giữa ứng suất – biến dạng và điện trường trong lớp vật liệu áp điện gắn trên dầm công xôn cơ sở.

## 2.2. Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện với kết cấu dầm công xôn phi tuyến gắn lớp vật liệu áp điện

### 2.2.1. Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện tuyến tính

Theo Roundy và cộng sự [4], duToit và cộng sự [50] kết cấu của bộ thu thập năng lượng áp điện được mô tả như trên Hình 2. a). Cụ thể, bộ thiết bị bao gồm một dầm công xôn gắn 2 lớp áp điện với khối lượng gắn thêm ở đầu dầm  $M_f$ . Hai lớp áp điện ( $PZT_1$  và  $PZT_2$ ) phân cực ngược chiều theo chiều dày, đồng thời được liên kết lý tưởng với mặt trên và mặt dưới của dầm công xôn chịu kích động nền. Các cặp điện cực toàn bộ phủ mặt trên và mặt dưới của tấm áp điện, rất mỏng sao cho ảnh hưởng của chúng vào chiều dày của dầm gắn lớp áp điện là không đáng kể. Một mạch điện đơn giản bao gồm tải điện trở ( $R_L$ ) được kết nối trực tiếp với đầu ra của bộ thiết bị.



Hình 2. 2. Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do hệ cơ điện tuyến tính [4], [50]

Trong công trình nghiên cứu được công bố bởi Roundy và cộng sự [4] (có số lượng trích dẫn các công trình công bố liên quan với hơn 3500 lượt- theo google scholar) và duToit cộng sự [50] (có số lượng trích dẫn các công trình công bố liên quan với hơn 880 lượt- theo google scholar), họ đã mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng thể hiện trên *Hình 2. 2. a)* bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do (SDOF-single-degree-of-freedom), bao gồm: giảm chấn - lò xo- khối lượng, như thể hiện trong *Hình 2. 2. b)*. Khối lượng tương đương, hệ số giảm chấn tương đương và độ cứng tương đương lần lượt được ký hiệu là:  $M_3^*$ ;  $C_3^*$ ;  $K_3^*$ . Các tham số điện được đặc trưng bởi: Hệ số liên kết cơ điện ( $\alpha_2$ ); Điện dung ( $C_p^*$ );  $z_2(t)$  và  $y_2(t)$  lần lượt là chuyển vị của nền và khối lượng tương đương ( $M_3$ ). Hệ phương trình liên kết cơ điện của mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong *Hình 2. 2. b)*, có dạng sau:

$$\begin{aligned} M_3^* \ddot{y}_2(t) + C_3^* \dot{y}_2(t) + K_3^* y_2(t) + \alpha_2 V_2(t) &= C_3^* \dot{z}_2(t) + K_3^* z_2(t) \\ \alpha_2 [\dot{y}_2(t) - \dot{z}_2(t)] - C_p^* \dot{V}_2(t) &= i_2(t) = \frac{V_2(t)}{R_L} \end{aligned} \quad ; \quad (2.54)$$

trong đó  $i_2(t)$  và  $V_2(t)$  lần lượt là cường độ dòng điện và điện áp trên điện trở.

Các đại lượng tương đương của mô hình khối lượng tập trung có hai tham số gộp quan trọng, đó là: khối lượng tương đương ( $M_3^*$ ) và độ cứng tương đương ( $K_3^*$ ). Theo Sodano và cộng sự [24], duToit cộng sự [50] hai tham số này phụ thuộc vào các hằng số vật liệu, thiết kế của bộ thiết bị thu thập năng lượng và có thể xác định bằng phân tích các đáp ứng trong các dạng dao động khác nhau.

Thông thường, độ cứng tương đương ( $K_3^*$ ) nhận được từ quan hệ độ võng của dầm công xôn, khối lượng tương đương ( $M_3^*$ ) thu được bằng cách xác định tổng động năng của dầm. Theo Williams và Yates [16], duToit và cộng sự [50], Kim [56] vì các bộ thiết bị thu thập năng lượng có nguồn gây rung động là nền do đó nhiều nhà nghiên cứu đã sử dụng mô hình khối lượng tập trung với các tham số phân tán, chịu kích động động nền (uncoupled lumped parameter model -ULPM). Theo Williams và Yates [16] các tham số tương đương của mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do như sau:

$$M_3^* = \frac{M_{beam}}{3} + M_t, \quad K_3^* = \frac{3E_b I_b}{L_3^3} \quad (2.55)$$

trong đó,  $E_b I_b$  là độ cứng của dầm công xôn gắn lớp áp điện khi có khối lượng gắn thêm ở đầu tự do ( $M_t$ ),  $L_3$  là chiều dài của dầm công xôn gắn lớp áp điện.

Tuy nhiên, Erturk và Inman [47], [48], [56] đã chỉ ra rằng việc sử dụng các tham số tương đương như mô tả bởi biểu thức (2.55) đối với mô hình ULPM để xác định các đáp ứng chuyển vị của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện sẽ dẫn tới sai số lớn hơn 35% bất kể tỷ lệ giảm chấn cơ học (trang 46, [94]). Vì chưa xét tới sự đóng góp của khối lượng phân bố vào biên độ kích động (it neglects the contribution of the distributed mass to the excitation amplitude), mô hình ULPM cũng không thể dự đoán đáp ứng tần số do thay đổi tải điện trở. Để khắc phục những nội dung nêu trên, Erturk và Inman [47], [48], [56] đã đề xuất một mô hình khối lượng tập trung kết hợp. Đầu tiên, giải pháp để xác định các tham số phân tán của mô hình được các tác giả trình bày, các biểu thức đáp ứng chuyển vị đầu dầm tự do của bộ thiết bị thu được từ lý thuyết dầm Euler-Bernoulli. Tiếp theo, bằng cách so sánh biểu thức của các mối quan hệ này với các tham số của mô hình ULPM, hệ số hiệu chỉnh biên độ được đưa vào mô hình ULPM để cải thiện tính chính xác của mô hình.

Theo Erturk và Inman [47], các biểu thức tham số gộp tương đương của mô hình khối lượng tập trung được định nghĩa như sau:

$$M_3^* = \frac{30}{144} M_{beam} + M_t, \quad K_3^* = \frac{3E_b I_b}{L_3^3}. \quad (2.56)$$

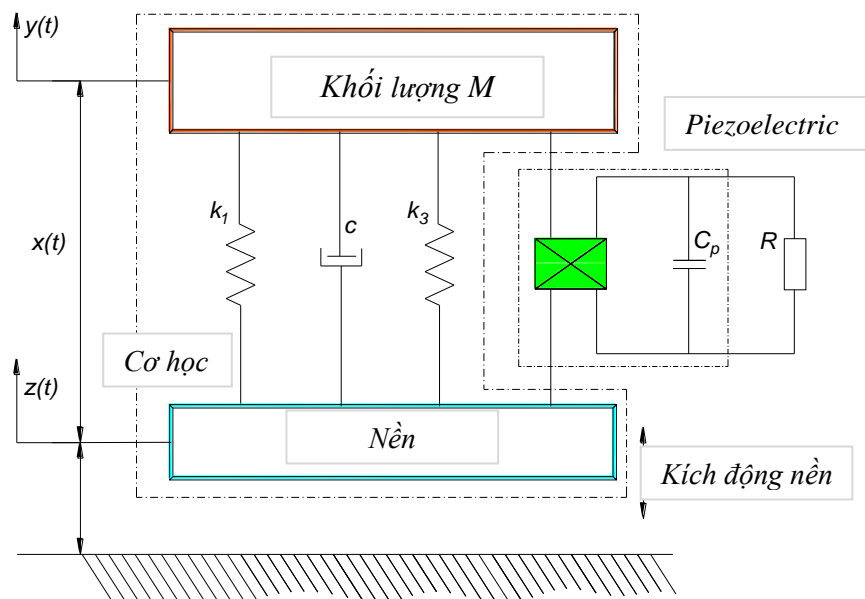
Theo Erturk và Inman [47], kết quả kiểm chứng với mô hình khối lượng tập trung bằng thí nghiệm cho thấy sai số do sử dụng các tham số quy đổi tương đương như trong biểu thức (2.56) khi xác định tần số tự nhiên là xấp xỉ 0.5% với trường hợp không có khối lượng đầu dầm (so với tần số tự nhiên được xác định theo lý thuyết dầm Euler-Bernoulli của mô hình). Với mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng tuyến tính, không xét đến phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng – biến dạng tương đối bậc cao -  $K_3 = 0$  (biểu thức (2.46)), lúc đó  $C_3^* = C_1$ ;  $\alpha_2 = \chi$ ; và  $C_p^* = C_p$  được xác định như trong biểu thức (2.46) và (2.47);

### 2.2.2. Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến

Trong nghiên cứu về thu thập năng lượng áp điện tuyến tính, đã có nhiều công trình mô hình hóa kết cấu dầm công xôn ở dạng dao động riêng thứ nhất bởi mô hình khối

lượng tập trung một bậc tự do tuyến tính, như đã được trình bày trong tiểu mục 2.2.1. Các mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do như vậy là phổ biến trong các tài liệu (Sodano và cộng sự [24], duToit cộng sự [50]...), và các phương trình liên kết cơ điện của mô hình này đồng dạng với các phương trình thu được từ các phương pháp giải tích gần đúng sử dụng trong mô hình. Ngoài ra, một số công trình gần đây đã xem xét vai trò của độ cứng phi tuyến tính đối với đáp ứng của các bộ thiết bị thu thập năng lượng (Hu và cộng sự [61], Dane Quinn và cộng sự [65], Mann và Sims [84], Daqaq và cộng sự [91]). Trong các mô hình của bộ thiết bị thu thập năng lượng nêu trên, độ cứng phi tuyến xét đến tính phi tuyến của vật liệu áp điện hoặc phi tuyến hình học của kết cấu dầm cơ sở gắn lớp áp điện.

Xét mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do mô tả bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến chịu kích động nền tuần hoàn được biểu diễn như trong Hình 2. 3. Trong đó, thành phần điện bao gồm: một đoạn mạch điện được nối với phần tử áp điện piezo có điện trở ngoài ( $R$ ), và điện dung  $C_p$  (Erturk và Inman [94]).



Hình 2. 3. Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do hệ cơ điện phi tuyến Duffing, chịu kích động nền của bộ thu thập năng lượng áp điện [1], [2].

Thành phần cơ học bao gồm: Nền là đại diện đặc trưng cho đầu ngàm của kết cấu dầm công xôn; Một khối lượng tương ( $M$ ) đại diện cho khối lượng gia tốc quy đổi bao gồm khối lượng kết cấu dầm cơ sở; Lớp điện gắn trên dầm và khối lượng này được liên kết với nền bởi các phần tử giảm chấn ( $c$ ) – là đại diện cho thành phần cản trong lớp vật liệu áp điện, kết cấu dầm, cản môi trường; Các lò xo tuyến tính và phi tuyến ( $k_1; k_3$ ) –

đặc trưng cho các thành phần độ cứng tuyến tính và phi tuyến của kết cấu dầm gắn lớp áp điện. Tính phi tuyến cơ học của hệ cơ điện được biểu diễn bằng lực đàn hồi phi tuyến kiểu Duffing, với:

$$F(x) = k_1x + k_3x^3 \quad (2.57)$$

với:  $k_1$  là độ cứng tuyến tính và  $k_3$  là độ cứng phi tuyến. Khi  $k_1 > 0$  hệ xét có dạng giếng đơn (monostable). Mặt khác, khi  $k_1 < 0$  hệ xét có dạng giếng đôi (bi-stable).

Áp dụng định luật Newton, xét cân bằng lực, từ mô hình trên *Hình 2. 3*, thu được:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x + k_3x^3 + \theta V = -M\ddot{z} \quad (2.58)$$

Áp dụng định luật Kirchoff về dòng điện, xét cân bằng dòng điện tại nút, ta có:

$$C_p \dot{V} + \frac{1}{R}V = \theta \dot{x} \quad (2.59)$$

với  $c, C_p, \theta, V, x$  lần lượt là hệ số cản, điện dung trong áp điện, hệ số ghép nối cơ điện hiệu dụng, điện áp ra trên phân tử áp điện, chuyển vị tương đối của khối lượng so với nền. Một tham số bé ( $\varepsilon$ ) không thứ nguyên được đưa vào lực đàn hồi tuyến tính, đàn hồi phi tuyến và áp điện vì trong hệ vật lý, và kết cấu thực các giá trị đo được của các đáp ứng là nhỏ [65], [112], [113], [115], [116].

Khi đó, phương trình (2.58), có dạng sau:

$$M\ddot{x} + \varepsilon c\dot{x} + k_1x + \varepsilon k_3x^3 + \varepsilon \theta V = -M\ddot{z} \quad (2.60)$$

Hệ hai phương trình (2.59) và (2.60) thu được từ mô hình khối lượng tập trung phi tuyến kiểu Duffing như mô tả trên *Hình 2. 3*. đồng dạng với các phương trình vi phân đã nêu trong biểu thức (2.53) của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến với kết cấu dầm công xôn gắn hai lớp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất mà Luận án đã thiết lập. Sử dụng biểu thức (2.56) và các biểu thức (2.46) là tham số của kết cấu dầm công xôn phi tuyến gắn hai lớp áp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất, thu được các tham số gần đúng theo nghĩa tương đương của mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do hệ thu thập năng lượng áp điện phi tuyến.

Khi, kích động nền là tuần hoàn:

$$z = \varepsilon A \cos \Omega t; \dot{z} = -\varepsilon A \Omega \sin \Omega t; \ddot{z} = -\varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.61)$$

trong đó  $\Omega$ ,  $A$  lần lượt là tần số và cường độ biên độ kích động nền.



Các tham số không thứ nguyên, được thiết lập bởi biểu thức (2.62) như sau:

$$\begin{aligned}\omega_0^2 &= \frac{k_1}{M}; \xi = \frac{c}{2M}; \gamma = \frac{k_3}{M}; \nu = \frac{C_p V}{\theta}; \\ \kappa^2 &= \frac{\theta^2}{MC_p}; \tilde{\kappa}^2 = \frac{\kappa^2}{\omega_0^2}; \alpha = \frac{1}{RC_p}; \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{\omega_0}; \tilde{\omega} = \frac{\Omega}{\omega_0}\end{aligned}\quad (2.62)$$

thay thế biểu thức (2.61) và (2.62) vào các phương trình (2.58), (2.59), thu được các biểu thức (2.63) và (2.64).

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x}, \nu) + \varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.63)$$

$$\dot{\nu} + \alpha \nu = \dot{x} \quad (2.64)$$

với: 
$$f(x, \dot{x}, \nu) = -(2\xi \dot{x} + \gamma x^3 + \kappa^2 \nu) \quad (2.65)$$

về mặt vật lý  $\omega_0$  là tần số tự nhiên,  $\xi$  là hệ số cản,  $\gamma$  là hệ số độ cứng phi tuyến,  $\kappa^2$  là hệ số liên kết cơ điện,  $\alpha$  là hệ số áp điện. Các đại lượng không thứ nguyên  $\tilde{\omega}$ ,  $\tilde{\kappa}^2$ ,  $\tilde{\alpha}$  được sử dụng rộng rãi trong tài liệu thu thập, khai thác năng lượng (Alper Erturk và cộng sự [127], Yang và cộng sự [128]), chúng được định nghĩa tương ứng là tỷ số tần số, tỷ số liên kết cơ điện cơ và tỷ số áp điện. Hệ phương trình (2.63), (2.64) thu được là hệ phương trình nghiên cứu của Luận án sau khi chuẩn hóa.

## Kết luận chương 2

Trong chương này Luận án thu được những kết quả chính sau đây:

1. Luận án đã xây dựng hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện trên toàn bộ mặt trên và dưới của dầm khi xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng (phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng – biến dạng tương đối bậc cao). Hệ phương trình vi phân liên kết cơ điện bao gồm: một phương trình vi phân cấp hai biểu diễn dao động uốn của dầm có số hạng đại diện cho thành phần lực cơ học với quan hệ phi tuyến lên đến bậc ba của chuyển vị và số hạng đại diện cho thành phần lực điện tương tác sinh ra trong lớp vật liệu áp điện; và một phương trình vi phân tuyến tính cấp một biểu diễn đáp ứng cơ điện của kết cấu dầm công xôn áp điện;
2. Luận án đã mô hình hóa kết cấu dầm nghiên cứu ở dạng dao động riêng thứ nhất bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến kiểu Duffing,

chịu kích động nền điều hòa. Ý nghĩa vật lý của các tham số trong mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến kiểu Duffing của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện được trình bày.

Một số nội dung, kết quả nghiên cứu của chương 2, được công bố trên tuyến tập hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ XI [4].

### Chương 3. PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP TRUNG BÌNH SỬ DỤNG CHO HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN, CHỊU KÍCH ĐỘNG NỀN ĐIỀU HÒA VỚI MÔ HÌNH KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG MỘT BẬC TỰ DO

Chương này của Luận án trình bày nội dung phát triển phương pháp trung bình (PPTB) sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, sau đó áp dụng dụng cho hệ phi tuyến kiểu Duffing, dạng giống đơn (hệ nghiên cứu) trong các hiệu ứng liên quan đến hiện tượng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ điều hòa, siêu điều hòa và hệ tuyến tính tương ứng dùng để so sánh với hệ phi tuyến. Đánh giá độ tin cậy của phân mở rộng phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing với bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện.

#### 3.1. Phương pháp trung bình sử dụng trong hệ cơ học

Xét phương trình dao động phi tuyến có dạng:

$$\ddot{x}_3 + \omega_0^2 x_3 = \varepsilon f_3(x_3, \dot{x}_3), \quad \varepsilon > 0 \quad (3.1)$$

Phương trình vi phân (3.1) được chuyển về dạng chuẩn Bogoliubov. Theo Bogoliubov và Mitropolsky [114], Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116], sử dụng biến đổi:

$$x_3 = a_3 \cos(\Omega_3 t + \varphi_3) \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_3 = -a_3 \Omega_3 \sin(\Omega_3 t + \varphi_3) \quad (3.3)$$

với:  $a_3 = a_3(t), \varphi_3 = \varphi_3(t) \quad (3.4)$

Đạo hàm biểu thức (3.2) với  $a_3 = a_3(t), \varphi_3 = \varphi_3(t)$  là hàm theo thời gian thu được:

$$\dot{x}_3 = -a_3 \Omega_3 \sin(\Omega_3 t + \varphi_3) - a_3 \dot{\varphi}_3 \sin(\Omega_3 t + \varphi_3) + \dot{a}_3 \cos(\Omega_3 t + \varphi_3) \quad (3.5)$$

So sánh hai biểu thức (3.3) và (3.5), thu được quan hệ sau:

$$\dot{a}_3 \cos \phi_3 - a_3 \dot{\varphi}_3 \sin \phi_3 = 0, \quad \phi_3 = \Omega_3 t + \varphi_3 \quad (3.6)$$

từ biểu thức (3.3), thu được:

$$\ddot{x}_3 = -a_3 \Omega_3^2 \cos(\Omega_3 t + \varphi_3) - a_3 \dot{\varphi}_3 \cos(\Omega_3 t + \varphi_3) - \dot{a}_3 \Omega_3 \sin(\Omega_3 t + \varphi_3) \quad (3.7)$$

thay biểu thức (3.2), (3.3), (3.7) vào phương trình (3.1) thu được:

$$-\dot{a}_3 \Omega_3 \sin \phi_3 - a_3 \Omega_3 \dot{\varphi}_3 \cos \phi_3 = \varepsilon f_3(a_3 \cos \phi_3, -a_3 \Omega_3 \sin \phi_3) \quad (3.8)$$

Các phương trình (3.6) và (3.8) là một hệ hai phương trình đại số tuyến tính của  $\dot{a}_3$  và  $\dot{\phi}_3$ . Giải hệ phương trình này, ta thu được:

$$\begin{cases} \dot{a}_3 = -\frac{\varepsilon}{\Omega_3} f_3(a_3 \cos \phi_3, -a_3 \Omega_3 \sin \phi_3) \sin \phi_3 \\ \dot{\phi}_3 = -\frac{\varepsilon}{a_3 \Omega_3} f_3(a_3 \cos \phi_3, -a_3 \Omega_3 \sin \phi_3) \cos \phi_3 \end{cases} \quad (3.9)$$

Phương trình (3.9) được gọi là dạng chuẩn Bogoliubov của phương trình (3.1).

Khi  $f_3(t)$  là hàm tuần hoàn của  $t$  với chu kỳ  $T$ ,  $f_3(t) = f_3(t+T)$ . Trung bình của hàm  $f_3(t)$  trong khoảng thời gian một chu kỳ được định nghĩa bởi biểu thức sau:

$$\langle f_3(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f_3(t) dt \quad (3.10)$$

Hệ phương trình trung bình hóa của hệ (3.9) có dạng

$$\begin{cases} \dot{a}_3 = -\frac{\varepsilon}{\Omega_3} \langle f_3(a_3 \cos \phi_3, -a_3 \Omega_3 \sin \phi_3) \sin \phi_3 \rangle \\ \dot{\phi}_3 = -\frac{\varepsilon}{a_3 \Omega_3} \langle f_3(a_3 \cos \phi_3, -a_3 \Omega_3 \sin \phi_3) \cos \phi_3 \rangle \end{cases} \quad (3.11)$$

### 3.2. Phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do

Theo Mitropolsky [115], sử dụng PPTB phương trình (2.63) được chuẩn hóa, như sau:

$$x = y + f_0 \cos \Omega t; f_0 = \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (3.12)$$

Khi đó, hệ phương trình liên kết cơ điện (2.63) và (2.64), có dạng:

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = \varepsilon f(y + f_0 \cos \Omega t, \dot{y} - \Omega f_0 \sin \Omega t, v) \quad (3.13)$$

$$\dot{v} + \alpha v = \dot{y} - \Omega f_0 \sin \Omega t \quad (3.14)$$

Theo Bogoliubov và Mitropolsky [114], Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116], quan hệ gần đúng giữa tần số tự nhiên ( $\omega_0$ ) và tần số kích động ( $\Omega$ ) khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng phi tuyến, được biểu diễn bởi:

$$\omega_0^2 = \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 - \varepsilon \sigma \quad (3.15)$$

với  $\sigma$  là tham số điều chỉnh;  $m, n$  là các số nguyên dương. Theo Mitropolsky [115], thu được nghiệm của hệ tuyến tính khi thay  $\varepsilon = 0$  vào phương trình (3.13). Khi đó, dạng của đáp ứng chuyển vị và góc lệch pha được biểu diễn bởi:

$$y = a(t) \cos \left[ \frac{m}{n} \Omega t + \varphi(t) \right] \quad (3.16)$$

$$\dot{y} = -a(t) \frac{m}{n} \Omega \sin \left[ \frac{m}{n} \Omega t + \varphi(t) \right] \quad (3.17)$$

$$\phi(t) = \frac{m}{n} \Omega t + \varphi(t) \quad (3.18)$$

trong đó:

Thay thế biểu thức của chuyển vị (3.16) và (3.17) vào phương trình (3.14) với

$$v = B \sin \phi + C \cos \phi + D \sin \Omega t + E \cos \Omega t \quad (3.19)$$

Đồng thời, thế các biểu thức (3.17), (3.19) vào phương trình (3.14), và cân bằng các hệ số  $B, C, D, E$  ở cả 2 vế, thu được các tham số của phương trình biểu diễn đáp ứng điện áp hệ cơ điện thu thập năng lượng (3.19), như sau:

$$B = -\frac{\alpha a(m/n)\Omega}{\alpha^2 + (m/n)^2 \Omega^2}; C = \frac{a(m/n)^2 \Omega^2}{\alpha^2 + (m/n)^2 \Omega^2}; E = \frac{f_0 \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2}; D = -\frac{\alpha f_0 \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \quad (3.20)$$

Vì vậy, từ (3.19) và (3.20) thu được biểu thức của điện áp là hàm của thời gian sau:

$$v(t) = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{a(m/n)\Omega}{\alpha^2 + (m/n)^2 \Omega^2} (\alpha \sin \phi - (m/n)\Omega \cos \phi) \\ + \frac{f_0 \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \end{array} \right\} \quad (3.21)$$

Lấy đạo hàm các biểu thức (3.16), (3.17) khi coi biên độ và góc lệch pha là hàm của thời gian, thu được:

$$\dot{y} = -\left( \frac{m}{n} \Omega + \dot{\varphi} \right) a \sin \phi + \dot{a} \cos \phi \quad (3.22)$$

$$\text{và:} \quad \ddot{y} = -\frac{m}{n} \Omega \dot{a} \sin \phi - \frac{m}{n} \Omega \left( \frac{m}{n} \Omega + \dot{\varphi} \right) a \cos \phi \quad (3.23)$$

Từ các biểu thức trên, so sánh hai phương trình (3.17) và (3.22), thu được phương

trình thứ nhất biểu diễn quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị và góc lệch pha sau:

$$-\dot{\phi}a \sin \phi + \dot{a} \cos \phi = 0 \quad (3.24)$$

Bên cạnh đó, từ các phương trình (3.13) và (3.23), thu được phương trình thứ hai biểu diễn quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị và góc lệch pha như sau:

$$\begin{aligned} & -\Omega \frac{m}{n} (\dot{a} \sin \phi + \dot{\phi} a \cos \phi) = \\ & = \varepsilon \left[ \sigma a \cos \phi + f \left( a \cos \phi + f_0 \cos \Omega t, -\frac{m}{n} \Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin \Omega t, v(\phi) \right) \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Hệ phương trình vi phân của biên độ đáp ứng chuyển vị ( $\dot{a}$ ) và góc lệch pha ( $\dot{\phi}$ ) từ hai phương trình (3.24), (3.25), như sau:

$$\dot{a} = -\frac{\varepsilon n}{m\Omega} \left[ \sigma a \cos \phi + f \left( a \cos \phi + f_0 \cos \Omega t, -\frac{m}{n} \Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin \Omega t, v(\phi) \right) \right] \sin \phi \quad (3.26)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{\varepsilon n}{am\Omega} \left[ \sigma a \cos \phi + f \left( a \cos \phi + f_0 \cos \Omega t, -\frac{m}{n} \Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin \Omega t, v(\phi) \right) \right] \cos \phi \quad (3.27)$$

Khi  $\varepsilon$ ,  $\dot{a}$  và  $\dot{\phi}$  nhỏ, biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) và góc lệch pha ( $\phi$ ) được coi là các hàm biến đổi chậm theo thời gian. Theo Mitropolsky [115], chu kỳ được xác định như sau:  $T = \max(2\pi n / m\Omega, 2\pi / \Omega)$ . Lấy trung bình các biểu thức (3.26) và (3.27), theo chu kỳ  $T$ , xét trường hợp biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) và góc lệch pha ( $\phi$ ) là các hằng số trong quá trình trung bình, thu được các phương trình trung bình sau:

$$\langle \dot{a} \rangle = \frac{\varepsilon n}{m\Omega} S(a, \phi, \Omega) \quad (3.28)$$

$$\langle \dot{\phi} \rangle = \frac{n}{am\Omega} \left[ \frac{1}{2} \left( \omega_0^2 - \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 \right) a + \varepsilon Q(a, \phi, \Omega) \right] \quad (3.29)$$

$$\text{với: } S(a, \phi, \Omega) = - \left\langle f \left( a \cos \phi + f_0 \cos \Omega t, -\frac{m}{n} \Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin \Omega t, v(\phi) \right) \sin \phi \right\rangle \quad (3.30)$$

$$\text{và: } Q(a, \varphi, \Omega) = - \left\langle f \left( a \cos \varphi + f_0 \cos \Omega t, -\frac{m}{n} \Omega a \sin \varphi - \Omega f_0 \sin \Omega t, v(\varphi) \right) \cos \varphi \right\rangle \quad (3.31)$$

Theo Bogoliubov và Mitropolsky [114], Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116], các nghiệm dừng của biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) và góc lệch pha ( $\varphi$ ) với hệ hai phương trình (3.28), (3.29), được xác định bởi điều kiện:

$$\langle \dot{a} \rangle = 0 \rightarrow S(a, \varphi, \Omega) = 0 \quad (3.32)$$

$$\langle \dot{\varphi} \rangle = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \left( \omega_0^2 - \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 \right) a + \varepsilon Q(a, \varphi, \Omega) = 0 \quad (3.33)$$

với  $a$  và  $\varphi$  là nghiệm của hệ (3.32), (3.33), nghiệm  $x(t)$ ,  $v(t)$  của hệ hai phương trình (3.13), (3.14) được xác định bằng cách sử dụng quan hệ trong biểu thức (3.12), (3.16) và (3.21). Đáp ứng điện áp ( $V$ ) được xác định bằng quan hệ  $V = v\theta / C_p$  từ biểu thức (2.62) khi chuẩn hóa các tham số của hệ cơ điện.

Trong tiểu mục này, luận án trình bày việc phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện nghiên cứu. Quy trình tính toán trên, có thể mở rộng và áp dụng cho hệ cơ điện phi tuyến bậc cao hơn trong thu thập, khai thác năng lượng áp điện.

### 3.3. Sử dụng phương pháp trung bình cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong một số hiệu ứng cộng hưởng

#### 3.3.1. Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính (Primary resonance)

Kích động nền là hàm tuần hoàn có dạng:

$$z = \varepsilon A \cos \Omega t, \ddot{z} = -\varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.34)$$

Thiết lập tương tự biểu thức (2.62), khi đó các tham số không thứ nguyên:

$$\omega_0^2 = \frac{k_1}{M}; \xi = \frac{c}{2M}; \gamma = \frac{k_3}{M}; v_p = \frac{C_p V}{\theta}; \kappa^2 = \frac{\theta^2}{MC_p}; \alpha = \frac{1}{R_p C_p} \quad (3.35)$$

Sử dụng các biểu thức (3.34), (3.35) thay vào hai phương trình (2.58), (2.59), thu được các phương trình không thứ nguyên của hệ cơ điện phi tuyến, trong trường hợp cộng

hưởng chính, có dạng sau:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x}, v_p) + \varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.36)$$

$$\dot{v}_p + \alpha v_p = \dot{x} \quad (3.37)$$

trong đó: 
$$f(x, \dot{x}, v_p) = -(2\xi \dot{x} + \gamma x^3 + \kappa^2 v_p) \quad (3.38)$$

Áp dụng quy trình trung bình ở tiểu mục 3.1 phía trên, và theo Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116], khi phân tích trường hợp cộng hưởng chính, quan hệ gần đúng giữa tần số tự nhiên ( $\omega_0$ ) và tần số kích động nền ( $\Omega$ ) được biểu diễn bởi biểu thức sau (tương ứng với  $m = n = 1$ ):

$$\omega_0^2 = \Omega^2 - \varepsilon \sigma \quad (3.39)$$

trong đó  $\sigma$  là tham số điều chỉnh. Theo Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116], khi thay  $\varepsilon = 0$  vào phương trình (3.36) có nghiệm được coi là nghiệm của phương trình tuyến tính, các số hạng  $a, \varphi$  là hằng số. Khi đó:

$$x = a \cos[\Omega t + \varphi(t)] \quad (3.40)$$

$$\dot{x} = -a\Omega \sin[\Omega t + \varphi(t)] \quad (3.41)$$

với: 
$$\phi(t) = \Omega t + \varphi(t) \quad (3.42)$$

Thực hiện phép thay thế biểu thức (3.41), vào phương trình (3.37), với dạng của điện áp thu được trên tải điện trở ngoài có dạng:

$$v_p = B_p \sin \phi + C_p \cos \phi \quad (3.43)$$

Khi đó, thay thế hai biểu thức (3.41), (3.43) vào phương trình (3.37), và cân bằng các hệ số  $B_p, C_p$  ở cả 2 vế, thu được các hệ số của đáp ứng điện áp hệ cơ điện phi tuyến trong hiệu ứng cộng hưởng chính, như sau:

$$B_p = -\frac{\alpha a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2}; C_p = \frac{a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2}; \quad (3.44)$$

theo đó, quan hệ của điện áp trên tải điện trở:

$$v_p(t) = \frac{a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos \phi - \frac{\alpha a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin \phi \quad (3.45)$$



Tiếp theo, lấy đạo hàm các biểu thức (3.40), thu được:

$$\dot{x} = \dot{a} \sin(\Omega t + \varphi) - a\Omega \cos(\Omega t + \varphi) - a\dot{\varphi} \cos(\Omega t + \varphi) \quad (3.46)$$

Thực hiện phép so sánh giữa hai biểu thức (3.41) và (3.46), thu được biểu thức thứ nhất biểu diễn quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị và góc lệch pha, như sau:

$$\dot{a} \cos \phi - a\dot{\varphi} \sin \phi = 0 \quad (3.47)$$

Lấy đạo hàm biểu thức (3.41), thu được:

$$\ddot{x} = -\dot{a}\Omega \sin(\Omega t + \varphi) - a\Omega \dot{\varphi} \cos(\Omega t + \varphi) - a\Omega^2 \cos(\Omega t + \varphi) \quad (3.48)$$

Thay các biểu thức (3.40) và (3.48) vào phương trình (3.36), thu được biểu thức thứ hai biểu diễn quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị và góc lệch pha, như sau:

$$-\Omega \dot{a} \sin \phi - a\Omega \dot{\varphi} \cos \phi = \varepsilon \left[ \sigma x + f(x, \dot{x}, v_p) + A\Omega^2 \cos \Omega t \right] \quad (3.49)$$

Giải hệ hai phương trình (3.47) và (3.49), thu được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \dot{a} = \varepsilon \cdot S(a, \varphi, \Omega) \\ \dot{\varphi} = \varepsilon \cdot Q(a, \varphi, \Omega) \end{cases} \quad (3.50)$$

trong đó, các đại lượng  $S(a, \varphi, \Omega)$  và  $Q(a, \varphi, \Omega)$  được xác định bởi:

$$S(a, \varphi, \Omega) = - \left( \begin{array}{l} \sigma a \cos \phi + 2\xi a \Omega \sin \phi - \gamma a^3 \cos^3 \phi - \frac{\kappa^2 a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos \phi + \\ + \frac{\alpha \kappa^2 a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin \phi + A\Omega^2 \cos \phi \cos \varphi + A\Omega^2 \sin \phi \sin \varphi \end{array} \right) \cdot \frac{\sin \phi}{\Omega} \quad (3.51)$$

$$Q(a, \varphi, \Omega) = - \left( \begin{array}{l} \sigma a \cos \phi + 2\xi a \Omega \sin \phi - \gamma a^3 \cos^3 \phi - \frac{\kappa^2 a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos \phi + \\ + \frac{\alpha \kappa^2 a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin \phi + A\Omega^2 \cos \phi \cos \varphi + A\Omega^2 \sin \phi \sin \varphi \end{array} \right) \cdot \frac{\cos \phi}{a\Omega} \quad (3.52)$$

Thực hiện quy trình trung bình mở rộng đã thiết lập cho hệ nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng chính, với chu kỳ  $[0, 2\pi]$ , thu được biểu thức (3.53) là trung bình của  $S(a, \varphi, \Omega)$  và  $Q(a, \varphi, \Omega)$ :

$$\begin{cases} \langle S(a, \varphi, \Omega) \rangle = -\frac{1}{2\Omega} \left( 2\xi a\Omega + A\Omega^2 \sin \varphi + \kappa^2 \frac{\alpha a\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \right) \\ \langle Q(a, \varphi, \Omega) \rangle = -\frac{1}{2\Omega} \left( \sigma - \frac{3}{4}\gamma a^2 + \frac{A\Omega^2}{a} \cos \varphi - \kappa^2 \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \right) \end{cases} \quad (3.53)$$

Sử dụng các biểu thức (3.32), (3.33), (3.53), nghiệm dừng quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) và góc lệch pha ( $\varphi$ ), xác định từ phương trình sau:

$$\begin{cases} A\Omega^2 \sin \varphi = -a \left( 2\xi\Omega + \kappa^2 \frac{\alpha\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \right) \\ A\Omega^2 \cos \varphi = a \left( \frac{3}{4}\gamma a^2 - \sigma + \kappa^2 \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \right) \end{cases} \quad (3.54)$$

Từ phương trình thứ nhất của biểu thức (3.54) chỉ ra, với  $a, \xi, A, \Omega > 0$  thì vế trái là số nguyên âm, do đó điều kiện cần là  $\sin \varphi \leq 0$ . Trong phương trình thứ hai của biểu thức (3.54), vế trái phương trình có thể nhận giá trị âm hoặc dương, do đó góc lệch pha nằm trong khoảng  $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$ . Khi loại bỏ góc lệch pha  $\varphi$  trong các phương trình của biểu thức (3.54) thu được quan hệ biên độ - tần số trong hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa, ở vùng lân cận hiệu ứng cộng hưởng chính của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, mô tả bởi biểu thức sau:

$$A^2\Omega^4 = a^2 \left[ \left( 2\xi\Omega + \kappa^2 \frac{\alpha\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \right)^2 + \left( \frac{3}{4}\gamma a^2 - \sigma + \kappa^2 \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \right)^2 \right] \quad (3.55)$$

Hai nhánh đường cong biên độ-tần số, như sau:

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{3}{4}\gamma a^2 + \frac{\kappa^2\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \right) \pm \varepsilon \sqrt{\frac{A^2\Omega^4}{a^2} - \left( 2\xi\Omega + \frac{\kappa^2\alpha\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \right)^2} \quad (3.56)$$

Biểu thức (3.56), biểu diễn sự phụ thuộc của biên độ đáp ứng ( $a$ ) vào tần số kích động nền ( $\Omega$ ), được gọi là quan hệ biên độ - tần số.

Quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến cho bởi biểu thức (3.55), khi loại bỏ hệ số liên kết cơ điện (tức  $\kappa^2 = 0; \alpha = 0$ ), thu được quan hệ của hệ cơ học Duffing tương ứng, đã nêu cụ thể bởi Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116]. Khi chuẩn hóa các ký hiệu, Luận án thu được quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến

trong hiệu ứng cộng hưởng chính là biểu thức được các tác giả Wei Wang và cộng sự [111], khi sử dụng phương pháp nhiễu độ đo công bố năm 2018.

Từ biểu thức (3.54), góc lệch pha hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, khi áp dụng phương pháp trung bình mở rộng, thỏa mãn biểu thức sau:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\left( 2\xi\Omega + \kappa^2 \frac{\alpha\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \right)}{\left( \sigma - \frac{3}{4}\gamma a^2 - \kappa^2 \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \right)} \quad (3.57)$$

Quan hệ biên độ - tần số trong biểu thức (3.56) cho thấy sự phụ thuộc phức tạp giữa tần số ( $\Omega$ ) và biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ), rất khó để biểu diễn quan hệ này rõ ràng về mặt giải tích. Để khắc phục khó khăn này, theo Bogoliubov và Mitropolsky [114], Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116], luận án xác định nghiệm gần đúng bậc nhất  $\Omega_{(1)}$  của biểu thức (3.56) như một hàm của biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ), thực hiện thay  $\varepsilon = 0$  vào biểu thức (3.39), khi đó:

$$\Omega_{(0)}^2 = \omega_0^2 \quad (3.58)$$

Biểu thức gần đúng bậc nhất của quan hệ tần số - biên độ, được mô tả bởi:

$$\Omega_{(1)I}^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{3}{4}\gamma a^2 + \frac{\kappa^2 \omega_0^2}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{A^2 \omega_0^4}{a^2} - \left( 2\xi\omega_0 + \frac{\kappa^2 \alpha \omega_0}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right)^2} \quad (3.59)$$

$$\Omega_{(1)II}^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{3}{4}\gamma a^2 + \frac{\kappa^2 \omega_0^2}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) + \varepsilon \sqrt{\frac{A^2 \omega_0^4}{a^2} - \left( 2\xi\omega_0 + \frac{\kappa^2 \alpha \omega_0}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right)^2} \quad (3.60)$$

Trong dải tần số lân cận hiệu ứng cộng hưởng chính, các nhánh trái và phải của đồ thị biên độ- tần số đối xứng qua trục xương sống (backbone):

$$\Omega^2(a) = \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{3}{4}\gamma a^2 + \frac{\kappa^2 \omega_0^2}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) \quad (3.61)$$

Khoảng cách từ trục xương sống đến các đường cong phía trái và phải:

$$\delta(a) = \varepsilon \sqrt{\frac{A^2 \omega_0^4}{a^2} - \left( 2\xi\omega_0 + \frac{\kappa^2 \alpha \omega_0}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right)^2} \quad (3.62)$$

với  $S$ , là điểm cao nhất trên đường cong quan hệ tần số - biên độ của hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong trạng thái hiệu ứng cộng hưởng chính, được xác định bởi các tọa độ  $(\Omega_S, a_{peak})$ . Khi đó  $S$ , là giao điểm của các đường cong nhánh (I), nhánh (II) và đường cong xương sống, thỏa mãn điều kiện  $\delta(a) = 0$ , khi đó

$$a_{peak} = \frac{A\omega_0}{\left(2\xi + \frac{\kappa^2 \alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2}\right)} \quad (3.63)$$

Rõ ràng, khi  $\sin \varphi = -1$  so sánh phương trình thứ nhất của biểu thức (3.54) và (3.63) cho thấy biên độ kích động nền đạt giá trị lớn nhất. Theo đó, từ biểu thức (3.63) luận án rút ra một số nhận định sau: Biên độ đáp ứng của chuyển vị lớn nhất là hàm tăng của biên độ của kích động nền ( $A$ ), tần số tự nhiên ( $\omega_0^2$ ), nhưng là hàm giảm đối với hệ số cản ( $\xi$ ), hệ số áp điện ( $\alpha$ ) và hệ số liên kết cơ điện ( $\kappa^2$ ).

Từ các biểu thức (3.63), (3.59) và (3.60) tần số kích động nền ( $\Omega_S$ ) tương ứng với biên độ lớn nhất của đáp ứng chuyển vị ( $a_{peak}$ ), xác định bởi biểu thức:

$$\Omega_S = \left[ \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{3A^2\gamma}{4\omega_0^2 \left(2\xi + \frac{\kappa^2 \alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2}\right)^2} + \frac{\kappa^2 \omega_0^2}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) \right]^{1/2} \quad (3.64)$$

Các đáp ứng hệ cơ điện được xác định từ biểu thức (3.40), (3.45) tại biên độ và góc lệch pha lớn nhất ứng với biểu thức (3.63) và (3.64), có dạng sau:

$$v_p = \frac{A\omega_0^2}{\left(2\xi\omega + \frac{\kappa^2 \alpha \omega_0}{\alpha^2 + \omega_0^2}\right)} \left[ \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos(\Omega t + \varphi) - \frac{\alpha\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin(\Omega t + \varphi) \right] \quad (3.65)$$

với góc lệch pha được biểu diễn bởi:

$$\varphi = \text{atan} \frac{\left(2\xi\Omega + \kappa^2 \frac{\alpha\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2}\right)}{\left(\sigma - \frac{3}{4}\gamma a^2 - \kappa^2 \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2}\right)} \quad (3.66)$$

Sử dụng các biểu thức (3.36), (3.38), (3.40), (3.41) và (3.65), thu được:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \ddot{z} &= \varepsilon f(x, \dot{x}, v_p) - \omega_0^2 x = \\ &= \varepsilon \left[ 2\xi a \Omega \sin \phi - \gamma a^3 \cos^3 \phi - \frac{\kappa^2 a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos \phi + \frac{\alpha \kappa^2 a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin \phi \right] - \omega_0^2 a \cos(\Omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (3.67)$$

Theo Alper Erturk và cộng sự [127], công suất tiêu thụ năng lượng trên tải điện trở bên ngoài trong hệ cơ điện nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng chính, như sau:

$$P_{use-main} = \varepsilon VI \quad (3.68)$$

Từ các biểu thức (3.68) và (3.35), và theo Alper Erturk và cộng sự [127], công suất tiêu thụ năng lượng trên tải điện trở ngoài, như sau:

$$P_{use-main} = \varepsilon \frac{\theta^2}{RC_p^2} v_p^2(t) = \varepsilon \kappa^2 M \alpha a^2 \left[ \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos(\Omega t + \varphi) - \frac{\alpha \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin(\Omega t + \varphi) \right]^2 \quad (3.69)$$

Phân tích dòng năng lượng trong hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền là điều hòa, hệ một giếng đơn của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện trong trường hợp xảy ra hiện tượng cộng hưởng chính, như sau: Rõ ràng biểu thức (3.69) là hàm tuần hoàn, phụ thuộc vào hệ số áp điện ( $\alpha$ ), biên độ đáp ứng của chuyển vị ( $a$ ), và tần số kích động ( $\Omega$ ), biểu thức có chứa dấu “-” biểu thị dòng năng lượng bị hao tán do cản cơ-điện, và được hiểu theo nghĩa tương tác cơ điện hai chiều.

Theo Alper Erturk và cộng sự [127], năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra tiêu thụ trên tải điện trở ngoài trong một chu kỳ  $T = \pi / \Omega$ , xác định bởi:

$$E_{use-Main} = \int_0^{\pi/\Omega} P_{use} dt = \frac{\pi \varepsilon M \Omega}{2(\Omega^2 + \alpha^2)} \alpha \kappa^2 a^2 \quad (3.70)$$

Từ biểu thức (3.63), (3.64) và (3.70), năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra tiêu thụ trên tải điện trở ngoài ở tần số kích động  $\Omega_s$  ứng với biên độ lớn nhất ( $a_{max}$ ):

$$E_{use-Main}^{Peak} = \frac{\pi \varepsilon M \Omega_s}{2(\Omega_s^2 + \alpha^2)} \alpha \kappa^2 a_{peak}^2 \quad (3.71)$$

Theo Alper Erturk và cộng sự [127], Yang và cộng sự [129], công suất cơ học đầu vào

$$P_{in-main} = M(\ddot{x} + \ddot{z})\dot{z} \quad (3.72)$$

Từ các biểu thức (3.34), (3.67) và (3.72), công suất cơ học đầu vào được xác định bởi:

$$P_{in-main} = M \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon \left[ \begin{array}{l} 2\xi a \Omega \sin(\Omega t + \varphi) - \gamma a^3 \cos^3(\Omega t + \varphi) \\ -\frac{\kappa^2 a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos(\Omega t + \varphi) + \frac{\alpha \kappa^2 a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin(\Omega t + \varphi) \end{array} \right] \\ -\omega_0^2 a \cos(\Omega t + \varphi) \end{array} \right\} \times (-\varepsilon \Omega A \cos \Omega t) \quad (3.73)$$

Sử dụng biểu thức (3.54) và (3.73), năng lượng cơ học đầu vào trong một chu kỳ  $T = \pi / \Omega$ , tại điểm cực trị  $S(\Omega_s^2, a_{max})$ , xác định bởi

$$E_{in-Main} = \int_0^{\pi/\Omega} P_{in} dt = \pi \varepsilon M \Omega_s a_{peak}^2 \left( \xi + \kappa^2 \frac{\alpha}{2(\alpha^2 + \Omega_s^2)} \right) \quad (3.74)$$

Theo Alper Erturk và cộng sự [127], tại biên độ và tần số lớn nhất  $S(\Omega_s^2, a_{max})$ , hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến ở vùng lân cận cộng hưởng chính:

$$\eta_{Main}^{peak} = \frac{\alpha \kappa^2}{\left[ 2\xi(\Omega_s^2 + \alpha^2) + \alpha \kappa^2 \right]} \quad (3.75)$$

Từ biểu thức (3.75), chỉ rõ hiệu suất hệ cơ điện nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng chính, không chỉ phụ thuộc vào tham số của hệ (là hàm tăng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  và hệ số áp điện  $\alpha$  mà còn phụ thuộc trực tiếp vào tần số kích động, đồng nghĩa phụ thuộc vào biên độ kích động nên).

Với hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện tuyến tính, từ biểu thức (3.64), khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng và loại bỏ hệ số phi tuyến ( $\gamma$ ), tần số kích động:

$$\Omega_s = \left[ \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{\kappa^2 \omega_0^2}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) \right]^{1/2} \quad (3.76)$$

Khi đó, hiệu suất thu thập năng lượng hệ tuyến tính, thu được từ biểu thức (3.75):

$$\eta_{Main-tt}^{peak} = \frac{\alpha \kappa^2}{\left[ 2\xi(\Omega_s^2 + \alpha^2) + \alpha \kappa^2 \right]} \quad (3.77)$$

Theo Alper Erturk và cộng sự [127], hiệu suất thu thập năng lượng áp điện tuyến tính:

$$\eta_{207} = \frac{\kappa^2}{2\frac{\xi}{\alpha}\Omega^2 + 2\xi\alpha + \kappa^2} = \frac{\alpha\kappa^2}{2\xi\Omega^2 + 2\xi\alpha^2 + \alpha\kappa^2} = \frac{\alpha\kappa^2}{2\xi(\Omega^2 + \alpha^2) + \alpha\kappa^2} \quad (3.78)$$

So sánh, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện tuyến tính từ hai biểu thức giải tích (3.77), (3.78) tương ứng khi sử dụng phương pháp trung bình và khi sử dụng phương pháp cân bằng điều hòa [127], độ tin cậy của quy trình phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện đã được khẳng định và kiểm chứng.

### 3.3.2. Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa (Sub harmonic resonance)

Trường hợp hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, khi đó từ biểu thức (3.15), thu được:

$$(m; n) = (1; 3) \quad (3.79)$$

Thay thế biểu thức (3.79) vào các phương trình (3.12), (3.13), (3.15), (2.65), thu được:

$$\begin{aligned} x &= a \cos \phi + f_0 \cos 3(\phi - \varphi); & \dot{x} &= -\frac{1}{3}\Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin 3(\phi - \varphi); \\ f(x, \dot{x}, v) &= -\left[ -\frac{2}{3}\xi\Omega a \sin \phi - 2\xi\Omega f_0 \sin 3(\phi - \varphi) + \gamma(a \cos \phi + f_0 \cos 3(\phi - \varphi))^3 + \right. \\ &\quad \left. -\kappa^2 \frac{3a\Omega}{9\alpha^2 + \Omega^2} \left( \alpha \sin \phi - \frac{\Omega}{3} \cos \phi \right) + \kappa^2 \frac{\Omega f_0}{\alpha^2 + \Omega^2} (\Omega \cos 3(\phi - \varphi) - \alpha \sin 3(\phi - \varphi)) \right] \end{aligned} \quad (3.80)$$

Thế biểu thức (3.80) vào hai phương trình (3.30) và (3.31), thu được :

$$\begin{aligned} S(a, \varphi, \Omega) &= \left\langle (2\xi\dot{x} + \gamma x^3 + \kappa^2 v) \sin \phi \right\rangle = \\ &= \left\langle -\frac{2}{3}\xi\Omega a \sin^2 \phi - 2\xi\Omega f_0 \sin 3(\phi - \varphi) \sin \phi + \gamma \sin \phi (a \cos \phi + f_0 \cos 3(\phi - \varphi))^3 - \right. \\ &\quad \left. -\kappa^2 \frac{3a\Omega}{9\alpha^2 + \Omega^2} \left( \alpha \sin^2 \phi - \frac{1}{3}\Omega \sin \phi \cos \phi \right) + \right. \\ &\quad \left. + \kappa^2 \frac{f_0\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} (\Omega \sin \phi \sin 3(\phi - \varphi) - \alpha \sin \phi \cos 3(\phi - \varphi)) \right\rangle \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned}
Q(a, \varphi, \Omega) &= \frac{a}{2} \left( \omega_0^2 - \frac{\Omega^2}{9} \right) + \varepsilon \left\langle (2\xi \dot{x} + \gamma x^3 + \kappa^2 v) \cos \phi \right\rangle = \\
&= \frac{1}{2} \varepsilon \sigma a + \left\langle -\frac{2}{3} \xi \Omega a \cos \phi \sin \phi - 2\xi \Omega f_0 \cos \phi \sin 3(\phi - \varphi) + \right. \\
\text{và:} \quad &+ \gamma \cos \phi \left( a \cos \phi + f_0 \cos 3(\phi - \varphi) \right)^3 - \kappa^2 \frac{3a\Omega}{9\alpha^2 + \Omega^2} \left( \alpha \sin \phi \cos \phi - \frac{\Omega}{3} \cos^2 \phi \right) + \\
&\left. + \kappa^2 \frac{\Omega f_0}{\alpha^2 + \Omega^2} \left( \Omega \cos 3(\phi - \varphi) \cos \phi - \alpha \sin 3(\phi - \varphi) \cos \phi \right) \right\rangle
\end{aligned} \tag{3.82}$$

Thực hiện trung bình các biểu thức (3.81) và (3.82), theo chu kỳ, thu được:

$$\begin{aligned}
\langle S(a, \varphi, \Omega) \rangle &= \frac{3}{8} a \left( -\frac{8\xi\Omega}{9} + af_0\gamma \sin 3\varphi - \frac{4\alpha\kappa^2\Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right) \\
\langle Q(a, \varphi, \Omega) \rangle &= \frac{a}{2} \left( \omega_0^2 - \frac{\Omega^2}{9} \right) + \frac{3\varepsilon a \gamma}{8} (a^2 + 2f_0^2 + af_0 \cos 3\varphi) + \frac{\varepsilon \Omega^2 \kappa^2 a}{2(\Omega^2 + 9\alpha^2)}
\end{aligned} \tag{3.83}$$

Sử dụng các biểu thức (3.32), (3.33), (3.83), nghiệm dừng quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) và góc lệch pha ( $\varphi$ ), xác định từ hai phương trình sau:

$$\begin{aligned}
a \left( -\frac{8\xi\Omega}{9} + af_0\gamma \sin 3\varphi - \frac{4\varepsilon\alpha\kappa^2\Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right) &= 0; \\
a \left( \omega_0^2 - \frac{\Omega^2}{9} \right) + \frac{3\varepsilon a \gamma}{4} (a^2 + 2f_0^2 + af_0 \cos 3\varphi) + \frac{\varepsilon \Omega^2 \kappa^2 a}{\Omega^2 + 9\alpha^2} &= 0
\end{aligned} \tag{3.84}$$

Quan hệ giữa biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) và góc lệch pha ( $\varphi$ ) xác định bởi:

$$\begin{aligned}
\frac{2\varepsilon\xi\Omega}{3} + \frac{3\varepsilon\alpha\kappa^2\Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} &= \frac{3}{4} \varepsilon af_0\gamma \sin(3\varphi) \\
\left( \omega_0^2 - \frac{\Omega^2}{9} \right) + \frac{3\varepsilon\gamma}{4} (a^2 + 2f_0^2) + \frac{\varepsilon\Omega^2\kappa^2}{\Omega^2 + 9\alpha^2} &= -\frac{3}{4} \varepsilon\gamma af_0 \cos(3\varphi)
\end{aligned} \tag{3.85}$$

Từ hai phương trình của biểu thức (3.85), quan hệ giữa biên độ - tần số của hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa, như sau:

$$\begin{aligned}
\left\{ \left( \omega_0^2 - \frac{\Omega^2}{9} \right) + \frac{3}{4} \varepsilon\gamma (a^2 + 2f_0^2) + \frac{\varepsilon\Omega^2\kappa^2}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right\}^2 + \\
+ \left[ \frac{2}{3} \varepsilon\xi\Omega + \frac{3\varepsilon\alpha\kappa^2\Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right]^2 - \frac{9}{16} \varepsilon^2 \gamma^2 a^2 f_0^2 = 0
\end{aligned} \tag{3.86}$$



Kiểm chứng kết quả phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền là điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện:

Nếu phương trình (3.86) hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2 = 0; \alpha = 0$ , Luận án thu được quan hệ biên độ-tần số của bộ dao động cơ học Duffing trong trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa, như được chỉ rõ bởi Mitropolsky, Dao, N.V và Anh, N.D [116]. Do đó, thêm một lần nữa khẳng định quy trình phát triển của phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện ở tiêu mục 3.1 là đáng tin cậy.

Biểu thức (3.86) là phương trình bậc hai của biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a^2$ ), thực hiện phép biến đổi toán học, thu được biểu thức sau:

$$a^2 = \frac{4}{27\varepsilon\gamma}(\Omega^2 - 9\omega_0^2) - \frac{3}{2}f_0^2 - \frac{4\Omega^2\kappa^2}{3\gamma(\Omega^2 + 9\alpha^2)} \pm \frac{2}{9} \left\{ \frac{4}{(3\varepsilon\gamma)^2} \left[ 9\omega_0^2 - \Omega^2 + \frac{9\varepsilon\Omega^2\kappa^2}{\Omega^2 + 9\alpha^2} + \frac{81\varepsilon\gamma}{8}f_0^2 \right]^2 - \frac{3\varepsilon}{\gamma} \left( 2\xi\Omega + \frac{9\alpha\kappa^2\Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right)^2 - \frac{1}{3\varepsilon\gamma} \left( 9\omega_0^2 - \Omega^2 + \frac{9\varepsilon\Omega^2\kappa^2}{\Omega^2 + 9\alpha^2} + \frac{27\varepsilon\gamma f_0^2}{2} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (3.87)$$

đây là quan hệ phụ thuộc giữa biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a$ ) vào tần số kích động của nền ( $\Omega$ ), phương trình (3.87) tồn tại hai giá trị biên độ đáp ứng chuyển vị ( $a^2$ ) tương ứng với mỗi tần số kích động ( $\Omega$ ).

Sử dụng quan hệ trong biểu thức (3.85) thu được góc lệch pha, với trường hợp nghiệm dừng, như sau:

$$\tan 3\varphi = \frac{12 \left[ 2\varepsilon\xi\Omega(\Omega^2 + 9\alpha^2) + 9\varepsilon\alpha\kappa^2\Omega \right]}{4(\Omega^2 - 9\omega_0^2)(\Omega^2 + 9\alpha^2) - 27\varepsilon\gamma(a^2 + 2f_0^2)(\Omega^2 + 9\alpha^2) - 36\varepsilon\Omega^2\kappa^2} \quad (3.88)$$

Từ biểu thức (3.20), (3.21) và (3.79), quan hệ điện áp trên tải điện trở bên ngoài:

$$v(t) = -\frac{3a\Omega}{9\alpha^2 + \Omega^2} \left[ \alpha \sin\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) - \frac{1}{3}\Omega \cos\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) \right] + \frac{\varepsilon A \Omega^3}{(\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \quad (3.89)$$

Đáp ứng điện áp có chu kỳ  $6\pi / \Omega$ ; gấp 3 lần chu kỳ lực kích động. Công suất tiêu thụ trên điện trở ngoài, xác định bởi:

$$P_{use-Sub} = \varepsilon \frac{V^2}{R} = \varepsilon \frac{\theta^2}{RC_p^2} v^2(t) = \varepsilon \alpha \kappa^2 M v^2(t) \quad (3.90)$$

Sử dụng các biểu thức (3.89), (3.90) và lưu ý quan hệ trong công thức (2.62), ta nhận được năng lượng điện hữu ích tiềm năng của hệ cơ điện nghiên cứu trong trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa, với mỗi chu kỳ, xác định bởi biểu thức (3.91), như sau:

$$\begin{aligned} E_{use-Sub} &= \int_0^{3\pi/\Omega} P_{use-Sub} dt = \frac{3\pi}{2} \varepsilon \alpha \kappa^2 \Omega M \left[ \frac{f_0^2}{(\Omega^2 + \alpha^2)} + \frac{a^2}{(\Omega^2 + 9\alpha^2)} \right] = \\ &= \frac{3\pi}{2} \varepsilon \alpha \kappa^2 \Omega M \left[ \frac{\varepsilon^2 A^2 \Omega^4}{(\Omega^2 + \alpha^2)(\Omega^2 - \omega_0^2)^2} + \frac{a^2}{(\Omega^2 + 9\alpha^2)} \right] \end{aligned} \quad (3.91)$$

Sử dụng các biểu thức (3.13), (3.80), theo Alper Erturk và cộng sự [127], công suất đầu vào cơ học được xác định bởi:

$$\begin{aligned} P_{in-sub} &= F\dot{z} = M(\ddot{x} + \ddot{z})\dot{z} = \\ &= \left\{ \varepsilon \left[ \frac{2}{3} \xi \Omega a \sin\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) + 2\xi \Omega f_0 \sin \Omega t - \gamma \left( a \cos\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) + f_0 \cos \Omega t \right)^3 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \kappa^2 \frac{3a\Omega}{9\alpha^2 + \Omega^2} \left( \alpha \sin\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) + \frac{\Omega}{3} \cos\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \kappa^2 \frac{\Omega f_0}{\alpha^2 + \Omega^2} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \right. \\ &\quad \left. - \omega_0^2 a \cos\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) - \varepsilon \omega_0^2 f_0 \cos \Omega t \right\} (-\varepsilon M A \Omega \sin \Omega t) \end{aligned} \quad (3.92)$$

Công do kích động bên ngoài thực hiện trên hệ trong một chu kỳ có thể được tính là năng lượng cơ học đầu vào trong 1 chu kỳ  $T = 9\pi / \Omega$ .

$$W_{in-Sub} = \int_0^{9\pi/\Omega} P_{in} dt = \frac{3\pi}{2} \varepsilon^2 A M \left[ -2\Omega f_0 \xi - \frac{1}{4} a^3 \gamma \sin 3\varphi - \frac{1}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \Omega \alpha f_0 \kappa^2 \right] \quad (3.93)$$

Từ biểu thức nghiệm dừng giữa biên độ và góc lệch pha (3.84), thu được:

$$W_{in-Sub} = \frac{3\pi \varepsilon^2 A M \Omega}{2} \left\{ -2\xi f_0 - \frac{1}{f_0} \left[ \frac{\alpha \kappa^2 a^2}{(\Omega^2 + 9\alpha^2)} + \frac{2\xi a^2}{9} \right] - \frac{\alpha \kappa^2 f_0}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right\} \quad (3.94)$$

Phân tích dòng năng lượng trong hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền là điều hòa, hệ một giếng đơn, như sau: Năng lượng cơ học đầu vào thu được từ biểu thức (3.93) có dạng tuần hoàn (hàm  $\sin$ ), kích động tạo ra năng lượng hữu ích cho hệ ( $W^+$ ), nhưng đồng thời cũng như tạo ra năng lượng tiêu hao ( $W^-$ ). Do đó, năng lượng cơ học đầu vào có thể rất nhỏ do các công này triệt tiêu lẫn nhau. Công suất trung bình tính theo căn bậc hai (RMS)  $P_{inRMS}$  với chu kỳ T.

$$E_{in-Sub} = |W_{in-Sub}| \quad (3.95)$$

và, khi đó:

$$E_{in-Sub} = TP_{inRMS} = T \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T P_{in}^2 dt} \quad (3.96)$$

Năng lượng cơ học đầu vào trong biểu thức (3.96) có thể được tính bằng giải pháp số. Loại bỏ số hạng bậc cao hơn của  $\varepsilon^2$ , cho giá trị gần đúng của  $E_{in}$  như sau:

$$\begin{aligned} E_{in-Sub} = & \frac{3\pi}{2} M \frac{\Omega}{\tilde{\omega}} \frac{A}{\Omega^2} \varepsilon^{1/2} \left[ \frac{\Omega^2}{2\varepsilon\tilde{\omega}^2} \left( 2a^2 + \frac{\tilde{\omega}^4}{(\tilde{\omega}^2 - 1)^2} \left( \frac{A}{\Omega^2} \right)^2 \right) + \right. \\ & + \frac{3}{4} \frac{a^2 \gamma}{\Omega^2} \left( 2a^2 + \frac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - 1} \frac{A}{\Omega^2} a \cos 3\varphi + 2 \frac{\tilde{\omega}^4}{(\tilde{\omega}^2 - 1)^2} \left( \frac{A}{\Omega^2} \right)^2 \right) + \\ & \left. + \frac{\gamma}{4\Omega^2} \frac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - 1} \frac{A}{\Omega^2} \left( a^3 \cos 3\varphi + 6a^2 \frac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - 1} \frac{A}{\Omega^2} + 2 \frac{\tilde{\omega}^6}{(\tilde{\omega}^2 - 1)^3} \left( \frac{A}{\Omega^2} \right)^3 \right) \right] \\ & + \kappa^2 \left[ \frac{2\tilde{\omega}^2}{9\tilde{\alpha}^2 + \tilde{\omega}^2} a^2 - \frac{\tilde{\alpha}\tilde{\omega}}{\tilde{\alpha}^2 + \tilde{\omega}^2} \frac{\tilde{\omega}^4}{(\tilde{\omega}^2 - 1)^2} \left( \frac{A}{\Omega^2} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.97)$$

Từ biểu thức (3.91), rõ ràng năng lượng đầu ra phụ thuộc vào bình phương biên độ chuyển vị  $z(t), x(t)$ , tần số kích động và hệ số liên kết cơ điện. Trong các biểu thức (3.93), (3.94) năng lượng đầu vào cơ học phụ thuộc vào kích động nền, năng lượng cơ học hệ cơ điện bộ thiết bị thu thập năng lượng phi tuyến biểu thị qua lực đàn hồi phi tuyến ( $\gamma a^3$ ) và lực áp điện ( $\kappa^2 A$ ). Trong trường hợp cộng hưởng thứ điều hòa  $\Omega \approx 3\omega_0$ , khi  $(\Omega^2 - \omega_0^2) > 0$  hoặc  $(\tilde{\omega}^2 - 1) > 0$  năng lượng đầu  $E_{in-Sub}$  vào có số hạng âm do một phần năng lượng đầu vào “chảy ngược trở lại” nguồn kích động như đã được thảo luận

bởi Alper Erturk và cộng sự [127]. Để năng lượng cơ học đầu vào có giá trị dương, từ biểu thức có thể nhận thấy điều kiện cần là tần số kích động phải lớn hơn tần số tự nhiên hệ  $\Omega^2 - \omega_0^2 > 0$ , và ở hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa khi  $\Omega \approx 3\omega_0$  đáp ứng điều kiện cần để năng lượng cơ học đầu vào có giá trị dương.

Theo Alper Erturk và cộng sự [127], hiệu suất thu thập năng lượng là tỷ lệ giữa năng lượng đầu ra và năng lượng đầu vào. Để duy trì tính nhất quán, xác định hiệu suất bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện theo cùng một cách, tức là tỷ số giữa năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra  $E_{use-sub}$  và năng lượng cơ học đầu vào  $E_{in-sub}$ .

$$\eta_{Sub} = \frac{E_{use-sub}}{E_{in-sub}} \quad (3.98)$$

Hiệu suất phụ thuộc vào tham số không thứ nguyên  $\varepsilon$ , tần số kích động  $\Omega$ , tỷ số tần số  $\tilde{\omega}$ , điện trở chuẩn hóa  $\tilde{\alpha}$ , hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , độ cứng phi tuyến cơ học  $\gamma$ , phụ thuộc vào biên độ kích động nền và đáp ứng, góc lệch pha  $\varphi$ . Cần lưu ý rằng hiệu suất liên quan trực tiếp đến độ lệch pha giữa kích động và đáp ứng, điều này làm phức tạp tính toán. Vì vậy, để đạt được hiệu quả thu thập năng lượng cao cần xem xét tổng thể, đầy đủ cấu tạo, vật liệu và phụ tải điện. Đánh giá hiệu suất và ảnh hưởng các tham số trong cơ hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động điều hòa của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, được Luận án nghiên cứu, khảo sát, và phân tích bằng mô phỏng số trong phần tiếp theo.

### 3.3.3. Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa (*Super harmonic resonance*)

Kích động nền là hàm tuần hoàn, được mô tả tương tự như trong trường hợp cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ điều hòa, như sau:

$$z = \varepsilon A \cos \Omega t; \dot{z} = \varepsilon A \Omega \sin \Omega t; \ddot{z} = -\varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.99)$$

Trong đó:  $A; \Omega$  lần lượt là biên độ và tần số kích động nền. Quan hệ giữa tần số tự nhiên ( $\omega_0$ ) và kích động ( $\Omega$ ):

$$\omega_0^2 = \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 - \varepsilon \sigma, \quad (m, n) = (3, 1); \sigma = \frac{1}{\varepsilon} \left( \omega_0^2 - \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 \right) \quad (3.100)$$

Hệ phương trình vi phân giữa biên độ và góc lệch pha, biểu diễn bởi các biểu thức sau:

$$\dot{a} = -\frac{\varepsilon}{3\Omega} \left[ \sigma a \cos \phi + f \left( a \cos \phi + f_0 \cos \frac{(\phi - \varphi)}{3}, -3\Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin \frac{(\phi - \varphi)}{3}, v(\phi) \right) \right] \sin \phi \quad (3.101)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{\varepsilon}{3a\Omega} \left[ \sigma a \cos \phi + \left( a \cos \phi + f_0 \cos \frac{(\phi - \varphi)}{3}, -3\Omega a \sin \phi - \Omega f_0 \sin \frac{(\phi - \varphi)}{3}, v(\phi) \right) \right] \cos \phi \quad (3.102)$$

Các toán tử trung bình cho các phương trình (3.101), (3.102) dẫn tới:

$$\langle \dot{a} \rangle = -\frac{\varepsilon}{2} \left( 2\xi + \frac{\alpha\kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right) a + \frac{\varepsilon f_0^3 \gamma}{24\Omega} \sin \varphi \quad (3.103)$$

$$\langle \dot{\phi} \rangle = \frac{\varepsilon}{2} \left( -\sigma + \frac{3}{2} f_0^2 \gamma + \frac{9\Omega^2 \kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right) a + \frac{3\varepsilon\gamma}{8} a^3 + \frac{\varepsilon}{8} f_0^3 \gamma \cos \varphi \quad (3.104)$$

trong đó: 
$$f_0 = \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (3.105)$$

Khi  $\langle \dot{a} \rangle = 0, \langle \dot{\phi} \rangle = 0$ , từ các phương trình (3.103) và (3.104), thu được:

$$\begin{aligned} 3\Omega \left( 2\xi + \frac{\alpha\kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right) &= \frac{f_0^3 \gamma}{4a} \sin \varphi \\ \sigma - \frac{3}{2} f_0^2 \gamma - \frac{9\Omega^2 \kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} - \frac{3\gamma}{4} a^2 &= \frac{f_0^3 \gamma}{4a} \cos \varphi \end{aligned} \quad (3.106)$$

Từ các phương trình của biểu thức (3.106), góc lệch pha được xác định bởi

$$\tan \varphi = \frac{3\Omega \left( 2\xi + \frac{\alpha\kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right)}{\sigma - \frac{3}{2} f_0^2 \gamma - \frac{9\Omega^2 \kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} - \frac{3\gamma}{4} a^2} \quad (3.107)$$

Từ phương trình thứ nhất của biểu thức (3.106) chỉ ra, với  $\gamma, a, f_0$  thì vế trái là số dương, do đó điều kiện cần là  $\sin \varphi \geq 0$ . Vế trái trong phương trình thứ hai của biểu thức (3.106) có thể nhận giá trị âm hoặc dương, do đó góc lệch pha nằm trong khoảng

$0 \leq \varphi \leq \pi$ . Loại bỏ góc lệch pha ( $\varphi$ ) trong các phương trình của biểu thức (3.106) thu được quan hệ giữa biên độ - tần số hệ cơ điện, mô tả bởi biểu thức:

$$9\Omega^2 a^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha\kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right)^2 + a^2 \left( \sigma - \frac{3\gamma}{4} a^2 - \frac{3}{2} f_0^2 \gamma - \frac{9\Omega^2 \kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right)^2 - \frac{\gamma^2 f_0^6}{16} = 0 \quad (3.108)$$

Biểu thức (3.108), chỉ ra sự phụ thuộc giữa biên độ kích động nền ( $a$ ) vào tần số kích động ( $\Omega$ ).

Thu được quan hệ giữa biên độ - tần số từ (3.108) đối với hệ cơ học Duffing khi xét trường hợp hệ số liên kết cơ điện ( $\kappa^2 = 0; \alpha = 0$ ), như đã được chỉ rõ bởi Mitropolsky, N.V. Dao, N.D.Anh [116]. Rõ ràng từ biểu thức (3.108), chỉ ra biên độ ( $a$ ) hệ cơ điện ứng với hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa tồn tại, cho phép đánh giá ảnh hưởng hệ số phi tuyến cơ học  $\gamma$  trong thu thập năng lượng.

Quan hệ biên độ - tần số từ biểu thức (3.108) cho thấy sự phụ thuộc phức tạp giữa tần số kích động nền ( $\Omega$ ) và biên độ ( $a$ ), rất khó để biểu diễn rõ ràng về mặt giải tích và cho đến nay, theo hiểu biết tốt nhất của tác giả, hiện chưa có biểu diễn quan hệ biên độ- tần số của biểu thức (3.108) trên một đồ thị. Để khắc phục khó khăn này, luận án tìm nghiệm gần đúng bậc nhất  $\Omega_{(1)}$  trong biểu thức (3.108) như một hàm của biên độ kích động nền [114], [115], [116].

