

**BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



Nguyễn Đức Thịnh

**PHƯƠNG PHÁP GRADIENT CHO BÀI TOÁN TỐI ƯU ĐA MỤC TIÊU
VÀ ỨNG DỤNG TRONG TỐI ƯU BƠM ÉP NƯỚC**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN ỨNG DỤNG

Hà Nội - 2023

**BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ




Nguyễn Đức Thịnh

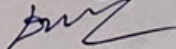
**PHƯƠNG PHÁP GRADIENT CHO BÀI TOÁN TỐI ƯU ĐA MỤC TIÊU
VÀ ỨNG DỤNG TRONG TỐI ƯU BƠM ÉP NƯỚC**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số: 8 46 01 12

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

Hướng dẫn 1: PGS. TSKH. Đoàn Thái Sơn 

Hướng dẫn 2: TS. Đoàn Huy Hiên 

Hà Nội - 2023

Lời cam đoan

Luận văn này được thực hiện dựa trên sự tìm tòi, học hỏi của cá nhân tôi dưới sự hướng dẫn của PGS. TSKH. Đoàn Thái Sơn và TS. Đoàn Huy Hiên. Mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đều được ghi rõ nguồn gốc. Tôi xin chịu trách nhiệm về những lời cam đoan.

Hà Nội, tháng 10 năm 2023

Học viên



Nguyễn Đức Thịnh

Lời cảm ơn

Đầu tiên, tôi xin gửi lời cảm ơn tới hai thầy hướng dẫn của tôi PGS.TSKH. Đoàn Thái Sơn, và TS. Đoàn Huy Hiên, các thầy không chỉ giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn một cách tốt nhất mà còn luôn quan tâm và chỉ bảo tôi trong quá trình học tập và làm việc.

Tôi cũng xin cảm ơn Trung tâm đào tạo sau đại học Viện Toán học và Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã tạo ra một môi trường học tập, nghiên cứu tốt nhất trong suốt quá trình tôi học tập cũng như thực hiện luận văn này.

Hà Nội, tháng 12 năm 2023

Học viên



Nguyễn Đức Thịnh

Danh sách hình vẽ

2.1	Xây dựng một điểm trên mặt Pareto bằng phương pháp tổng có trọng số	10
2.2	Sơ đồ phương pháp NBI	12
3.1	Trường độ thấm và phân phối giếng	24
3.2	Điều khiển giếng tối ưu riêng cho tối ưu dài hạn	25
3.3	Độ bão hòa dầu sau 360 và 1800 ngày, thu được bằng cách chỉ tối ưu dài hạn	26
3.4	Các nghiệm tối ưu thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, trường hợp hình sông; các <i>hình chữ nhật đậm</i> biểu diễn các nghiệm không có điểm trội hơn	27
3.5	Nghiệm tối ưu thu được bằng phương pháp tổng có trọng số với trọng số được điều chỉnh, trường hợp hình sông	29
3.6	Điều khiển giếng tối ưu bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh với $w_1 = 0.8$	30
3.7	Độ bão hòa dầu sau 360 và 1800 ngày, thu được bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh với $w_1 = 0.8$	30
3.8	Điều khiển giếng tối ưu bằng phương pháp giao biên pháp tuyến với $w_1 = 0.8$	32

3.9	Độ bão hòa dầu sau 360 và 1800 ngày, thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến với $w_1 = 0.8$	33
3.10	Các nghiệm tối ưu thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến, trường hợp hình sông	33
3.11	So sánh các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh và phương pháp giao biên pháp tuyến	35
3.12	Lô ghi về phân phối độ thấm của 6 mô hình mỏ	37
3.13	Các nghiệm tối ưu Pareto thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến cho bài toán tối ưu kỳ vọng và độ biến động	39
3.14	Hàm phân phối tích lũy thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến nhằm tối ưu kỳ vọng và độ biến động	41

Danh sách bảng

3.1	Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, trường hợp hình sông	27
3.2	Các nghiệm thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến	32
3.3	Tổng số lượt chạy mô phỏng của phương pháp tổng có trọng số, phương pháp tổng trọng số điều chỉnh và phương pháp giao biên pháp tuyến	34
3.4	Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến để tối ưu kỳ vọng và độ biến động	40
3.5	Số lần chạy mô phỏng tương đương cho việc tối ưu kỳ vọng và độ biến động	42

Mục lục

1	Kiến thức chuẩn bị	3
1.1	Phương pháp tựa Newton miền tin cậy	3
1.2	Phương pháp Lagrange tăng cường	6
2	Phương pháp gradient cho bài toán đa mục tiêu	9
2.1	Bài toán đa mục tiêu	9
2.2	Phương pháp tổng có trọng số	12
2.3	Phương pháp giao biên pháp tuyến	14
3	Ứng dụng	19
3.1	Giới thiệu	19
3.2	Cực đại giá trị thu thực theo chu kỳ và ngắn hạn	23
3.3	Áp dụng với mỏ dầu chảy hình sông	24
3.3.1	Trường hợp cơ bản	25
3.3.2	Kết quả của phương pháp tổng có trọng số	26
3.3.3	Kết quả của phương pháp giao biên pháp tuyến	31
3.4	Cực đại kỳ vọng và cực tiểu độ biến động	35
3.5	Áp dụng với mỏ dầu chảy hình sông	36

3.5.1	Trường hợp cơ bản	37
3.5.2	Kết quả tối ưu	37
3.6	Nhận xét	41

Mở đầu

Xét các bài toán trong đó mong muốn cực đại nhiều hàm mục tiêu, nhưng không thể tìm thấy một vectơ thiết kế (vectơ biến tối ưu) làm cực đại tất cả các hàm mục tiêu. Trong trường hợp này, nghiệm của bài toán tối ưu đa mục tiêu được xác định là mặt Pareto. Đặc điểm quan trọng của mặt Pareto là với bất kỳ điểm cụ thể nào trên mặt Pareto, không thể tìm thấy một điểm khác trên mặt Pareto hoặc một điểm khả thi khác để tất cả các hàm mục tiêu đều đạt giá trị lớn hơn. Trọng tâm của luận văn là xây dựng mặt Pareto cho các bài toán tối ưu hai mục tiêu với ứng dụng cụ thể trong tối ưu bơm ép nước.

Cách đơn giản nhất để thu được mặt Pareto là áp dụng phương pháp tổng có trọng số. Sau đó, trình bày một quy trình để mở rộng lại bài toán tối ưu, giúp dễ dàng hơn trong việc thu được các điểm xấp xỉ trên mặt Pareto và có phân bố đồng đều khi áp dụng phương pháp tổng có trọng số. Ta cũng so sánh hiệu suất của việc thực hiện phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến, trong đó cả hai phương pháp đều sử dụng một thuật toán gradient cho quá trình tối ưu.

Vectơ hàm mục tiêu ánh xạ tập các vectơ thiết kế khả thi vào tập Z , và ta đã biết tất cả các điểm trên mặt Pareto đều nằm trên biên của Z . Phương pháp tổng có trọng số không thể tìm các điểm nằm trên phần lõm thuộc biên của Z , trong khi phương pháp giao biên pháp tuyến có thể được sử dụng để tìm tất cả các điểm trên biên của Z , mặc dù không phải tất cả các điểm trên biên này đều tương ứng với các điểm Pareto tối ưu. Luận văn trình bày và thực hiện thuật toán giao biên pháp tuyến dựa trên phương pháp Lagrange

tăng cường, trong đó việc tối ưu hàm Lagrange tăng cường bên trong vòng lặp bằng phương pháp Lagrange tăng cường được thực hiện bằng thuật toán tối ưu dựa trên gradient với các gradient cần tính bằng phương pháp liên hợp.

Trong bài toán tối ưu bơm ép nước, ta muốn tối ưu (cực đại) hai mục tiêu xung đột nhau. Bài toán đầu tiên, hai mục tiêu là cực đại giá trị thu thực dài hạn và cực đại giá trị thu thực ngắn hạn của việc khai thác dầu khí. Ứng dụng thứ hai, với một mô tả mỏ dầu khí không chắc chắn, ta muốn cực đại giá trị kỳ vọng của giá trị thu thực dài hạn và cực tiểu độ lệch chuẩn của giá trị thu thực qua bộ dự đoán địa chất.

Luận văn bao gồm ba chương: [Chương 1](#) nhắc lại một số kết quả chính được trình bày trong [1], [Chương 2](#) áp dụng các kết quả trên để xây dựng hai phương pháp giải bài toán đa mục tiêu, và [Chương 3](#) vận dụng các phương pháp này để vào bài toán tối ưu bơm ép nước.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Chương này tóm tắt lại các kết quả chính trình bày trong [1], gồm phương pháp tựa Newton miền tin cậy và phương pháp Lagrange tăng cường, làm cơ sở để xây dựng các phương pháp giải bài toán đa mục tiêu trong [Chương 2](#).

1.1 Phương pháp tựa Newton miền tin cậy

Xét bài toán tối ưu không ràng buộc

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x), \quad (1.1)$$

trong đó $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Định lý 1 (Điều kiện đủ bậc hai). *Giả sử $\nabla^2 f$ liên tục trong một lân cận mở của x^* , trong đó $\nabla f(x^*) = 0$ và $\nabla^2 f(x^*)$ xác định dương. Khi đó x^* là cực tiểu địa phương chặt của f .*

Định lý 2 (Phương pháp Newton). *Giả sử f khả vi tới cấp hai và Hessian $\nabla^2 f(x)$ liên tục Lipschitz trong một lân cận của nghiệm x^* thỏa mãn điều kiện đủ trong [Định lý 1](#). Xét phép lặp*

$$x_{k+1} = x_k - \left[\nabla^2 f(x_k) \right]^{-1} \nabla f(x_k). \quad (1.2)$$

Khi đó

i) Nếu xấp xỉ ban đầu x_0 đủ gần x^ , thì dãy lặp hội tụ tới x^* ;*

ii) Dãy $\{x_k\}$ hội tụ bậc hai; và

iii) Dãy các chuẩn gradient $\{\|\nabla f(x_k)\|\}$ hội tụ bậc hai tới 0.

Phương pháp tựa Newton là một phương pháp tối ưu hóa không ràng buộc được sử dụng để tìm giá trị tối ưu của một hàm mục tiêu $f(x)$ không yêu cầu tính toán trực tiếp ma trận Hessian. Thay vào đó, nó xấp xỉ ma trận Hessian bằng cách cập nhật một ma trận xác định dương B sau mỗi lần lặp. Dưới đây là mô tả chi tiết về phương pháp tựa Newton:

Bước 1: Khởi tạo

- Chọn một xấp xỉ ban đầu x_0 .
- Khởi tạo ma trận xác định dương B_0 . Thông thường, ma trận B_0 được chọn là ma trận đơn vị hoặc một xấp xỉ tốt cho ma trận Hessian.

Bước 2: Lặp: Cho $k = 0, 1, 2, \dots$, thực hiện các bước sau cho đến khi đạt được tiêu chí dừng:

Bước 2.1: Tính toán đạo hàm bậc nhất (gradient) tại điểm hiện tại, tại điểm x_k :

$$\nabla f(x_k). \quad (1.3)$$

Bước 2.2: Tính toán hướng tìm kiếm d_k bằng cách nhân ma trận xác định dương B_k với đạo hàm bậc nhất:

$$d_k = -B_k \nabla f(x_k). \quad (1.4)$$

Bước 2.3: Tìm kích thước bước tối ưu α_k bằng cách giải bài toán tối ưu một biến cho hàm mục tiêu $f(x_k + \alpha_k d_k)$. Có nhiều phương pháp có thể được sử dụng để tìm α_k , bao gồm tìm kiếm theo dãy, giảm dần ngẫu nhiên (stochastic gradient descent), hoặc các phương pháp tối ưu hóa một chiều khác.

Bước 2.4: Cập nhật điểm x_{k+1} bằng cách thêm kích thước bước α_k nhân với hướng tìm kiếm d_k :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k. \quad (1.5)$$

Bước 2.5: Cập nhật ma trận xác định dương B_{k+1} bằng cách sử dụng một phương pháp cập nhật như BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) hoặc DFP (Davidon-Fletcher-Powell). Các phương pháp cập nhật này giúp cải thiện xấp xỉ của ma trận Hessian.

Bước 2.6: Kiểm tra tiêu chí dừng để xem liệu ta nên kết thúc quá trình tối ưu hóa hay tiếp tục lặp. Ví dụ về một tiêu chí dừng phổ biến là kiểm tra xem đạo hàm bậc nhất có đủ gần 0 hay không.

Bước 3: Kết thúc: Nếu tiêu chí dừng được đạt, kết thúc quá trình tối ưu hóa và trả về x_k là giá trị ước tính tối ưu của hàm mục tiêu f .