Biểu thức gần đúng bậc nhất quan hệ giữa biên độ - tần số, mô tả bởi:

$$\Omega_{(1)I}^2 = \frac{\omega_0^2}{9} + \frac{\varepsilon}{9} \left( \frac{3\gamma}{4} a^2 + \frac{3\varepsilon^2 \gamma}{128} A^2 + \frac{\omega_0^2 \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right) - \frac{\varepsilon}{9} \sqrt{\frac{\varepsilon^6 A^6 \gamma^2}{2^{22} a^2} - \omega_0^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha\kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right)^2} \quad (3.109)$$

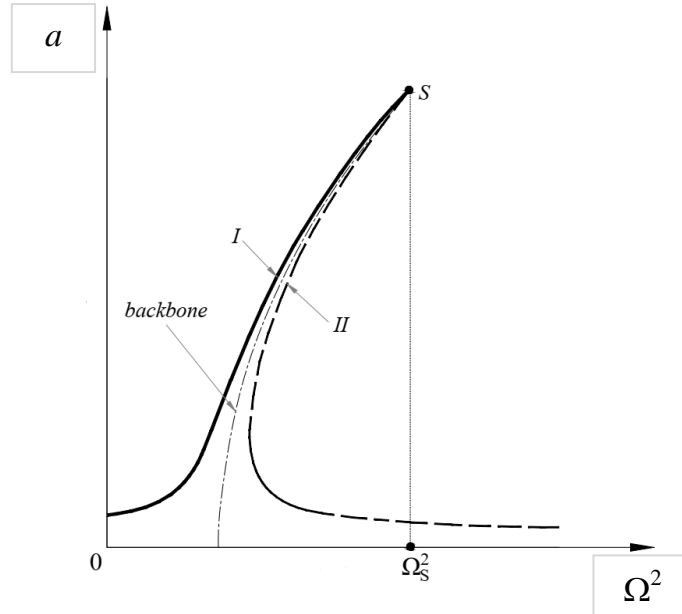
$$\Omega_{(1)II}^2 = \frac{\omega_0^2}{9} + \frac{\varepsilon}{9} \left( \frac{3\gamma}{4} a^2 + \frac{3\varepsilon^2 \gamma}{128} A^2 + \frac{\omega_0^2 \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right) + \frac{\varepsilon}{9} \sqrt{\frac{\varepsilon^6 A^6 \gamma^2}{2^{22} a^2} - \omega_0^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha\kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right)^2} \quad (3.110)$$

Quan hệ giữa biên độ - tần số của hệ nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa là đối xứng qua trục xương sống và được xác định bởi phương trình sau:

$$\Omega^2 = \frac{\omega_0^2}{9} + \frac{\varepsilon}{9} \left( \frac{3\gamma}{4} a^2 + \frac{3\varepsilon^2 \gamma}{128} A^2 + \frac{\omega_0^2 \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right) \quad (3.111)$$

Khoảng cách ngang từ trục xương sống (backbone) đến các đường cong nhánh phía trái và nhánh phía phải của đồ thị quan hệ biên độ - tần số được xác định bởi:

$$\delta(a) = \frac{\varepsilon}{9} \sqrt{\frac{\varepsilon^6 A^6 \gamma^2}{2^{22} a^2} - \omega_0^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right)^2} \quad (3.112)$$



Hình 3. 1. Đồ thị quan hệ tần số - biên độ của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn chịu kích động nền điều hòa với hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa [2]

Đồ thị quan hệ tần số - biên độ của hệ cơ điện nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa được thể hiện dưới Hình 3. 1., với  $\Omega_{(I)}$  tương ứng với đường cong nhánh (I),  $\Omega_{(II)}$  tương ứng với đường cong nhánh (II). Các đường cong xương sống (đường trung hòa) và các nhánh đường cong nhánh (I), nhánh (II) uốn cong sang phải đồ thị nếu  $\gamma > 0$ , uốn cong sang trái nếu  $\gamma < 0$ . Với  $S$ , là điểm cao nhất trên đường cong quan hệ giữa tần số - biên độ hệ cơ điện của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền, trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa (trên Hình 3. 1.) và được xác định bởi các tọa độ  $(a_{\max}, \Omega_S^2)$ .

Với  $S$  là giao điểm của các đường cong nhánh (I), nhánh (II) và đường xương sống, thỏa mãn điều kiện  $\delta(a) = 0$ , khi đó:

$$a_{\max} = \frac{\varepsilon^3 A^3 \gamma}{2048 \omega_0 \left( 2\xi + \frac{\alpha \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right)} \quad (3.113)$$

Rõ ràng, khi  $\sin \varphi = 1$  so sánh phương trình thứ nhất của biểu thức (3.106) và (3.113) cho thấy biên độ kích động nền đạt giá trị lớn nhất. Theo đó, từ biểu thức (3.113) cho thấy biên độ lớn nhất là hàm tăng của hệ số phi tuyến ( $\gamma$ ) và biên độ kích động nền ( $a$ ), nhưng là hàm giảm đối với hệ số cản ( $\xi$ ) và hệ số liên kết cơ điện ( $\kappa^2$ ), tần số tự nhiên hệ cơ điện ( $\omega_0$ ). Từ các biểu thức (3.113), (3.109) và (3.110) tần số kích động nền  $\Omega_s$  tương ứng với biên độ lớn nhất được xác định bởi biểu thức sau:

$$\Omega_s = \left[ \frac{\omega_0^2}{9} + \frac{\varepsilon}{9} \left( \frac{3\varepsilon^6 A^6 \gamma^3}{2^{24} \omega_0^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right)^2} + \frac{3\varepsilon^2 \gamma}{128} A^2 + \frac{\omega_0^2 \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right) \right]^{1/2} \quad (3.114)$$

Các đáp ứng trong hệ cơ điện nghiên cứu trong hiện tượng cộng hưởng siêu điều hòa:

$$x = a \cos(3\Omega t + \varphi) + \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t \quad (3.115)$$

$$\dot{x} = -3\Omega a \sin(3\Omega t + \varphi) - \frac{\varepsilon A \Omega^3}{\omega_0^2 - \Omega^2} \sin \Omega t \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} = -\varepsilon & \left[ -6\xi \Omega a \sin(3\Omega t + \varphi) - \frac{2\xi \varepsilon A \Omega^3}{\omega_0^2 - \Omega^2} \sin \Omega t + \right. \\ & \left. + \gamma \left( a \cos(3\Omega t + \varphi) + \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t \right)^3 + \right. \\ & \left. + \frac{3\Omega a \kappa^2}{\alpha^2 + 9\Omega^2} (3\Omega \cos(3\Omega t + \varphi) - \alpha \sin(3\Omega t + \varphi)) \right] - \\ & \left. + \frac{\varepsilon A \Omega^3}{(\alpha^2 + \Omega^2)(\omega_0^2 - \Omega^2)} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \right] - \\ & - \omega_0^2 \left( a \cos(3\Omega t + \varphi) + \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t \right) + A \Omega^2 \cos \Omega t \end{aligned} \quad (3.117)$$

và:

$$v(t) = \frac{3a\Omega}{\alpha^2 + 9\Omega^2} (3\Omega \cos(3\Omega t + \varphi) - \alpha \sin(3\Omega t + \varphi)) + \frac{\varepsilon A \Omega^3}{(\alpha^2 + \Omega^2)(\omega_0^2 - \Omega^2)} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \quad (3.118)$$



Công suất tiêu thụ năng lượng trên tải điện trở ngoài:

$$P_{use-super} = \varepsilon VI \quad (3.119)$$

Từ (3.118), (3.119) và (2.62), công suất tiêu thụ năng lượng trên tải điện trở ngoài:

$$P_{use-super} = \varepsilon \frac{\theta^2}{RC_p^2} v^2(t) = \varepsilon \alpha \kappa^2 M \Omega \left[ \frac{3a}{9\Omega^2 + \alpha^2} (3\Omega \cos(3\Omega t + \varphi) - \alpha \sin(3\Omega t + \varphi)) + \frac{\varepsilon A \Omega^3}{(\Omega^2 + \alpha^2)(\omega_0^2 - \Omega^2)} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \right]^2 \quad (3.120)$$

Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, trong một chu kỳ, xác định bởi:

$$E_{use-Super} = \int_0^{\pi/\Omega} P_{use} dt = \frac{\pi \varepsilon M \Omega}{2} \alpha \kappa^2 \left\{ \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2)} + \frac{\varepsilon^2 A^2 \Omega^4}{(\Omega^2 + \alpha^2)(\Omega^2 - \omega_0^2)^2} \right\} \quad (3.121)$$

Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra tiêu thụ trên tải điện trở ngoài ở tần số kích động  $\Omega_s$  ứng với biên độ lớn nhất  $a_{max}$ :

$$E_{use-Super}^{Peak} = \frac{\pi \varepsilon M \Omega_s}{2} \alpha \kappa^2 \left( \frac{9a_{max}^2}{9\Omega_s^2 + \alpha^2} + \frac{\varepsilon^2 A^2 \Omega_s^4}{(\Omega_s^2 + \alpha^2)(\Omega_s^2 - \omega_0^2)^2} \right) \quad (3.122)$$

Theo Mitropolsky [116] và Yang [129], công suất cơ học đầu vào xác định bởi:

$$P_{in-super} = M (\ddot{x} + \ddot{z}) \dot{z} \quad (3.123)$$

$$P_{in-super} = (\varepsilon M A \Omega \sin \Omega t) \left\{ \begin{array}{l} - \left[ a \cos(3\Omega t + \varphi) + \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t \right] \omega_0^2 + \\ \left\{ \begin{array}{l} 2\xi \left[ -3\Omega a \sin(3\Omega t + \varphi) - \frac{\varepsilon A \Omega^3}{\omega_0^2 - \Omega^2} \sin \Omega t \right] + \\ \varepsilon \gamma \left[ a \cos(3\Omega t + \varphi) + \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega t \right]^3 + \\ \kappa^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{3\Omega a [3\Omega \cos(3\Omega t + \varphi) - \alpha \sin(3\Omega t + \varphi)]}{\alpha^2 + 9\Omega^2} \\ + \frac{\varepsilon A \Omega^3 (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t)}{(\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)} \end{array} \right\} \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (3.124)$$

Do đó, năng lượng cơ học đầu vào trong một chu kỳ  $T = \pi / \Omega$ , xác định bởi:

$$\begin{aligned} W_{in-Super} &= \int_0^{\pi/\Omega} P_{in} dt = \frac{\pi \varepsilon^2 MA}{2} f_0 \left[ -2\Omega \xi - \frac{3}{4} a \gamma f_0 \sin \varphi - \frac{\Omega \alpha \kappa^2}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right] \\ &= \frac{\pi \varepsilon^2 MA}{2} \Omega f_0 \left[ -2\xi \left( 1 + \frac{9a^2}{f_0^2} \right) - \alpha \kappa^2 \left( \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2) f_0^2} + \frac{1}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.125)$$

với: 
$$E_{in-Super} = |W_{in-Super}| \quad (3.126)$$

Từ các biểu thức (3.122), (3.125) và (3.126), hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, xác định bởi:

$$\eta_{Super} = \frac{\alpha \kappa^2 \left\{ \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2)} + \frac{f_0^2}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right\}}{\varepsilon A f_0 \left[ 2\xi \left( 1 + \frac{9a^2}{f_0^2} \right) + \alpha \kappa^2 \left( \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2) f_0^2} - \frac{1}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right) \right]} \quad (3.127)$$

Từ biểu thức (3.127) chỉ ra rằng hiệu suất chuyển đổi, thu thập năng lượng ( $\eta_{Super}$ ) không chỉ phụ thuộc vào tham số của hệ, mà còn phụ thuộc trực tiếp vào biên độ ( $a$ ) và tần số kích động ( $\Omega$ ), do đó tồn tại một giá trị hiệu suất ứng với mỗi điểm trên đồ thị đường cong biên độ - tần số. Tại điểm có biên độ và tần số lớn nhất  $S(a_{max}, \Omega_s^2)$ , biểu thức hiệu suất của hệ cơ điện Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa:

$$\eta_{Super}^{peak} = \frac{\alpha \kappa^2 \left\{ \frac{9a_{max}^2}{(9\Omega_s^2 + \alpha^2)} + \frac{f_0^2}{(\Omega_s^2 + \alpha^2)} \right\}}{\varepsilon A f_0 \left[ 2\xi \left( 1 + \frac{9a_{max}^2}{f_0^2} \right) + \alpha \kappa^2 \left( \frac{9a_{max}^2}{(9\Omega_s^2 + \alpha^2) f_0^2} - \frac{1}{(\Omega_s^2 + \alpha^2)} \right) \right]} \quad (3.128)$$

### 3.4. Đáp ứng cơ điện của bộ thiết bị thu thập áp điện tuyến tính

Hệ cơ điện tuyến tính của bộ thiết bị thu thập áp điện được xác định bởi hai phương trình (2.63) và (2.64), khi  $\gamma = 0$ , tương ứng với:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\varepsilon (2\xi \dot{x} + \kappa^2 v) + \varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.129)$$

$$\dot{v} + \alpha v = \dot{x} \quad (3.130)$$

Nghiệm của hệ phương trình liên kết cơ điện (3.129) và (3.130) có dạng sau

$$x = D_L \sin \Omega t + E_L \cos \Omega t \quad (3.131)$$

$$v = B_L \sin \Omega t + C_L \cos \Omega t \quad (3.132)$$

Đạo hàm, thay các biểu thức (3.131), (3.132) vào các phương trình (3.129), (3.130) và cân bằng các số hạng của  $\sin \Omega t$  và  $\cos \Omega t$ , thu được các hệ số trong hai biểu thức (3.131) và (3.132) như sau:

$$D_L = \frac{\varepsilon^2 A \Omega^3 (2\xi(\Omega^2 + \alpha^2) + \kappa^2 \alpha)}{\varepsilon^2 \Omega^2 [4\Omega^2 \xi^2 + (2\xi\alpha + \kappa^2)^2] + (\omega_0^2 - \Omega^2) [2\varepsilon\kappa^2 \Omega^2 + (\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)]} \quad (3.133)$$

$$E_L = \frac{\varepsilon A \Omega^2 ((\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2) + \varepsilon\kappa^2 \Omega^2)}{\varepsilon^2 \Omega^2 [4\Omega^2 \xi^2 + (2\xi\alpha + \kappa^2)^2] + (\omega_0^2 - \Omega^2) [2\varepsilon\kappa^2 \Omega^2 + (\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)]}$$

$$B_L = \frac{\varepsilon A \Omega^3 (2\varepsilon\xi\Omega^2 - \alpha(\omega_0^2 - \Omega^2))}{\varepsilon^2 \Omega^2 [4\Omega^2 \xi^2 + (2\xi\alpha + \kappa^2)^2] + (\omega_0^2 - \Omega^2) [2\varepsilon\kappa^2 \Omega^2 + (\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)]} \quad (3.134)$$

$$C_L = \frac{\varepsilon A \Omega^4 (\omega_0^2 - \Omega^2 + \varepsilon(\kappa^2 + 2\xi\alpha))}{\varepsilon^2 \Omega^2 [4\Omega^2 \xi^2 + (2\xi\alpha + \kappa^2)^2] + (\omega_0^2 - \Omega^2) [2\varepsilon\kappa^2 \Omega^2 + (\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)]}$$

Năng lượng điện hữu ích tiêu thụ trên tải điện trở ngoài, với hệ tuyến tính xác định bởi

$$E_{use}^L = \int_0^{\pi/\Omega} P_{use}^L dt = \int_0^{\pi/\Omega} \varepsilon \frac{\theta^2}{RC_p^2} v^2 dt = \frac{\pi \varepsilon M \alpha \kappa^2 (B_L^2 + C_L^2)}{2\Omega} \quad (3.135)$$

Từ các biểu thức (2.61), (3.129), (3.131), (3.132), thu được:

$$(\ddot{x} + \ddot{z}) = \left\{ \begin{array}{l} -\varepsilon [2\xi(\Omega D_L \cos \Omega t - \Omega E_L \sin \Omega t) + \kappa^2 (B_L \sin \Omega t + C_L \cos \Omega t)] - \\ -\omega_0^2 (D_L \sin \Omega t + E_L \cos \Omega t) \end{array} \right\} \quad (3.136)$$

Năng lượng cơ học đầu vào hệ tuyến tính

$$E_{in}^L = \int_0^{\pi/\Omega} M (\ddot{x} + \ddot{z}) \dot{z} dt = \frac{\varepsilon AM}{2} (\omega_0^2 D_L + \varepsilon\kappa^2 B_L - 2\varepsilon\xi\Omega E_L) \quad (3.137)$$

Do đó, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện tuyến tính xác định bởi:

$$\eta_L = \frac{E_{use}^L}{E_{in}^L} = \frac{\alpha \kappa^2 (B_L^2 + C_L^2)}{A \Omega (\omega_0^2 D_L + \varepsilon\kappa^2 B_L - 2\varepsilon\xi\Omega E_L)} \quad (3.138)$$

Từ biểu thức (3.138) cho thấy, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện tuyến tính là hàm tăng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  và hệ số áp điện  $\alpha$ , tỷ lệ nghịch với tần số tự nhiên  $\omega_0^2$ , tần số kích động  $\Omega$  và biên độ của lực kích động  $A$ .

### Kết luận chương 3

Trong chương 3, Luận án đã thu được những kết quả chính sau đây:

1. Luận án đã phát triển, mở rộng phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do.
2. Từ nội dung phát triển, mở rộng của phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, Luận án đã xác định các biểu thức giải tích của quan hệ biên độ - tần số, các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu vào, đầu ra, và hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và hệ tuyến tính tương ứng để so sánh.
3. Nội dung phát triển, mở rộng của phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến đã được Luận án kiểm tra, kiểm chứng độ tin cậy. Cụ thể, Luận án đã kiểm chứng, so sánh biểu thức giải tích quan hệ biên độ - tần số ( trong cả hai trường hợp đó là: (1)-Khi loại bỏ các tham số điện ( $\alpha = 0; \kappa^2 = 0$ ) thu được quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ học; (2)-Khi so sánh với kết quả nghiên cứu của tác giả khác; Và hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện nghiên cứu ở trường hợp cộng hưởng chính (khi xét hệ trong trường hợp tuyến tính) với kết quả nghiên cứu của tác giả khác.

Một số nội dung, kết quả nghiên cứu của chương ba được công bố trên tạp chí ISI [1], [2]

## **Chương 4. PHÂN TÍCH ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THAM SỐ HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN KIỂU DUFFING, DẠNG GIẾNG ĐƠN, CHỊU KÍCH ĐỘNG NỀN ĐIỀU HÒA TRONG CÁC HIỆU ỨNG CỘNG HƯỞNG**

Chương này Luận án sử dụng chương trình Matlab để khảo sát, đánh giá ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện của bộ thiết bị thu thập năng lượng với kết cấu dầm công xôn áp điện xét ở dạng dao động riêng thứ nhất được mô hình hóa bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa trong các hiệu ứng liên quan đến hiện tượng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và tuyến tính tương ứng. So sánh, đánh giá, kiểm tra hiệu quả của phương pháp đề xuất trong Luận án với kết quả mô phỏng số.

### **4.1. Khảo sát số kiểm nghiệm kết quả**

Trong tiểu mục này, Nghiên cứu sinh thực hiện các khảo sát số sử dụng phương pháp Runge Kutta bậc 4 – với các cấu trúc lệnh có sẵn trong phần mềm MATLAB là hàm @ODE45, để xác định các nghiệm của hệ phương trình liên kết cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, xét ở trường hợp cộng hưởng chính, đồng thời so sánh với các đáp ứng chuyển vị, điện áp được xác định bởi phương pháp trung bình mà Luận án đã phát triển. Hệ các phương trình (3.36) và (3.37) được đưa về dạng sau:

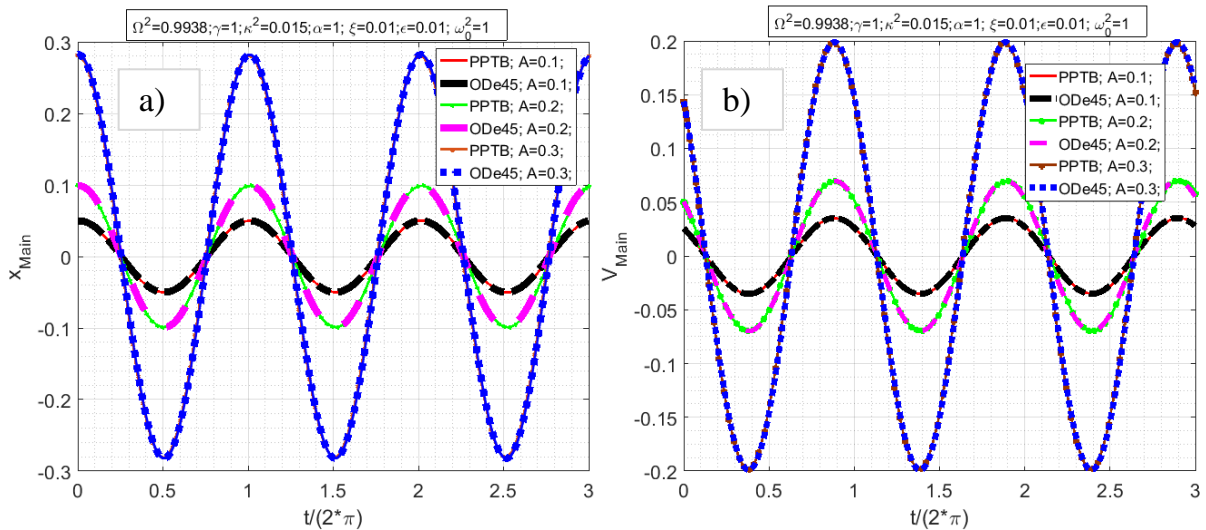
$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x}_1}{dt} = \bar{x}_2; \\ \ddot{\bar{x}}_2 = \frac{d\bar{x}_2}{dt} = \ddot{x} = -\omega_0^2 \bar{x}_1 - \varepsilon (2\xi \bar{x}_2 + \gamma \bar{x}_1^3 + \kappa^2 \bar{x}_3) + \varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t; \\ \dot{\bar{x}}_3 = \frac{d\bar{x}_3}{dt} = \frac{dv_p}{dt} = \bar{x}_2 - \alpha \bar{x}_3 \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Khảo sát khi thay đổi biên độ kích động (khảo sát với  $A = 0.1; 0.2; 0.3$ ), với cùng một tần số kích động tại điểm lân cận xảy ra hiệu ứng cộng hưởng chính ( $\Omega^2 = 0.9938$ ) và giữ nguyên các giá trị tham số khác của hệ, nhằm đánh giá ảnh hưởng của biên độ kích động tới đáp ứng chuyển vị, điện áp.

Với sai số được định nghĩa bởi:

$$\text{Sai số (\%)} = \frac{|\bar{x}_i^{\text{Ode45}} - \bar{x}_i^{\text{PPTB}}|}{|\bar{x}_i^{\text{Ode45}}|} \times 100\%; \quad (i = 1; 3) \quad (4.2)$$

Như được trình bày trên Hình 4. 1. a) và Hình 4. 1. b), rõ ràng các đường cong biểu diễn kết quả số gần như trùng khít (tiệm cận) với đường cong thu được từ phương pháp giải tích. Đồng thời, kết quả số và giải tích có cùng kết luận đó là: biên độ đáp ứng chuyển vị, điện áp tăng mạnh khi tăng biên độ của kích động nền. Khi thay đổi biên độ kích động, sai số lớn nhất của biên độ đáp ứng chuyển vị, điện áp lớn nhất giữa phương pháp số và phương pháp trung bình lần lượt là 0.0355% và 0.3791%, được nêu cụ thể trong Bảng 4. 1.

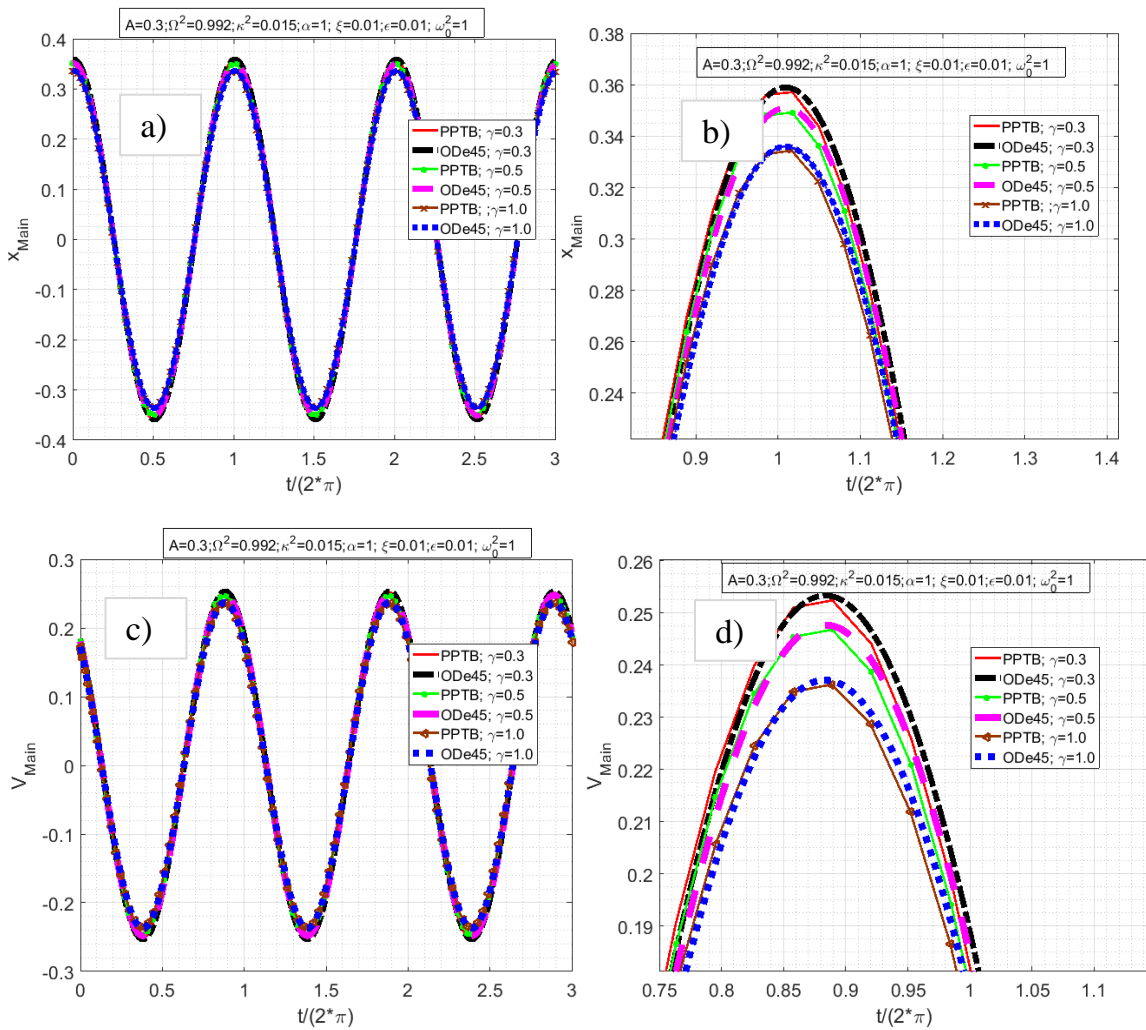


Hình 4. 1. Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance theo thời gian khi thay đổi giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$

Bảng 4. 1. Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi biên độ kích động nền trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu

Tham số	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)
	A=0.1			A=0.2			A=0.3		
$\max  \bar{x}_1 $	0.0500	0.0500	-0.0283	0.0990	0.0990	-0.0402	0.2819	0.2820	<b>-0.0355</b>
$\max  \bar{x}_3 $	0.0353	0.0353	-0.0037	0.0698	0.0698	0.0068	0.1982	0.1989	<b>-0.3791</b>

Tiếp theo, luận án khảo sát khi thay đổi hệ số phi tuyến (xét với  $\gamma = 0.3; 0.5; 1.0$ ), với cùng 1 tần số kích động ( $\Omega^2 = 0.9938$ ), biên độ kích động ứng với  $A = 0.3$  và giữ nguyên các giá trị tham số khác của hệ. Như được trình bày trên Hình 4. 2 ( tương ứng với đáp ứng chuyển vị là Hình 4. 2. a), điện áp Hình 4. 2 c)), các đường cong biểu diễn kết quả số và giải tích rất tiệm cận, rõ ràng kết quả các biểu thức giải tích của đáp ứng chuyển vị, điện áp thu được khi sử dụng phương pháp trung bình trong hệ cơ điện phi tuyến là đáng tin cậy.



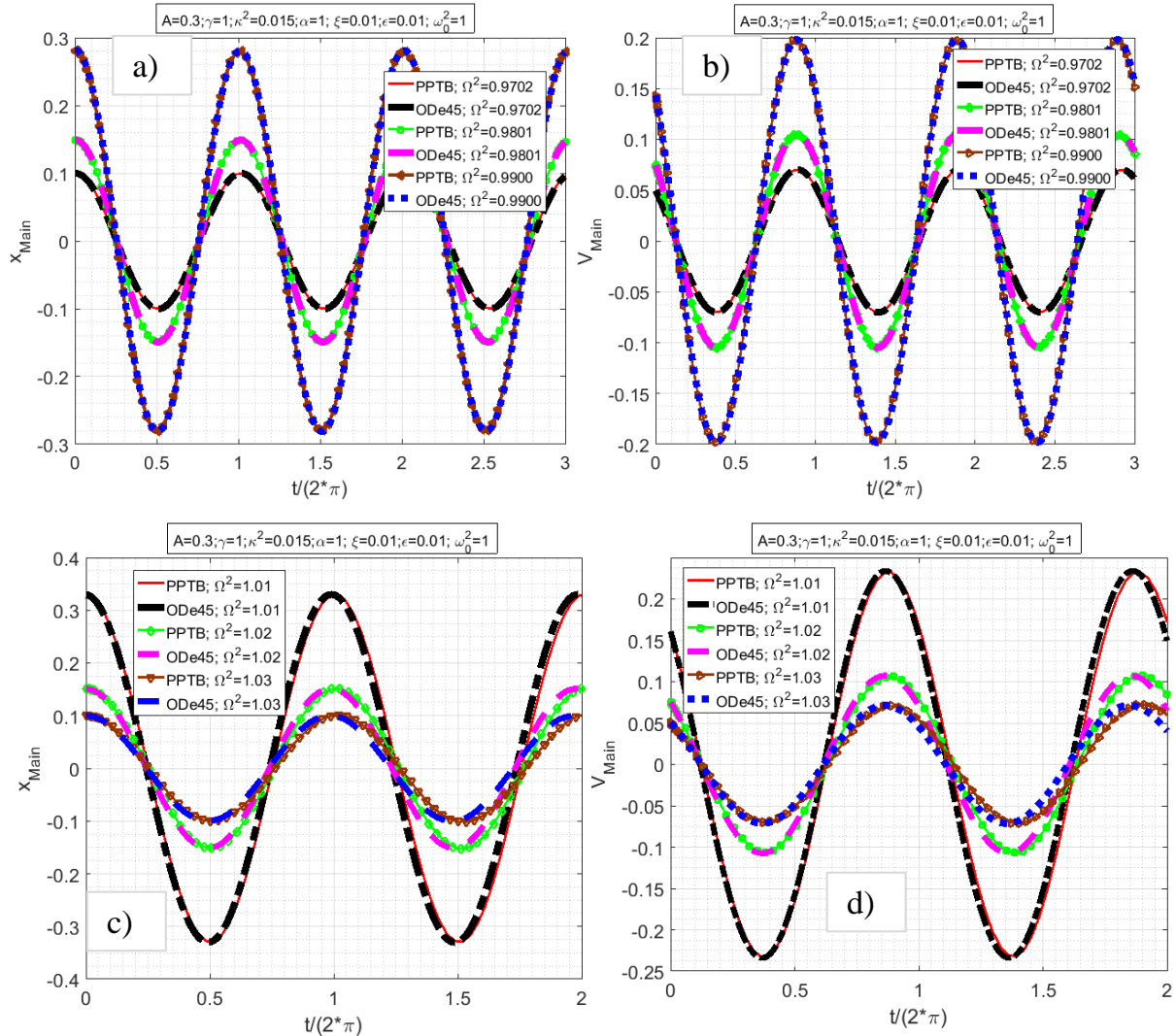
Hình 4. 2. Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance theo thời gian khi thay đổi hệ số phi tuyến  $\gamma$

Từ kết quả khảo sát số cho thấy đáp ứng chuyển vị, điện áp ít bị ảnh hưởng bởi sự thay đổi của hệ số phi tuyến khi các tham số khác của hệ không đổi, và khi hệ số phi tuyến tăng cả đáp ứng dịch chuyển và điện áp đều giảm. Khi thay đổi hệ số phi tuyến, sai số lớn nhất của biên độ đáp ứng chuyển vị, điện áp lớn nhất giữa phương

pháp số và phương pháp trung bình lần lượt là 6.9089% và 7.2163%, ứng với giá trị hệ số phi tuyến  $\gamma = 1.0$ , được nêu cụ thể trong *Bảng 4. 2*

*Bảng 4. 2.* Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi hệ số phi tuyến trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu

Tham số	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)
	$\gamma = 0.3$			$\gamma = 0.5$			$\gamma = 1.0$		
$\max  \bar{x}_1 $	0.3588	0.3360	6.3545	0.3508	0.3510	-0.0570	0.3358	0.3590	<b>-6.9089</b>
$\max  \bar{x}_3 $	0.2525	0.2371	6.0805	0.2468	0.2477	-0.3501	0.2363	0.2533	<b>-7.2163</b>



*Hình 4. 3.* Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance theo thời gian khi thay đổi tần số kích động  $\Omega$



Cuối cùng, Luận án khảo sát khi thay đổi tần số kích động (xét với tần số kích động gần vùng nhánh trái và nhánh phải của lân cận cộng hưởng chính, tương ứng với  $\Omega^2 = 0.9702; 0.9801; 0.99$  và  $\Omega^2 = 1.01; 1.02; 1.03$ ), với cùng biên độ kích động ứng với  $A = 0.3$  và giữ nguyên các giá trị tham số khác của hệ cơ điện phi tuyến. Như được trình bày trên hình *Hình 4. 3. a)*, *Hình 4. 3. b)* (tương ứng với đáp ứng chuyển vị và điện áp ở nhánh trái của lân cận cộng hưởng) và *Hình 4. 3. c)*, *Hình 4. 3. d)* (tương ứng với đáp ứng chuyển vị và điện áp ở nhánh phải của lân cận cộng hưởng), các đường cong biểu diễn kết quả số và giải tích rất tiệm cận, rõ ràng kết quả các biểu thức giải tích của đáp ứng chuyển vị, điện áp thu được khi sử dụng phương pháp trung bình trong hệ cơ điện phi tuyến là đáng tin cậy.

*Bảng 4. 3.* Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi tần số kích động trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu

Tham số	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)
	$\Omega = 0.9702$			$\Omega = 0.9801$			$\Omega = 0.99$		
$\max  \bar{x}_1 $	0.1000	0.1000	0.0000	0.1490	0.1490	0.0000	0.2809	0.2810	<b>-0.0356</b>
$\max  \bar{x}_3 $	0.0701	0.0702	-0.1019	0.1044	0.1048	-0.3739	0.1974	0.1989	<b>-0.7685</b>
Tham số	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)
	$\Omega = 1.01$			$\Omega = 1.02$			$\Omega = 1.03$		
$\max  \bar{x}_1 $	0.3302	0.3300	0.0743	0.1533	0.1510	1.4816	0.1026	0.1000	<b>2.5717</b>
$\max  \bar{x}_3 $	0.2331	0.2339	-0.3680	0.1091	0.1073	1.6148	0.0740	0.0712	<b>3.8027</b>

Cụ thể, khi thay đổi tần số kích động nên, sai số lớn nhất của biên độ đáp ứng chuyển vị, điện áp lớn nhất giữa phương pháp số và phương pháp trung bình lần lượt là 2.5717% và 3.0827%, tương ứng khi khảo sát với các tần số kích động ở nhánh phải của lân cận cộng hưởng chính ( $\Omega^2 = 1.01; 1.02; 1.03$ ), cụ thể trình bày trong *Bảng 4. 3.* Ở các tần số phía nhánh trái của lân cận cộng hưởng chính (với  $\Omega^2 = 0.9702;$

$\Omega^2 = 0.9801$ ;  $\Omega^2 = 0.99$ ), khi tần số kích động tăng biên độ các đáp ứng chuyển vị và điện áp tăng theo, ngược lại ở các tần số ở nhánh phải của lân cận cộng hưởng chính khi tần số kích động tăng biên độ đáp ứng chuyển vị và điện áp lại giảm. So sánh giữa khảo sát số và giải tích cho thấy đáp ứng chuyển vị, điện áp tăng mạnh khi tần số kích động tiến sát về tần số tự nhiên của hệ, điều này cũng đã được Alper Erturk và cộng sự [127] khẳng định trong các nghiên cứu của mình. Đồng thời, các kết quả tính toán số phù hợp quy luật cơ học, điều này có tác dụng tiếp tục khẳng định sự phù hợp của thuật toán, độ tin cậy của chương trình tính đã lập.