Phương pháp tựa Newton là một phương pháp hiệu quả để giải các bài toán tối ưu không ràng buộc mà không đòi hỏi tính toán đạo hàm bậc hai của hàm mục tiêu. BFGS và DFP là hai phương pháp cập nhật ma trận xác định dương phổ biến trong phương pháp tựa Newton, và chúng thường được sử dụng để cải thiện hiệu suất của phương pháp.

Phương pháp tựa Newton miền tin cậy là một biến thể của phương pháp tựa Newton trong việc tối ưu hàm mục tiêu không ràng buộc. Nó kết hợp hai yếu tố quan trọng: phương pháp tựa Newton để xấp xỉ ma trận Hessian và miền tin cậy để giới hạn khoảng cách mà bước tối ưu có thể di chuyển từ điểm hiện tại. Cụ thể, trong *Bước 2.3*, bước tối ưu sẽ bị giới hạn trong miền tin cậy với bán kính Δ_k (gọi là bán kính tin cậy) quanh điểm hiện tại x_k .

Phương pháp tựa Newton miền tin cậy kết hợp sự ưu việt của phương pháp tựa Newton trong việc xấp xỉ ma trận Hessian và sự kiểm soát hiệu quả bước tối ưu bằng miền tin cậy. Nó thường hoạt động hiệu quả cho các bài toán tối ưu không ràng buộc và đảm bảo tính tin cậy của các bước tối ưu.

1.2 Phương pháp Lagrange tăng cường

Phương pháp Lagrange tăng cường cũng được dùng để giải quyết bài toán tối ưu với các ràng buộc đẳng thức. Phương pháp này mở rộng phương pháp Lagrange truyền thống để xử lý ràng buộc bằng cách tăng cường một hàm Lagrange với một hàm phạt.

Xét bài toán tối ưu

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x), \\ \text{với } c_i(x) = 0, i \in \mathcal{E}, \end{cases} \quad (1.6)$$

trong đó f và các hàm c_i là các hàm số trơn trên \mathbb{R}^n . Phương pháp Lagrange tăng cường gồm các bước

1. Hàm Lagrange: đầu tiên, ta xây dựng hàm Lagrange bằng cách sử dụng các véctơ λ gồm nhân tử Lagrange

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i \in \mathcal{E}} \lambda_i c_i(x). \quad (1.7)$$

2. Hàm Lagrange tăng cường: chúng ta xây dựng hàm Lagrange tăng cường bằng cách thêm vào hàm Lagrange một hàm phạt dựa trên ràng buộc đẳng thức:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_A(x, \lambda; \mu) &= \mathcal{L}(x, \lambda) + \frac{\mu}{2} \sum_{i \in \mathcal{E}} c_i^2(x) \\ &= f(x) - \sum_{i \in \mathcal{E}} \lambda_i c_i(x) + \frac{\mu}{2} \sum_{i \in \mathcal{E}} c_i^2(x). \end{aligned} \quad (1.8)$$

3. Tối ưu hàm Lagrange tăng cường: ta giải bài toán tối ưu không ràng buộc theo biến x

$$\min \mathcal{L}_A(x, \lambda; \mu) \quad (1.9)$$

bằng các phương pháp tối ưu không ràng buộc như phương pháp gradient hướng giảm, phương pháp Newton, hoặc các phương pháp tối ưu khác.

4. Cập nhật các nhân tử Lagrange và tham số phạt: sau khi có giá trị tốt nhất từ bước 3, ta cập nhật λ và tham số μ dựa trên các quy tắc cụ thể. Cập nhật này giúp hội tụ nhanh hơn đối với ràng buộc và đảm bảo sự hội tụ tổng thể của phương pháp.
5. Lặp lại bước 3 và 4 cho đến khi đạt được tiêu chí dừng.

Phương pháp Lagrange tăng cường thường được sử dụng để giải các bài toán tối ưu với ràng buộc đẳng thức bằng cách kết hợp ưu điểm của phương pháp Lagrange và phương pháp phạt. Nó cho phép điều chỉnh độ chặt chẽ của ràng buộc thông qua tham số μ và cần ít giả thiết hơn về điều kiện khả vi.

Định lý 3 (Điều kiện đủ bậc hai). *Giả sử với điểm khả thi $x^* \in \mathbb{R}^n$ có vectơ nhân tử Lagrange λ^* thỏa mãn điều kiện Karush–Kuhn–Tucker cho ràng buộc đẳng thức*

$$\begin{aligned} \nabla_x \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) &= 0, \\ c_i(x^*) &= 0, \quad \forall i \in \mathcal{E}, \\ \lambda_i^* c_i(x^*) &= 0, \quad \forall i \in \mathcal{E}. \end{aligned} \tag{1.10}$$

Ngoài ra, giả sử

$$w^T \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) w > 0, \quad \forall w \in \mathbb{R}^n - \{0\}. \tag{1.11}$$

Khi đó x^* là nghiệm địa phương chặt của (1.6).

Ta phát biểu hai kết quả để bảo đảm việc sử dụng hàm Lagrange tăng cường và phương pháp nhân tử Lagrange cho các bài toán có ràng buộc đẳng thức.

Định lý 4. *Cho x^* là một nghiệm địa phương của (1.6), mà tại đó các gradient $\nabla c_i(x^*)$, $i \in \mathcal{E}$ là các vectơ độc lập tuyến tính, và thỏa mãn điều kiện đủ bậc hai trong Định lý 3 với $\lambda = \lambda^*$. Khi đó tồn tại ngưỡng giá trị $\bar{\mu}$ sao cho với mọi $\mu \geq \bar{\mu}$, x^* là một cực tiểu địa phương chặt của $\mathcal{L}_A(x, \lambda^*, \mu)$.*

Định lý 5. Giả sử các giả thiết của [Định lý 4](#) thỏa mãn tại x^* và λ^* , và $\bar{\mu}$ là ngưỡng được chỉ ra trong định lý đó. Khi đó tồn tại các số dương δ, ε và M sao cho:

i) Với mọi λ^k và μ_k thỏa mãn

$$\|\lambda^k - \lambda^*\| \leq \mu_k \delta, \quad \mu_k \geq \bar{\mu}, \quad (1.12)$$

bài toán

$$\min_x L_A(x, \lambda^k; \mu_k) \quad \text{với} \quad \|x - x^*\| \leq \varepsilon$$

có nghiệm duy nhất x_k . Hơn nữa, ta có

$$\|x_k - x^*\| \leq \frac{M \|\lambda^k - \lambda^*\|}{\mu_k}. \quad (1.13)$$

ii) Với mọi λ^k và μ_k thỏa mãn (1.12), ta có

$$\|\lambda^{k+1} - \lambda^*\| \leq \frac{M \|\lambda^k - \lambda^*\|}{\mu_k}, \quad (1.14)$$

trong đó λ^{k+1} xác định bởi

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k - \mu_k c_i(x_k), \quad \forall i \in \mathcal{E}, \quad (1.15)$$

iii) Với mọi λ^k và μ_k thỏa mãn (1.12), ma trận $\nabla_{xx}^2 \mathcal{L}_A(x_k, \lambda^k; \mu_k)$ xác định dương và các gradient ràng buộc $\nabla c_i(x_k)$, $i \in \mathcal{E}$ độc lập tuyến tính.

Chương 2

Phương pháp gradient cho bài toán đa mục tiêu

Chương này tập trung xây dựng cơ sở toán học cho bài toán tối ưu của hàm đa mục tiêu dựa trên nguyên lý Pareto (xem [2]), trong đó phương pháp tổng có trọng số được xây dựng dựa trên phương pháp Newton, và phương pháp giao biên pháp tuyến dựa trên phương pháp Lagrange tăng cường.

2.1 Bài toán đa mục tiêu

Bài toán tối ưu đa mục tiêu có dạng

$$\begin{cases} \min f(u) = (f_1(u), f_2(u), \dots, f_m(u))^T \\ \text{với } u \in S, \end{cases} \quad (2.1)$$

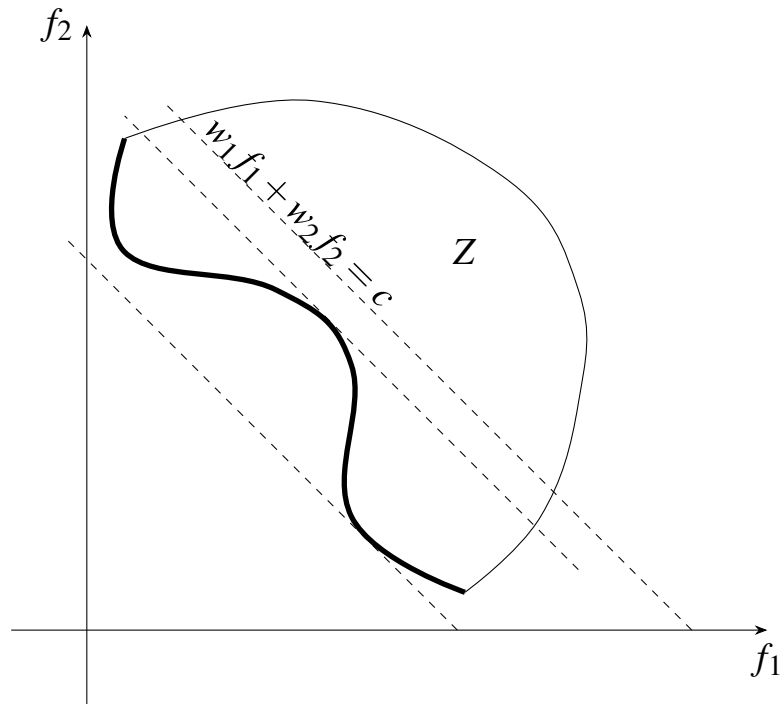
trong đó $f_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, và $S \subset \mathbb{R}^n$ là miền khả thi. Ta gọi $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ là vectơ quyết định hay vectơ các biến tối ưu và $f(u) = (f_1(u), f_2(u), \dots, f_m(u))^T$ là vectơ mục tiêu. Không gian vectơ \mathbb{R}^n gọi là không gian quyết định và không gian vectơ \mathbb{R}^m chứa tập tất cả các vectơ mục tiêu là không gian mục tiêu. Miền khả thi S xác định bởi

$$S = \{u \in \mathbb{R}^n \mid e(u) = (e_1(u), e_2(u), \dots, e_{n_e}(u))^T = 0, \\ c(u) = (c_1(u), c_2(u), \dots, c_{n_i}(u))^T \leq 0\}, \quad (2.2)$$

trong đó các e_i biểu diễn các ràng buộc đẳng thức và c_i biểu diễn các ràng buộc bất đẳng thức. Ta cũng định nghĩa tập Z (được mô tả trong [Hình 2.1](#) và [2.2](#)) trong không gian mục tiêu

$$Z = \{f(u) = (f_1(u), f_2(u), \dots, f_m(u))^T \mid u \in S\}. \quad (2.3)$$

Lưu ý tập Z là ảnh của tập S trong không gian mục tiêu bởi hàm vectơ f .



Hình 2.1: Xây dựng một điểm trên mặt Pareto bằng phương pháp tổng có trọng số; đường nét đứt biểu diễn $w_1 f_1 + w_2 f_2 = c$ trong đó c là hằng số.

Trong bài toán tối ưu có nhiều hàm mục tiêu, trừ khi tất cả các mục tiêu đạt giá trị tối thiểu tương ứng tại cùng một vectơ quyết định, thì cần có sự cân đối giữa các hàm mục tiêu khác nhau trong nghiệm tối ưu. Nghiệm tối ưu cho bài toán tối ưu đa mục tiêu được gọi là mặt Pareto. Mặt Pareto là một siêu mặt trong không gian các mục tiêu. Đặc điểm quan trọng nhất của siêu mặt này là khi di chuyển từ một điểm trên siêu mặt này đến một điểm khác trên siêu mặt này, nếu giá trị của một hàm mục tiêu giảm, thì ít nhất một hàm mục tiêu khác phải tăng. Hơn nữa, bất kỳ điểm nào trong bên trong Z đều

được làm trội bởi ít nhất một điểm trên mặt Pareto. Định nghĩa về mối quan hệ trội được giới thiệu sau. Ba định nghĩa và mệnh đề sau có thể được tìm thấy trong [3].

Định nghĩa 1. Cho hai véctơ quyết định $u_1, u_2 \in S \subset \mathbb{R}^n$, ta nói u_1 trội hơn u_2 , ký hiệu $u_1 \succ u_2$ hay $f(u_1) \succ f(u_2)$ nếu

1. $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, f_i(u_1) \leq f_i(u_2)$;
2. $\exists j \in \{1, 2, \dots, m\}$ sao cho $f_j(u_1) < f_j(u_2)$.

Định nghĩa 2. Véctơ quyết định $u^* \in S \subset \mathbb{R}^n$ là tối ưu Pareto nếu không có véctơ quyết định $u \in S$ trội hơn u^* , tức là tập $\{u \mid u \in S, u \succ u^*\} = \emptyset$.

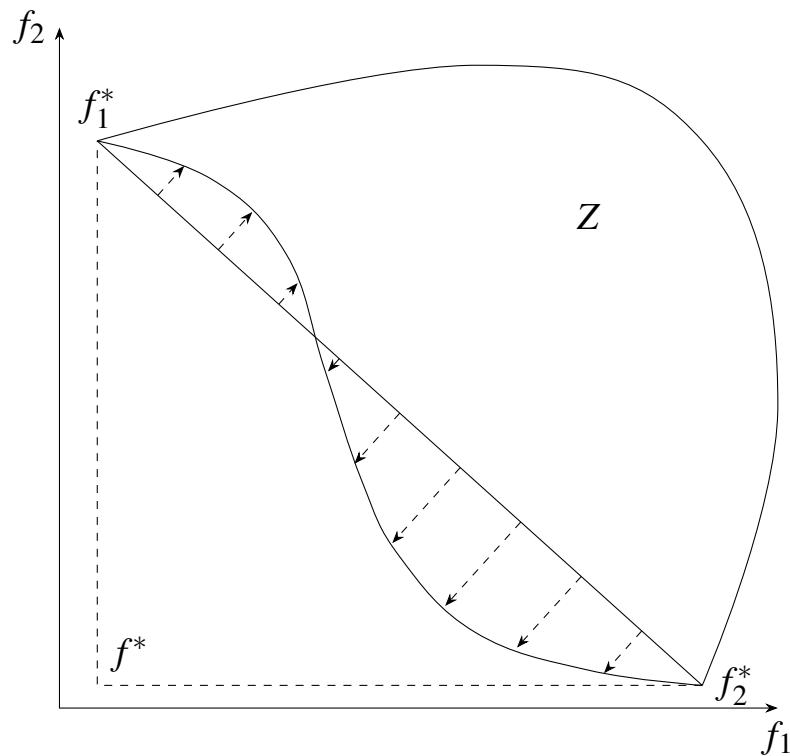
Định nghĩa 3. Véctơ quyết định $u^* \in S \subset \mathbb{R}^n$ là tối ưu Pareto địa phương nếu tồn tại $\delta > 0$ sao cho u^* là tối ưu Pareto trong $S \cap B(u^*, \delta)$ trong đó $B(u^*, \delta) = \{u \in \mathbb{R}^n \mid \|u - u^*\| \leq \delta\}$

Định nghĩa 4. Tập tối ưu Pareto xác định bởi $U = \{u \in S \mid u \text{ là điểm tối ưu trong } S\}$. Tập $F = \{(f_1(u), f_2(u), \dots, f_m(u))^T \mid u \in U\}$ gọi là mặt Pareto. Theo Định nghĩa 2, mặt Pareto là ảnh của tập tối ưu Pareto bởi ánh xạ $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$ từ không gian quyết định vào không gian mục tiêu.

Mệnh đề 1. Mặt Pareto là tập con của biên của tập Z xác định bởi (2.3), tức là $\mathcal{F} \subset \partial Z$, trong đó ∂Z ký hiệu biên của Z .

Chứng minh. Giả sử có điểm $y = f(u) \in \mathcal{F} \setminus \partial Z$, khi đó $y \in \text{int} Z$, tức là tồn tại ε -lân cận $B(y, \varepsilon) \subset \text{int} Z$. Chọn hằng số dương α với $0 < \alpha < \varepsilon$ và véctơ đơn vị $d \in \mathbb{R}_+^m$, tức là mọi thành phần của véctơ d là dương. Suy ra $y^* = y - \alpha d \in B(y, \varepsilon) \subset Z$ trội hơn điểm y ($y^* \succ y$). Do đó $y \notin \mathcal{F}$, mâu thuẫn với giả thiết trên. Vậy ta có $\mathcal{F} \subset \partial Z$. \square

Dưới đây trình bày hai phương pháp tìm tập tối ưu Pareto (mặt Pareto). Phương pháp thứ nhất là phương pháp tổng có trọng số. Phương pháp này yêu



Hình 2.2: Sơ đồ phương pháp NBI

cần xác định trước các trọng số cho từng hàm mục tiêu. Sau đó, ta tính tổng tất cả các hàm mục tiêu với các trọng số tương ứng để thu được một hàm tổng hợp. Bằng cách tối ưu hàm tổng hợp này, ta luôn có thể thu được một điểm trên mặt Pareto. Phương pháp thứ hai là phương pháp giao biên pháp tuyến (NBI). NBI sử dụng kết luận rằng mặt Pareto là một tập con của biên của tập Z , xem (2.3). Phương pháp này nhằm tìm tất cả các điểm biên bằng cách xuất phát từ các điểm khác nhau trên đường utopia, và tìm kiếm theo hướng vuông góc với đường utopia đó, được trình bày sau trong luận văn.

2.2 Phương pháp tổng có trọng số

Phương pháp tổng có trọng số là một trong những cách cổ điển để giải quyết bài toán tối ưu đa mục tiêu. Trong tình huống có hai hàm mục tiêu, ta gán hai trọng số w_1 và w_2 , cho hai hàm này, trong đó w_1 và w_2 là các số

không âm và $w_1 + w_2 = 1$. Ta thu được hàm tổng hợp F bằng cách cộng hai hàm mục tiêu cùng với trọng số tương ứng của chúng, tức là

$$F(u) = w_1 f_1(u) + w_2 f_2(u). \quad (2.4)$$

Áp dụng phương pháp tựa Newton [4, 5] để tối ưu hàm tổng hợp (2.4). Điểm tối ưu của hàm tổng hợp là một nghiệm tối ưu Pareto của bài toán tối ưu đa mục tiêu (2.1). Nếu không có ràng buộc nào, thì để điểm u^* là nghiệm tối ưu của hàm tổng hợp, điều kiện cần và đủ là

$$\begin{aligned} w_1 \nabla f_1(u^*) + w_2 \nabla f_2(u^*) &= 0, \\ d^T \left(w_1 \nabla^2 f_1(u^*) + w_2 \nabla^2 f_2(u^*) \right) d &> 0, \quad \forall d \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Theo [6], đây là hai điều kiện đủ để đảm bảo tính tối ưu Pareto. Do đó, nghiệm làm cực tiểu hàm tổng hợp cũng là một nghiệm tối ưu Pareto của bài toán tối ưu đa mục tiêu (2.1).

Mặc dù bằng cách tối ưu hàm tổng hợp, ta có thể tìm một nghiệm tối ưu Pareto, phương pháp tổng có trọng số gặp hai hạn chế lớn được chỉ ra dưới đây. Trong Hình 2.1, đường nét đứt biểu diễn đường mức của hàm tổng hợp với một tập trọng số cụ thể. Phần của biên của Z được biểu thị bằng đường cong đậm hơn là mặt Pareto. Trong không gian mục tiêu, đường mức của hàm tổng hợp với một tập trọng số cụ thể chính là một hàm tuyến tính có dạng $w_1 f_1(u) + w_2 f_2(u) = c$, trong đó c là một hằng số, tức là các đường mức của hàm tổng hợp này là một loạt các đường thẳng song song. Đường mức có giá trị hàm tổng hợp thấp hơn nằm bên trái của đường mức có giá trị hàm tổng hợp cao hơn. Vì vậy, để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm tổng hợp, ta cần tìm đường mức tận cùng bên trái mà cắt tập Z tại ít nhất một điểm. Lưu ý rằng, trong Hình 2.1, mặc dù đường nét đứt ở giữa có điểm chung với phần “lõm” của mặt Pareto, nhưng để cực tiểu hàm tổng hợp, ta di chuyển đường này sang bên trái cho đến khi nó đạt được đường nét đứt tận cùng bên trái được thể hiện trong Hình 2.1. Do đó, bằng cách cực tiểu hàm tổng hợp, ta không thể thu được bất kỳ nghiệm nào trên phần “lõm” của mặt Pareto, đó là

hạn chế đầu tiên của phương pháp tổng có trọng số. Hạn chế thứ hai là các nghiệm được tạo ra bằng phương pháp tổng có trọng số có thể tập trung vào một phần nhỏ của mặt Pareto. Hạn chế này là một quan sát dựa trên các thử nghiệm, nhưng như được trình bày ở phần 3.3.2, vấn đề tiềm ẩn này có thể được giảm nhẹ bằng cách sử dụng phương pháp tổng trọng số điều chỉnh. Vấn đề này cũng có thể được giải quyết bằng cách chọn thêm các tập trọng số và tối ưu hàm tổng hợp tương ứng. Ví dụ, trong trường hợp các điểm trên mặt Pareto tương ứng với $w_1 = 1$ và $w_1 = 0.9$ nằm xa nhau không như ý, có thể tạo thêm các điểm tối ưu Pareto cho $w_1 = 0.975, 0.95, 0.925$ để mô tả rõ hơn phần này của mặt Pareto, mặc dù cách tiếp cận này đòi hỏi thêm chi phí tính toán.

2.3 Phương pháp giao biên pháp tuyến

Phương pháp giao biên pháp tuyến (NBI) được thiết kế để tìm các điểm trên biên của tập Z trong không gian mục tiêu. Với phương pháp NBI, trước hết ta thực hiện tối ưu cho từng hàm mục tiêu riêng lẻ và ký hiệu điểm cực tiểu cho hàm mục tiêu đầu tiên là u_1^* và cho hàm mục tiêu thứ hai là u_2^* . Ta định nghĩa $f_1^* = (f_1(u_1^*), f_2(u_1^*))^T$, $f_2^* = (f_1(u_2^*), f_2(u_2^*))^T$, và $f^* = (f_1(u_1^*), f_2(u_2^*))^T$ (xem Hình 2.2). Ma trận Φ cỡ 2×2 xác định bởi $\Phi = (f_1^*, f_2^*)$. Đoạn nối f_1^* và f_2^* trong không gian mục tiêu được cho bởi $\{(f_1^*, f_2^*) (\beta_1, \beta_2)^T = \Phi \beta \mid \beta \in \mathbb{R}^2, \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \beta_1 + \beta_2 = 1\}$. Ta gọi đoạn này là đường utopia, có dạng tham số $y = (f_1, f_2)^T = \beta_1 f_1^* + (1 - \beta_1) f_2^*$, trong đó β_1 biến thiên từ 0 tới 1. Nếu nói về mặt khái niệm, xuất phát từ một điểm trên đường utopia, ta cố gắng tìm dọc theo pháp tuyến đơn vị của đường utopia trong không gian mục tiêu đến khi tìm thấy một điểm trên biên của tập Z (xem (2.3)). Ta chọn pháp tuyến đơn vị hướng về f^* làm vectơ pháp tuyến đơn vị. Với β cố định, các điểm trên đường vuông góc với đường utopia tại điểm $\Phi \beta$ được cho bởi $\Phi \beta + tn$ với $-\infty < t < \infty$. Lưu ý rằng, trong Hình 2.2, các mũi tên nét đứt hướng ra xa f^* tương ứng với giá trị âm của t . Ta lặp lại

quy trình này cho các giá trị khác nhau của β_1 và β_2 đến khi tìm đủ điểm trên biên của Z ; hy vọng nhiều trong số chúng sẽ là tối ưu Pareto. Sơ đồ nguyên lý của phương pháp NBI được thể hiện trong [Hình 2.2](#). Với phương pháp NBI, ta thu được một điểm biên bằng cách chọn β và giải bài toán phụ sau:

$$\begin{cases} \max t \\ \text{với } e(u, t) = \Phi\beta + tn - f(u) = 0, u \in S, \end{cases} \quad (2.6)$$

để $f(u) = (f_1(u), f_2(u))^T \in Z$. Do chưa biết chính xác các điều khiển tương ứng với điểm $f(u)$ trên đường utopia, nên ít có khả năng khởi tạo thuật toán với một điểm trên đường utopia. Ta thường bắt đầu từ một điểm trong miền khả thi S ; sau đó, các ràng buộc được định nghĩa trong (2.6) sẽ kéo các điểm lặp đến $\Phi\beta + tn$, được biểu diễn bằng các mũi tên đứt trong [Hình 2.2](#) cho các giá trị khác nhau của β . Bằng cách cực đại t , ta sẽ đạt tới biên của Z . Ta thay đổi giá trị của β_1 và β_2 để xuất phát lại từ các điểm khác trên đường utopia và lặp lại quy trình tương tự để thu được biên của Z .

Ta giải bài toán phụ NBI bằng phương pháp Lagrange tăng cường (xem [1]). Hàm Lagrange tăng cường được xác định bởi

$$\mathcal{L}(u, t, \lambda, \mu) = t - \lambda^T e - \frac{1}{2\mu S_e^2} e^T e \quad (2.7)$$

trong đó λ là vectơ các nhân tử Lagrange, μ là tham số phạt và e được xác định trong (2.6). Ta dùng $\sigma_{cv} = \sqrt{\frac{e(u, t)^T e(u, t)}{2S_e^2}}$ để biểu diễn sự vi phạm ràng buộc.