## **4.2. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giềng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng chính**

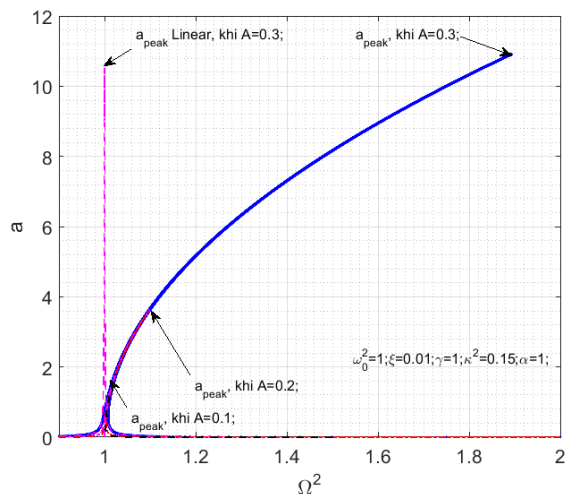
### **4.2.1. Tham số khảo sát hệ cơ điện trong hiệu ứng cộng hưởng chính**

Các tham số Luận án lựa chọn khảo sát hệ cơ điện của bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giềng đơn, chịu kích động nền điều hòa, trong hiệu ứng cộng hưởng chính như sau [2], [3]:

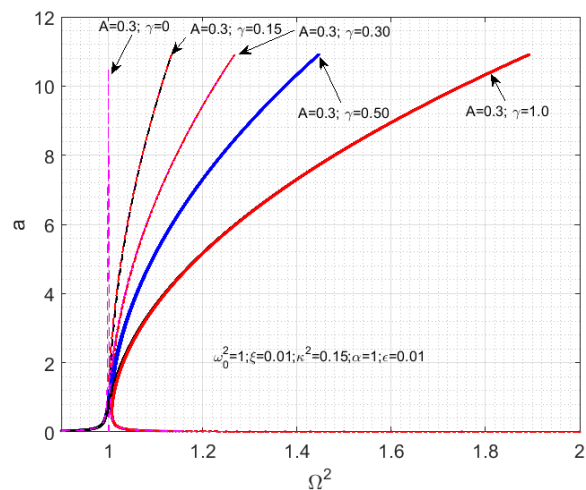
$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.01; \omega_0 = 1; \xi = (0.01; 0.1; 0.3); \gamma = (0.15; 0.3; 0.5; 1); \\ \alpha &= (0.05; 0.5; 1); \kappa^2 = 0.015; A = (0.1; 0.3; 0.5); \end{aligned} \quad (4.3)$$

### **4.2.2. Ảnh hưởng của các tham số tới quan hệ giữa biên độ - tần số**

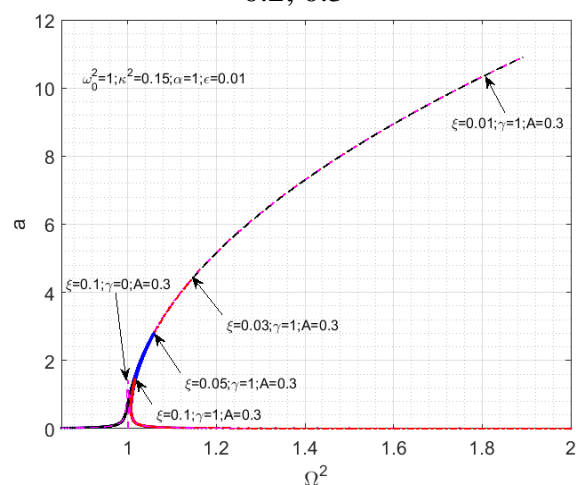
Từ biểu thức (3.56), quan hệ giữa biên độ - tần số hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng chính khi thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}}$  =  $\varepsilon A \Omega^2$ , hệ số phi tuyến lập phương  $\gamma$ , hệ số cản  $\xi$ , hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  được trình bày trên Hình 4.4, Hình 4.5, Hình 4.6 và Hình 4.7. Các nhánh biểu diễn đường cong biên độ - tần số hệ cơ điện tiến hành khảo sát, trong hiệu ứng cộng hưởng chính đồng dạng với hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa và hệ cơ học thuần túy [115], [116]. Điều đó khẳng định các tham số cơ điện (hệ số áp điện  $\alpha$ , hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ ) không ảnh hưởng tới dạng đường cong biên độ - tần số, ảnh hưởng của các tham số hệ bao gồm: hệ số cản  $\xi$ , hệ số phi tuyến  $\gamma$  lên quan hệ biên độ - tần số tương tự hệ cơ học thuần túy.



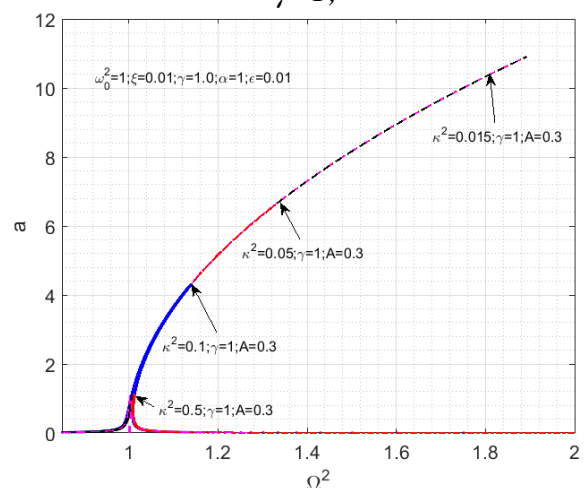
Hình 4. 4. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  với  $A=0.1; 0.2; 0.3$



Hình 4. 5. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.0; \gamma=0.15; \gamma=0.3; \gamma=0.5; \gamma=1;$



Hình 4. 6. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi hệ số cản  $\xi$

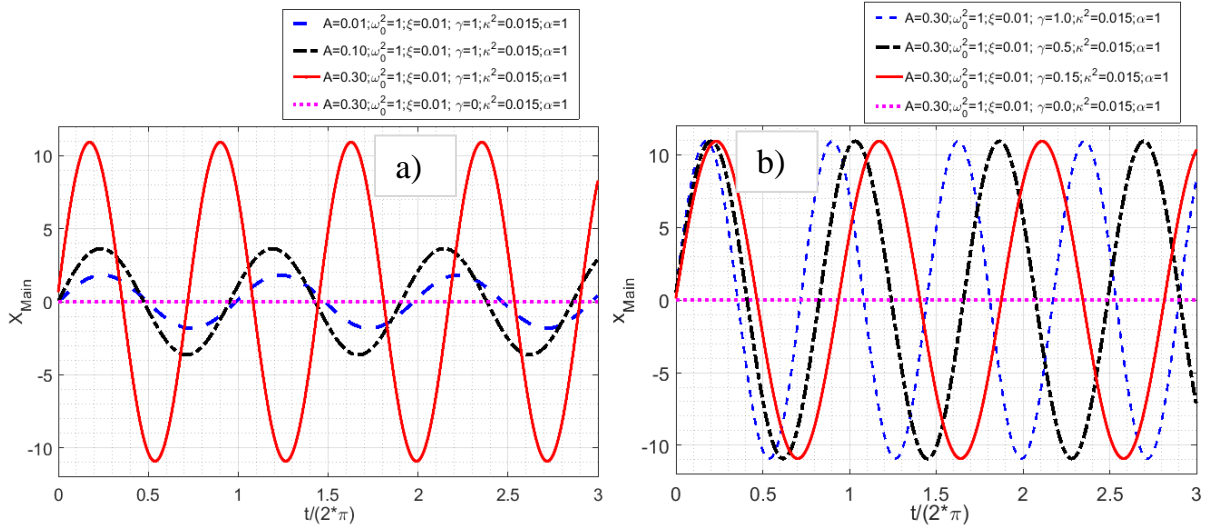


Hình 4. 7. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$

Tiếp theo, biên độ đỉnh của đường cong biên độ - tần số có bước nhảy mạnh khi tăng giá trị biên độ kích động nền (Hình 4. 4.), nhưng gần như ít thấy sự thay đổi trong trường hợp gia tăng giá trị hệ số phi tuyến lập phương  $\gamma$  (Hình 4. 5.), các nhánh đường cong biên độ - tần số có xu hướng nghiêng về phía phải của hệ tọa độ  $Oa\Omega^2$  khi tăng biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, nghiêng về phía trái của hệ tọa độ  $Oa\Omega^2$  trong trường hợp ngược lại và tiến gần về các đường cong hệ cơ điện tuyến

tính tương ứng. Đồng thời, giá trị biên độ đỉnh của hệ cơ điện phi tuyến (biểu thức (3.63)) luôn cao hơn trong khi đường biểu diễn trục trung hòa giữa hai nhánh của đường cong biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến trùng với hệ tuyến tính tương ứng khi khảo sát với cùng một bộ tham số đầu vào. Rõ ràng, hệ cơ điện phi tuyến dải tần số ở trạng thái cộng hưởng chính lớn hơn hệ tuyến tính tương ứng, qua đó cho phép mở rộng dải tần số làm việc của bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện. Như được trình bày trên Hình 4. 6 và Hình 4. 7, tọa độ cực trị ( $a_{peak}; \Omega_s^2$ ) có bước nhảy giảm khi gia tăng giá trị hệ số cản  $\xi$  (Hình 4. 6) và hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  (Hình 4. 7), các nhánh đường biểu diễn quan hệ biên độ - tần số có xu hướng nghiêng mạnh về phía phải đồ thị khi giảm giá trị hệ số cản và hệ số liên kết cơ điện. Điều đó cho thấy, khả năng mở rộng dải tần số làm việc hệ cơ điện phi tuyến gần vùng cộng hưởng chính tốt hơn khi giá trị hệ số liên kết cơ điện nhỏ.

#### 4.2.3. Ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra



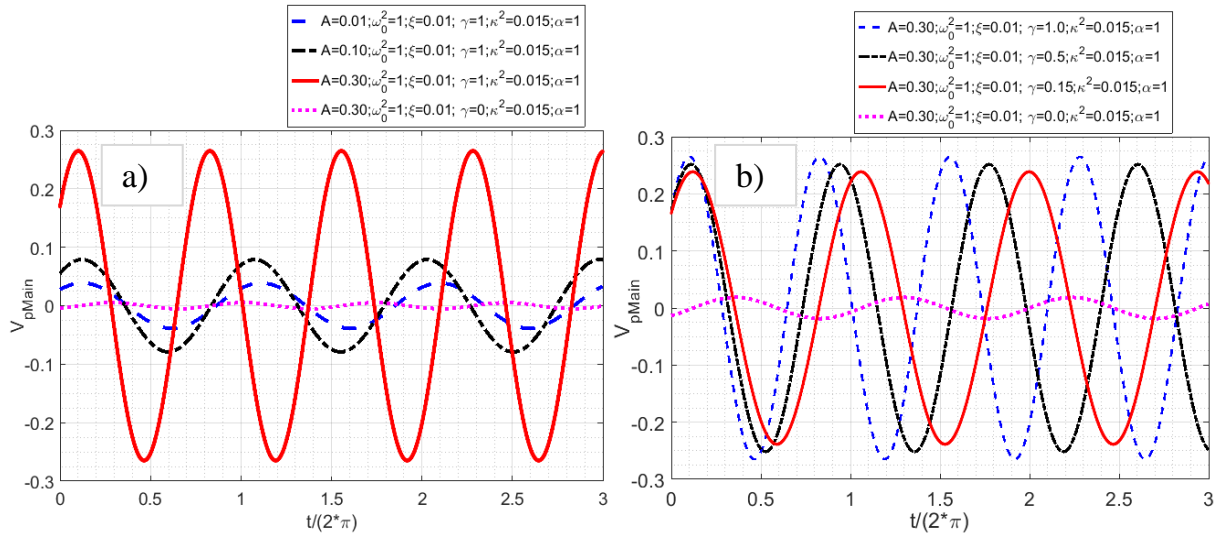
Hình 4. 8. Đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Từ các biểu thức (3.40), (3.131) và (3.133), đáp ứng chuyển vị hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng chính, tuyến tính tương ứng theo thời gian trong các trường hợp thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ , hệ số phi tuyến lập phương  $\gamma$ , với các tham số (4.3), và trình bày trên Hình 4. 8. a) và Hình 4. 8. b).

Cụ thể, biên độ đáp ứng chuyển vị tỷ lệ thuận, tăng mạnh với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền, trong khi ít ảnh hưởng bởi sự thay đổi giá trị hệ số phi tuyến lập phương. Tuy nhiên, giá trị biên độ đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến luôn cao hơn nhiều hệ tuyến tính tương ứng khi có cùng tham số đầu vào.

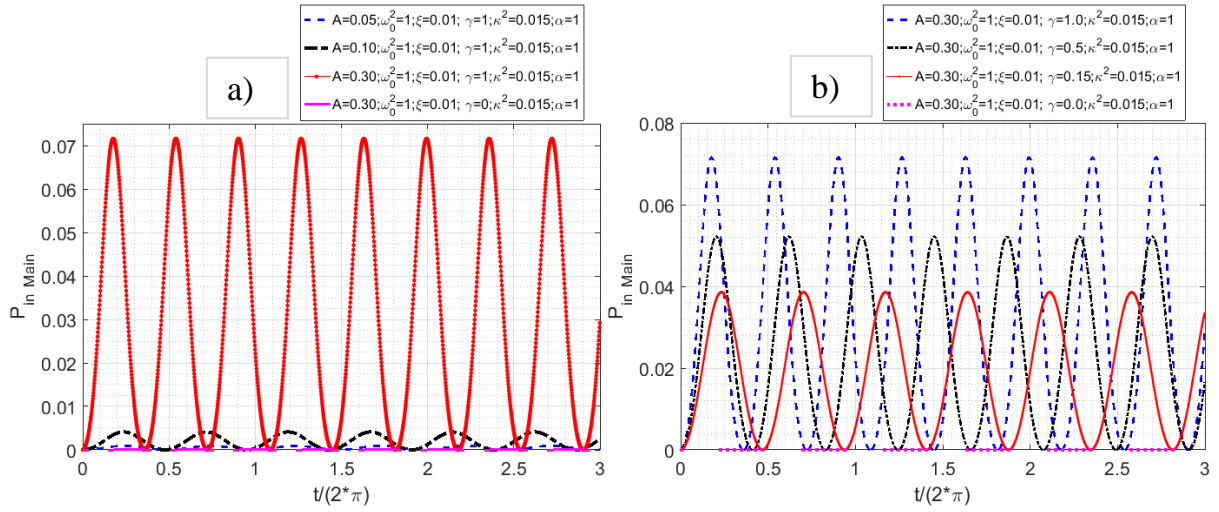
Từ các biểu thức (3.65), (3.132), và (3.134), các đường cong dạng tuần hoàn biểu diễn đáp ứng điện áp hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng chính, tuyến tính tương ứng theo thời gian trong các trường hợp thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ , hệ số phi tuyến lập phương  $\gamma$ , trình bày trên Hình 4. 9. a) và Hình 4. 9. b). Tương tự như biên độ áp ứng của chuyển vị, biên độ đáp ứng điện áp tỷ lệ thuận, tăng mạnh với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền, trong khi ít ảnh hưởng bởi sự thay đổi giá trị hệ số phi tuyến lập phương, nhưng vẫn lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng khi khảo sát cùng bộ tham số.



Hình 4. 9. Đáp ứng điện áp của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

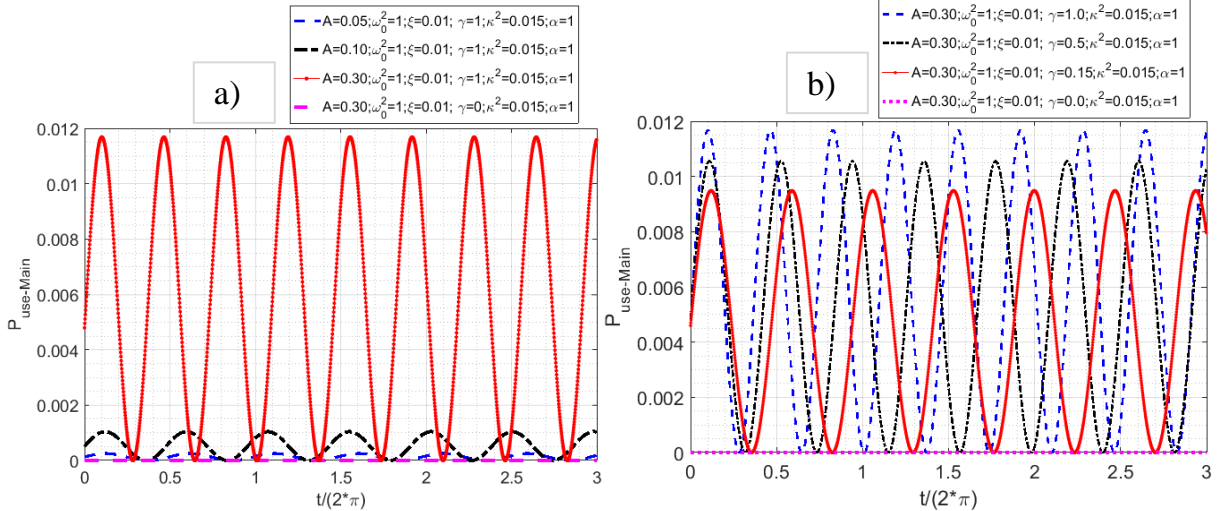
Công suất cơ học đầu vào hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng chính, tuyến tính tương ứng theo thời gian trong các trường hợp thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ , hệ số phi tuyến lập phương  $\gamma$ , từ các biểu thức (3.73) được trình bày trên Hình 4. 10. a) và Hình 4. 10. b), với bộ số liệu khảo sát (4.3). Cụ thể, giá trị biên độ năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến tỷ lệ thuận với sự gia tăng

giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, đồng thời lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng.



Hình 4. 10. Công suất cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$



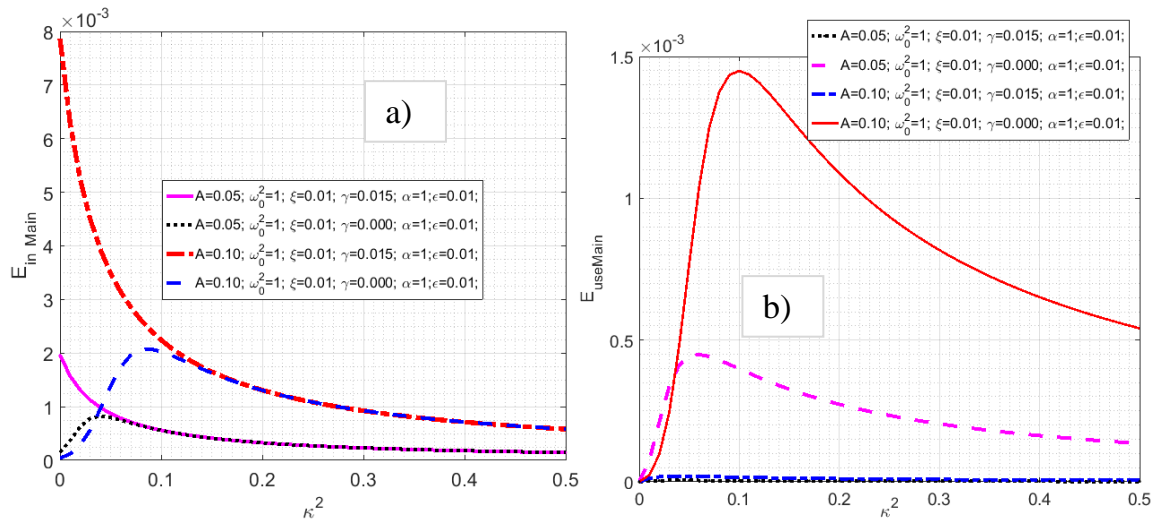
Hình 4. 11. Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Tương tự như công suất cơ học đầu vào, công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng chính tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương. Như được trình bày trên Hình 4. 11. a) và Hình 4. 11. b), từ biểu thức (3.69) các đường cong có dạng tuần hoàn

theo chu kỳ, thêm vào đó biên độ kích động nền tác động mạnh hơn ảnh hưởng của hệ số phi tuyến lập phương, công suất điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện phi tuyến lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng.

#### 4.2.4. Ảnh hưởng của các tham số tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng

Từ các biểu thức (3.74), (3.70), (3.137) và (3.135), ảnh hưởng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng chính, hệ tuyến tính tương ứng, biểu diễn trên Hình 4. 12.

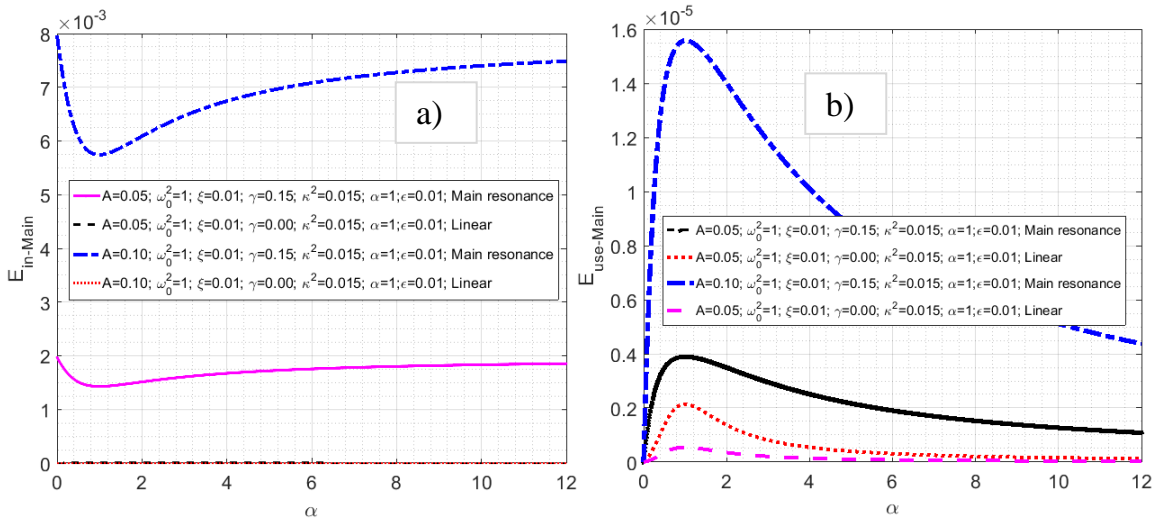


Hình 4. 12. Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \epsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Cụ thể, năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến giảm trong khi hệ tuyến tính tương ứng tăng mạnh và đạt cực trị, sau đó giảm dần tuyến tính tiệm cận đường biểu diễn hệ cơ điện phi tuyến khi giá trị hệ số liên kết cơ điện tăng (Hình 4. 12.a)). Điểm đạt cực trị của năng lượng cơ học đầu vào hệ tuyến tính luôn thấp hơn hệ cơ điện phi tuyến tại mỗi giá trị của hệ số liên kết cơ điện, đường biểu diễn năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến luôn nằm trên hệ tuyến tính tương ứng trên đồ thị với mỗi giá trị của biên độ kích động nền. Ngược lại, đường biểu diễn năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ tuyến tính nằm trên hệ cơ điện phi tuyến tương ứng khi có cùng bộ tham số khảo sát, các đường cong biểu diễn năng lượng điện hữu ích tiềm năng với

cả hai hệ cơ điện phi tuyến và tuyến tính đều tăng mạnh khi  $\kappa^2 \approx (0-0.1)$ , đạt điểm cực trị và sau đó giảm tuyến tính, tuy nhiên điểm cực trị hệ cơ điện phi tuyến đạt sớm hơn khi giá trị hệ số liên kết cơ điện nằm trong dải  $\kappa^2 \approx (0-0.015)$  (Hình 4. 12.b)). Cả năng lượng cơ học đầu vào và năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện phi tuyến đều tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, tuy nhiên ảnh hưởng của biên độ kích động nền tới năng lượng cơ học đầu vào rõ rệt hơn hệ số phi tuyến lập phương tới năng lượng điện hữu ích tiềm năng.

Tiếp theo, trên Hình 4. 13. a) và Hình 4. 13. b), ảnh hưởng của hệ số áp điện  $\alpha$  tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng chính, hệ tuyến tính tương ứng, được trình bày từ các biểu thức (3.74), (3.70), (3.137) và (3.135).



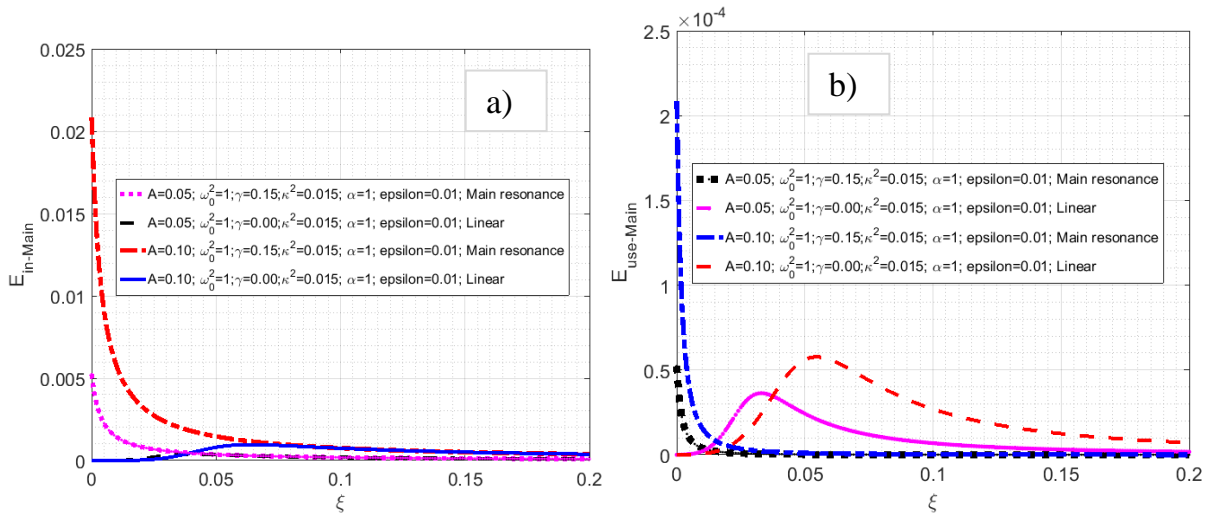
Hình 4. 13. Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hằng số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích

$$\text{động nền } a_{z_{peak}} = \epsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Rõ ràng, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền, và lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng. Trong đó, năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến là hàm giảm khi giá trị hệ số áp điện nằm trong dải  $\alpha \approx (0-1)$ , sau đó đạt cực tiểu và trở lại là hàm tăng khi  $\alpha$  tăng dần. Ngược lại, năng lượng hữu ích tiềm năng là hàm tăng khi giá trị hệ số áp điện nằm trong dải  $\alpha \approx (0-1)$ , đạt cực đại khi  $\alpha \approx 1$  và giảm tuyến tính khi hệ số áp điện tăng dần trong cả hệ phi tuyến và tuyến tính cơ điện.



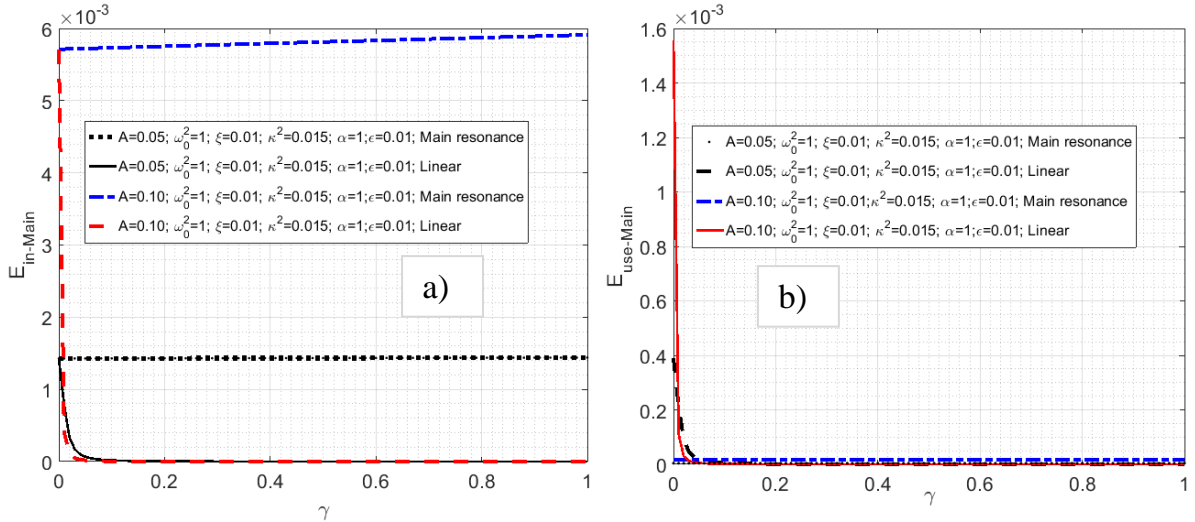
Ảnh hưởng của hệ số cản  $\xi$  tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng chính, hệ tuyến tính tương ứng được trình bày trên *Hình 4. 14. a)* và *Hình 4. 14. b)*, rõ ràng đường biểu diễn năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến luôn nằm trên so với hệ tuyến tính tương ứng với mọi giá trị thay đổi của hệ số cản, hệ cơ điện phi tuyến là hàm giảm trong khi hệ tuyến tính tương ứng là hàm tăng khi hệ số cản nằm trong dải  $\xi \approx (0-0.05)$ , đạt đỉnh cực trị và giảm dần khi giá trị hệ số cản tăng dần đối với năng lượng cơ học đầu vào và năng lượng điện hữu ích tiềm năng. Tương tự như năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện phi tuyến là hàm giảm khi giá trị của hệ số cản tăng dần.



*Hình 4. 14.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số cản  $\xi$  với các giá trị biên độ kích động nền

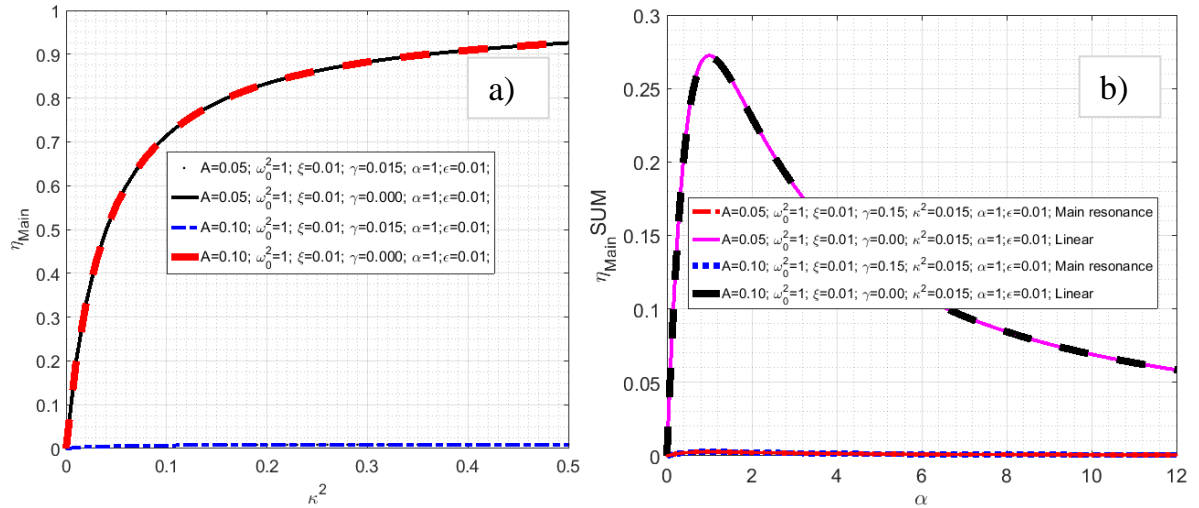
$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma.$$

Như được thể hiện trên *Hình 4. 15. a)* và *Hình 4. 15. b)*, năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến là hàm tăng tuyến tính của hệ số phi tuyến lập phương, trong khi là hàm giảm mạnh đối với hệ tuyến tính tương ứng. Cụ thể, năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến lớn hơn nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng với sự gia tăng giá trị hệ số phi tuyến lập phương, ngược lại năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện phi tuyến là hàm giảm, nhưng lớn hơn nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng khi hệ số phi tuyến lập phương nằm trong dải  $\gamma \leq 0.05$ , sau đó giảm tuyến tính và tiệm cận (gần sát) với các đường cong hệ cơ điện phi tuyến tương ứng.



Hình 4. 15. Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số phi tuyến  $\gamma$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$

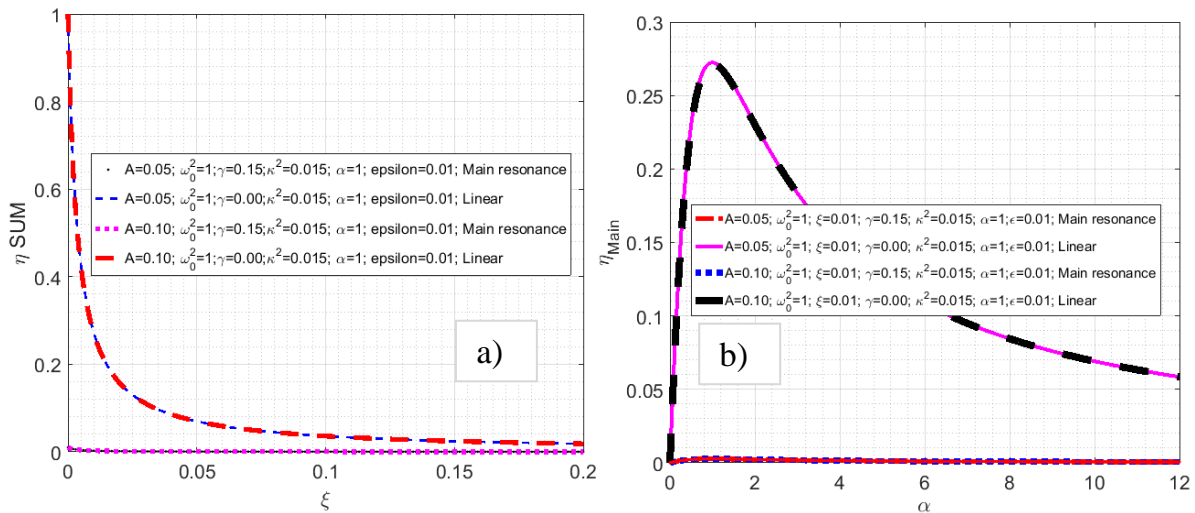
Từ các biểu thức (3.75), (3.138) ảnh hưởng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , hệ số áp điện  $\alpha$ , hệ số cản  $\xi$ , hệ số phi tuyến  $\gamma$  tới hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện tiến hành khảo sát, trong hiệu ứng cộng hưởng chính, hệ tuyến tính tương ứng được biểu diễn trên Hình 4. 16, và Hình 4. 17.



Hình 4. 16. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , hằng số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$

Như được biểu diễn trên Hình 4. 16 và Hình 4. 17, hiệu suất hệ cơ điện tuyến tính lớn hơn nhiều so với hệ cơ điện phi tuyến tương ứng khi cùng bộ tham số khảo sát đầu vào, bên cạnh đó hiệu suất là hàm tăng tuyến tính đối với hệ cơ điện phi tuyến. Cụ

thể, với cùng giá trị biên độ kích động nền, các đường biểu diễn hiệu suất hệ tuyến tính là hàm tăng của hệ số liên kết cơ điện, tăng mạnh khi hệ số liên kết cơ điện nằm trong dải  $\kappa^2 \approx (0-0.1)$ ; sau đó tăng nhẹ với sự gia tăng của hệ số liên kết cơ điện (Hình 4. 16. a)). Khảo sát ảnh hưởng của hệ số áp điện, đường biểu diễn là hàm tăng mạnh, đạt đỉnh khi  $\alpha \approx 1$  sau đó giảm dần tuyến tính (Hình 4. 16. b)).