Tại điểm tối ưu, ta có

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = 0, \quad (2.8)$$

từ đó suy ra

$$1 - \left(\lambda^T + \frac{e^T}{\mu S_e^2} \right) \frac{\partial e}{\partial t} = 0, \quad (2.9)$$

hay

$$1 - \left(\lambda^T + \frac{e^T}{\mu S_e^2} \right) n = 0 \quad (2.10)$$

Thay $e(u, t)$ được cho trong (2.6) vào (2.10) và giải theo t , được

$$t = \frac{n^T [f(u) - \Phi\beta] + \mu S_e^2 (1 - \lambda^T n)}{n^T n}. \quad (2.11)$$

Bằng cách lấy đạo hàm về trái của (2.10), ta được

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial t^2} = -\frac{n^T n}{\mu S_e^2} < 0. \quad (2.12)$$

Do đó, giá trị của t từ (2.11) tương ứng với một giá trị cực đại khi cố định tất cả các biến khác. Thay (2.11) vào (2.10), ta có thể định nghĩa $\mathcal{L}^1(u, \mu, \lambda) = \mathcal{L}(t(u), u, \mu, \lambda)$. Từ quy tắc đạo hàm của hàm hợp, $\nabla_u \mathcal{L}^1$ xác định bởi

$$\nabla_u \mathcal{L}^1 = \nabla_u \mathcal{L} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} \nabla_u t. \quad (2.13)$$

Tại điểm cực đại, $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = 0$, nên

$$\nabla_u \mathcal{L}^1 = \nabla_u \mathcal{L} = -(\nabla_u e^T) \left(\lambda + \frac{e}{\mu S_e^2} \right) = (\nabla_u f^T) \left(\lambda + \frac{e}{\mu S_e^2} \right). \quad (2.14)$$

Ở đây thay vì cực đại \mathcal{L} theo u và t , ta chỉ cần cực đại \mathcal{L}^1 theo u . S_e và μ được tính dựa trên các vi phạm ràng buộc được tính toán từ xấp xỉ ban đầu, tức là, với một xấp xỉ ban đầu u^0 , ta có thể sử dụng (2.11) với $\mu = 0$ để tính t^0 ; sau đó, ta có thể tính e^0 dựa trên u^0 và t^0 . Ta đặt giá trị của S_e bằng mức vi phạm ràng buộc tối đa dựa trên xấp xỉ ban đầu, tức là đặt $S_e = |e_1^0|$ nếu $|e_1^0| > |e_2^0|$ và $S_e = |e_2^0|$ nếu $|e_1^0| \leq |e_2^0|$. Với mục đích này, mọi ràng buộc được chỉnh lại tỉ lệ thành giá trị nằm trong khoảng từ -1 đến 1 . Sau khi xác định S_e , ta đặt giá trị μ sao cho hạng tử phạt ban đầu bằng 20% giá trị tuyệt đối ban đầu của t_0 , để vi phạm đáng kể của hạng tử phạt sẽ ảnh hưởng đáng kể đến \mathcal{L}^1 . Ta đặt $\eta^0 = 0.1$, để tham số phạt μ trong thuật toán NBI dưới đây sẽ bị giảm trừ khi ràng buộc bị vi phạm lớn hơn 10%.

Lưu ý thuật toán NBI được áp dụng cho một số giá trị β_1 do người dùng xác định, chẳng hạn, $\beta_1 = 1 - i0.1$ tạo ra 9 điểm trên mặt Pareto, bổ sung

cho các điểm tương ứng với $\beta_1 = 1$ và $\beta_1 = 0$. Phương pháp NBI có hai lợi thế lớn so với phương pháp tổng trọng số. Thứ nhất, ta có thể thu được các nghiệm trên phần “lõm” của mặt Pareto khi áp dụng phương pháp NBI. Giá trị lớn nhất của t là một số âm khi nghiệm tối ưu nằm trên phần “lõm” của mặt Pareto (xem [Hình 2.2](#)). Thứ hai, bằng cách biến đổi tuyến tính các thành phần của vectơ cột β , ta có thể tạo ra các nghiệm được phân phối đều dọc theo mặt Pareto. Tuy nhiên, do mặt Pareto chỉ là tập con của biên của tập Z nên có thể dẫn đến một số nghiệm không phải là tối ưu Pareto. Hơn nữa, để giải bài toán phụ của phương pháp NBI, ta áp dụng phương pháp Lagrange tăng cường, là một phương pháp khá tốn kém về mặt tính toán.

Thuật toán 1: NBI

Đầu vào: Cho $\beta_1, \beta_2, u^0 = \beta_1 u_1^* + \beta_2 u_2^*$ trong đó u_1^* và u_2^* thu được bằng cách tối ưu từng hàm mục tiêu.

1 Tính t^0 theo (2.11) với $\mu = 0$. Đánh giá $e(u^0, t^0)$ trong (2.6) để thu được e^0 .

2 Đặt $S_e = |e^0|_\infty$ và tính $\mu^0 = \frac{(e^0)^T e^0}{0.2 t^0 S_e^2}$. Đặt $\eta^0 = 0.1$ và $\lambda^0 = \frac{e^0}{\lambda^0 S_e^2}$.

3 DO

4 Cực đại hàm Lagrange tăng cường $\mathcal{L}(u, t, \lambda^l, \mu^l)$ để thu được u^{l+1} với $l = 0, 1, \dots$

5 Tính t^{l+1} theo (2.11) với μ^l và λ^l .

6 Đánh giá $e^{l+1} \equiv e(u^{l+1}, t^{l+1})$ và $\sigma_{cv} = \sqrt{\frac{(e^{l+1})^T e^{l+1}}{2S_e^2}}$

7 **if** $\sigma_{cv} < 0.01$ **then**

8 dừng

9 **if** $\sigma_{cv} > \eta^l$ **then**

10 $\mu^{l+1} = \frac{\mu^l}{10}$

11 $\eta^{l+1} = \max\{0.01, \eta^0 (\mu^l)^{0.1}\}$

12 **else**

13 $\lambda^{l+1} = \lambda^l + \frac{e(u^l)}{\mu^l S_e^2}$

14 $\eta^{l+1} = \max\{0.01, \eta^l (\mu^l)^{0.9}\}$

15 ENDDO

Chương 3

Ứng dụng

3.1 Giới thiệu

Phương pháp khai thác mỏ dầu khí bằng bơm ép nước bù để duy trì áp suất vỉa được sử dụng rộng rãi cho các đối tượng mỏ trên thế giới. Phương pháp này cũng là phương pháp khai thác dầu tăng cường chủ đạo được sử dụng cho phần lớn các mỏ ở Việt Nam. Trong quá trình thực hiện khai thác dầu bằng bơm ép bù, lưu lượng các giếng khai thác dầu và bơm ép nước ảnh hưởng trực tiếp đến dòng chảy trong vỉa chứa, qua đó ảnh hưởng đến khả năng quét dầu và hệ số thu hồi dầu của mỏ. Ảnh hưởng này có thể rất lớn đối với các đối tượng mỏ đá móng nứt nẻ (phổ biến tại Việt Nam) mà trong đó tồn tại nguy cơ hình thành các lười nước và vùng dầu cô lập trong môi trường nứt vỡ. Việc thay đổi chế độ khai thác-bơm ép trên phạm vi toàn mỏ và từng giếng một cách hợp lý vì vậy có thể xem như một giải pháp tăng cường hệ số thu hồi dầu hiệu quả và ít tốn kém.

Về lý thuyết, việc giảm nhịp độ khai thác-bơm ép (giảm tổng lượng dầu khai thác và bơm ép hàng năm) có thể là một giải pháp hạn chế việc hình thành các lười nước và vùng dầu cô lập trong vỉa. Tuy nhiên, giải pháp này không khả thi do nhiều vấn đề liên quan đến tính toán kinh tế, đầu tư và các vấn đề xã hội khác. Vì vậy, bài toán thực tế đặt ra trở thành: Tối ưu phân bố lưu lượng chất lưu khai thác và bơm ép bù các giếng sao cho tổng lượng dầu khai thác đạt hoặc vượt mức kế hoạch đề ra và giảm thiểu độ ngập nước toàn mỏ. Về bản chất, việc giảm thiểu độ ngập nước trong khai thác đồng nghĩa

với việc nâng cao khả năng quét dầu của nước bơm xuống, hạn chế sự hình thành các vùng dầu không di chuyển và hạn chế khả năng đóng giếng do ngập nước cao, vì vậy sẽ có tác động nâng cao hệ số thu hồi dầu của mỏ.

Do có ý nghĩa to lớn trong điều hành khai thác mỏ, tối ưu phân bố lưu lượng khai thác – bơm ép bù đã được quan tâm nghiên cứu rộng rãi trên thế giới và ở Việt Nam. Để giải quyết bài toán này, rõ ràng điều kiện tiên quyết là phải có một mô hình dự báo khai thác mỏ đủ tin cậy và trong đó phản ánh được tương đối chính xác sự thay đổi của tổng lượng dầu và lượng nước khai thác khi thay đổi phân bố lưu lượng của các giếng khai thác và bơm ép.

Với sự tăng trưởng mạnh mẽ của năng lực máy tính điện tử, những nghiên cứu liên quan đến tối ưu hoá quá trình khai thác bơm ép nước vỉa dầu-khí dựa trên các công cụ toán học, tối ưu hoá đã được phát triển và áp dụng mạnh mẽ trên thế giới trong một hai chục năm trở lại đây. Rất nhiều các công cụ toán học và phương pháp tối ưu khác nhau đã được phát triển và áp dụng:

- [7, 8] đã nghiên cứu tối ưu quá trình bơm nước với hai giếng bơm đứng và một giếng hút đứng (truyền động bằng nước nhân tạo). Tác giả cũng nghiên cứu một kịch bản với hai giếng hút và một vỉa đá chứa nước tự nhiên (aquifer) (truyền động bằng nước tự nhiên). Mục tiêu là cực đại giá trị thu thực (NPV-net present value) của quá trình đẩy dầu bằng bơm nước. Sự cải thiện của giá trị thu thực NPV tăng trong khoảng 2%-11% thu được với hiệu lực quét được cải thiện và sự tràn nước xuất hiện chậm lại. Nghiên cứu cũng chỉ ra rằng phương án tối ưu ít phụ thuộc vào đặc tính không đồng nhất của vỉa hơn so với phương án quy chiếu. Điều này chỉ ra rằng những tác động không mong muốn của đặc tính không đồng nhất trong vỉa có thể phần nào được vượt qua bằng cách tối ưu. Thuật toán tối ưu dựa trên phương pháp gradient thu nhỏ tổng quát (Generalized Reduced Gradient Method). Sự hội tụ của phần mềm tối ưu này là khá nhanh với lời giải tối ưu nhận được chỉ sau một vài bước lặp.

- [9] và [10] đã nghiên cứu tối ưu dòng hai pha và ba pha trong các vỉa hai chiều. Tác động của trọng lực không được xem xét trong các nghiên cứu này. Thêm vào đó, các dòng chảy được coi là không nén được và không trộn. Tác giả đã tối ưu cả vị trí giếng, dạng giếng, hiệu quả quét. Quá trình tối ưu hoá trong nghiên cứu này cho phép thay đổi từ giếng bơm sang giếng hút và ngược lại. Để làm điều này, tác giả đó bắt đầu với một số lớn các giếng bơm và hút. Trong các bước lặp tiếp theo, một số các giếng có lưu lượng thấp được bỏ đi. Hai giai đoạn riêng biệt của quá trình khai thác tối ưu nhận được, giai đoạn đầu tương ứng với sự tháo xả của phần thấm yếu trong vỉa, theo sau bởi một giai đoạn mà trong đó mục đích chính là nhận được một biên phân giới dầu nước chuyển dịch đều. Đối với kết quả tối ưu hai chiều, phân bố lưu lượng giữa các giếng có đặc trưng là các lưu lượng thấp được gán cho các giếng nằm trong các diện tích có độ thấm cao. Những sự cải thiện về lượng dầu thu hồi tích lũy lớn đến 50% đạt được trong các nghiên cứu này.
- [11] cũng đã nghiên cứu việc tối ưu phân bố khí và nước trong các giếng của một giàn sản xuất chung. Một số điều kiện ràng buộc của quá trình khai thác được tính đến. Các tác giả sử dụng một mô hình black oil, ba chiều và ẩn hoàn toàn. Các tham số điều khiển là áp suất đáy của các giếng. Tỷ số khí dầu trong sản phẩm (GOR) được đòi hỏi bằng nhau trong các giếng tại mọi thời điểm. Điều này được diễn giải như một sự tương ứng với một sự dịch chuyển biên dầu-khí giống nhau trong toàn vỉa. Tỷ số nước dầu không giống nhau trong các giếng. Những cải thiện trong khoảng 5-10% thu được với các kịch bản hai giếng hút. Một kết quả quan trọng là thời gian sản xuất ổn định tối đa không nhất thiết đồng nghĩa với tối ưu về mặt kinh tế. Các kết luận tương tự cũng được rút ra từ một số nghiên cứu khác (xem [10, 12, 13]).
- [14, 15] đã nghiên cứu tối ưu quá trình bơm nước đẩy dầu tại thời điểm

tràn nước. Các tác giả đã xem xét các vỉa hai chiều với hai giếng bơm ép và một giếng hút. Các dòng được giả sử là không nén được. Dạng điều khiển tối ưu đóng ngắt (bang-bang) được sử dụng trong đó các giếng chỉ hoạt động ở các trạng thái mở hết hoặc đóng hoàn toàn. Quá trình dịch chuyển mặt phân giới được tối ưu bằng cách tối ưu thời điểm mở hay đóng các giếng bơm hút. Trường hợp quy chiếu được chọn là một kịch bản mà trong đó lưu lượng các giếng bơm không đổi và sự tràn nước tại các giếng khai thác xảy ra đồng thời trong các giếng. Các kết quả thu được từ mô phỏng cũng được so sánh với thí nghiệm và nhận được sự trùng hợp tốt.