Hình 4. 17. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonance, tuyến tính theo hệ số cản  $\xi$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \epsilon A \Omega^2$

Như được thể hiện trên Hình 4. 17. a), hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện tuyến tính là hàm giảm với sự gia tăng của hệ số cản, cụ thể, đường biểu diễn hiệu suất hệ tuyến tính có độ dốc lớn (giảm mạnh) khi  $\xi \approx (0-0.05)$ , sau đó giảm tuyến tính khi gia tăng giá trị hệ số cản. Tiếp theo, các đường biểu diễn đánh giá ảnh hưởng của hệ số phi tuyến lập phương tới hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện phi tuyến và tuyến tính gần như song song, có xu hướng giảm, với đặc điểm nổi bật rõ ràng hiệu suất hệ tuyến tính luôn lớn hơn so với hệ phi tuyến tương ứng khi có cùng bộ tham số khảo sát (Hình 4. 17. b)).

### 4.3. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa

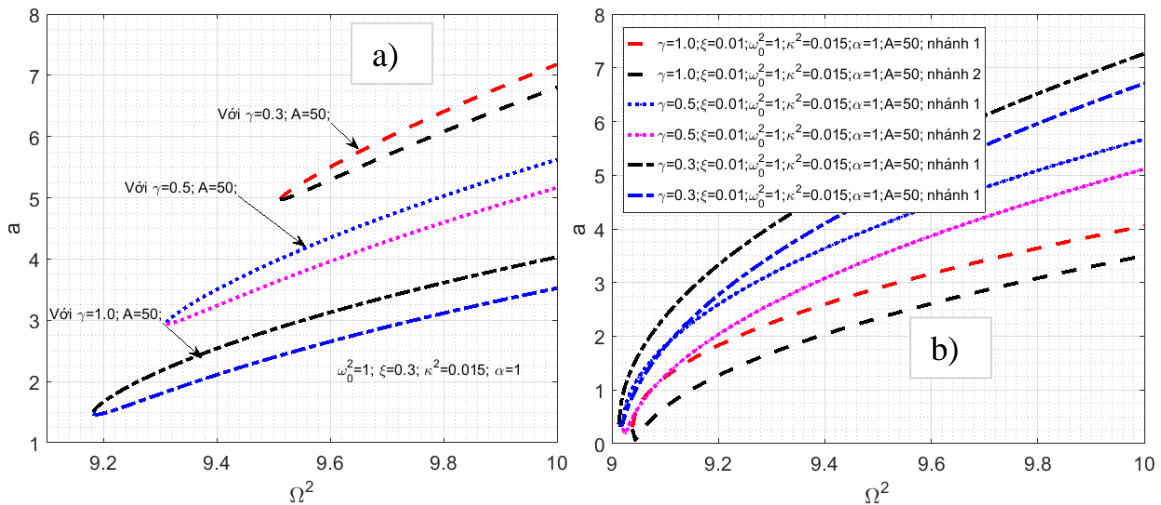
#### 4.3.1. Tham số khảo sát hệ cơ điện trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa

Các tham số được Luận án lựa chọn khảo sát hệ cơ điện của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa, trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa như sau [1] :

$$\begin{aligned} \varepsilon = 0.01; \omega_0 = 1; \xi = (0.01; 0.02; 0.3); \gamma = (0.05; 0.5; 1); \\ \alpha = (0.05; 0.5; 1); \kappa^2 = 0.015; A = (10; 20; 30; 50); \end{aligned} \quad (4.4)$$

#### 4.3.2. Ảnh hưởng của các tham số tới quan hệ giữa biên độ - tần số

Từ biểu thức (3.86), quan hệ giữa biên độ - tần số hệ cơ điện được khảo sát trong trạng thái hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, thể hiện trên Hình 4. 18., khi thay đổi các giá trị của hệ số phi tuyến lập phương  $\gamma=0.3$ ;  $\gamma=0.5$ ;  $\gamma=1$ ; với cùng biên độ kích động nền trong hai trường hợp xét với  $\xi=0.3$  (Hình 4. 18.a) và  $\xi=0.01$  (Hình 4. 18.b)).

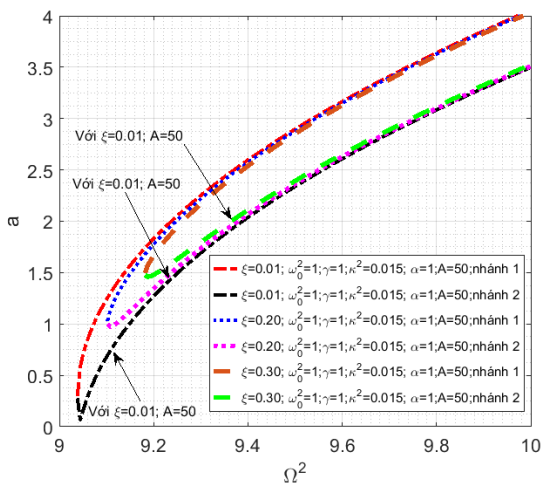


Hình 4. 18. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.3$ ;  $\gamma=0.5$ ;  $\gamma=1$ ; với cùng biên độ kích động nền trong 2 trường hợp  $\xi=0.3$ ;  $\xi=0.01$

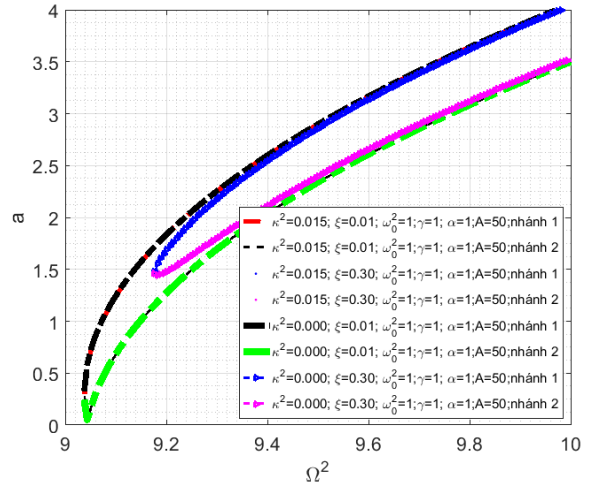
Rõ ràng, khi có cùng giá trị biên độ kích động nền ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ , với  $A=50$ ) giá trị biên độ đáp ứng chuyển vị tăng mạnh rõ rệt khi hệ số phi tuyến lập phương giảm dần, xét trong trường hợp giá trị của hệ số cản  $\xi=0.3$  và chỉ tăng nhẹ khi hệ số phi tuyến lập phương giảm dần, xét trong trường hợp giá trị hệ số cản  $\xi=0.01$ , đường

cong biểu diễn hai nhánh đồ thị có xu hướng nghiêng mạnh về trục tần số kích động  $\Omega$  khi tăng giá trị của hệ số phi tuyến lập phương ( $\gamma$ ).

Quan hệ giữa biên độ - tần số của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, biểu diễn trên *Hình 4. 19*, xét các trường hợp cho giá trị hệ số cản  $\xi$  thay đổi. Rõ ràng với cùng biên độ kích động nên giá trị của biên độ đáp ứng chuyển vị tăng, khi hệ số cản tăng lên ứng với mỗi tần số kích động, tọa độ của cặp giá trị  $(a, \Omega^2)$ - điểm giao nhau giữa hai nhánh của đường cong biên độ-tần số có xu hướng đẩy lên cao, trong hệ tọa độ  $(Oa\Omega^2)$  ảnh hưởng của hệ số liên kết cơ điện ( $\kappa^2$ ) trong quan hệ giữa biên độ - tần số hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, thể hiện trên *Hình 4. 20*. Khi hệ số liên kết cơ điện bằng 0 ( $\kappa^2 = 0$ ), khảo sát các đường cong biên độ - tần số của hệ cơ học Duffing tương ứng, các đường cong này nằm sát và gần như trùng với đường cong hệ cơ điện phi tuyến. Rõ ràng ảnh hưởng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  trong quan hệ giữa biên độ - tần số là nhỏ.



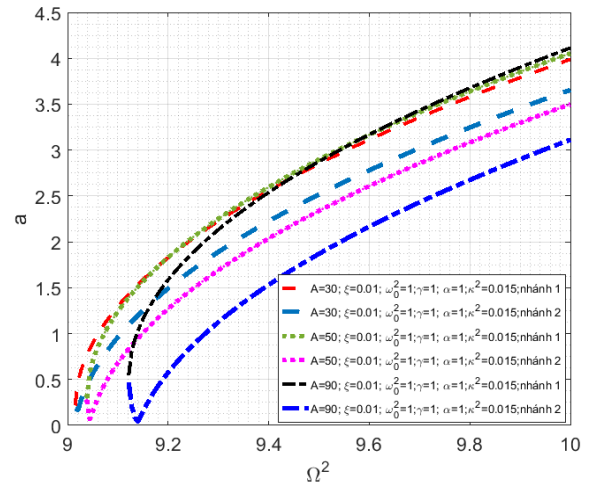
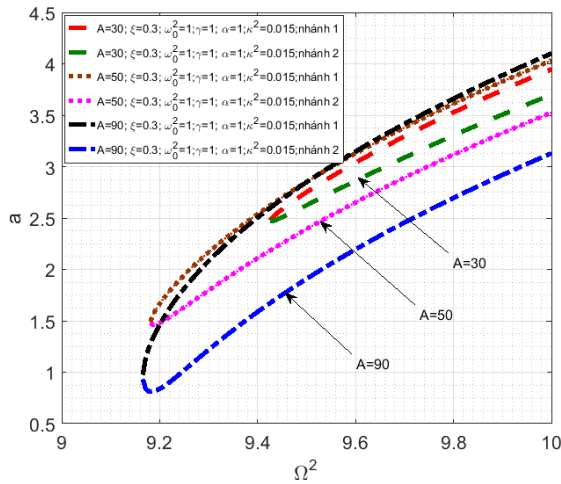
*Hình 4. 19.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi hệ số cản thay đổi  $\xi=0.01$ ;  $\xi=0.2$ ;  $\xi=0.3$ ; với cùng biên độ kích động nên



*Hình 4. 20.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic và hệ cơ học, khi hệ số cản thay đổi  $\xi=0.01$ ;  $\xi=0.3$ ; với cùng biên độ kích động nên

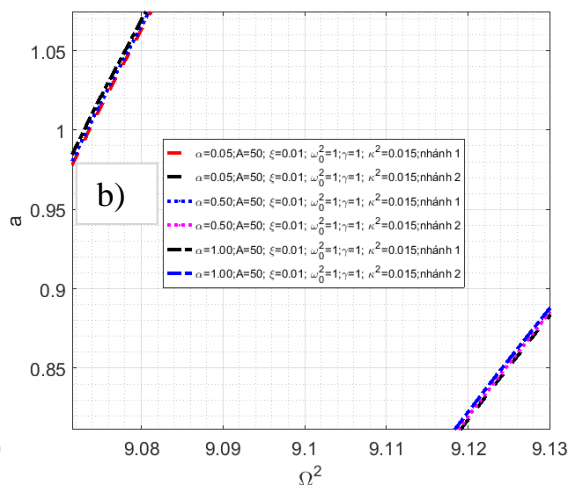
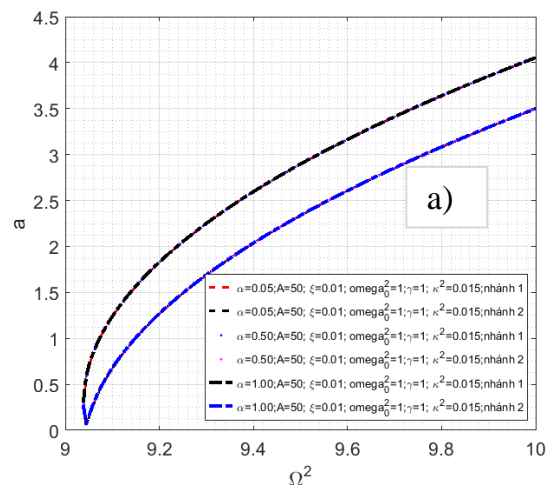
Ảnh hưởng của biên độ kích động ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ) trong quan hệ giữa biên độ - tần số của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa được trình bày trên *Hình 4. 21* và *Hình 4. 22*, với hai giá trị của cản  $\xi=0.3$ ,  $\xi=0.01$ . Rõ ràng, khi biên độ

kích động nền tăng lên ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ; với  $A=30$ ;  $A=50$ ;  $A=90$ ) điểm xảy ra hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa sớm hơn (ứng với cặp biên độ đáp ứng  $a$  và tần số kích động nền  $\Omega$  nhỏ hơn), đồng nghĩa hệ cơ điện đang khảo sát, hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa xảy ra sớm hơn khi tần số kích động nhỏ và biên độ kích động lớn, trong trường hợp giá trị của hệ số cản lớn ( $\xi=0.3$ ; Hình 4. 21). Ngược lại khi hệ số cản nhỏ ( $\xi=0.01$ ), hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing xảy ra hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa sớm hơn khi giá trị của biên độ kích động nền nhỏ (Hình 4. 22).



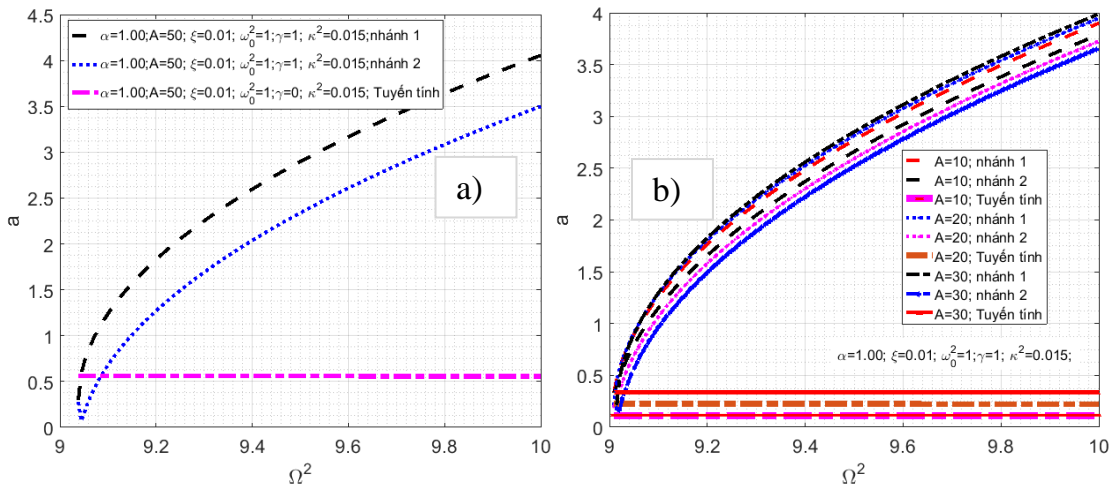
Hình 4. 21. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  thay đổi với  $\xi=0.3$

Hình 4. 22. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  thay đổi ứng với  $\xi=0.01$



Hình 4. 23. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, khi thay đổi hệ số áp điện  $\alpha$

Ảnh hưởng của hệ số áp điện  $\alpha$  trong quan hệ giữa biên độ - tần số của hệ cơ điện đối với hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, trình bày trên *Hình 4. 23*, với các giá trị thay đổi của  $\alpha = 0.05; \alpha = 0.5; \alpha = 1$ ; Như được thể hiện trong hình *Hình 4. 23. a)*, hai nhánh của đồ thị ứng với các giá trị khác nhau của tham số  $\alpha$  gần như trùng khít nhau (*Hình 4. 23. b)* – hình phóng to), kết quả khảo sát chỉ ra rõ ràng hệ số áp điện tác động nhỏ tới quan hệ biên độ - tần số trong hệ cơ điện phi tuyến.



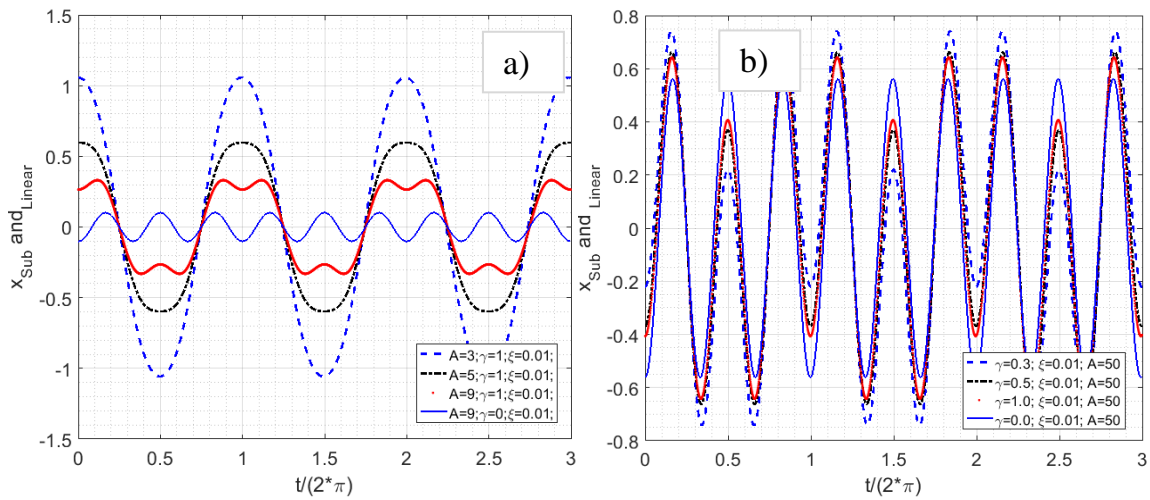
*Hình 4. 24.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$

Đường biểu diễn hai nhánh đường cong quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, và hệ cơ điện tuyến tính tương ứng với giá trị của biên độ kích động ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ; với  $A=50$ ) và với các giá trị khác nhau của biên độ ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ; với  $A=10; A=20; A=30$ ) biểu diễn lần lượt trên các *Hình 4. 24.a)* và *Hình 4. 24.b)*. Kết quả khảo sát cho thấy, với cùng giá trị của biên độ kích động nền hai nhánh đường cong biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến đều nằm phía trên hệ tuyến tính khi biên độ kích động nền nhỏ ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ; với  $A=10$ ), khi biên độ kích động nền tăng lên ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ; với  $A=20; A=30$  - *Hình 4. 24.b)* và  $A=50$  - *Hình 4. 24.a)*) đường biểu diễn hệ tuyến tính cắt các nhánh của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing tại hai điểm (ứng với hai nhánh của đường cong hệ cơ điện phi tuyến), tại đó các đáp ứng biên độ - tần số hệ tuyến tính và phi tuyến là tương đồng. Tuy nhiên đường cong hệ cơ điện tuyến tính nằm dưới các đường cong biểu diễn hệ

phi tuyến tương ứng, dải tần số làm việc của hệ cơ điện phi tuyến gần vùng cộng hưởng thứ điều hòa rộng hơn hệ tuyến tính.

#### 4.3.3. Ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra

Từ các biểu thức (3.12), (3.80), (3.131) và (3.133) đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, tuyến tính theo thời gian với các giá trị khác nhau của biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến trình bày trên *Hình 4. 25. a)* và *Hình 4. 25. b)*.



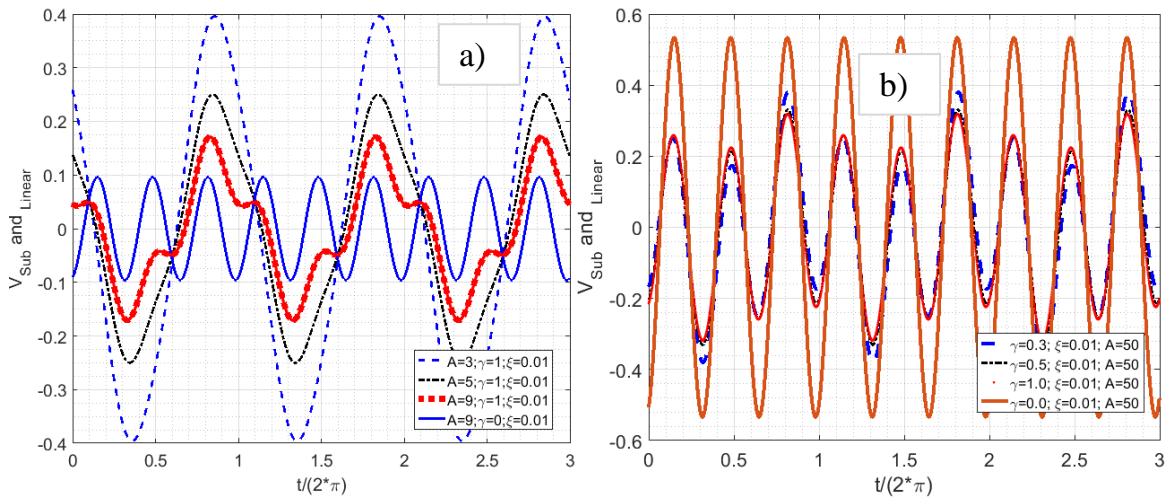
*Hình 4. 25.* Đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Các đường cong biểu diễn đáp ứng chuyển vị theo thời gian của hệ cơ điện tuyến tính và phi tuyến đều có dạng tuần hoàn. Rõ ràng, biên độ của đáp ứng chuyển vị giảm mạnh khi giá trị biên độ kích động nền tăng lên, khi có cùng giá trị biên độ kích động nền thì biên độ đáp ứng hệ phi tuyến lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng (*Hình 4. 25.a*). Ngược lại, khi giá trị hệ số phi tuyến lập phương tăng, biên độ của đáp ứng chuyển vị hệ cơ điện phi tuyến giảm mạnh.

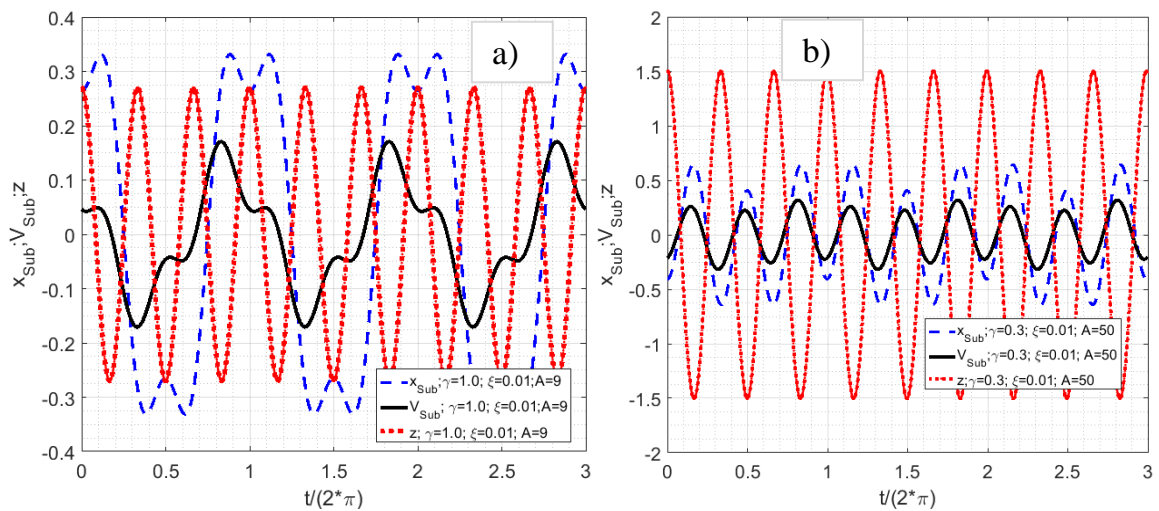
Từ các biểu thức (3.89), (3.132) và (3.134) đáp ứng điện áp của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, tuyến tính theo thời gian với các giá trị khác nhau của biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến, biểu diễn trên *Hình 4. 26 a)* và *Hình 4. 26.b)*. Kết quả khảo sát cho thấy, biên độ điện áp giảm mạnh khi giá trị



biên độ kích động nền tăng, điều đó khẳng định hiệu quả của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến được coi là tốt hơn với các giá trị biên độ nhỏ và tần số thấp (Hình 4. 26. a)). Như được thể hiện trên Hình 4. 26. b), biên độ đáp ứng điện áp tăng khi giá trị của hệ số phi tuyến lập phương giảm, cho giá trị lớn nhất khi hệ tuyến tính ( $\gamma=0$ ) với cùng một giá trị biên độ kích động nền. Các đường cong biểu diễn đáp ứng điện áp theo thời gian của hệ cơ điện tuyến tính và phi tuyến đều có dạng tuần hoàn.



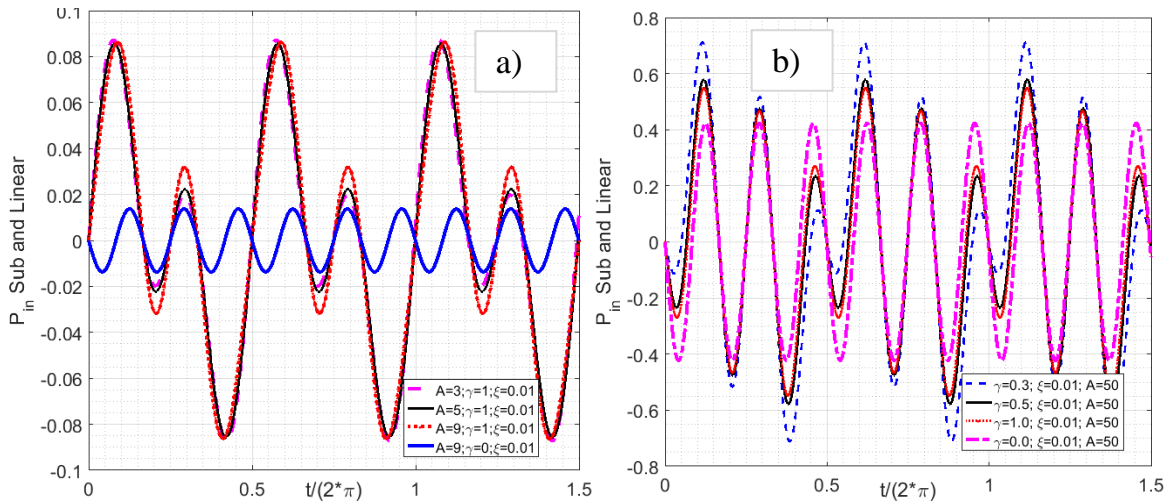
Hình 4. 26. Đáp ứng điện áp của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$



Hình 4. 27. Đáp ứng chuyển vị, điện áp, kích động của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Tương quan giữa các đường biểu diễn kích động nền và các đáp ứng chuyển vị, điện áp của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa theo thời gian ứng với các giá trị kích động nền, và hệ số phi tuyến, thể hiện trên hình *Hình 4. 27. a)* và *Hình 4. 27. b)*. Rõ ràng, giá trị của biên độ kích động nhỏ hơn đáp ứng chuyển vị nhưng lớn hơn biên độ đáp ứng điện áp khi hệ số phi tuyến lớn ( $\gamma=1$ -*Hình 4. 27. a)*). Ngược lại khi hệ số phi tuyến nhỏ ( $\gamma=0.3$ -*Hình 4. 27.b)*), giá trị của biên độ kích động lớn hơn biên độ của đáp ứng chuyển vị và đáp ứng điện áp, với trường hợp gia tăng giá trị biên độ kích động nền.

Từ biểu thức (3.92), công suất cơ học đầu vào của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa theo thời gian với các giá trị kích động nền, và hệ số phi tuyến, biểu diễn trên hình *Hình 4. 28. a)* và *Hình 4. 28. b)*. Rõ ràng, khi giá trị biên độ kích động nền tăng biên độ của công suất cơ học đầu vào cũng tăng theo, trong khi giá trị của hệ số phi tuyến lập phương tăng làm giảm công suất cơ học đầu vào hệ cơ điện. Tuy nhiên, với cùng biên độ kích động nền, hệ cơ điện phi tuyến có năng lượng cơ học đầu vào lớn hơn nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng.

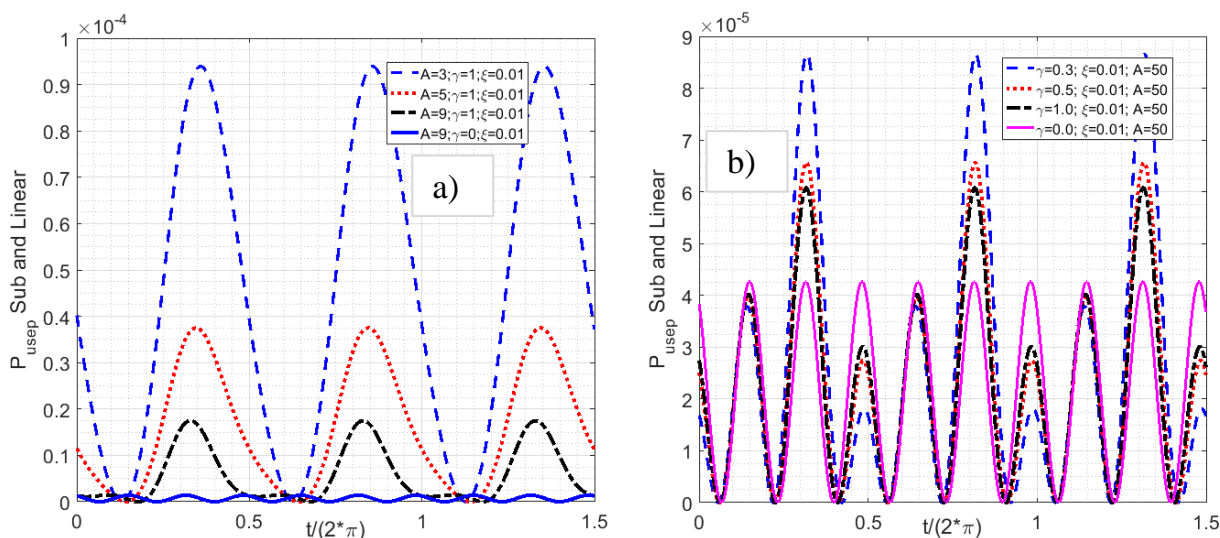


*Hình 4. 28.* Công suất cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Các đường biểu diễn công suất điện hữu ích tiềm năng của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa theo thời gian với các giá trị kích động nền, và hệ số phi tuyến, trình bày trên *Hình 4. 29. a)* và *Hình 4. 29. b)*, từ biểu thức (3.90).

Công suất điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện phù hợp với các kích động có biên độ nhỏ, khi cùng một giá trị biên độ kích động hệ phi tuyến thu được công suất điện hữu ích tiềm năng lớn hơn nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng, đồng thời sự gia tăng của giá trị hệ số phi tuyến lập phương tỷ lệ nghịch với biên độ của công suất điện hữu ích tiềm năng.

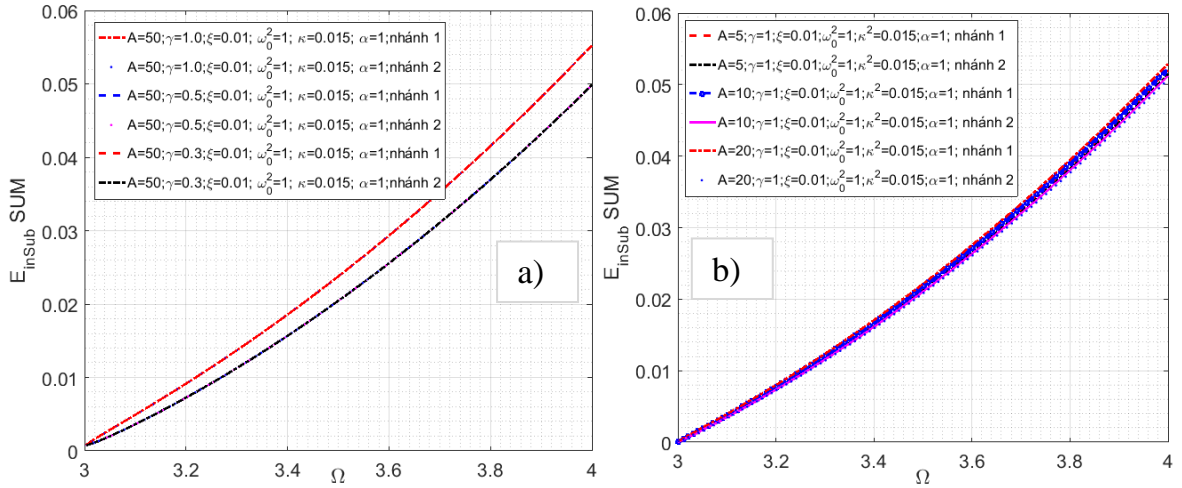


Hình 4. 29. Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

#### 4.3.4. Ảnh hưởng của các tham số tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng

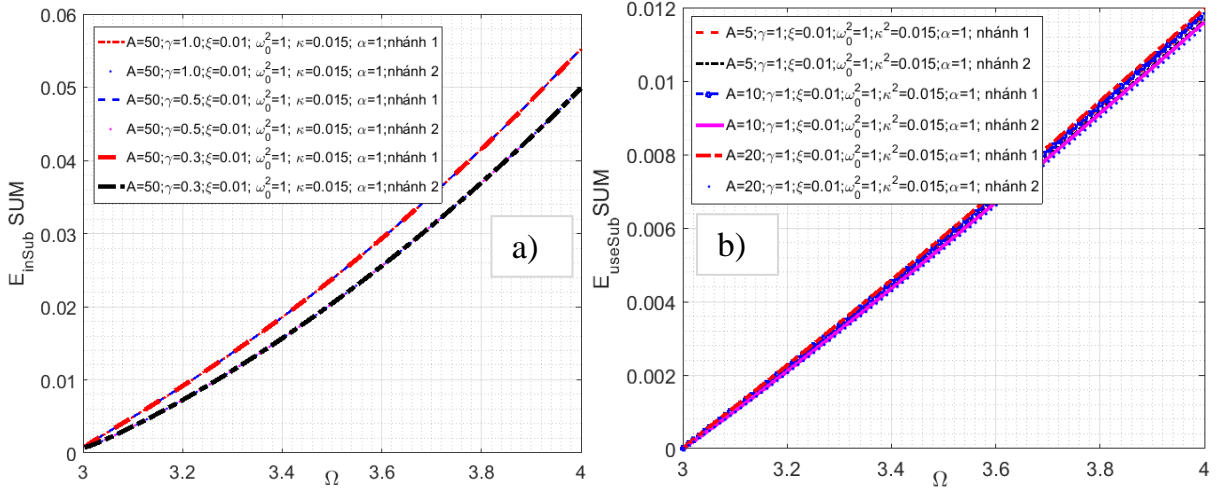
Từ các biểu thức (3.94) và (3.137), ảnh hưởng của tần số kích động tới năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, với các giá trị biên độ và hệ số phi tuyến, như được trình bày trên Hình 4. 30.

Rõ ràng, sự thay đổi giá trị hệ số phi tuyến lập phương (Hình 4. 30. a)) ít ảnh hưởng tới năng lượng cơ học đầu vào trên cả hai nhánh (ứng với các nhánh của đường cong biên độ - tần số), trong khi năng lượng cơ học đầu vào giảm nhẹ (trên cả hai nhánh của đường cong biên độ - tần số) khi giá trị của biên độ kích động nền tăng (Hình 4. 30. b)). Bên cạnh đó, khi tần số kích động nền tăng giá trị năng lượng cơ học đầu vào cũng tăng theo quy luật tuyến tính. Kết quả tương tự thu được khi khảo ảnh hưởng của tần số kích động nền lên năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện phi tuyến (Hình 4. 31. a) và Hình 4. 31. b)).