- [16] sử dụng một thuật toán tối ưu gọi là thuật toán tối ưu tĩnh cho các vỉa hai chiều không đồng nhất. Nguyên lý chung của thuật toán này là thu nhỏ sự chênh lệch về thời gian của các dạng dòng chảy khác nhau đi từ giếng bơm đến giếng hút. [17] cũng nghiên cứu các vỉa hai chiều nhưng với thuật toán điều khiển tối ưu với các đạo hàm được tính toán số trực tiếp. Các kết quả được so sánh với thuật toán tối ưu tĩnh nói trên. Trong phần lớn các trường hợp, việc áp dụng thuật toán điều khiển tối ưu cho kết quả tốt hơn thuật toán tối ưu tĩnh. Tuy nhiên, trong một số ít trường hợp thì thuật toán tối ưu tĩnh cho kết quả tốt hơn. Nguyên nhân gây nên hiện tượng này được coi là do đặc tính địa phương của lời giải tối ưu.

Trong chương này, ta vận dụng các phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến trình bày trong [Chương 2](#) vào bài toán tối ưu bơm ép nước.

3.2 Cực đại giá trị thu thực theo chu kỳ và ngắn hạn

Bơm ép nước là quá trình duy trì năng lượng của mỏ dầu khí để đảm bảo được sự chênh lệch áp suất vỉa, áp suất đáy giếng và áp suất miệng giếng là đủ lớn để dòng dầu có thể chảy lên hệ thống phân tách phía trên. Để thực hiện tối ưu bơm ép nước, hàm mục tiêu, trong trường hợp này, là hàm giá trị thu thực (Net Present Value - NPV) của sản lượng từ một mỏ chứa hai pha (dầu và nước) được xác định như sau:

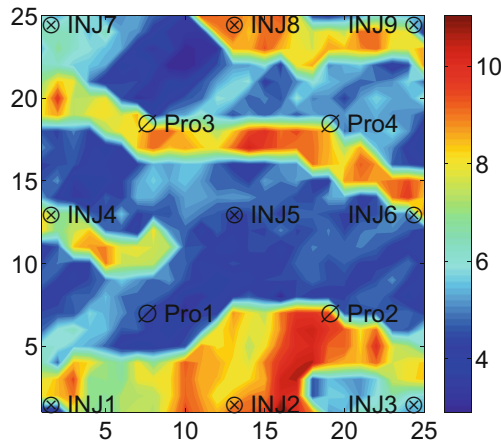
$$J(u, m) = \sum_{n=1}^{N_t} \left(\left[\sum_{i=1}^{N_p} (r_o^n q_{o,i}^n - r_w^n q_{w,i}^n) - \sum_{i=1}^{N_{wi}} r_{wi}^n q_{wi,i}^n \right] \frac{\Delta t^n}{(1+b)^{t^n/365}} \right), \quad (3.1)$$

trong đó u là vectơ điều khiển, m là vectơ có các thành phần biểu thị tham số mô hình mỏ dầu như độ xấp và độ thấm của khối lười; N_t là số bước thời gian; N_p là số nhà máy; N_{wi} là số giếng bơm ép; chỉ số trên n cho biết bước thời gian thứ n ; r_o là doanh thu từ dầu mỏ (\$/STB); r_w là chi phí xử lý nước sản xuất (\$/STB); r_{wi} là chi phí bơm nước (\$/STB); $q_{o,i}^n$ (STB/ngày) là tốc độ sản xuất dầu trung bình của nhà máy thứ i ở bước thời gian thứ n ; $q_{w,i}^n$ là tốc độ sản xuất nước trung bình ở bước thời gian thứ n của nhà máy thứ i (STB/ngày); $q_{wi,i}^n$ là tốc độ bơm nước trung bình ở bước thời gian thứ n của bơm thứ i (STB/ngày); b là lãi suất chiết khấu hàng năm; t^n là thời gian tích lũy tính đến bước thời gian mô phỏng thứ n (ngày); Δt^n là độ dài của bước thời gian thứ n (ngày). Ta định nghĩa

$$J_L(u) = \sum_{n=1}^{N_{tL}} \left(\left[\sum_{i=1}^{N_p} (r_o^n q_{o,i}^n - r_w^n q_{w,i}^n) - \sum_{i=1}^{N_{wi}} r_{wi}^n q_{wi,i}^n \right] \frac{\Delta t^n}{(1+b)^{t^n/365}} \right), \quad (3.2)$$

và

$$J_S(u) = \sum_{n=1}^{N_{tS}} \left(\left[\sum_{i=1}^{N_p} (r_o^n q_{o,i}^n - r_w^n q_{w,i}^n) - \sum_{i=1}^{N_{wi}} r_{wi}^n q_{wi,i}^n \right] \frac{\Delta t^n}{(1+b)^{t^n/365}} \right). \quad (3.3)$$



Hình 3.1: Trường độ thấm và phân phối giếng

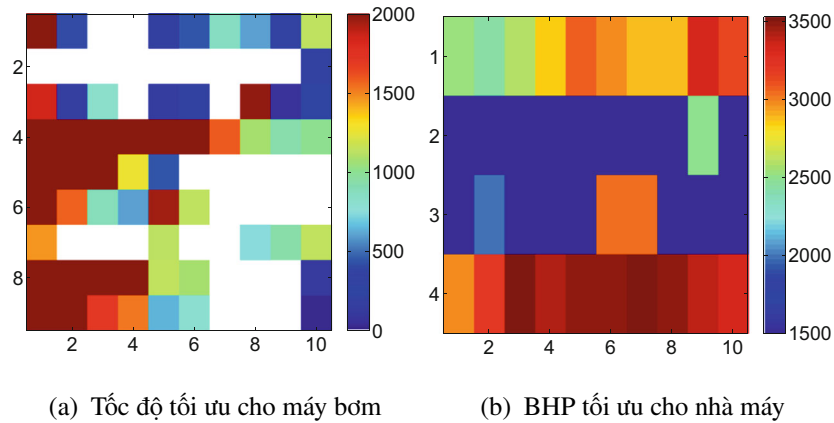
Lưu ý rằng J_L và J_S là các hàm chỉ phụ thuộc vào vectơ điều khiển giếng, u , vì ta chỉ xét trường hợp mỏ dầu cố định cho bài toán cực đại cả giá trị thu thực dài hạn và ngắn hạn. N_{tL} là số bước thời gian để tối ưu dài hạn và N_{tS} là số bước thời gian để tối ưu ngắn hạn. Ta muốn cực đại giá trị thu thực dài hạn và giá trị thu thực ngắn hạn cùng một lúc, tức là bài toán tối ưu đa mục tiêu là

$$\begin{cases} \max_u (J_L(u), J_S(u)), \\ \text{với } u_i^{\text{low}} \leq u_i \leq u_i^{\text{up}}. \end{cases} \quad (3.4)$$

Lưu ý ta chỉ có ràng buộc bị chặn trong (3.4).

3.3 Áp dụng với mỏ dầu chảy hình sông

Trong ví dụ này, ta áp dụng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp NBI để giải bài toán có hai mục tiêu là cực đại giá trị thu thực cả chu kỳ và giá trị thu thực ngắn hạn cho quá trình bơm ép nước vào một mỏ dầu tổng hợp 2D chảy hình sông. Mô hình mỏ dầu dựa trên lưới $25 \times 25 \times 1$ với $\Delta x = \Delta y = 200$ ft và $\Delta z = 20$ ft. Độ thấm là đồng nhất trong toàn bộ mỏ dầu với giá trị là 0.2. Như được thể hiện trong Hình 3.1, có tổng cộng 13 giếng thẳng đứng, bao gồm 4 giếng khai thác và 9 giếng bơm ép, được sắp xếp theo một mô hình giếng năm điểm. Áp suất ban đầu của mỏ lưu trữ là 3800 psi;

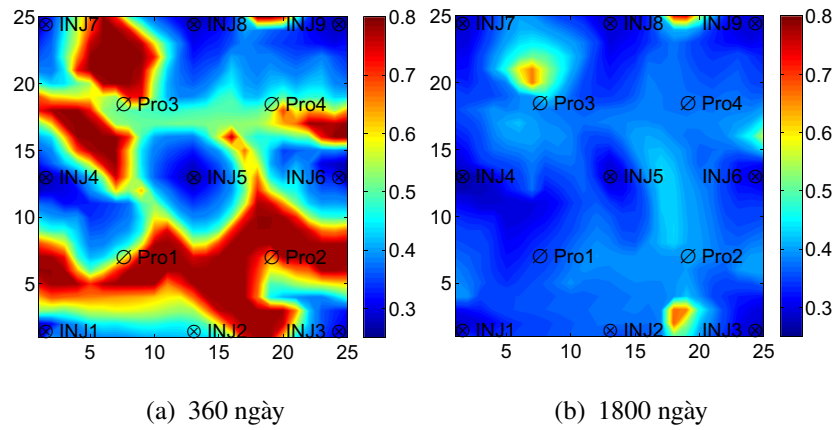


Hình 3.2: **a, b** Điều khiển giếng tối ưu riêng cho tối ưu dài hạn

độ bão hoà nước nội tại là 0.2 và độ bão hoà dầu còn lại là 0.25. Giá dầu là 50\$/STB; chi phí bơm nước là 0\$/STB; chi phí xử lý nước là 5.56\$/STB và tỷ lệ chiết khấu hàng năm là 0.1. Ta đặt mỗi đoạn bơm vào dưới sự kiểm soát tốc độ bơm với $0 \leq q_{wi,i} \leq 2000$ STB/D và đặt mỗi đoạn sản xuất dưới sự kiểm soát áp lực giếng (BHP) với $1500 \leq p_{wf,i} \leq 4000$ psi. Kích thước bước thời gian kiểm soát được đặt bằng 180 ngày. Đối với tối ưu dài hạn, ta cực đại giá trị thu thực trong vòng 1800 ngày, trong khi đối với tối ưu ngắn hạn, ta cực đại giá trị thu thực trong 360 ngày đầu tiên.

3.3.1 Trường hợp cơ bản

Giá trị thu thực dài hạn được cực đại bằng cách sử dụng phương pháp tựa Newton [5] như được thực hiện bởi trong [4] và [18]. Giá trị thu thực dài hạn lớn nhất thu được là 3.7085×10^8 . Vào cuối của 360 ngày, ta có giá trị thu thực ngắn hạn là 2.685×10^8 dựa trên điều khiển giếng tối ưu dài hạn. Các điều khiển giếng tối ưu thu được từ tối ưu dài hạn được hiển thị trong Hình 3.2, trong đó chỉ số của giếng tương ứng với tung độ và bước điều khiển tương ứng với hoành độ. Khi điều khiển giếng được mô tả bằng màu trắng, điều đó có nghĩa là giếng đã được đóng trong bước điều khiển này. Sự phân bố độ bão hoà dầu trong bể chứa sau 360 và 1800 ngày sản xuất được thể hiện trong Hình 3.3.