Hình 4. 30. Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

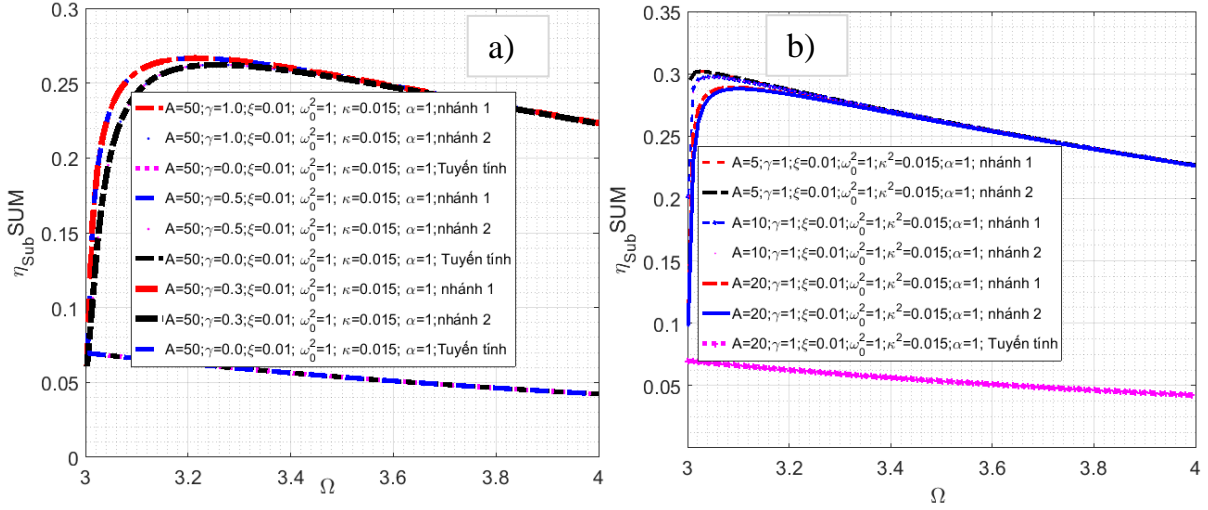


Hình 4. 31. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ

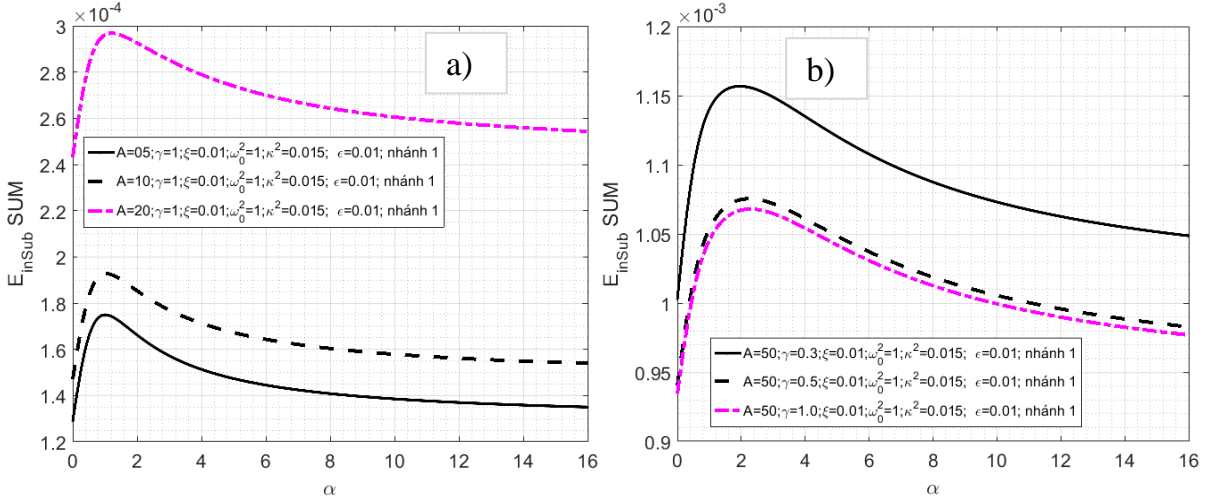
$$\text{kích động nền } a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Hiệu suất hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa từ biểu thức (3.98) và (3.138), với hai nhánh của đường cong hiệu suất tương ứng với hai giá trị của biên độ - tần số (3.87) và tuyến tính tương ứng, trình bày trên Hình 4. 32. a) và Hình 4. 32. b). Đường cong biểu diễn hiệu suất hệ phi tuyến tồn tại đỉnh, đạt cực trị khi tần số kích động gần tần số gần cộng hưởng  $\Omega \approx (3.1 - 3.2)$ , sau điểm đạt cực trị hiệu suất hệ phi tuyến giảm tuyến tính tương tự dạng đường cong của hệ tuyến tính, tuy nhiên vẫn lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng trong cả hai trường hợp với các giá trị hệ số phi tuyến lập phương và biên độ kích động khác nhau. Hiệu suất

thu thập năng lượng hệ phi tuyến, trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa giảm nhẹ khi giá trị biên độ kích động nền tăng lên.



*Hình 4. 32.* Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

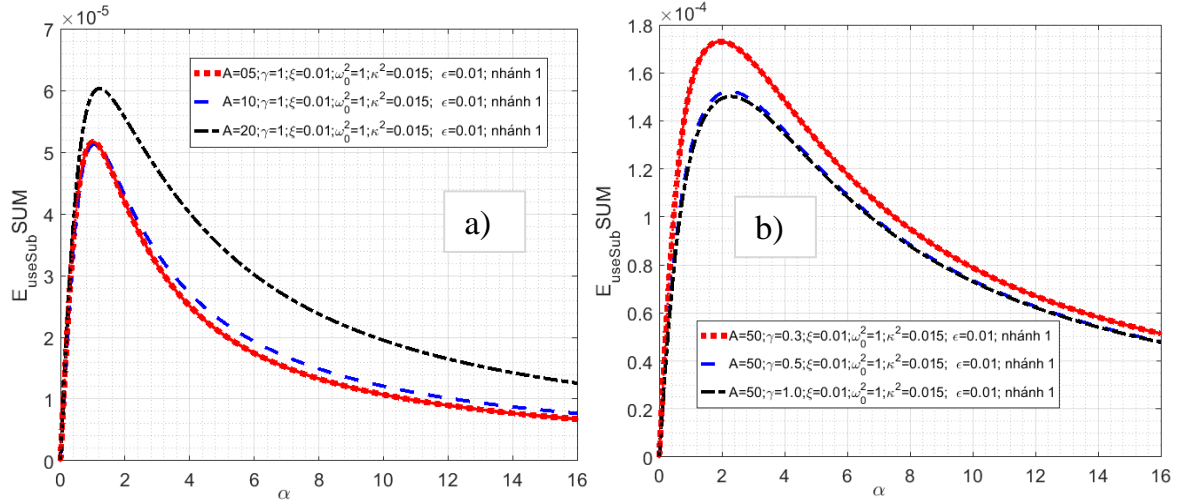


*Hình 4. 33.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền

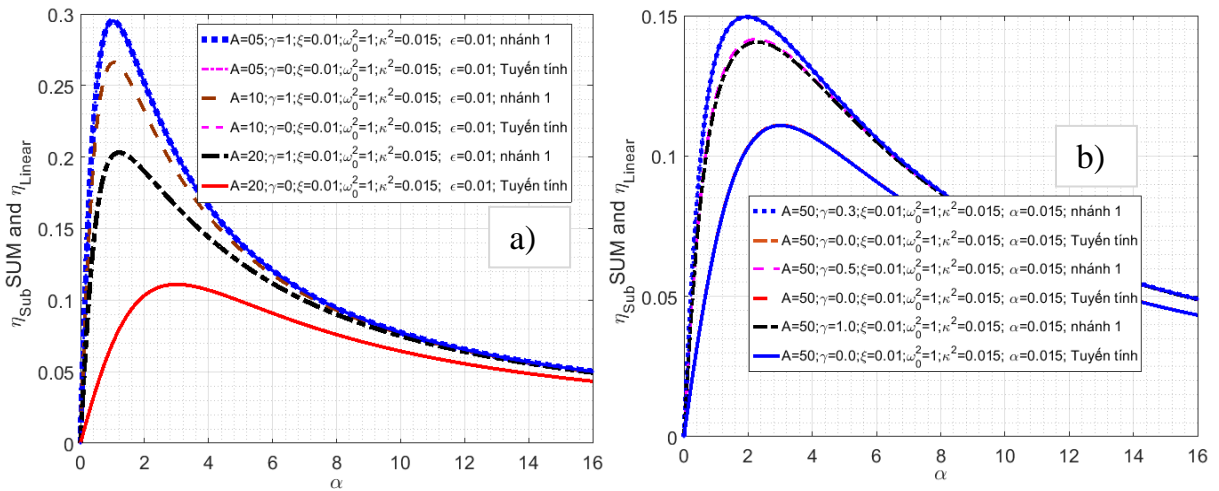
$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Các đường cong thể hiện ảnh hưởng của hệ số áp điện tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, trình bày trên *Hình 4. 33. a)* và *Hình 4. 33. b)*, *Hình 4. 34. a)* và *Hình 4. 34. b)*, *Hình 4. 35. a)* và *Hình 4. 35. b)* khi các giá trị biên độ và hệ số phi tuyến lần lượt thay đổi là đồng dạng. Các đường cong có xu

hướng tăng mạnh, đạt đỉnh tại giá trị của tham số áp điện trong vùng lân cận  $\alpha \approx (0.9 - 1.1)$  và sau đó giảm dần đều. Cả năng lượng cơ học đầu vào và năng lượng điện hữu ích tiềm năng đều tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền nhưng tỷ lệ nghịch với sự gia tăng giá trị hệ số phi tuyến lập phương.



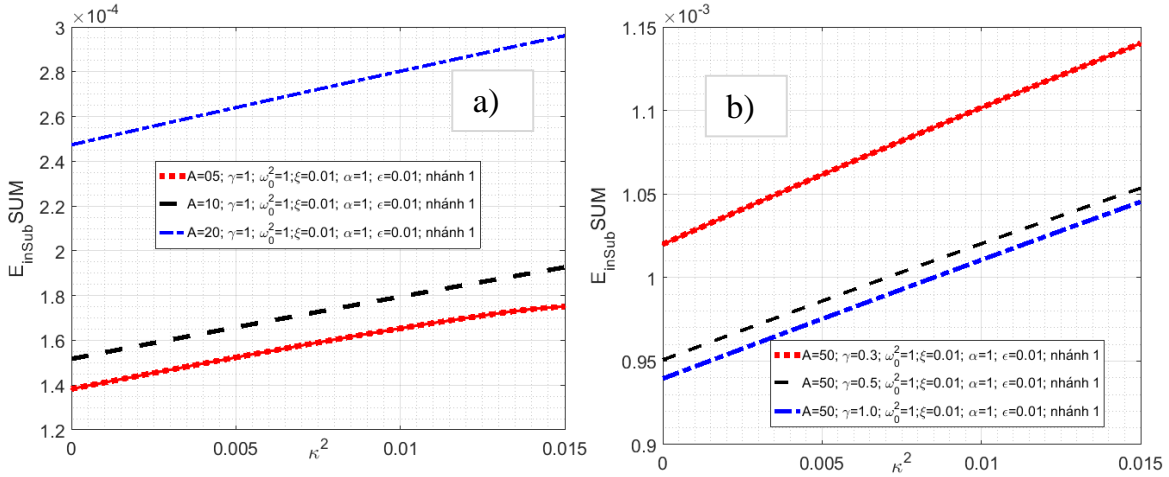
Hình 4. 34. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$



Hình 4. 35. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Trên Hình 4. 35. a) và Hình 4. 35. b) cho thấy sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương tỷ lệ nghịch với hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, nhưng hiệu suất luôn tốt hơn hệ tuyến tính

tương ứng (các đường cong biểu diễn hiệu suất hệ tuyến tính ứng với 3 giá trị khác nhau của kích động nền gần như tiệm cận: đường chấm gạch (màu tím), đường nét đứt (màu tím), đường liền (màu đỏ)). Rõ ràng, hiệu suất thu thập năng lượng hệ áp điện phi tuyến cao hơn với dải biên độ kích động nhỏ.



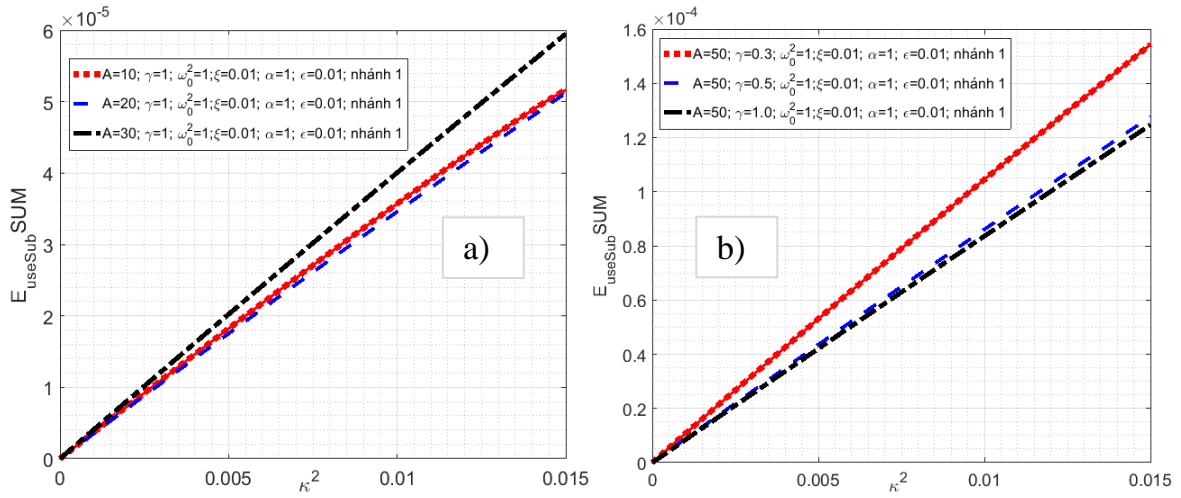
Hình 4. 36. Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

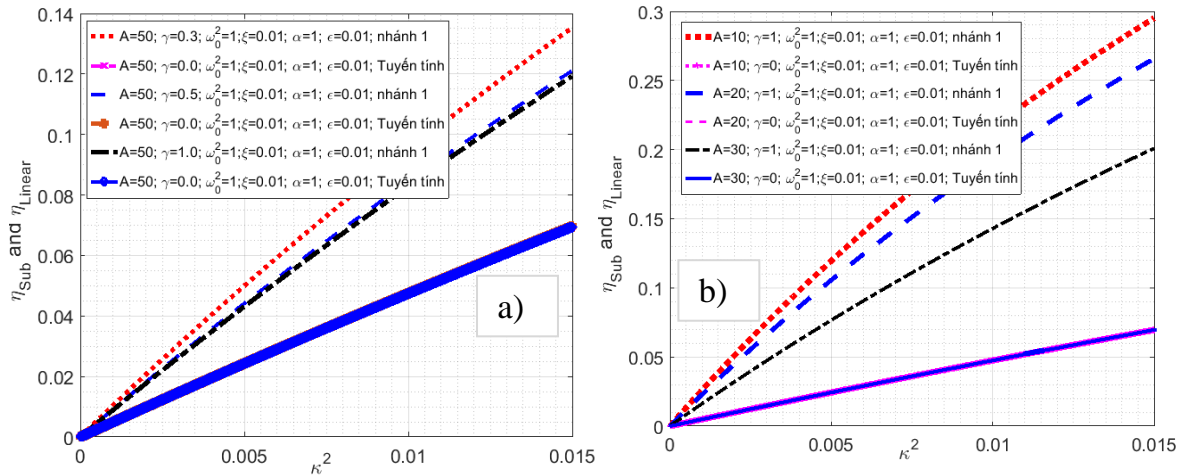
Đường cong đánh giá ảnh hưởng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa được thể hiện, với các giá trị biên độ và hệ số phi tuyến lần lượt, thể hiện trên Hình 4. 36, Hình 4. 37 và Hình 4. 38. Các đường cong này có dạng tuyến tính và độ dốc lớn, khi hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2 = 0$  hệ trở nên thuần cơ học và luôn tồn tại một giá trị năng lượng cơ học đầu vào (Hình 4. 36. a) và Hình 4. 36. b)).

Năng lượng cơ học đầu vào và năng lượng điện hữu ích tiềm năng tỷ lệ thuận với sự gia tăng của giá trị biên độ kích động nhưng tỷ lệ nghịch với sự gia tăng giá trị hệ số phi tuyến lập phương (Hình 4. 37. a) và Hình 4. 37. b)). Ngược lại, hiệu suất thu thập năng lượng cùng tỷ lệ nghịch với sự gia tăng của biên độ kích động và hệ số phi tuyến lập phương (Hình 4. 38. a) và Hình 4. 38. b) và Hình 4. 38. c) – hình phóng to). Nhưng rõ ràng, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện phi tuyến lớn hơn rất nhiều hiệu suất hệ tuyến tính tương ứng khi xét trong trường hợp gia tăng giá trị hệ số liên kết cơ điện. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng và hiệu suất thu thập năng lượng

đều tăng tuyến tính theo sự gia tăng giá trị hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , với góc tọa độ tại 0 khi  $\kappa^2 = 0$  và đặc biệt tăng mạnh trong khoảng  $\kappa^2 = (0.01 - 0.015)$ .



Hình 4. 37. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$



Hình 4. 38. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Năng lượng cơ học đầu vào và năng lượng điện hữu ích tiềm năng tỷ lệ thuận với sự gia tăng của giá trị biên độ kích động nhưng tỷ lệ nghịch với sự gia tăng giá trị hệ số phi tuyến lập phương (Hình 4. 37. a) và Hình 4. 37. b)). Ngược lại, hiệu suất thu thập năng lượng cùng tỷ lệ nghịch với sự gia tăng của biên độ kích động và hệ số phi tuyến lập phương (Hình 4. 38. a), Hình 4. 38.b)). Nhưng rõ ràng, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện phi tuyến lớn hơn rất nhiều hiệu suất hệ tuyến tính tương ứng



khi xét trong trường hợp gia tăng giá trị hệ số liên kết cơ điện. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng và hiệu suất thu thập năng lượng đều tăng tuyến tính theo sự gia tăng giá trị hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , với gốc tọa độ tại 0 khi  $\kappa^2 = 0$  và đặc biệt tăng mạnh trong khoảng  $\kappa^2 = (0.01 - 0.015)$ .

#### **4.4. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa**

##### **4.4.1. Tham số khảo sát hệ cơ điện trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa**

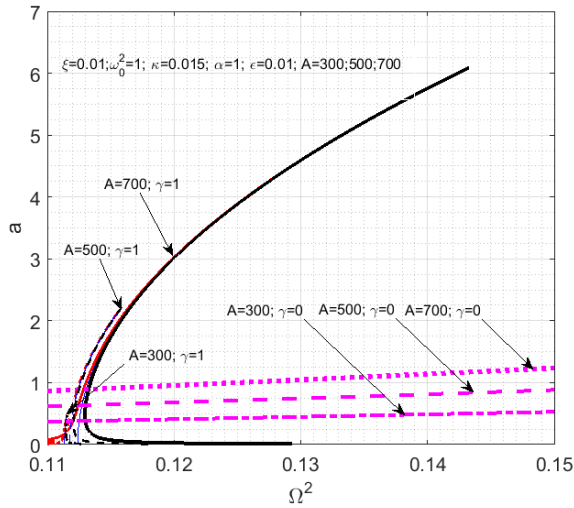
Các tham số Luận án lựa chọn khảo sát hệ cơ điện của bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa, trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa như sau [2]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = 0.01; \omega_0 = 1; \xi = (0.01; 0.1; 0.3); \gamma = (0.3; 0.5; 1); \\ \alpha = (0.05; 0.5; 1); \kappa^2 = 0.015; A = (300; 500; 700); \end{aligned} \quad (4.5)$$

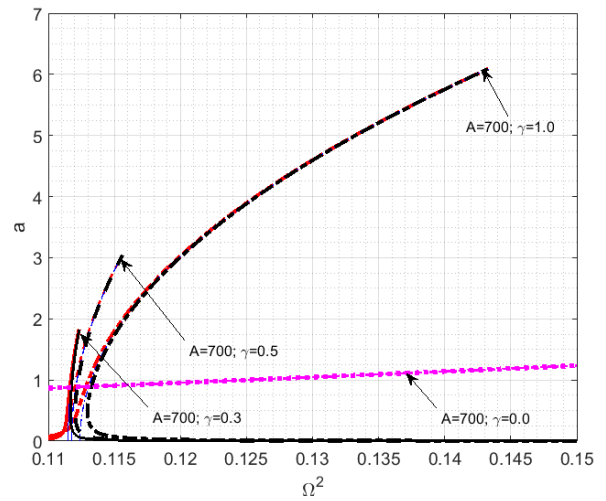
##### **4.4.2. Ảnh hưởng của các tham số tới quan hệ giữa biên độ - tần số**

Quan hệ giữa biên độ - tần số hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng siêu hưởng và hệ tuyến tính tương ứng được trình bày lần lượt trên các Hình 4. 39, Hình 4. 40, Hình 4. 41 và Hình 4. 42, với các giá trị khác nhau của biên độ, hệ số phi tuyến, hệ số cản và hệ số áp điện thu được từ các biểu thức (3.109) và (3.110).

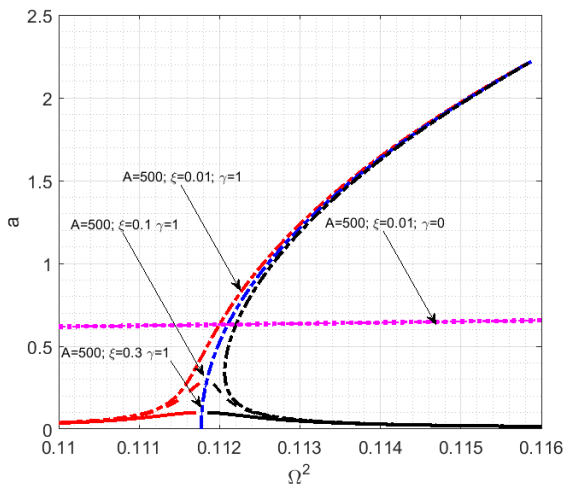
Như được thể hiện trên các Hình 4. 39, Hình 4. 40, giá trị biên độ đỉnh của đáp ứng chuyển vị hệ cơ điện tiến hành khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ) và hệ số phi tuyến lập phương, đồng thời lớn hơn nhiều so với biên độ đáp ứng hệ tuyến tính tương ứng. Khi giá trị biên độ kích động nền ( $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$ ) và hệ số phi tuyến lập phương tăng lên các đường cong biểu diễn quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến có xu hướng nghiêng về phải của đồ thị, rõ ràng trong trường hợp này dải tần số làm việc hệ cơ điện phi tuyến được mở rộng trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa. Trong các trường hợp giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương tăng điểm cực trị trên trục tần số  $\Omega^2$  nghiêng về phía phải đồ thị tọa độ  $Oa\Omega^2$  theo xu hướng nghiêng của các nhánh đường cong.



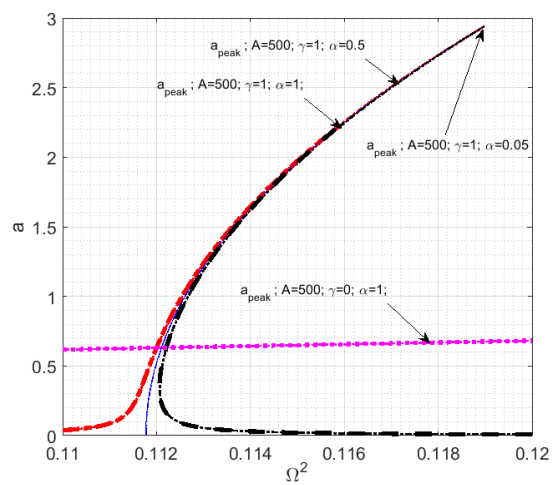
Hình 4. 39. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \epsilon A \Omega^2$



Hình 4. 40. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.3; \gamma=0.5; \gamma=1;$



Hình 4. 41. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi hệ số cản  $\xi$



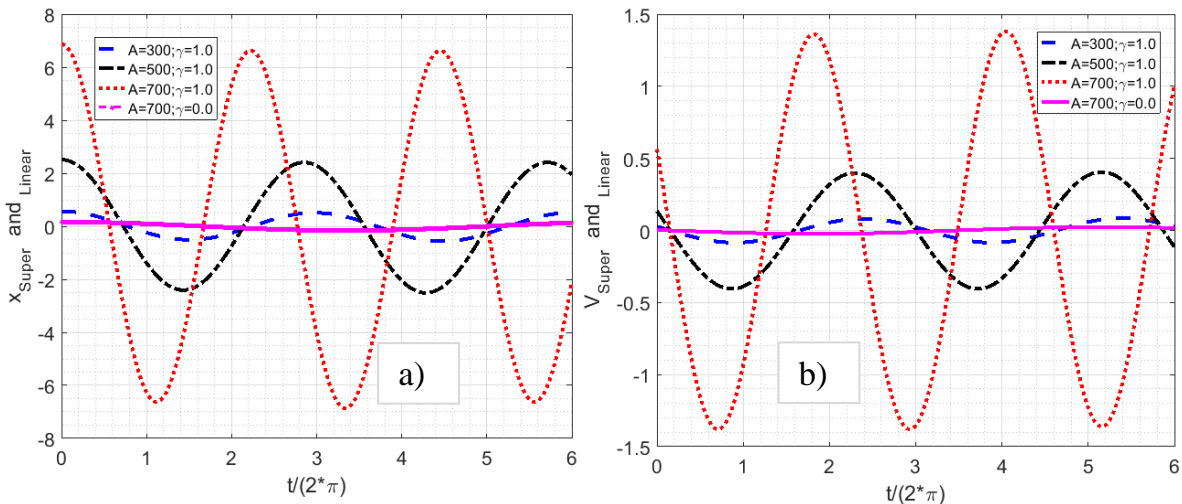
Hình 4. 42. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi hệ số áp điện  $\alpha$

Như được trình bày trên Hình 4. 41 và Hình 4. 42, giá trị biên độ đỉnh của đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa tỷ lệ nghịch với các giá trị hệ số cản  $\xi$  và hệ số áp điện  $\alpha$  khác nhau, lớn hơn rất nhiều so với biên độ đáp ứng hệ tuyến tính tương ứng. Khi giá trị hệ số cản  $\xi$  và hệ số áp điện  $\alpha$  giảm các đường cong biểu diễn quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến có xu hướng nghiêng về phải của đồ thị, tuy nhiên đường trung hòa không dịch chuyển

điểm giao nhau giữa hai nhánh đường cong biên độ-tần số trên trục tần số  $\Omega^2$ , rõ ràng lúc đó dải tần số hệ phi tuyến được mở rộng trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa.

#### 4.4.3. Ảnh hưởng của các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra

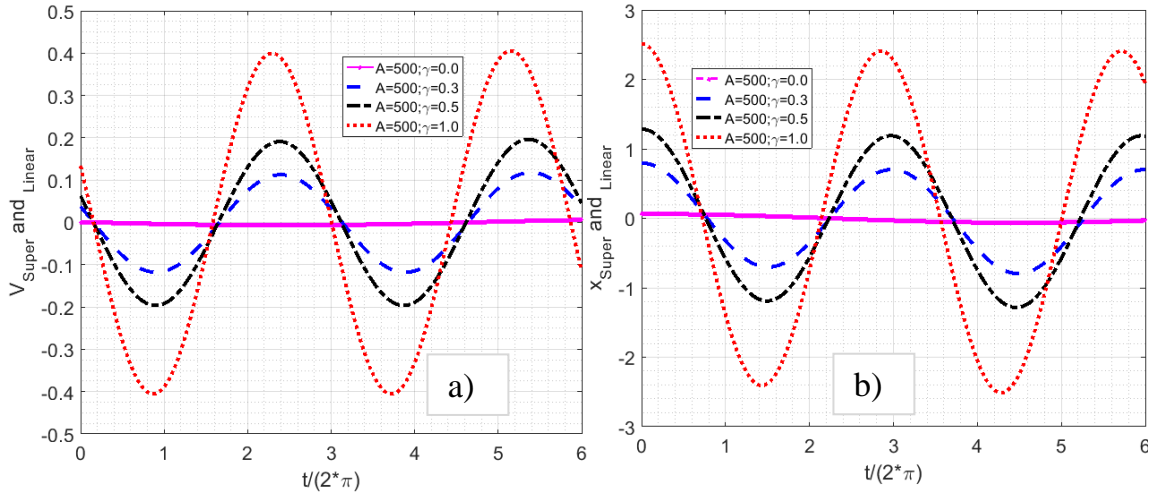
Từ các biểu thức (3.115), (3.131) và (3.133), các đường cong biểu diễn đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, hệ tuyến tính tương ứng theo thời gian, trình bày với các giá trị khác nhau của biên độ, hệ số phi tuyến được trình bày trên Hình 4. 43. a) và Hình 4. 43. b), các đường cong này có dạng tuần hoàn. Giá trị trung bình biên độ đáp ứng chuyển vị tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, và lớn hơn nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng khi cùng các tham số khác.



Hình 4. 43. Đáp ứng chuyển vị của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền

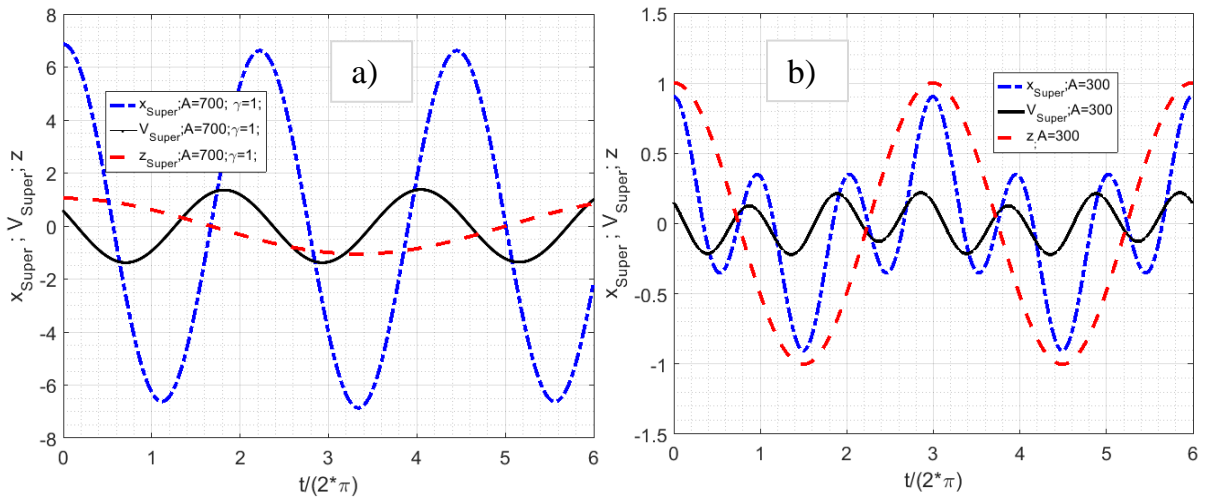
$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Các đường cong biểu diễn biểu diễn đáp ứng điện áp của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, hệ tuyến tính tương ứng theo thời gian, trình bày với các giá trị khác nhau của biên độ, hệ số phi tuyến được trình bày trên Hình 4. 44. a) và Hình 4. 44. b) có dạng tuần hoàn, thu được từ các biểu thức (3.118), (3.132) và (3.134). Rõ ràng giá trị biên độ của điện áp hệ cơ điện phi tuyến tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền, hệ số phi tuyến lập phương và lớn hơn hệ tuyến tính tương ứng khi cùng tham số đầu vào.



Hình 4. 44. Đáp ứng điện áp hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

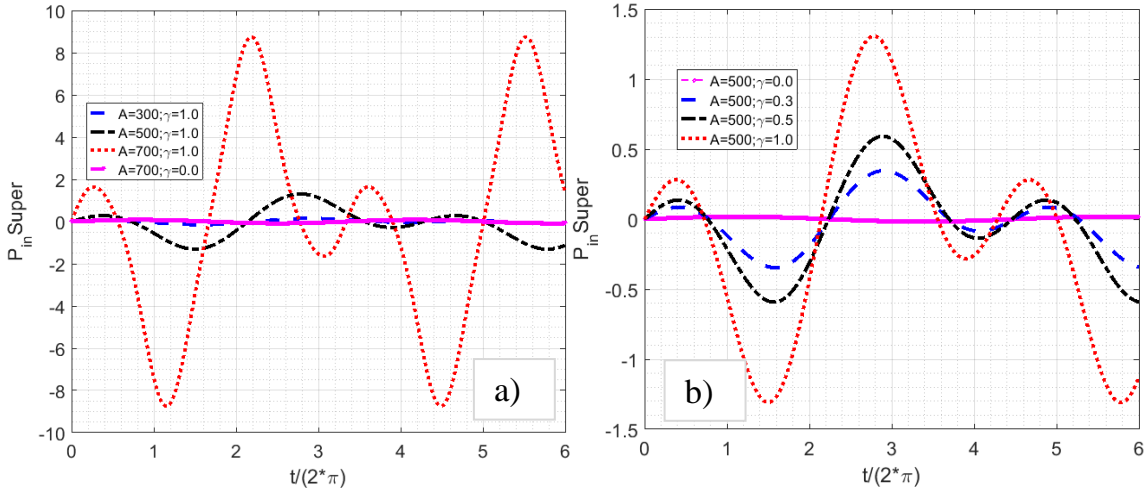
Tương quan giữa đáp ứng chuyển vị, điện áp và kích động nền của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu cộng hưởng siêu điều hòa với các giá trị khác nhau của biên độ theo thời gian, thể hiện trên Hình 4. 45. a) và Hình 4. 45. b), rõ ràng, các đường cong biểu diễn tương ứng có dạng tuần hoàn, giá trị biên độ của đáp ứng chuyển vị lớn hơn đáp ứng điện áp và kích động nền khi cùng tham số khảo sát.



Hình 4. 45. Đáp ứng chuyển vị, điện áp, kích động nền hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$

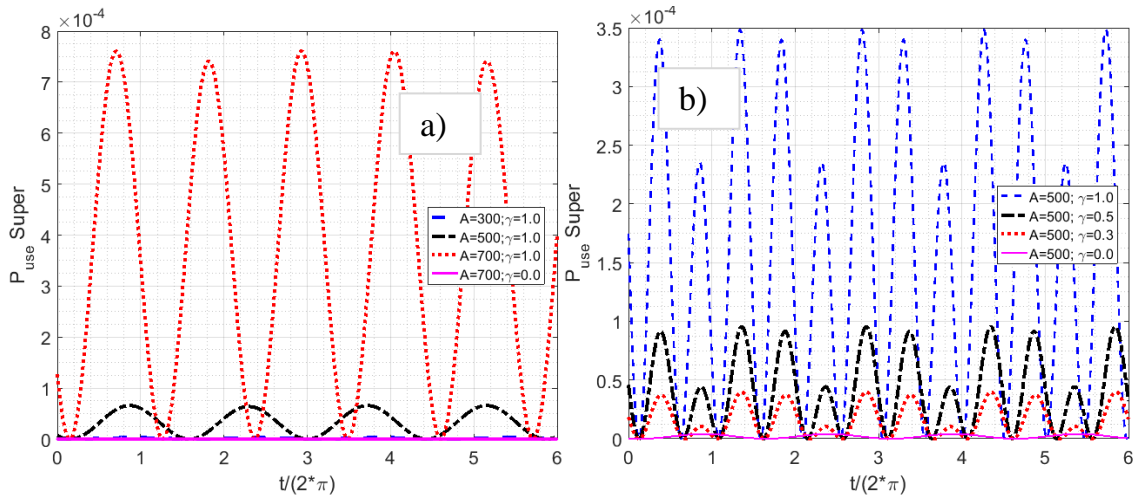
Từ biểu thức (3.124), các đường cong biểu diễn công suất cơ học đầu vào của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương ứng theo thời gian, trình bày trên Hình 4. 46. a) và Hình 4. 46. b) với sự thay đổi giá trị biên độ

kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương có dạng tuần hoàn. Giá trị biên độ công suất cơ học đầu vào là hàm tăng của giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, khảo sát với cùng tham số đầu vào biên độ công suất đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng.