Hình 3.3: **a, b** Độ bão hòa dầu sau 360 và 1800 ngày, thu được bằng cách chỉ tối ưu dài hạn

3.3.2 Kết quả của phương pháp tổng có trọng số

Theo phương pháp tổng có trọng số, với mỗi lựa chọn w_1 và w_2 trong đó

$$w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, \text{ và } w_1 + w_2 = 1, \quad (3.5)$$

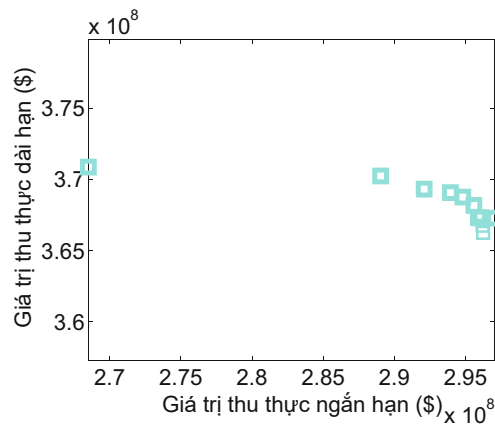
ta cực đại hàm tổng hợp

$$J(u) = w_1 J_L(u) + w_2 J_S(u) \quad (3.6)$$

bằng phương pháp tựa Newton trong [4, 18]. Các ràng buộc bị chặn được xử lý bằng phương pháp chiếu gradient (xem [1]). Khi $w_1 = 0$, điều này liên quan đến việc tối ưu riêng giá trị thu thực ngắn hạn, thì ta thực hiện một tối ưu khác cho các bước điều khiển còn lại để thu được giá trị thu thực dài hạn. Nói cách khác, ta thực hiện một tối ưu cho hai bước điều khiển đầu tiên để thu được giá trị thu thực ngắn hạn tối ưu, sau đó tiếp tục thực hiện một tối ưu khác cho tám bước điều khiển tiếp theo để thu được giá trị thu thực dài hạn tương ứng với giá trị thu thực ngắn hạn tối ưu. Lưu ý việc này khác với việc chỉ tối ưu giá trị thu thực dài hạn. Bằng cách thay đổi w_1 từ 0 đến 1 với mức thay đổi tăng dần là 0.1, ta có kết quả hiển thị trong [Bảng 3.1](#). Trong [Hình 3.4](#), ta vẽ tất cả các cặp giá trị thu thực dài hạn và giá trị thu thực ngắn hạn trong không gian mục tiêu. Các nghiệm không có điểm trội hơn được vẽ bằng các hình vuông đậm.

w_1	w_2	\tilde{w}_1	J_S (\$)	J_L (\$)
1	0	1	2.685×10^8	3.7085×10^8
0.9	0.1	0.9862	2.7334×10^8	3.7064×10^8
0.8	0.2	0.9685	2.7885×10^8	3.7084×10^8
0.7	0.3	0.9489	2.8379×10^8	3.7034×10^8
0.6	0.4	0.9227	2.8736×10^8	3.7049×10^8
0.5	0.5	0.8883	2.8979×10^8	3.7016×10^8
0.4	0.6	0.8413	2.9116×10^8	3.6946×10^8
0.3	0.7	0.7732	2.9252×10^8	3.6956×10^8
0.2	0.8	0.6653	2.9422×10^8	3.689×10^8
0.1	0.9	0.4691	2.9573×10^8	3.6789×10^8
0	1	0	2.9705×10^8	3.6726×10^8

Bảng 3.1: Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, trường hợp hình sông



Hình 3.4: Các nghiệm tối ưu thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, trường hợp hình sông; các hình chữ nhật đậm biểu diễn các nghiệm không có điểm trội hơn

Từ kết quả thể hiện trên **Hình 3.4**, ta thấy các nghiệm phân bố không đều, cụ thể, hầu hết các nghiệm đều tập trung ở một đầu của mặt Pareto. Tuy nhiên, giá trị thu thực dài hạn chỉ biến động từ 367.26 triệu đô đến 370.85 triệu đô khi w_1 tăng từ 0 tới 1; do đó, như thể hiện trong **Bảng 3.1**, ta tìm thấy nhiều điểm cho phép tăng đáng kể giá trị thu thực ngắn hạn trong khi giảm giá trị thu thực dài hạn dưới 1%. Nếu đối với bài toán này ta muốn tạo ra nhiều điểm hơn, có thể tìm thêm các điểm bằng cách chọn các giá trị của w_1 trong khoảng từ $w_1 = 0.9$ đến $w_1 = 1$. Hoặc ta có thể mở rộng lại bài toán bằng cách gán các trọng số, được xây dựng dưới đây.

Từ kết quả trong **Bảng 3.1** và **Hình 3.4**, ta thấy $J_S(u_S^*) - J_S(u_L^*)$ lớn hơn rất nhiều so với $J_L(u_L^*) - J_L(u_S^*)$, nghĩa là mặt Pareto nối $J_L^* = (J_L(u_L^*) - J_S(u_L^*))^T$ và $J_S^* = (J_L(u_S^*) - J_S(u_S^*))^T$ trong không gian mục tiêu tương đối phẳng. Để giảm thiểu vấn đề này, ta gán các trọng số \tilde{w}_1 và \tilde{w}_2 cho các hàm mục tiêu trong đó

$$\tilde{w}_1 = \frac{\frac{w_1}{J_L(u_L^*) - J_L(u_S^*)}}{\frac{w_1}{J_L(u_L^*) - J_L(u_S^*)} + \frac{w_2}{J_S(u_S^*) - J_S(u_L^*)}} \quad (3.7)$$

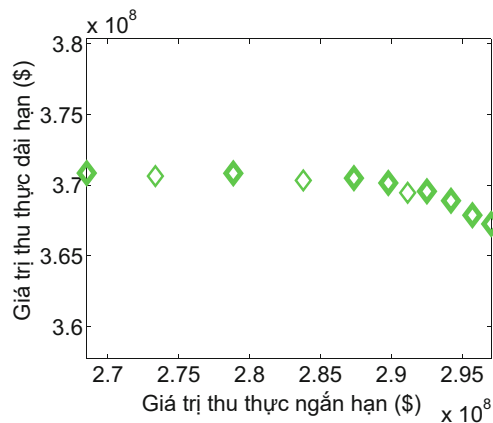
và

$$\tilde{w}_2 = 1 - \tilde{w}_1. \quad (3.8)$$

Sau đó, ta cực đại $\tilde{w}_1 J_L(u) + \tilde{w}_2 J_S(u)$, trong đó trong (3.7), các trọng số w_1 và w_2 biến thiên tuyến tính như trong phương pháp tổng có trọng số thông thường. Thông qua một số phép biến đổi đại số đơn giản, có thể thấy việc tối ưu hàm tổng hợp, là tổng của J_L và J_S với các trọng số \tilde{w}_1 và \tilde{w}_2 , tương đương với việc cực đại

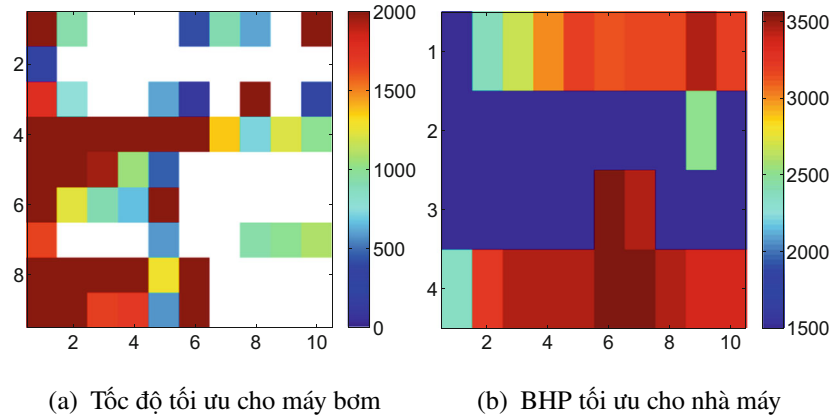
$$J'(u) = w_1 \frac{J_L(u) - J_L(u_S^*)}{J_L(u_L^*) - J_L(u_S^*)} + w_2 \frac{J_S(u) - J_S(u_L^*)}{J_S(u_S^*) - J_S(u_L^*)}. \quad (3.9)$$

(3.9) cho thấy về cơ bản ta mở rộng lại mỗi hàm mục tiêu để loại bỏ vấn đề gây ra do $J_S(u_S^*) - J_S(u_L^*) \gg J_L(u_L^*) - J_L(u_S^*)$. Bằng cách thay đổi w_1 từ 0.1 đến 0.9 trong (3.7) và cực đại $\tilde{w}_1 J_L(u) + \tilde{w}_2 J_S(u)$ cho mỗi bộ trọng số, kết quả thu được thể hiện trong **Hình 3.5**.

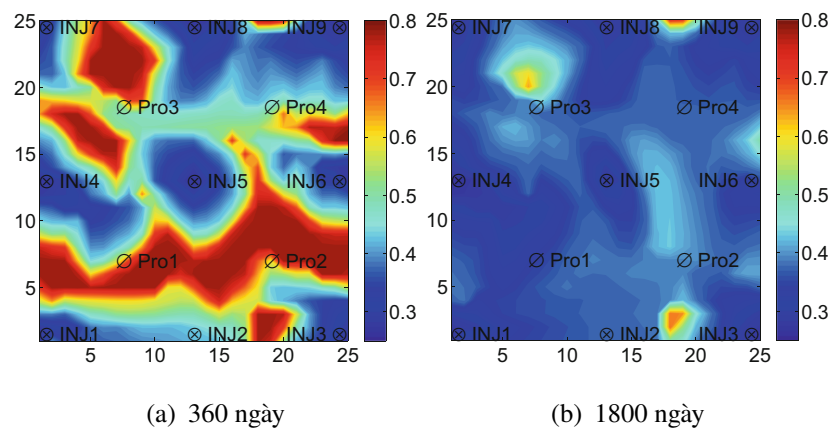


Hình 3.5: Nghiệm tối ưu thu được bằng phương pháp tổng có trọng số với trọng số được điều chỉnh, trường hợp hình sóng

Từ Hình 3.5, có thể thấy rằng các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số với trọng số được điều chỉnh có phân bố khá đều dọc theo mặt Pareto, tức là phương pháp tổng có trọng số được điều chỉnh đã loại bỏ vấn đề của việc hầu hết các nghiệm tập trung vào một phần của mặt Pareto. Kết quả trong Bảng 3.1 cho thấy khi $w_1 = 0.8$, ta có thể cải thiện giá trị thu thực ngắn hạn thêm 10.3 triệu đô (3.8%) với mức giảm không đáng kể của giá trị thu thực dài hạn (0.01 triệu đô). Điều khiển giếng tối ưu thu được bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh với $w_1 = 0.8$ được thể hiện trong Hình 3.6. So với kết quả trong Hình 3.2, ta thấy điều khiển từ phương pháp tổng trọng số điều chỉnh cho biết trong hai bước điều khiển đầu tiên, tức tổng cộng 360 ngày, ta nên bơm thêm nước vào các máy 1, 2, 3 và 7. Ngoài ra, ta nên vận hành nhà máy 1 và 2 ở áp suất thấp hơn. Kết quả của trường độ bão hòa vào cuối 360 và 1800 ngày được thể hiện trong Hình 3.7. So sánh Hình 3.7a với Hình 3.3a, có thể thấy rằng đã có thêm dầu bị dịch chuyển khỏi khu vực giữa máy bơm 2 và 3. Về chi phí tính toán, phương pháp tổng có trọng số cần 1012 lượt chạy mô phỏng tương đương để thu được tất cả các nghiệm (mặt Pareto), trong khi phương pháp tổng trọng số điều chỉnh yêu cầu 1140 lượt chạy mô phỏng tương đương để thu được tất cả các nghiệm của nó.



Hình 3.6: **a, b** Điều khiển giếng tối ưu bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh với $w_1 = 0.8$



Hình 3.7: **a, b** Độ bão hòa dầu sau 360 và 1800 ngày, thu được bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh với $w_1 = 0.8$

3.3.3 Kết quả của phương pháp giao biên pháp tuyến

Nhắc lại, bước đầu tiên để xây dựng bài toán phụ của phương pháp giao biên pháp tuyến là xác định đường utopia nối J_L^* và J_S^* . Ví dụ cụ thể, $J_S^* = (3.6726 \times 10^8 \$, 2.9705 \times 10^8 \$)$, thu được bằng tối ưu ngắn hạn tuần tự, và $J_L^* = (3.7085 \times 10^8 \$, 2.685 \times 10^8 \$)$, thu được bằng tối ưu dài hạn. Với $\Phi = (J_L^*, J_S^*)$, ta tính vectơ pháp tuyến bằng cách đặt thành phần thứ hai của vectơ (n_2) bằng 1 và giải phương trình sau để tìm n_1 .

$$n^T (J_L^* - J_S^*) = 0. \quad (3.10)$$

Quy trình này cho $n = (7.9547, 1)^T$. Lưu ý ở đây n không cần nhất thiết là vectơ đơn vị. Chọn $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$, $\beta_1 + \beta_2 = 1$ cụ thể tùy ý, bài toán phụ là

$$\begin{cases} \max_{u,t} t, \\ \text{với } e(u,t) = \Phi\beta + tn - J(u) = 0; \end{cases} \quad (3.11)$$

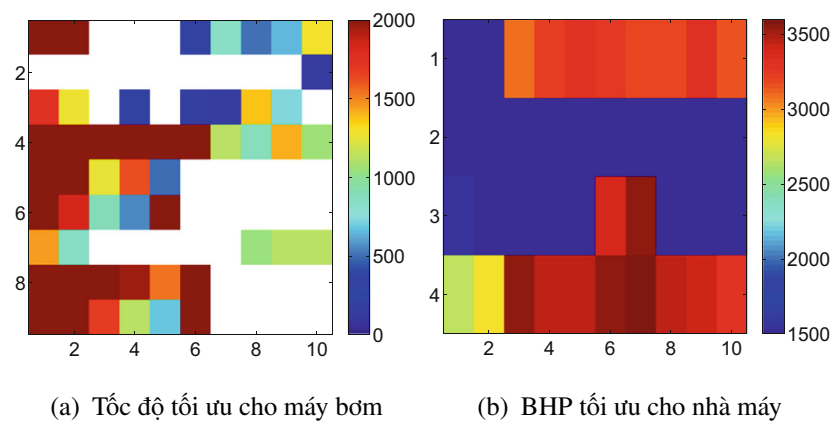
trong đó $J(u) = (J_L(u), J_S(u))^T$.