Hình 4. 46. Công suất cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$



Hình 4. 47. Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic, tuyến tính theo thời gian với các giá trị biên độ

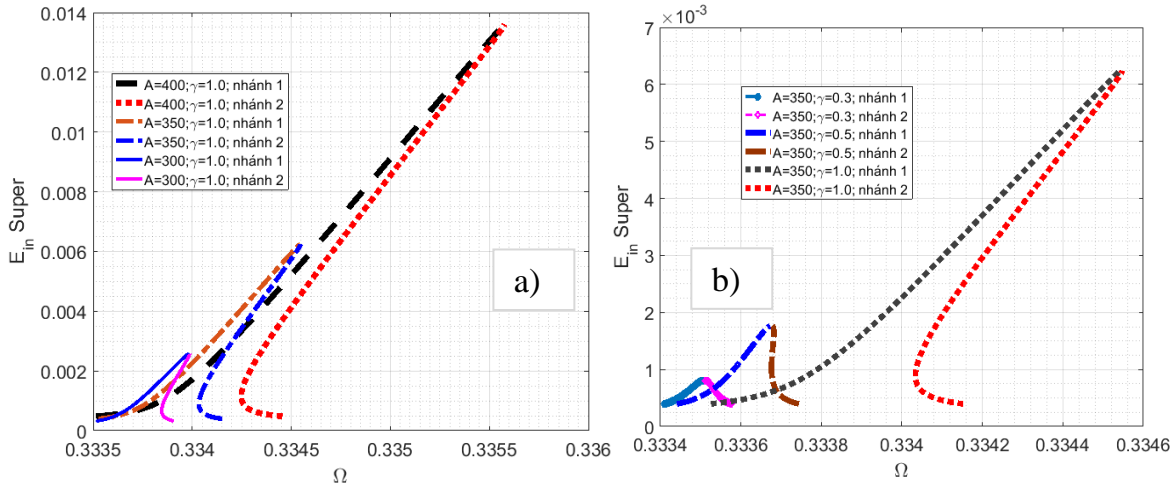
$$\text{kích động nền } a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Công suất điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương theo thời gian từ biểu thức (3.120) với các giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến biểu diễn trên Hình 4. 47. a) và Hình 4. 47. b) là các đường cong dạng tuần hoàn. Rõ ràng, giá trị biên độ công suất điện hữu

ích tiềm năng tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, khảo sát với cùng tham số đầu vào hệ cơ điện phi tuyến có giá trị biên độ công suất lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng.

#### 4.4.4. Ảnh hưởng của các tham số tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng

Các đường cong biểu diễn ảnh hưởng của tần số kích động nền tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa tương ứng hai nhánh trên đồ thị (nhánh 1, nhánh 2 của biểu thức quan hệ biên độ - tần số (3.109) và (3.110)) thu được từ các biểu thức (3.125), (3.122) và (3.127) được trình bày lần lượt trên các Hình 4. 48, Hình 4. 49, Hình 4. 50.

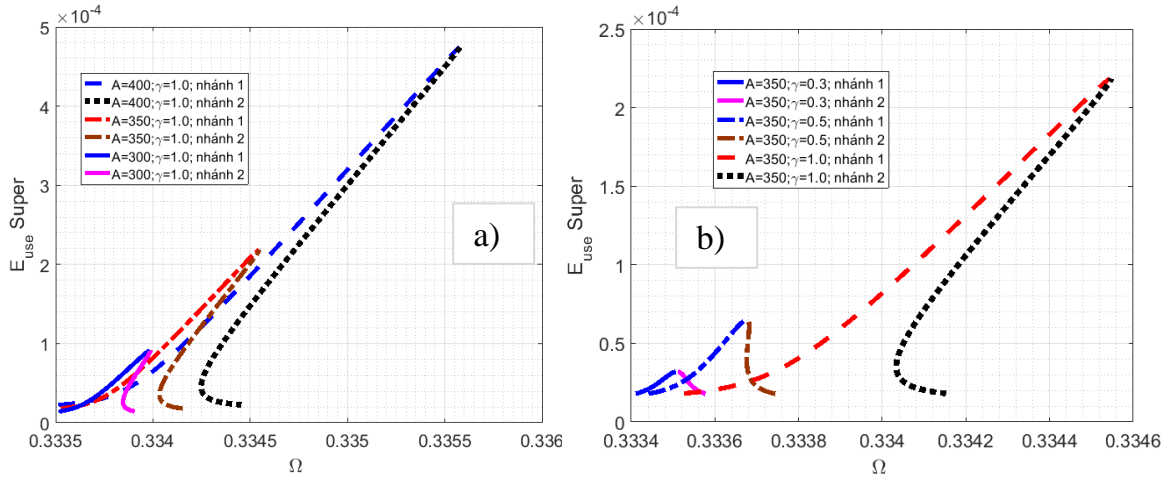


Hình 4. 48. Năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền

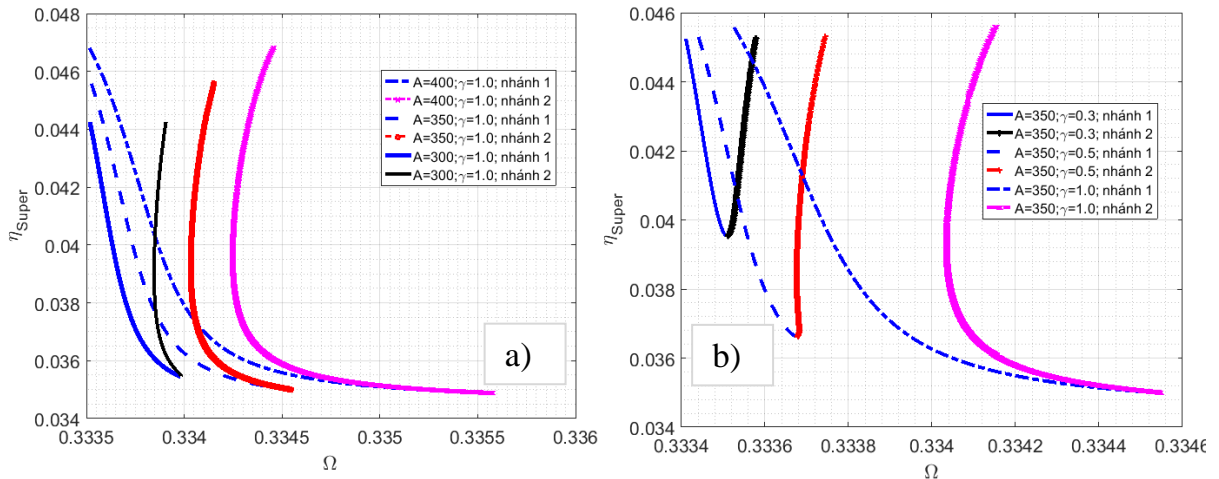
$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Cụ thể, như được thể hiện trên Hình 4. 48. a) và Hình 4. 48. b), Hình 4. 49. a), Hình 4. 49. b), rõ ràng đường cong biểu diễn ảnh hưởng của tần số kích động nền tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đồng dạng và gần với đường cong quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa. Giá trị của cả năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đều tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương trên các nhánh của đồ thị, do đó khả năng mở rộng dải tần số gần vùng

cộng hưởng siêu điều hòa phụ thuộc lớn vào biên độ kích động nền và tính phi tuyến của kết cấu bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện.



Hình 4. 49. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

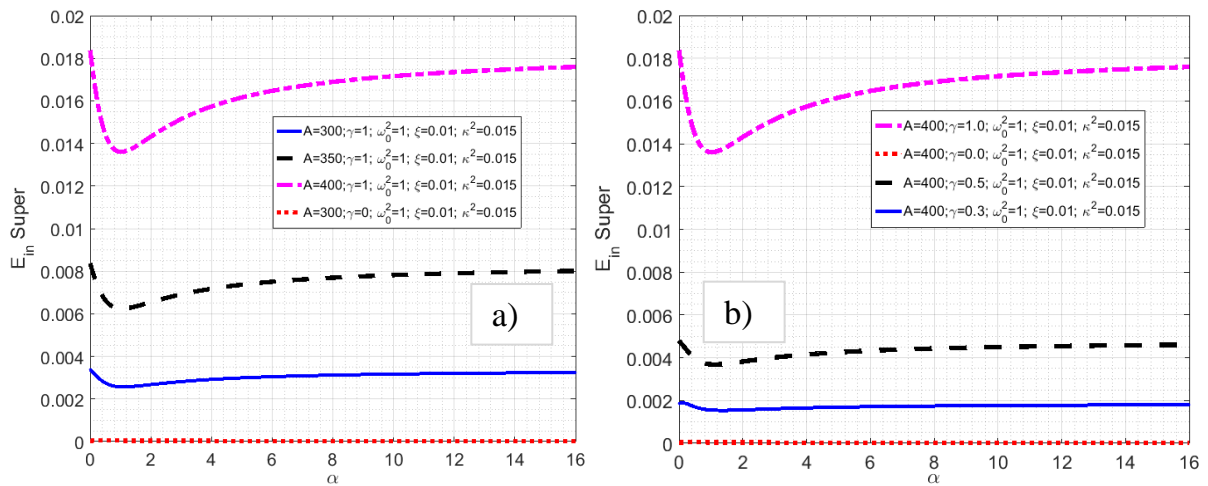


Hình 4. 50. Hiệu suất thu thập năng lượng hệ của cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Tuy nhiên, hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện có xu hướng giảm ở vùng lân cận của tần số hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa với điểm cực tiểu tại biên độ đỉnh, tọa độ điểm cực tiểu của hiệu suất có xu hướng dịch về phía trái của đồ thị, với bước nhảy tăng rõ rệt khi hệ số phi tuyến lập phương giảm, đồng thời dải tần số gần vùng cộng hưởng siêu điều hòa của hệ bị thu hẹp đáng kể (Hình 4. 50. a) và Hình 4. 50. b)). Ảnh hưởng của biên độ kích động nền tới hiệu suất thu thập năng lượng

tương tự như hệ số phi tuyến lập phương, tuy nhiên điểm giá trị cực tiểu của hiệu suất không có bước nhảy lớn và dịch chuyển rõ rệt về phía trái đồ thị.

Các đường cong biểu diễn năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương ứng khi thay đổi giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương là đồng dạng, và trình bày lần lượt trên *Hình 4. 51. a), b)* và *Hình 4. 52. a), b)*. Rõ ràng, giá trị của năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, đồng thời lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng có cùng tham số đầu vào.

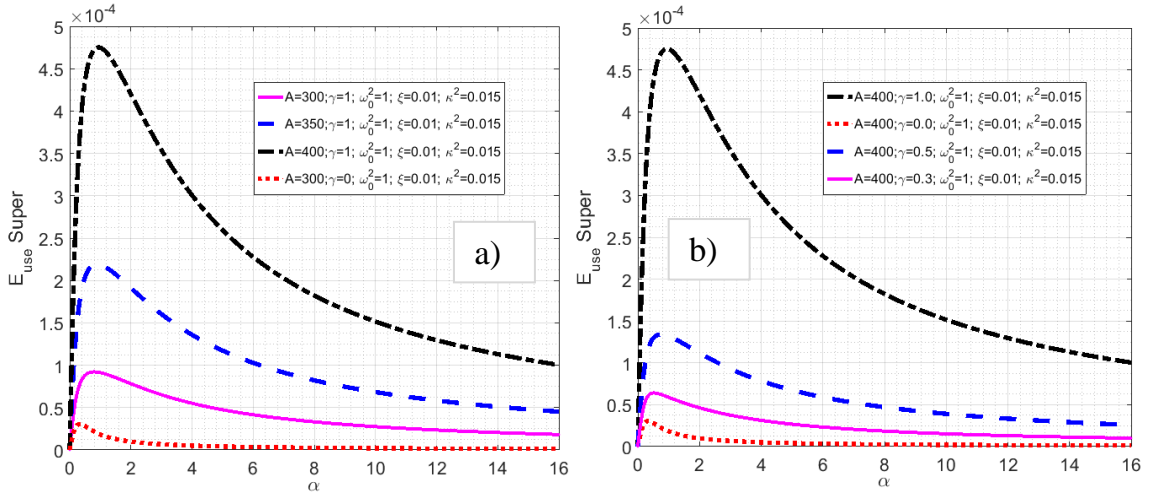


*Hình 4. 51.* Năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

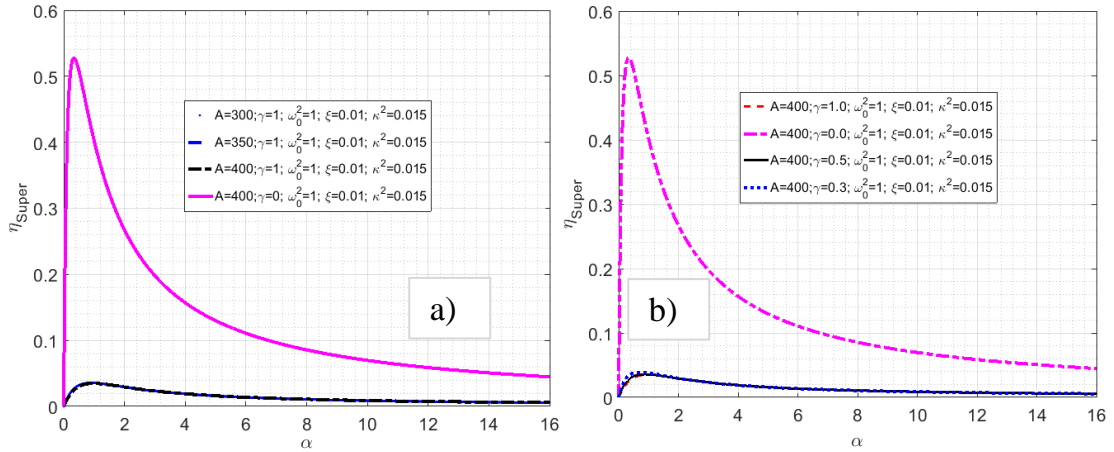
Như được thể hiện trên *Hình 4. 51. a)* và *Hình 4. 51. b)* giá trị năng lượng cơ học đầu vào hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa đồng loạt giảm khi đánh giá ảnh hưởng của hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động, hệ số phi tuyến khác nhau đạt điểm cực tiểu tại vùng lân cận khi  $\alpha \approx (0.9 - 1.1)$ , sau đó tăng dần tuyến tính khi hệ số áp điện tăng. Ngược lại, các đường cong biểu diễn năng lượng điện hữu ích tiềm năng (*Hình 4. 52. a), b)*,) hiệu suất thu thập năng lượng (*Hình 4. 53. a), b)*) hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương ứng khi thay đổi giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương tăng mạnh, đạt đỉnh tại vùng lân cận khi  $\alpha \approx (0.9 - 1.1)$ , sau đó giảm nhẹ và gần như giảm tuyến tính khi hệ số áp điện tăng.





Hình 4. 52. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$



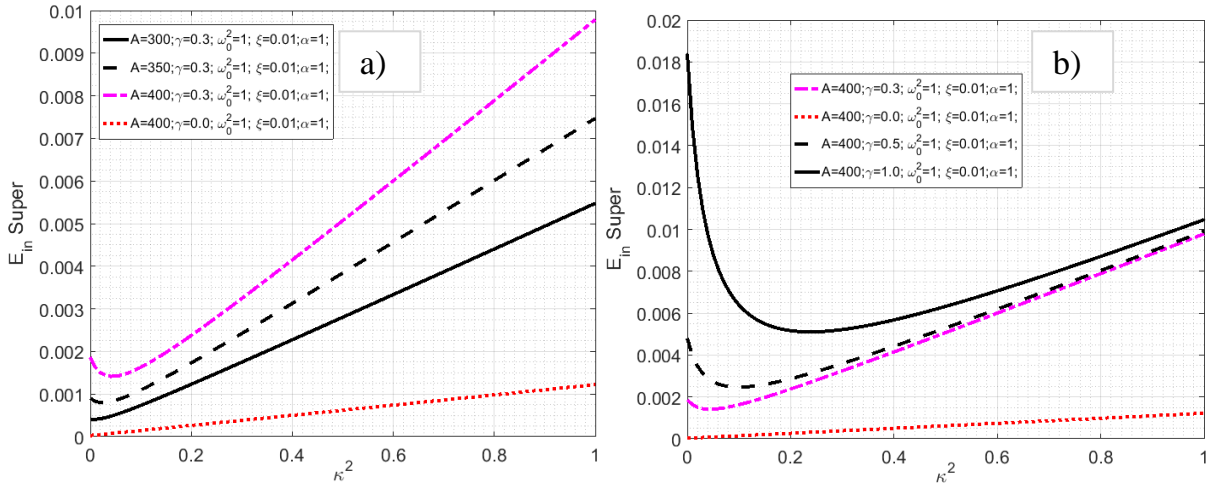
Hình 4. 53. Hiệu suất thu thập năng lượng hệ của cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Như được biểu diễn trên Hình 4. 52. a), b) và Hình 4. 53. a), b) quy luật các đường cong biểu diễn năng lượng điện hữu ích tiềm năng (Hình 4. 52. a), b)), hiệu suất thu thập năng lượng (Hình 4. 53. a), b)) của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương ứng trong cả trường hợp thay đổi giá trị biên độ kích động và hệ số phi tuyến là đồng dạng. Tuy nhiên, hiệu suất hệ tuyến tính tương ứng lớn hơn nhiều hệ phi tuyến ở vùng lân cận tần số cộng hưởng siêu điều hòa, điểm đạt tọa độ đỉnh hiệu suất hệ tuyến tính khi hệ số áp điện nằm ở vùng lân cận tương tự hệ phi tuyến, khi  $\alpha \approx (0.9 - 1.1)$ . Các đường cong biểu diễn hiệu suất hệ phi tuyến ứng

với các giá trị biên độ kích động ( $A=300; 350; 400$ ) rất tiệm cận ở trên cả hai hình *Hình 4. 53. a), b)*.

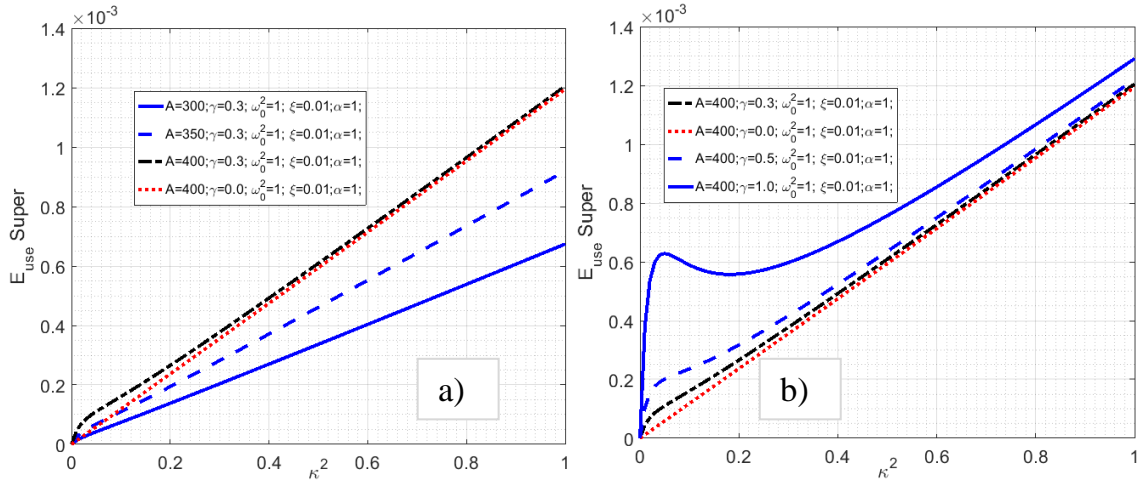
Như được biểu diễn trên *Hình 4. 54. a)* và *Hình 4. 54. b)*, *Hình 4. 55. a)*, *Hình 4. 55. b)*, ảnh hưởng của hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  tới năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương ứng khi thay đổi giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương tương tự như hệ số áp điện  $\alpha$ .



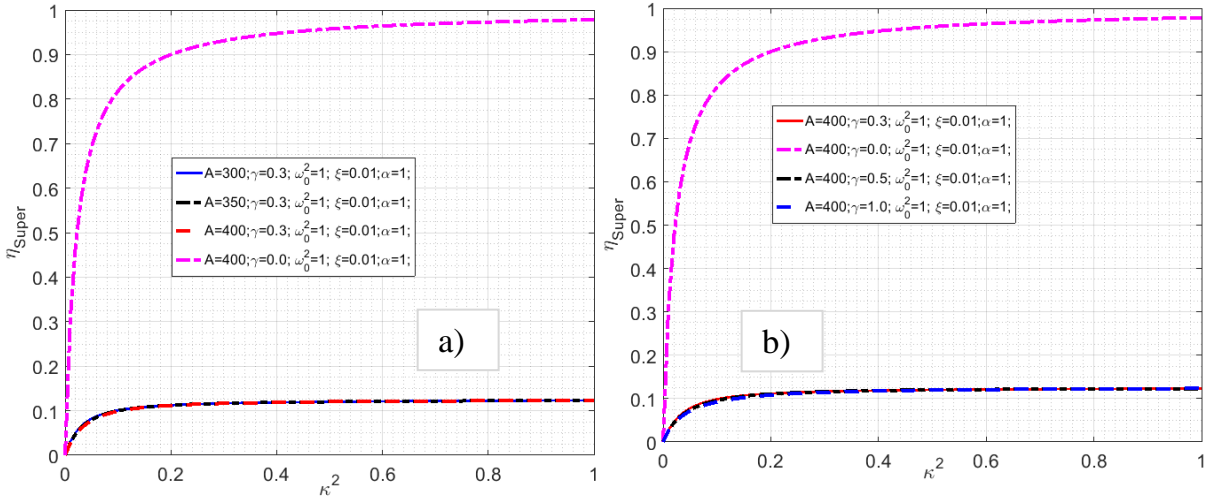
*Hình 4. 54.* Năng lượng cơ học đầu vào của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2 \text{ và hệ số phi tuyến } \gamma$$

Cụ thể năng lượng cơ học đầu vào (*Hình 4. 54. a), b)*), năng lượng điện hữu ích tiềm năng (*Hình 4. 55. a), b)*) tỷ lệ thuận với sự gia tăng giá trị biên độ kích động nền, hệ số phi tuyến lập phương và luôn lớn hơn rất nhiều hệ tuyến tính tương với khi cùng tham số khảo sát. Các đường biểu diễn năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng của hệ tuyến tính là đường thẳng, trong khi của hệ phi tuyến là dạng đường cong có đỉnh tại vùng lân cận  $\kappa^2 \approx (0.01-0.015)$ . Khi  $\kappa^2 \approx (0-0.015)$  năng lượng cơ học đầu vào có xu hướng giảm, đạt điểm cực tiểu và sau đó tăng tuyến tính, trong khi năng lượng điện hữu ích tiềm năng có xu hướng tăng mạnh trong khoảng  $\kappa^2 \approx (0-0.015)$  của hệ số liên kết cơ điện, đạt điểm cực đại, giảm nhẹ khi  $\kappa^2 \approx (0.015-0.2)$  và tiếp tục tăng tuyến tính khi khảo sát trong cả hai trường hợp thay đổi giá trị biên độ kích động và hệ số phi tuyến lập phương.



Hình 4. 55. Năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$



Hình 4. 56. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện được khảo sát ở hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, tuyến tính tương ứng theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  trong hai trường hợp thay đổi giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương được biểu diễn trên Hình 4. 56. a) và Hình 4. 56. b). Các đường cong biểu diễn hệ phi tuyến rất tiệm cận khi thay đổi giá trị biên độ kích động nền ( $A=300; 350; 400$ ) trên cả hai đồ thị. Rõ ràng hiệu suất hệ cơ điện tuyến tính tốt hơn phi tuyến tương ứng trong cả hai trường hợp khi có cùng tham số khảo sát đầu vào, cả đường cong biểu diễn hiệu suất hệ cơ điện phi tuyến và tuyến tính tương ứng đều tăng mạnh khi  $\kappa^2 \approx (0.01-0.015)$ , sau đó tăng nhẹ khi  $\kappa^2 \approx (0.015-0.1)$  và tăng chậm dần khi hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2 > 0.1$ .

### Kết luận chương 4

Trong chương này Luận án thu được những kết quả chính sau đây:

1. Luận án đã khảo sát, phân tích, đánh giá ảnh hưởng của các tham số hệ cơ điện nghiên cứu tới các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong các cộng hưởng chính và hiệu ứng cộng hưởng thứ cấp cũng như hệ tuyến tính tương ứng để so sánh khi sử dụng phần mềm Matlab.
2. Kết quả khảo sát chỉ ra, các đường cong biểu diễn quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng cao hơn so với hệ tuyến tính tương ứng, đặc biệt dải tần số gần vùng lân cận các hiệu ứng cộng hưởng của hệ cơ điện phi tuyến rộng hơn hệ tuyến tính tương ứng.
3. Kết quả khảo sát cũng chỉ ra hiệu suất hệ cơ điện thu thập năng lượng luận án nghiên cứu lớn hơn trong vùng lân cận cộng hưởng thứ điều hòa nhưng nhỏ hơn trong vùng lân cận cộng hưởng siêu điều hòa và cộng hưởng chính so với hệ tuyến tính tương ứng. Tuy nhiên, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng lớn hơn hệ tuyến tính tương ứng.
4. Công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến và tuyến tính tương ứng đều phụ thuộc vào biên độ, tần số của kích động nền, ở các dải tần số lân cận cộng hưởng chính biên độ lực kích động cần thiết là nhỏ nhất, trong khi lớn nhất ứng với hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa. Cụ thể, ở vùng cộng hưởng chính, biên độ kích động nền cần thiết là nhỏ hơn rất nhiều so với hai trường hợp đó là ở vùng lân cận cộng hưởng thứ điều hòa và siêu điều hòa. Khi biên độ kích động nền ứng với giá trị  $A=0,72$  tại đó biên độ tương ứng của năng lượng điện hữu ích thu được trong cả trường hợp cộng hưởng siêu điều hòa và thứ điều hòa là giống nhau;
5. Luận án đã so sánh giữa kết quả giải tích của đáp ứng chuyển vị, điện áp thu được khi sử dụng phương pháp trung bình cho hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện phi tuyến với kết quả phương pháp số, cho thấy độ tin cậy khi sử dụng phần mở rộng của phương pháp trung bình cho hệ cơ điện phi tuyến.

Đây là kết quả mới được công bố trên tạp chí ISI [1], [2]

## **KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ**

### **KẾT LUẬN**

- 1) Luận án đã thiết lập hệ phương trình vi phân phi tuyến cho bộ thiết bị thu thập năng lượng dưới dạng dao động phi tuyến kiểu Duffing của dầm công xôn có hai lớp áp điện trên và dưới, chịu kích động nền điều hòa; từ đó trên cơ sở sử dụng phương pháp Galerkin Luận án đã mô hình hóa bộ thiết bị bằng mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do chịu kích động nền điều hòa;
- 2) Luận án đã phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện;
- 3) Luận án đã sử dụng nội dung phát triển, mở rộng và kiểm chứng độ tin cậy của nội dung phát triển phương pháp trung bình để xác định các biểu thức giải tích của quan hệ biên độ-tần số, đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học, năng lượng điện hữu ích, hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và tuyến tính tương ứng dùng để so sánh;
- 4) Luận án đã phân tích, khảo sát, đánh giá ảnh hưởng của các tham số tới các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và tuyến tính tương ứng dùng để so sánh;
- 5) Kết quả khảo sát chỉ ra rằng: Biên độ, tần số kích động là hai tham số ảnh hưởng lớn tới các đáp ứng hệ cơ điện thu thập năng lượng; Dải tần số gần vùng lân cận các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến rộng hơn hệ tuyến tính tương ứng; Hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện luận án nghiên cứu lớn hơn trong vùng lân cận cộng hưởng thứ điều hòa nhưng nhỏ hơn trong vùng lân cận cộng hưởng siêu điều hòa và cộng hưởng chính. Tuy nhiên công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng trong các hiệu ứng cộng hưởng luôn lớn hơn hệ tuyến tính tương ứng;

## **KIẾN NGHỊ**

Phương pháp trung bình là công cụ hiệu quả trong các bài toán dao động phi tuyến, luận án đã phát triển, mở rộng để thiết lập quy trình sử dụng cho hệ cơ điện thu thập năng lượng áp điện phi tuyến kiểu Duffing, với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa trong các trường hợp cộng hưởng sơ cấp và cộng hưởng chính. Tuy nhiên các nguồn năng lượng dao động từ môi trường xung quanh thường xuất hiện dưới dạng ngẫu nhiên, tức kích động là ngẫu nhiên đây là vấn đề Luận án đến nay chưa thực hiện và cũng là hướng nghiên cứu tiếp theo của người học được GS.TSKH Nguyễn Đông Anh định hướng. Đồng thời, tiếp tục nghiên cứu ảnh hưởng các tham số hình học kết cấu dầm gấp lớp áp điện tới các đáp ứng hệ thu thập năng lượng.

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

- [1] Anh, N. D., Linh, N. N., **Van Manh, N.**, Tuan, V. A., Van Kuu, N., Nguyen, A. T., & Elishakoff, I. (2020). *Efficiency of mono-stable piezoelectric Duffing energy harvester in the secondary resonances by averaging method. Part 1: Sub-harmonic resonance*. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 126, November 2020, 103537, <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103537>. (ISI)
- [2] Linh, N. N., Nguyen, A. T., **Van Manh, N.**, Tuan, V. A., Van Kuu, N., Anh, N. D., & Elishakoff, I. (2021). *Efficiency of mono-stable piezoelectric Duffing energy harvester in the secondary resonances by averaging method, Part 2: Super-harmonic resonance*. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 137, December 2021, 103817, 31/08/2022, <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103817>. (ISI)
- [3] Nguyen Ngoc Linh, **Nguyen Van Manh**, Vu Anh Tuan, *Analysis of main resonance for a nonlinear piezoelectric energy harvester by averaging method*, Tạp chí cơ khí Việt Nam, số đặc biệt, 10/2020, Trang 434-439.
- [4] Nguyen Ngoc Linh, Nguyen Dong Anh, **Nguyen Van Manh**, *Mô hình khối lượng tập trung của bộ thu thập năng lượng có kết cấu dầm công xôn với hai lớp áp điện phi tuyến*. Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 2-3/12/2022, tập II. ISBN 978-604-357-085-4, trang 127-136.
- [5] **Nguyen Van Manh**, Nguyen Dong Anh, Nguyen Ngoc Linh, *Hiệu suất của bộ thu thập năng lượng áp điện lên hệ phi tuyến kiểu Duffing – Trường hợp cộng hưởng chính*. Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 2-3/12/2022, tập II. ISBN 978-604-357-085-4, trang 73-83.

## DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Donelan, J. Maxwell, et al. *Biomechanical energy harvesting: generating electricity during walking with minimal user effort*. Science 319.5864 (2008): 807-810.
- [2] Choi, S. B., M. S. Seong, and K. S. Kim. *Vibration control of an electrorheological fluid-based suspension system with an energy regenerative mechanism*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering 223.4 (2009): 459-469.
- [3] Erturk, Alper, and Daniel J. Inman. *Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electromechanical coupling*. Journal of Sound and Vibration 330.10 (2011): 2339-2353.
- [4] Roundy, Shad, Paul K. Wright, and Jan Rabaey. *A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes*. Computer communications 26.11 (2003): 1131-1144.
- [5] Lumentut, M. F., and I. M. Howard. *Analytical and experimental comparisons of electromechanical vibration response of a piezoelectric bimorph beam for power harvesting*. Mechanical Systems and Signal Processing 36.1 (2013): 66-86.
- [6] Wang, Hongjin, and Qingfeng Meng. *Analytical modeling and experimental verification of vibration-based piezoelectric bimorph beam with a tip-mass for power harvesting*. Mechanical Systems and Signal Processing 36.1 (2013): 193-209.
- [7] Chen, Zhongsheng, et al. *Broadband characteristics of vibration energy harvesting using one-dimensional phononic piezoelectric cantilever beams*. Physica B: Condensed Matter 410 (2013): 5-12.
- [8] Liu, Jing-Quan, et al. *A MEMS-based piezoelectric power generator array for vibration energy harvesting*. Microelectronics Journal 39.5 (2008): 802-806.
- [9] Sodano, Henry A., Daniel J. Inman, and Gyuhae Park. *Comparison of piezoelectric energy harvesting devices for recharging batteries*. Journal of intelligent material systems and structures 16.10 (2005): 799-807.
- [10] S. Kim, S. Pakzad, D. Culler, J. Demmel, G. Fenves, S. Glaser and M. Turon, *Health monitoring of civil infrastructures using wireless sensor networks*, In Information Processing in Sensor Networks, 2007. IPSN 2007. 6th International Symposium on, pages 254–263. IEEE. 2007.
- [11] I. Stoianov, L. Nachman, S. Madden, T. Tokmouline and M. Csail, *Pipenet: A wireless sensor network for pipeline monitoring*, In Information Processing in Sensor Networks, 2007. IPSN 2007. 6th International Symposium on, pages 264–273. IEEE. 2007.
- [12] Z. Sun, P. Wang, M. C. Vuran, M. A. Al-Rodhaan, A. M. Al-Dhelaan and I. F. Akyildiz, *Mise-pipe: Magnetic induction-based wireless sensor networks for underground pipeline monitoring*, Ad Hoc Networks, 9(3):218–227. 2011.
- [13] A. Milenkovic, C. Otto and E. Jovanov, *Wireless sensor networks for personal health ' monitoring*, Issues and an implementation. Computer communications, 29(13):2521– 2533. 2006.
- [14] K. I.-K. Wang, Z. Salcic, M. R. Wilson and K. M. Brook, *Miniaturized wireless*



- sensor node for earthquake monitoring applications. In Industrial Embedded Systems (SIES), 2012 7th IEEE International Symposium on*, pages 323–326. IEEE. 2012
- [15] X. Wu and D.-W. Lee, *An electromagnetic energy harvesting device based on high efficiency windmill structure for wireless forest fire monitoring application*, *Sensors and Actuators A: Physical*, 219:73–79. 2014.
- [16] Williams, C.B. and Yates, R.B., *Analysis of a Micro-electric Generator for Microsystems*, *Sensors and Actuators A*, 52, pp. 8–11 (1996)
- [17] Glynne-Jones P., Tudor, M.J., Beeby, S.P. and White, N.M., *An Electromagnetic, Vibration-powered Generator for Intelligent Sensor Systems*, *Sensors and Actuators A*, 110, pp. 344-349. (2004)
- [18] Erick O. Torres, Gabriel A. Rincón-Mora, *Electrostatic Energy-Harvesting and Battery-Charging CMOS System Prototype*, *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—I: REGULAR PAPERS*, VOL. 56, NO. 9, SEPTEMBER 2009
- [19] Andrea Crovetto, Fei Wang, Ole Hansen, *Modeling and Optimization of an Electrostatic Energy Harvesting Device*, *Journal of Microelectromechanical Systems* ( Volume: 23, Issue: 5, Oct. 2014)
- [20] Rita T. Aljadiri, Luay Y. Taha, and Paul Ivey, *Electrostatic Energy Harvesting Systems: A Better Understanding of Their Sustainability*, *Journal of Clean Energy Technologies*, Vol. 5, No. 5, September 2017
- [21] Roundy, S., Wright, P.K. and Rabaey, J.M., *A Study of Low Level Vibrations as a Power Source for Wireless Sensor Nodes*, *Computer Communications*, 26, pp.1131-1144 (2003)
- [22] Beeby, S.P., Tudor, M.J. and White, N.M., *Energy Harvesting Vibration Sources for Microsystems Applications*, *Measurement Science and Technology*, 17, pp. R175- R195. (2006)
- [23] Cook-Chennault, K.A., Thambi, N., Sastry, A.M., *Powering MEMS Portable Devices – a Review of Non-Regenerative and Regenerative Power Supply Systems with Emphasis on Piezoelectric Energy Harvesting Systems*, *Smart Materials and Structures*, 17, 043001 (33pp) (2008)
- [24] Anton, S.R. and Sodano, H.A., *A Review of Power Harvesting Using Piezoelectric Materials (2003-2006)*, *Smart Materials and Structures*, 16, pp. R1-R21. (2007)
- [25] Sodano, H., Inman, D., Park, G, *A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials*, *The Shock and Vibration Digest.*, pp. 36, 197–205 (2004)
- [26] Priya, S., *Advances in Energy Harvesting Using Low Profile Piezoelectric Transducers*, *Journal of Electroceramics*, 19, pp. 167–184
- [27] Ibrahim, S. W., Ali, W. G, *A review on frequency tuning methods for piezoelectric energy harvesting systems*”, *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 4(6), 062703 (2012)
- [28] Daqaq, M. F., Masana, R., Erturk, A., Dane Quinn, D., *On the Role of Nonlinearities in Vibratory Energy Harvesting: A Critical Review and Discussion*, *Applied Mechanics Reviews*, Vols. 66(4), 040801 (2014)
- [29] Yang Z., Zhou S., Zu J., Inman D, *High-performance piezoelectric energy*