Bằng cách giải bài toán phụ của phương pháp giao biên pháp tuyến với các giá trị khác nhau của β theo thuật toán 1, ta thu được các nghiệm hiển thị trong [Bảng 3.2](#). Tất cả cặp giá trị thu thực dài hạn và ngắn hạn theo J_L^* và J_S^* được vẽ trong [Hình 3.10](#). Lưu ý các kết quả được hiển thị trong [Hình 3.10](#) cho thấy các nghiệm được phân bố đều dọc theo mặt Pareto, đây là một đặc điểm rất mong muốn. Khi vận hành mở chảy hình sông các điều khiển như được hiển thị trong [Hình 3.8](#), thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến với $\beta_1 = 0.3$, ta có thể tăng giá trị thu thực ngắn hạn thêm 20.2 triệu đô (7.5%) trong khi giá trị thu thực dài hạn giảm khoảng 0.53 triệu đô (0.14%).

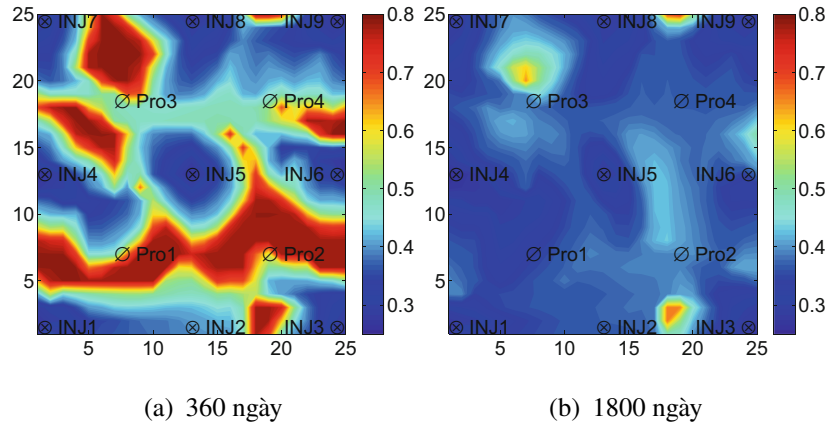
So sánh kết quả trong [Hình 3.8](#) với kết quả trong [Hình 3.2](#), ta thấy để cải thiện giá trị thu thực ngắn hạn, ta bơm nhiều hơn một chút nước vào các máy 1, 3, 6 và 7 ở bước điều khiển đầu tiên hoặc thứ hai. Đối với điều khiển giống thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến với $\beta_1 = 0.3$, các trường độ bão hòa tương ứng sau 360 và 1800 ngày được hiển thị trong [Hình 3.9](#). Cải

w_1	w_2	J_S (\$)	J_L (\$)
1	0	2.685×10^8	3.7085×10^8
0.9	0.1	2.7132×10^8	3.8089×10^8
0.8	0.2	2.743×10^8	3.7082×10^8
0.7	0.3	2.7712×10^8	3.7065×10^8
0.6	0.4	2.801×10^8	3.7077×10^8
0.5	0.5	2.8306×10^8	3.7071×10^8
0.4	0.6	2.8589×10^8	3.7055×10^8
0.3	0.7	2.8875×10^8	3.7032×10^8
0.2	0.8	2.9153×10^8	3.6949×10^8
0.1	0.9	2.9408×10^8	3.686×10^8
0	1	2.9705×10^8	3.6726×10^8

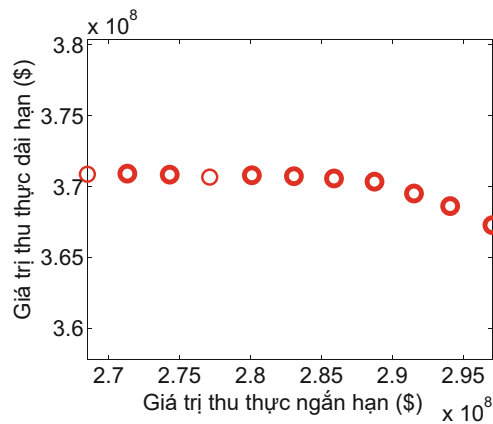
Bảng 3.2: Các nghiệm thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến



Hình 3.8: **a, b** Điều khiển giếng tối ưu bằng phương pháp giao biên pháp tuyến với $w_1 = 0.8$



Hình 3.9: **a, b** Độ bão hòa dầu sau 360 và 1800 ngày, thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến với $w_1 = 0.8$



Hình 3.10: Các nghiệm tối ưu thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến, trường hợp hình sông; các *điểm dữ liệu đậm* biểu diễn các nghiệm không có điểm trội hơn

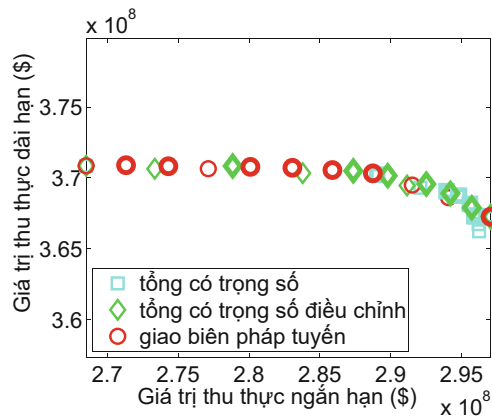
Phương pháp	Tổng số lượt chạy mô phỏng tương đương
Tổng có trọng số	1012
Tổng có trọng số điều chỉnh	1140
Giao biên pháp tuyến	1392

Bảng 3.3: Tổng số lượt chạy mô phỏng của phương pháp tổng có trọng số, phương pháp tổng trọng số điều chỉnh và phương pháp giao biên pháp tuyến

thiện rõ ràng nhất trong kết quả trong [Hình 3.9a](#) so với [Hình 3.3a](#) là trong [Hình 3.9a](#), đã có thêm dầu bị dịch chuyển khỏi khu vực giữa các máy bơm 2 và 3.

Phương pháp giao biên pháp tuyến có thể thu được các nghiệm phân bố đồng đều trên mặt Pareto; tuy nhiên, do áp dụng phương pháp Lagrange tăng cường để xử lý các ràng buộc đẳng thức, nên phương pháp này yêu cầu nhiều lượt mô phỏng mở đầu tương đương hơn để thu được tất cả các nghiệm so với phương pháp tổng có trọng số và phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh yêu cầu (xem [Bảng 3.3](#) và [Hình 3.10](#)). Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh, và phương pháp giao biên pháp tuyến trong không gian mục tiêu được thể hiện trong [Hình 3.11](#). Từ [Hình 3.11](#), ta lại thấy, trừ phương pháp tổng có trọng số, các nghiệm thu được bằng các phương pháp khác có thể so sánh được. Các nghiệm thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến phân bố đều trên mặt Pareto. Còn đối với các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh, mặc dù các nghiệm của nó không phân bố đều trên mặt Pareto như các nghiệm thu được bằng phương pháp giao biên pháp tuyến, những nghiệm này phân bố đều đủ tốt để tạo ra một biểu diễn tốt cho mặt Pareto. Chi phí tính toán của ba phương pháp được thể hiện trong [Bảng 3.3](#).

Điều đáng chú ý là mặt Pareto trong [Hình 3.11](#) gần như nằm ngang đối với các điểm tương ứng với giá trị thu thực ngắn hạn dưới 290 triệu đô. Kết quả cho thấy bằng cách cho phép giá trị thu thực dài hạn tối ưu giảm rất nhỏ, chúng ta có thể tăng giá trị thu thực ngắn hạn lên khoảng 10%. Do đó, ví dụ



Hình 3.11: So sánh các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số, phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh và phương pháp giao biên pháp tuyến; các *điểm dữ liệu đậm* biểu thị các điểm có điểm trội hơn khi xét các nghiệm thu được từ tất cả các phương pháp

cụ thể này là một ví dụ trong đó giả thuyết cơ bản về việc chuyển đổi trong [19] được duy trì, và cả thuật toán chuyển đổi và phương pháp trong [18] có thể được áp dụng một cách hiệu quả để thu được kết quả có thể so sánh với một điểm mà ta có thể lựa chọn từ tập tối ưu Pareto, giả sử rằng ta chỉ sẵn sàng chấp nhận một giảm thiểu nhỏ trong giá trị thu thực dài hạn mà tăng giá trị thu thực ngắn hạn.

3.4 Cực đại kỳ vọng và cực tiểu độ biến động

Như đã đề cập trước đó, người ta thường sử dụng nhiều dự đoán để đặc trưng cho các tham số mô hình mở không chắc chắn. Thông thường, sau đó, ta thực hiện phép tối ưu đáng tin cậy, trong đó ta cực đại kỳ vọng của giá trị thu thực qua tập hợp các mô hình mở. Tuy nhiên, quy trình này thường dẫn đến độ lệch chuẩn lớn trong giá trị thu thực, trong đó giá trị thu thực thấp nhất có thể không mang tính thương mại. Để cố gắng tránh giá trị phi thương mại của giá trị thu thực, ta áp dụng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến để đồng thời cực đại kỳ vọng và cực tiểu độ biến động.

Kỳ vọng $J_E(u)$ được định nghĩa là trung bình của tập $\{J(u, m_i)\}_{i=1}^{N_e}$, tức là

$$J_E(u) = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} J(u, m_i)}{N_e}, \quad (3.12)$$

trong đó N_e là số dự đoán được sử dụng để đặc trưng cho mô hình mỏ; m_i là vectơ có các thành phần biểu diễn các tham số mô hình mỏ như độ xốp và độ thấm của mô hình mỏ thứ i . Độ biến động, ký hiệu $J_U(u)$, được định nghĩa là độ lệch chuẩn của tập hợp các giá trị thu được $\{J(u, m_i)\}_{i=1}^{N_e}$, tức là

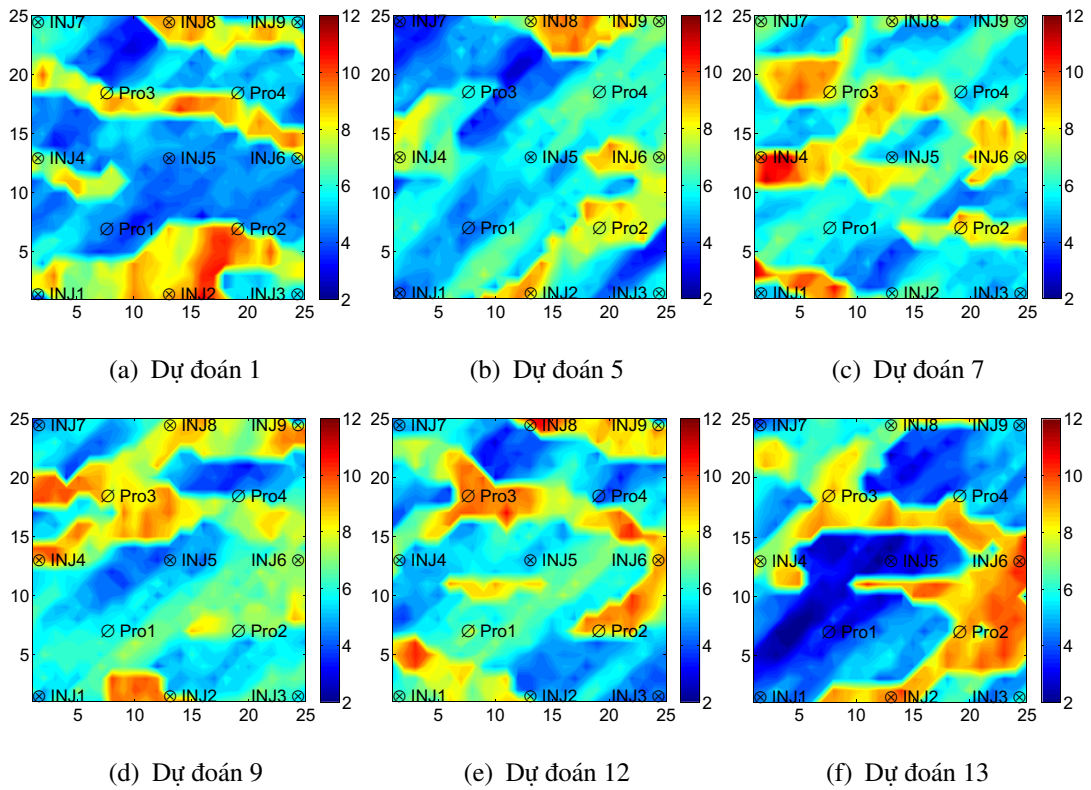
$$J_U(u) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_e} [J(u, m_i) - J_E(u)]^2}{N_e - 1}}. \quad (3.13)$$