- harvesters and their applications*, Joule 2(4) 642-697 (2018)
- [30] Corina Covaci, Aurel Gontean, *Piezoelectric Energy Harvesting Solutions: A Review*, Sensors 20(12):3512 (2020)
- [31] Liu, H., Zhong, J., Lee, C., Lee, S.W., Lin, A *comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications*, Applied Physics Reviews, pp. 5, 041306 (2018)
- [32] Nurettin , Muammer Koç, *A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting*, Nano Energy, Volume 80, February 2021, 105567
- [33] Mohsen Safaei , Henry A Sodano and Steven R Anton, *A review of energy harvesting using piezoelectric materials: state-of-the-art a decade later (2008–2018)*, Smart Mater. Struct. 28 (2019) 113001 (62pp)
- [34] Ghazanfarian, Jafar, Mohammad Mostafa Mohammadi, and Kenji Uchino: *Piezoelectric Energy Harvesting: A Systematic Review of Reviews*, Actuators. Vol. 10. No. 12. MDPI, 2021.
- [35] Tran, Ngan, Mergen H. Ghayesh, and Maziar Arjomandi, *Ambient vibration energy harvesters: A review on nonlinear techniques for performance enhancement*, International Journal of Engineering Science 127 (2018): 162-185.
- [36] Li, L., Xu, J., Liu, J. et al. *Recent progress on piezoelectric energy harvesting: structures and materials*. Adv Compos Hybrid Mater 1, 478–505 (2018). <https://doi.org/10.1007/s42114-018-0046-1>
- [37] Maghsoudi Nia, E.; Wan Abdullah Zawawi, N.A.; Mahinder Singh, B.S. , *Design of a pavement using piezoelectric materials*, Mater. Werkst. 2019, 50, 320–328. [CrossRef]
- [38] Gareh, S.; Kok, B.C.; Yee, M.H.; Borhana, A.A.; Alswed, S.K, *Optimization of the Compression-Based Piezoelectric Traffic Model (CPTM) for Road Energy Harvesting*, Application. Int. J. Renew. Energy Res. 2019, 9, 1272–1282
- [39] Wu, L.; Do, X.-D.; Lee, S.-G.; Ha, D.S, *A Self-Powered and Optimal SSHI Circuit Integrated with an Active Rectifier for Piezoelectric Energy Harvesting*, IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap. 2017, 64, 537–549. [CrossRef]
- [40] Piliposian, G.; Hasanyan, A.; Piliposyan, D, *The effect of the location of piezoelectric patches on the sensing, actuating and energy harvesting properties of a composite plate*. J. Phys. D Appl. Phys. 2019, 52, 445501.
- [41] Briscoe, J.; Dunn, S, *Background*. In *Nanostructured Piezoelectric Energy Harvesters*, 1st ed.; Springer International Publishing: Berlin/Heidelberg, Germany, 2014; pp. 3–4.
- [42] Erturk, A.; Inman, D.J, *Summary of the Theory of Linear Piezoelectricity*. In *Piezoelectric Energy Harvesting*, 1st ed.; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2011; pp. 9–12.
- [43] Lippmann, G, *Principe de la conservation de l'électricité, ou second principe de la théorie des phénomènes électriques*, J. Phys. Theor. Appl. 1881, 10, 381–394. [CrossRef]
- [44] Koh, S.J.A.; Zhao, X.; Suo, Z, *Maximal energy that can be converted by a dielectric elastomer generator*, Appl. Phys. Lett. 2009, 94, 262902. [CrossRef]
- [45] IEEE 1987 ANSI Standard 176-1987: IEEE Standard on Piezoelectricity

- [46] Tiersten, H.F. (1969) *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*, Plenum Press, New York
- [47] Erturk A and Inman D J, *A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters*, J. Vib. Acoust. 130 041002, 2008
- [48] Erturk A and Inman D J, *On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters*, J. Intell. Mater. Syst. Struct. 19 1311–25, 2008
- [49] Roundy, S. and Wright, P.K., 2004, *A Piezoelectric Vibration Based Generator for Wireless Electronics*, Smart Materials and Structures, 13, pp.1131-1144.
- [50] duToit, N.E., Wardle, B.L. and Kim, S., 2005, *Design Considerations for MEMS-Scale Piezoelectric Mechanical Vibration Energy Harvesters*, Journal of Integrated Ferroelectrics, 71, pp. 121-160.
- [51] Inman, Daniel J., and Ramesh Chandra Singh. *Engineering vibration*. Vol. 3. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994.
- [52] J. Soderkvist, *Dynamic behavior of a piezoelectric beam* Journal of the Acoustic, Society of America 90 685-92, 1991.
- [53] N. Hagood, W. Chung, and A. Von Flotow, *Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 1 327-54, 1990.
- [54] Sodano, H.A., Park, G. and Inman, D.J., 2004, *Estimation of Electric Charge Output for Piezoelectric Energy Harvesting*, Strain, 40, pp. 49-58.
- [55] N. E. duToit, and B. L. Wardle, *Performance of microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters*, Integr. Ferroelectr. 83 13-32, 2006.
- [56] Ajitsaria, J., Choe, S.Y., Shen, D. and Kim, D.J., 2007, *Modeling and Analysis of a Bimorph Piezoelectric Cantilever Beam for Voltage Generation*, Smart Materials and Structures, 16, pp. 447-454.
- [57] A. Erturk, and D. J. Inman, *An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations*, Smart Mater. Struct. 18 025009, 2009
- [58] Maiara Rosa and Carlos De Marqui Junior, *Modeling and Analysis of a Piezoelectric Energy Harvester with Varying Cross-Sectional Area*, Shock and Vibration Volume 2014, Article ID 930503, 9 page
- [59] Crandall, S.H., Karnopp, D.C., Kurtz, E.F. Jr., and Pridmore-Brown, D.C. (1968) *Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems*, McGraw-Hill, New York
- [60] Crawley and E. H. Anderson, *Detailed models of piezoceramic actuation of beams*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 1, no. 1, pp. 4–25, 1990
- [61] Hu, Yuantai, et al, *Nonlinear behavior of a piezoelectric power harvester near resonance*, IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control 53.7 (2006): 1387-1391
- [62] Hu, Yuantai, et al, *The effects of first-order strain gradient in micro piezoelectric-bimorph power harvesters*, IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control 58.4 (2011): 849-852
- [63] G. Maugin, *Nonlinear Electromechanical Effects and Applications*, World

- Scientific, Singapore, 1985.
- [64] J. Yang, *Analysis of Piezoelectric Devices* Springer, New York, 2005.
- [65] Triplett, Angela, and D. Dane Quinn, *The effect of non-linear piezoelectric coupling on vibration-based energy harvesting*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 20.16 (2009): 1959-1967
- [66] Crawley, Edward F., and Eric H. Anderson, *Detailed models of piezoceramic actuation of beams*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 1.1 (1990): 4-25
- [67] Crawley, Edward F., and Kenneth B. Lazarus, *Induced strain actuation of isotropic and anisotropic plates*, AIAA journal 29.6 (1991): 944-951.
- [68] L. L. Silva, M. A. Savi, P. C. Monteiro, and T. A. Netto, *Effect of the piezoelectric hysteretic behavior on the vibration-based energy harvesting*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 24, no. 10, pp. 1278–1285, 2013
- [69] Von Wagner, U., and P. Hagedorn, *Piezo-beam systems subjected to weak electric field: experiments and modelling of non-linearities*, Journal of Sound and Vibration 256.5 (2002): 861-872.
- [70] Stanton, Samuel C., et al, *Nonlinear piezoelectricity in electroelastic energy harvesters: modeling and experimental identification*, Journal of Applied Physics 108.7 (2010): 074903.
- [71] M. Lallart, C. Magnet, C. Richard et al., *New synchronized switch damping methods using dual transformations*, Sensors and Actuators A: Physical, vol. 143, no. 2, pp. 302–314, 2008.
- [72] H. Shen, J. Qiu, H. Ji, K. Zhu, and M. Balsi, *Enhanced synchronized switch harvesting: a new energy harvesting scheme for efficient energy extraction*, Smart Materials and Structures, vol. 19, no. 11, Article ID 115017, 2010.
- [73] Silva, Luciana L., et al, *On the nonlinear behavior of the piezoelectric coupling on vibration-based energy harvesters*, Shock and Vibration 2015 (2015).
- [74] Kim, Miso, John Dugundji, and Brian L. Wardle, *Efficiency of piezoelectric mechanical vibration energy harvesting*, Smart Materials and Structures 24.5 (2015): 055006.
- [75] S. Roundy, P.K. Wright, J. Rabaey, *A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes*, Comput. Commun. 26 (2003) 1131–1144.
- [76] Mahmoodi, Seyed Nima, Nader Jalili, and Mohammed F. Daqaq, *Modeling, nonlinear dynamics, and identification of a piezoelectrically actuated microcantilever sensor*, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 13.1 (2008): 58-65.
- [77] Masana, Ravindra, and Mohammed F. Daqaq, *Electromechanical modeling and nonlinear analysis of axially loaded energy harvesters*, Journal of vibration and acoustics 133.1 (2011).
- [78] Mahmoodi, S. Nima, and Nader Jalili, *Non-linear vibrations and frequency response analysis of piezoelectrically driven microcantilevers*, International Journal of Non-Linear Mechanics 42.4 (2007): 577-587.
- [79] Abdelkefi, A., A. H. Nayfeh, and M. R. Hajj, *Global nonlinear distributed-parameter model of parametrically excited piezoelectric energy harvesters*, Nonlinear Dynamics 67.2 (2012): 1147-1160.

- [80] Abdelkefi, A., A. H. Nayfeh, and M. R. Hajj, *Effects of nonlinear piezoelectric coupling on energy harvesters under direct excitation*, *Nonlinear Dynamics* 67.2 (2012): 1221-1232.
- [81] S.M. Hosseini, A. Shooshtari, H. Kalhori, S.N. Mahmoodi, *Nonlinear-forced vibrations of piezoelectrically actuated viscoelastic cantilevers*, *Nonlinear Dyn.* 78 (2014) 571–583.
- [82] Derayatifar, Mahdi, Masuod Tahani, and Hamid Moeenfar, *Nonlinear analysis of functionally graded piezoelectric energy harvesters*, *Composite Structures* 182 (2017): 199-208.
- [83] Li, Jiajie, et al, *A consistent geometrically nonlinear model of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters*, *Journal of Sound and Vibration* 486 (2020): 115614.
- [84] Mann, B.P., Sims, N.D.: *Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation*, *J. Sound Vib.* 319, 515–30 (2009)
- [85] Daqaq, M.F.: *Response of uni-modal Duffing-type harvesters to random forced excitations*, *J. Sound Vib.* 329, 3621–31 (2010)
- [86] Sebald, G., Kuwano, H., Guyomar, D., Ducharne, B.: *Experimental Duffing oscillator for broadband piezoelectric energy harvesting*, *Smart Mater. Struct.* 20, 102001 (2011)
- [87] Ghouli, Z., Hamdi, M., Lakrad, F., Belhaq, M, *Energy harvesting in a delayed and excited Duffing harvester device*. *MATEC Web of Conferences.* 83, 02001 (2016).
- [88] De Paula, A.S, Inman, D.J., Savi, M.A, *Energy harvesting in a nonlinear piezomagnetoelastic beam subjected to random excitation*, *Mechanical Systems and Signal Processing.* 54-55, 405–416 (2015).
- [89] Ting Zhang, Hong Guang Li, Yan Bi, *Hysteresis characteristics influence on the super-harmonic vibration of a bi-stable piezoelectric energy harvester*, *Low Frequency Noise Vibration and Active Control.* 37(4), 1003-1014 (2018)
- [90] Jia, Yu, *Review of nonlinear vibration energy harvesting: Duffing, bistability, parametric, stochastic and others*, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 31.7 (2020): 921-944.
- [91] Daqaq, Mohammed F., et al, *On the role of nonlinearities in vibratory energy harvesting: a critical review and discussion*, *Applied Mechanics Reviews* 66.4 (2014).
- [92] Rezaei, Masoud, Siamak E. Khadem, and M. I. Friswell, *Energy harvesting from the secondary resonances of a nonlinear piezoelectric beam under hard harmonic excitation*, *Meccanica* 55.7 (2020): 1463-1479.
- [93] Masana, Ravindra, and Mohammed F. Daqaq, *Exploiting super-harmonic resonances of a bi-stable axially-loaded beam for energy harvesting under low-frequency excitations*, *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference.* Vol. 54815. 2011.
- [94] A. Erturk, D.J. Inman, *Piezoelectric Energy Harvesting*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2011
- [95] A. Erturk, D.J. Inman, *Parameter identification and optimization in piezoelectric energy harvesting: analytical relations, asymptotic analyses, and experimental validations*, *J. Syst. Control Eng.* 225 (2011) 485–496.

- [96] M. Kim, M. Hoegen, J. Dugundji, B.L. Wardle, *Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance*, Smart Mater. Struct. 19 (2010) 045023.
- [97] Stanton, S.C., Owens, B.A., and Mann, B.P. (2012), *Harmonic balance analysis of the bistable piezoelectric inertial generator*, J. Sound Vib. 331, 3617–3627.
- [98] Harne, R., and Wang, K. (2014), *On the fundamental and superharmonic effects in bistable energy harvesting*, J. Intell. Mater. Syst. Struct. 25, 937–950.
- [99] Zhou, S., Cao, J., Inman, D.J., Lin, J., and Li, D. (2016), *Harmonic balance analysis of nonlinear tristable energy harvesters for performance enhancement*, J. Sound Vib. 373, 223–235.
- [100] Panyam, M., and Daqaq, M.F. (2017), *Characterizing the effective bandwidth of tristable energy harvesters*, J. Sound Vib. 386, 336–358.
- [101] Cao, J., Zhou, S., Inman, D.J., and Chen, Y. (2015), *Chaos in the fractionally damped broadband piezoelectric energy generator*, Nonlinear Dyn. 80, 1705–1719.
- [102] Stanton, S.C., Mann, B.P., and Owens, B.A. (2012), *Melnikov theoretic methods for characterizing the dynamics of the bistable piezoelectric inertial generator in complex spectral environments*, Phys. Nonlinear Phenom. 241, 711–720.
- [103] Oumbe' Te' kam, G., Kitio Kwuimy, C., and Wofo, P. (2015), *Analysis of tristable energy harvesting system having fractional order viscoelastic material*, Chaos 25, 013112
- [104] Daqaq, Mohammed F., et al. *Investigation of power harvesting via parametric excitations*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 20.5 (2009): 545-557.
- [105] Chen, Li-Qun, and Wen-An Jiang, *Internal resonance energy harvesting*, Journal of Applied Mechanics 82.3 (2015).
- [106] Nguyen, Cuong Hung, and Einar Halvorsen, *Harmonic-balance analysis of nonlinear energy harvester models*, 2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). IEEE, 2014.
- [107] Kwuimy, CA Kitio, G. Litak, and C. Nataraj, *Nonlinear analysis of energy harvesting systems with fractional order physical properties*, Nonlinear Dynamics 80.1 (2015): 491-501.
- [108] Wang, X. F., and W. D. Zhu, *A modified incremental harmonic balance method based on the fast Fourier transform and Broyden's method*, Nonlinear Dynamics 81.1 (2015): 981-989.
- [109] Liu, Weiqun, Fabien Formosa, and Adrien Badel, *Optimization study of a piezoelectric bistable generator with doubled voltage frequency using harmonic balance method*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 28.5 (2017): 671-686.
- [110] Xiong, Liuyang, Lihua Tang, and Brian R. Mace, *A comprehensive study of 2: 1 internal-resonance-based piezoelectric vibration energy harvesting*, Nonlinear Dynamics 91.3 (2018): 1817-1834.
- [111] Wang, Wei, et al, *Comparison of harmonic balance and multi-scale method in characterizing the response of monostable energy harvesters*, Mechanical Systems and Signal Processing 108 (2018): 252-261.

- [112] Bogoliubov, N.N., *On some Statistical Methods in Mathematical Physics*, USSR Academy of Sciences (In Russian) (1945)
- [113] Bogoliubov, N.N., *Theory of perturbations in nonlinear mechanics*. Institute for Structural Mechanics, Ukrainian SSR Academy of Sciences, Collection of Papers, No. 14 (In Russian). 9-34 (1950)
- [114] Bogoliubov, N.N., Mitropolsky, Iu. A., *Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations*, Gordon & Breach, New York (1961)
- [115] Mitropolsky, Iu.A., *Averaging Method in Nonlinear Mechanics*, Naukova Dumka, Kiev, (in Russian) (1971)
- [116] Mitropolsky, Iu.A., Dao, N.V., Anh, N.D, *Nonlinear Oscillations in Systems of Arbitrary Order*, Naukova Dumka, Kiev (in Russian) (1992)
- [117] Sanders, J.A., Verhulst, F., Murdock, J, *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems*, second ed. In: Applied Mathematical Sciences, vol. 59. Springer, New York (2007).
- [118] Burd, V, *Method of Averaging for Differential Equations on an Infinite Interval*. Chapman and Hall (2007)
- [119] Roberts, J.B., Spanos, P.D, *Stochastic averaging: an approximate method of solving random vibration problems*, International Journal of Non-Linear Mechanics. 21, 111-134 (1986)
- [120] Zheng, Qiang, et al, *Recent progress on piezoelectric and triboelectric energy harvesters in biomedical systems*, Advanced Science 4.7 (2017): 1700029.
- [121] Pillai, Minu A., and Ezhilarasi Deenadayalan, *A review of acoustic energy harvesting*, International journal of precision engineering and manufacturing 15.5 (2014): 949-965.
- [122] Khan, Farid Ullah, and Iftikhar Ahmad, *Review of energy harvesters utilizing bridge vibrations*, Shock and Vibration 2016 (2016).
- [123] Al-Yafeai, Doaa, Tariq Darabseh, and Abdel-Hamid I Mourad, *A state-of-the-art review of car suspension-based piezoelectric energy harvesting systems*, Energies 13.9 (2020): 2336.
- [124] Reddy, Junuthula Narasimha. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. CRC press, 2003.
- [125] Nayfeh, Ali H., and P. Frank Pai. *Linear and nonlinear structural mechanics*. John Wiley & Sons, 2008.
- [126] Ventsel, Eduard, Theodor Krauthammer, and E. J. A. M. R. Carrera, *Thin plates and shells: theory, analysis, and applications*, Appl. Mech. Rev. 55.4 (2002): B72-B73.
- [127] Yang, Zhengbao, Alper Erturk, and Jean Zu, *On the efficiency of piezoelectric energy harvesters*, Extreme Mechanics Letters 15 (2017): 26-37.
- [128] Shu, Yi-Chung, and I. C. Lien, *Efficiency of energy conversion for a piezoelectric power harvesting system*, Journal of micromechanics and microengineering 16.11 (2006): 2429.
- [129] Yang, Zhengbao, Stephen, Neil G, *On energy harvesting from ambient vibration*, Journal of sound and vibration 293.1-2 (2006): 409-425.
- [130] Xu, Z., Cheung, Y.K, *Averaging method using generalized harmonic functions for strongly non-linear oscillators*, Journal of Sound and Vibration. Volume 174, 563-576 (1994)

- [131] Roy, R.V, *Averaging method for strongly non-linear oscillators with periodic excitations*, International Journal of Non-Linear Mechanics. Volume 29, Issue 5, 737-753 (1994)
- [132] Chen, L.Q., Yang, X.D., Cheng, C.J.: *Dynamic stability of an axially accelerating viscoelastic beam*, European Journal of Mechanics/A. 23, 659–666 (2004)
- [133] Yang, X.D, Tang, Y.Q., Chen, L.Q., Lim, C.W, *Dynamic stability of axially accelerating Timoshenko beam: Averaging method*, European Journal of Mechanics - A/Solids. Volume 29, Issue 1, 81-90 (2010)
- [134] Kovacic, I., Zukovic, M, *Oscillators with a power-form restoring force and fractional derivative damping: Application of averaging*, Mechanics Research Communications. 41, 37-43 (2012)
- [135] Gu, X., Zhu, W, *A stochastic averaging method for analyzing vibro-impact systems under Gaussian white noise excitations*, Journal of Sound and Vibration. Volume 333, Issue 9, 2632-2642 (2014)
- [136] Jiang, W.A., Chen, L.Q, *Stochastic averaging of energy harvesting systems*, International Journal of Non-Linear Mechanics. 85, 174–187 (2016)
- [137] Challa V, Prasad M, Shi Y, Fisher F (2008), *A vibration energy harvesting device with bidirectional resonance frequency tenability*, Smart Mater Struct 15:015035
- [138] Shahruz SM (2006), *Design of mechanical band-pass filters for energy scavenging*, J Sound Vib 292:987–998
- [139] Zhou ZY, Qin WY, Zhu P (2017), *A broadband quad-stable energy harvester and its advantages over bi-stable harvester: simulation and experiment verification*. Mech Syst Signal Process 84:158–168
- [140] Wang A, Zhang QC, Wang W, Feng JJ (2018), *A low-frequency, wideband quad-stable energy harvester using combined nonlinearity and frequency up-conversion by cantilever-surface contact*, Mech Syst Signal Process 112:305–318
- [141] Li HT, Qin WY (2015), *Dynamics and coherence resonance of a laminated piezoelectric beam for energy harvesting*, Nonlinear Dyn 81:1751–1757
- [142] Li FT, Qin WY, Lan CB, Deng WZ, Zhou ZY (2016), *Dynamics and coherence resonance of tristable energy harvesting system*, Smart Mater Struct 25:015001
- [143] Cao DX, Leadenham S, Erturk A (2015), *Internal resonance for nonlinear vibration energy harvesting*, Eur Phys J Spec Top 224:2867–2880
- [144] Jiang WA, Chen LQ, Ding H (2016), *Internal resonance in axially loaded beam energy harvesters with an oscillator to enhance the bandwidth*, Nonlinear Dyn 85:2507–2520
- [145] Kauderer, Hans. *Elastostatik Nichtlineare Mechanik*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1958.
- [146] N.T. Khiem, T.T. Hai, L.Q. Huong, *Effect of Piezoelectric Patches on Natural Frequencies of Timoshenko Beam Made of Functionally Graded Material*, Mater. Res. Express, 2020, 7 (5), 055707 (17pp).
- [147] Duong Thanh Huan, Luu Quynh Huong, Nguyen Tien Khiem (2021) *Modal analysis of cracked beam with piezoelectric layer*. Vietnam Journal of Mechanics 43 (2): 105-120.



- [148]Tran Ich Thinh, Le Kim Ngoc, *Static behavior and vibration control of piezoelectric cantilever composite plates and comparison with experiment*, Computational Material Science, 2010, 49 (4), 276-280.
- [149]Tran Huu Quoc, Vu Van Tham, Tran Minh Tu, *Optimal placement and active control of composite plates integrated with piezoelectric sensor/actuator pairs*, Vietnam Journal of Science and Technology, 2018, 56 (1), 113-126
- [150]Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong, *Nonlinear thermo-mechanical dynamic analysis and vibration of higher order shear deformable piezoelectric functionally graded material sandwich plates resting on elastic foundations*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2016, 20 (2), 191-218.
- [151]Nguyen-Van H., Le Thong, Mai-Duy N., Tran-Cong T., *Nodal integration finite element techniques for analysis of piezoelectric solids*, The International Conference on Computational Solid Mechanics (CSM2008), 2008, Ho Chi Minh City -Vietnam.
- [152]N. Courant, D. Hilbert, *Methods of mathematical physics: partial differential equations*, John Wiley & Sons, 2008.
- [153]Nguyen, Dinh Kien, *Large displacement behaviour of tapered cantilever Euler–Bernoulli beams made of functionally graded material*, Applied Mathematics and Computation 237 (2014): 340-355.
- [154]Chung, N. T., Thuy, N. N., Thu, D. T. N., & Chau, L. H, *Numerical and experimental analysis of the dynamic behavior of piezoelectric stiffened composite plates subjected to airflow*, Mathematical Problems in Engineering, 2019.
- [155]Kovacic, I., & Brennan, M. J. (2011). *The Duffing equation: nonlinear oscillators and their behaviour*. John Wiley & Sons.
- [156]Nguyễn Văn Khang, *Dao động kỹ thuật (in lần thứ 4)*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2005
- [157]Bích, Đ. H., & Bích, N. Đ. (2003). *Cơ học môi trường liên tục*, NXB Đại Học Quốc Gia Hà Nội.

## PHỤ LỤC

```

function duffing_thuthapnang luong_Ode@45_biendo_thay_doi

global epsilon omega0 kappa2 C_p teta niu gama alpha sigma delta1 A Omega a
phi t t1

delta1=0.01;
t1=0: delta1: 6*pi;
for i=1:max(size(t1))
    t=t1(i);
    x_Main1(i) = xMain1(Omega, a, t, phi);
    x_Main2(i) = xMain2(Omega, a, t, phi);
    x_Main3(i) = xMain3(Omega, a, t, phi);
    Vp_Main1(i) = VpMain1(Omega, a, t, phi, alpha, teta, C_p);
    Vp_Main2(i) = VpMain2(Omega, a, t, phi, alpha, teta, C_p);
    Vp_Main3(i) = VpMain3(Omega, a, t, phi, alpha, teta, C_p);
end
figure(41) % Hinh 4.1a
[t,x]=ode45(@duffing1, [0, 6*pi], [0.04998, 0, 0.02555] );
plot( t/(2*pi), x(:,1),'r', 'LineWidth', 2)
ValueX1_ede1=max(x(:,1));
hold on
plot(t1/(2*pi), x_Main1, 'k-', 'LineWidth', 2)
Valuex1_PPTB1=max(x_Main1);
hold on
[t,x]=ode45(@duffing2, [0, 6*pi], [0.09896, 0, 0.05058] );
plot( t/(2*pi), x(:,1),'r', 'LineWidth', 2)
ValueX1_ede2=max(x(:,1));
hold on
plot(t1/(2*pi), x_Main2, 'm-', 'LineWidth', 2)
Valuex1_PPTB2=max(x_Main2);
hold on
[t,x]=ode45(@duffing3, [0, 6*pi], [0.2819, 0, 0.1439] );
plot( t/(2*pi), x(:,1),'r', 'LineWidth', 2)
ValueX1_ede3=max(x(:,1));
hold on
plot(t1/(2*pi), x_Main3, 'b--', 'LineWidth', 2)
Valuex1_PPTB3=max(x_Main3);

```

```

xlabel('t/(2*\pi)')
ylabel('x_M_a_i_n')
grid on
hold on
set(gcf, 'color', 'white')
set(gca, 'FontSize', 16)
hAx=gca; % avoid repetitive function calls
set(hAx, 'xminorgrid', 'on', 'yminorgrid', 'on')
hold off

figure(42) % Hình 4.1b)
[t,x]=ode45(@duffing1, [0, 6*\pi], [0.04998, 0, 0.02555] );
plot( t/(2*\pi), x(:,3), 'r', 'LineWidth', 2)
ValueV1_ede1=max(x(:,3));
hold on
plot(t1/(2*\pi), Vp_Main1, 'k-', 'LineWidth', 2)
ValueV1_PPTB1=max(Vp_Main1);
hold on
[t,x]=ode45(@duffing2, [0, 6*\pi], [0.09896, 0, 0.05058] );
plot( t/(2*\pi), x(:,3), 'r', 'LineWidth', 2)
ValueV1_ede2=max(x(:,3));
hold on
plot(t1/(2*\pi), Vp_Main2, 'm--', 'LineWidth', 2)
ValueV1_PPTB2=max(Vp_Main2);
hold on
[t,x]=ode45(@duffing3, [0, 6*\pi], [0.2819, 0, 0.1439] );
plot( t/(2*\pi), x(:,3), 'r', 'LineWidth', 2)
ValueV1_ede3=max(x(:,3));
hold on
plot(t1/(2*\pi), Vp_Main3, 'b-', 'LineWidth', 2)
ValueV1_PPTB3=max(Vp_Main3);
xlabel('t/(2*\pi)')
ylabel('V_M_a_i_n')
grid on
hold on
set(gcf, 'color', 'white')
set(gca, 'FontSize', 16)
hAx=gca; % avoid repetitive function calls
set(hAx, 'xminorgrid', 'on', 'yminorgrid', 'on')
hold off

```

```

% Sai so xac dinh tu bieu thuc (4.2)
Er_x1_1=(ValueX1_ede1 - Valuex1_PPTB1)*100/ValueX1_ede1;
Er_x1_2=(ValueX1_ede2 - Valuex1_PPTB2)*100/ValueX1_ede2;
Er_x1_3=(ValueX1_ede3 - Valuex1_PPTB3)*100/ValueX1_ede3;

Er_V1_1=(ValueV1_ede1 - ValueV1_PPTB1)*100/ValueV1_ede1;
Er_V1_2=(ValueV1_ede2 - ValueV1_PPTB2)*100/ValueV1_ede2;
Er_V1_3=(ValueV1_ede3 - ValueV1_PPTB3)*100/ValueV1_ede3;

result1=[ ValueX1_ede1' Valuex1_PPTB1' Er_x1_1' ValueX1_ede2'
Valuex1_PPTB2' Er_x1_2' ValueX1_ede3' Valuex1_PPTB3' Er_x1_3']
result2=[ ValueV1_ede1' ValueV1_PPTB1' Er_V1_1' ValueV1_ede2'
ValueV1_PPTB2' Er_V1_2' ValueV1_ede3' ValueV1_PPTB3' Er_V1_3']
xlswrite('duffing_thuthapnang luong_Ode@45_biendo_thay_doi.xls', result1,
'sheet1', 'A1')
xlswrite('duffing_thuthapnang luong_Ode@45_biendo_thay_doi.xls', result2,
'sheet2', 'A2')

%% Ham con
function dx=duffing1(t,x)
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha a
% Cac tham so khao sat
A=0.1;
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
a=0.05;
gama=1.0;
Omega=sqrt(0.9901);
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
dx =[x(2); -epsilon.*(2*niu.*x(2)+gama.*x(1).^3+kappa2.*x(3))-
omega0.^2*x(1)+epsilon*A.*Omega.^2*cos(Omega*t); x(2)-alpha.*x(3)];
end
function dx=duffing2(t,x)
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha
% Cac tham so khao sat

```

```

A=0.2;
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
a=0.099;
gama=1.0;
Omega=sqrt(0.9901);
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
dx =[x(2); -epsilon.*(2*niu.*x(2)+gama.*x(1).^3+kappa2.*x(3))-
omega0.^2*x(1)+epsilon*A.*Omega.^2*cos(Omega*t); x(2)-alpha.*x(3)];
end

```

```

function dx=duffing3(t,x)
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha
A= 0.3 ;
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
a= 0.282;
gama=1;
Omega=sqrt(0.9901);
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
dx =[x(2); -epsilon.*(2*niu.*x(2)+gama.*x(1).^3+kappa2.*x(3))-
omega0.^2*x(1)+epsilon*A.*Omega.^2*cos(Omega*t); x(2)-alpha.*x(3)];
end

```

```

function myfun1_Main=xMain1(Omega, a, t, phi);
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha
% Cac tham so khao sat
A=0.1;
a=0.05;
gama=1.0;
Omega=sqrt(0.9901);
epsilon=0.01;

```

```

omega0=1
niu=0.01;
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
sigma = (Omega.^2-omega0.^2)./epsilon;          % Xac dinh tu bieu thuc (3.39)
phi    = -atan((4*Omega.*(2*niu.*Omega.^2 + 2*niu.*alpha.^2 +...
    kappa2.*alpha))./(4*Omega.^2*kappa2 - 4*Omega.^2.*sigma - ...
    4*alpha.^2*sigma + 3*Omega.^2.*a.^2.*gama + 3*a.^2.*alpha.^2.*gama)); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.57)

```

```

myfun1_Main= a.*cos(Omega.*t + phi);          % Xac dinh tu bieu thuc (3.40)
end

```

```

function myfun1_Main=xMain2(Omega, a, t, phi);
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha
% Cac tham so khao sat
A=0.2;
a=0.099;
gama=1.0;
Omega=sqrt(0.9901);
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
sigma = (Omega.^2-omega0.^2)./epsilon;          % Xac dinh tu bieu thuc (3.39)
phi    = -atan((4*Omega.*(2*niu.*Omega.^2 + 2*niu.*alpha.^2 +...
    kappa2.*alpha))./(4*Omega.^2*kappa2 - 4*Omega.^2.*sigma - ...
    4*alpha.^2*sigma + 3*Omega.^2.*a.^2.*gama + 3*a.^2.*alpha.^2.*gama)); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.57)

```

```

myfun1_Main= a.*cos(Omega.*t + phi);          % Xac dinh tu bieu thuc (3.40)
end

```

```

function myfun1_Main=xMain3(Omega, a, t, phi);
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha

```

```

% Cac tham so khao sat
A= 0.3 ;
a= 0.282;
gama=1;
Omega=sqrt(0.9901);
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
sigma = (Omega.^2-omega0.^2)./epsilon;           % Xac dinh tu bieu thuc (3.39)
phi    = -atan((4*Omega.*(2*niu.*Omega.^2 + 2*niu.*alpha.^2 +...
    kappa2.*alpha))./(4*Omega.^2*kappa2 - 4*Omega.^2.*sigma - ...
    4*alpha.^2*sigma + 3*Omega.^2.*a.^2.*gama + 3*a.^2.*alpha.^2.*gama)); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.57)
myfun1_Main= a.*cos(Omega.*t + phi);           % Xac dinh tu bieu thuc (3.40)
end

function myfun11_Main=dxMain(Omega, a, t, phi);
myfun11_Main= -a.*Omega.*sin(Omega.*t + phi);
end

function myfun2_Main1=VpMain1(Omega, a, t, phi, alpha, teta, C_p);
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha
% Cac tham so khao sat
A=0.1;
a=0.05;
gama=1.0;
Omega=sqrt(0.9901);
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
sigma = (Omega.^2-omega0.^2)./epsilon;           % Xac dinh tu bieu thuc (3.39)
phi    = -atan((4*Omega.*(2*niu.*Omega.^2 + 2*niu.*alpha.^2 +...

```

```

kappa2.*alpha))./(4*Omega.^2*kappa2 - 4*Omega.^2.*sigma - ...
4*alpha.^2*sigma + 3*Omega.^2.*a.^2.*gama + 3*a.^2.*alpha.^2.*gama)); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.57)
B_v      = -(Omega.*a.*alpha)./(Omega.^2 + alpha.^2); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.40)
C_v      = (Omega.^2*a)./(Omega.^2 + alpha.^2); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.44)
v_p      = B_v.*sin(Omega.*t + phi) + C_v.*cos(Omega.*t + phi); %
Xac dinh tu bieu thuc (3.45)
myfun2_Main1      = v_p;
end

```

```

function myfun2_Main2=VpMain2(Omega, a, t, phi, alpha, teta, C_p);
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha
% Cac tham so khao sat
A=0.2;
a=0.099;
gama=1.0;
Omega=sqrt(0.9901);

epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
sigma = (Omega.^2-omega0.^2)./epsilon; % Xac dinh tu bieu thuc (3.39)
phi    = -atan((4*Omega.*(2*niu.*Omega.^2 + 2*niu.*alpha.^2 + ...
kappa2.*alpha))./(4*Omega.^2*kappa2 - 4*Omega.^2.*sigma - ...
4*alpha.^2*sigma + 3*Omega.^2.*a.^2.*gama + 3*a.^2.*alpha.^2.*gama)); %
Theo bieu thuc (3.57)
B_v      = -(Omega.*a.*alpha)./(Omega.^2 + alpha.^2
C_v      = (Omega.^2*a)./(Omega.^2 + alpha.^2);
v_p      = B_v.*sin(Omega.*t + phi) + C_v.*cos(Omega.*t + phi);
myfun2_Main2      = v_p;
end

```

```

function myfun2_Main3=VpMain3(Omega, a, t, phi, alpha, teta, C_p);
% syms epsilon A omega0 Omega niu gama kappa2 alpha

```



```

% Cac tham so khao sat
A= 0.3 ;
a= 0.282;
gama=1;
Omega=sqrt(0.9901);
sigma = (Omega.^2-omega0.^2)./epsilon;
epsilon=0.01;
omega0=1
niu=0.01;
alpha=1;
kappa2=0.015;
C_p=(0.5^2/kappa2);
teta=0.5;
phi    = -atan((4*Omega.*(2*niu.*Omega.^2 + 2*niu.*alpha.^2 +...
    kappa2.*alpha))./(4*Omega.^2*kappa2 - 4*Omega.^2.*sigma - ...
    4*alpha.^2*sigma + 3*Omega.^2.*a.^2.*gama + 3*a.^2.*alpha.^2.*gama));
B_v    = -(Omega.*a.*alpha)./(Omega.^2 + alpha.^2);
C_v    = (Omega.^2*a)./(Omega.^2 + alpha.^2);
v_p    = B_v.*sin(Omega.*t + phi) + C_v.*cos(Omega.*t + phi);
myfun2_Main3    = v_p;
end
end

```