Ta chỉ xét các ràng buộc bị chặn. Để đồng thời cực đại kỳ vọng và cực tiểu độ biến động, ta giải bài toán

$$\begin{cases} \max(J_E(u), -J_U(u)), \\ \text{với } u_i^{\text{low}} \leq u_i \leq u_i^{\text{up}}. \end{cases} \quad (3.14)$$

3.5 Áp dụng với mỏ dầu chảy hình sông

Để đơn giản, ta chỉ sử dụng các mô hình mỏ để đại diện cho sự không chắc chắn về địa chất. Sáu trong các trường độ thấm của lô ghi chú được hiển thị trong [Hình 3.12](#). Lưu ý rằng có thể quan sát được sự khác biệt địa chất rõ rệt trong các dự đoán này. Đối với mỗi dự đoán, mô hình mỏ dựa trên lưới $25 \times 25 \times 1$ với $\Delta x = \Delta y = 200$ ft và $\Delta z = 20$ ft. Độ xốp đồng nhất trong toàn bộ mỏ với giá trị là 0.2. Như thể hiện trên [Hình 3.12](#), có 13 giếng thẳng đứng gồm 4 giếng khai thác và 9 giếng bơm ép được sắp xếp theo mô hình giếng năm điểm. Áp suất ban đầu của tất cả các mô hình mỏ là 3800 psi; độ bão hòa nước ngầm là 0.2 và độ bão hòa dầu dư là 0.15. Giá dầu là 50\$/STB; chi phí bơm nước là 0\$/STB; chi phí xử lý nước là 5.56\$/STB, và tỷ lệ chiết khấu



Hình 3.12: a-b Lô ghi về phân phối độ thấm của 6 mô hình mở

hàng năm là 0.1. Ta đặt mỗi giếng bơm nước dưới sự kiểm soát tỷ lệ bơm với $0 \leq q_{wi,i} \leq 2000$ STB/D và đặt mỗi giếng khai thác dưới sự kiểm soát áp suất đáy giếng với $1500 \leq p_{wf,i} \leq 4000$. Cỡ bước kiểm soát được đặt là 180 ngày, và tuổi thọ của mỏ là 1800 ngày.

3.5.1 Trường hợp cơ bản

Trường hợp cơ bản chỉ liên quan đến việc cực đại kỳ vọng. Sử dụng phương pháp tựa Newton [18], ta thu được giá trị kỳ vọng là 1.4919×10^7 \$. Giá trị thu thực nhỏ nhất thu được bởi dự đoán 13 có giá trị là 2.027×10^8 \$.

3.5.2 Kết quả tối ưu

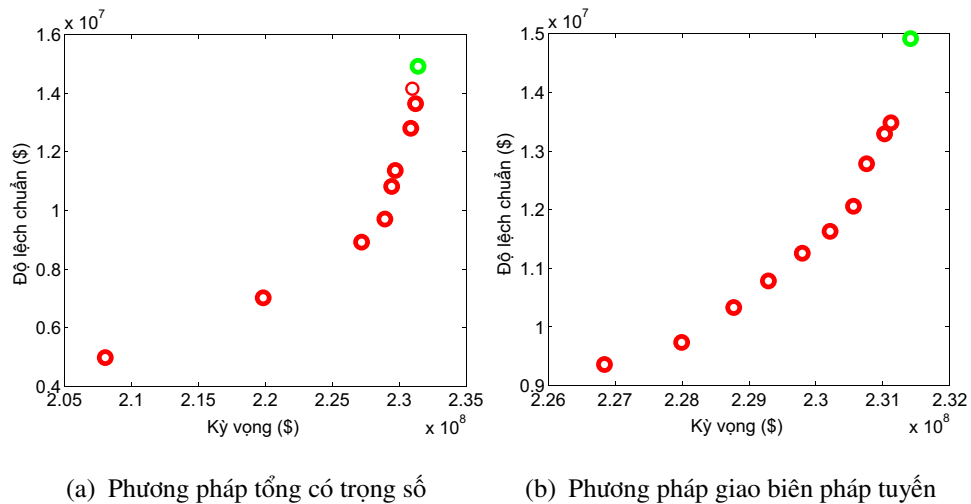
Trong phần này, cả phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến đều được áp dụng để tối ưu kỳ vọng và độ biến động. Với

phương pháp tổng có trọng số, hàm tổng hợp

$$J(u) = -w_1 J_U(u) + w_2 J_E(u) \quad (3.15)$$

được cực đại hóa bằng phương pháp tựa Newton [18]. Các ràng buộc bị chặn được xử lý bằng phương pháp chiếu gradient. Ta không cố gắng chỉ cực tiểu độ biến động vì phương sai tối ưu bằng 0 khi tất cả giếng đều đóng. Với phương pháp giao biên pháp tuyến, ta định nghĩa $J_E^* = (-J_U(u_E^*), J_E(u_E^*))^T$. $J_E^* = (-1.1492 \times 10^7 \$, 2.3141 \times 10^8 \$)^T$ thu được bằng cách cực đại riêng kỳ vọng. Về mặt lý thuyết, đối với J_U^* , nếu ta đóng tất cả các giếng, ta sẽ thu được giá trị thu thực là 0\$ và độ lệch chuẩn là 0\$. Tuy nhiên, việc sử dụng $J_U^* = (0 \$, 0 \$)^T$ không có ý nghĩa thực tế. Thay vào đó, ta sử dụng các điều khiển giếng thu được bằng phương pháp tổng có trọng số với $w_1 = 0.3$ như là u_U^* . Do đó $J_U^* = (-8.9156 \times 10^6 \$, 2.2719 \times 10^* \$)^T$. Bằng cách làm như vậy, thay vì thu được toàn bộ mặt Pareto, thực tế, ta chỉ thu được một phần của mặt Pareto. Với $\Phi = (J_U^*, J_E^*)$, ta tính được vectơ pháp tuyến $n = (0.703, 1)^T$. Lưu ý n không nhất thiết phải là vectơ đơn vị. Bài toán phụ của phương pháp giao biên pháp tuyến được giải bằng phương pháp Lagrange tăng cường; xem thuật toán 1. Một lần nữa, ta cực đại hàm Lagrange tăng cường bằng phương pháp tựa Newton [18].

Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến được thể hiện trong [Bảng 3.4](#). Kết quả hiển thị trong [Bảng 3.4](#) cũng được vẽ theo cặp trong [Hình 3.13](#). Hình tròn đậm được sử dụng để ký hiệu các nghiệm không có điểm trội hơn. Từ kết quả trình bày trong [Bảng 3.4](#) và [Hình 3.13](#), ta thấy cả phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến đều là những phương pháp hiệu quả để tạo ra mặt Pareto nhằm tối ưu kỳ vọng và độ biến động. Từ [Bảng 3.4](#), ta thấy nếu sẵn sàng hy sinh 1% của kỳ vọng bằng cách sử dụng kết quả cho $w_1 = 0.5$, thì ta có thể giảm độ biến động (được biểu diễn bằng độ lệch chuẩn) xuống 27.5%. Hoặc từ [Bảng 3.4](#), nếu vận hành mỏ với các điều khiển giếng thu được bởi $\beta_1 = 0.4$, ta có thể giảm độ biến động xuống 12.5% trong khi kỳ vọng chỉ



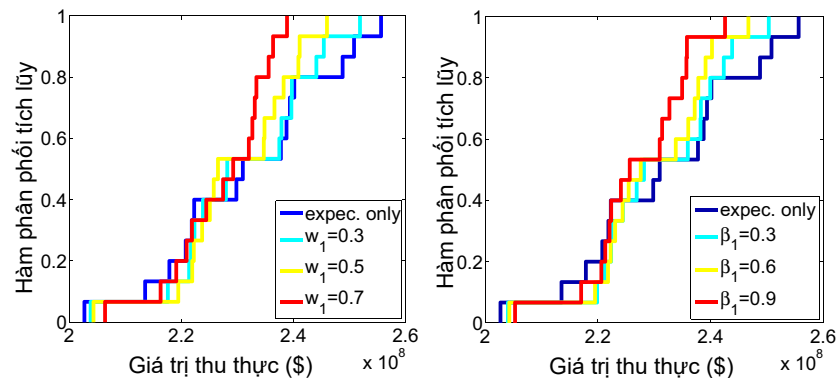
Hình 3.13: **a, b** Các nghiệm tối ưu Pareto thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến cho bài toán tối ưu kỳ vọng và độ biến động, hình tròn xanh ký hiệu nghiệm thu được bằng cách cực đại riêng kỳ vọng, hình tròn đậm đại diện cho các điểm không không có điểm trội hơn

giảm 0.36%. Do đó, cả hai phương pháp đều có khả năng giảm độ biến động một cách đáng kể chỉ với độ giảm nhẹ của kỳ vọng.

Hàm phân phối tích lũy của giá trị thu thực thu được bằng cả hai phương pháp, cũng như hàm phân phối tích lũy thu được bằng cách cực đại riêng kỳ vọng, được hiển thị trong Hình 3.14. Từ hàm phân phối tích lũy thể hiện trong Hình 3.14, ta có thể thấy việc giảm độ biến động chủ yếu được thực hiện bằng cách giảm giá trị thu thực của các dự đoán có ba giá trị thu thực cao nhất, trong khi ta chỉ có thể cải thiện một lượng nhỏ giá trị thu thực cho các dự đoán có giá trị thu thực thấp. Đây là một đặc điểm không mong muốn, nhưng không có giải thích chính xác về nguyên nhân gây ra nó. Nói chung, vì tối ưu hóa kỳ vọng là một trong những mục tiêu của ta nên biên độ cải thiện giá trị thu thực của những dự đoán có giá trị thu thực có thể nhỏ. Tuy nhiên, đối với các dự đoán có giá trị thu thực cao, việc giảm giá trị thu thực tương ứng để giảm phương sai rất dễ dàng. Trong ví dụ cụ thể này, giá trị thu thực nhỏ nhất được cho bởi dự đoán 13. Khi tối ưu hóa sản xuất được thực hiện

Phương pháp tổng có trọng số			Phương pháp giao biên pháp tuyến				
w_1	w_2	J_U (\$)	J_E (\$)	β_1	β_2	J_U (\$)	J_E (\$)
0	1	1.4919×10^7	2.3141×10^8	0	1	1.4919×10^7	2.3141×10^8
0.1	0.9	1.4154×10^7	2.3099×10^8	0.1	0.9	1.329×10^7	2.31×10^8
0.2	0.8	1.3641×10^7	2.3122×10^8	0.2	0.8	1.278×10^7	2.307×10^8
0.3	0.7	1.2802×10^7	2.3087×10^8	0.3	0.7	1.206×10^7	2.306×10^8
0.4	0.6	1.1363×10^7	2.2971×10^8	0.4	0.6	1.163×10^7	2.302×10^8
0.5	0.5	1.0819×10^7	2.2944×10^8	0.5	0.5	1.126×10^7	2.298×10^8
0.6	0.4	9.7064×10^6	2.2893×10^8	0.6	0.4	1.079×10^7	2.292×10^8
0.7	0.3	8.9156×10^6	2.2719×10^8	0.7	0.3	1.033×10^7	2.287×10^8
0.8	0.2	7.0159×10^6	2.1985×10^8	0.8	0.2	9.736×10^6	2.279×10^8
0.9	0.1	4.9778×10^6	2.0805×10^8	0.9	0.1	9.359×10^6	2.268×10^8

Bảng 3.4: Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến để tối ưu kỳ vọng và độ biến động



(a) Phương pháp tổng có trọng số (b) Phương pháp giao biên pháp tuyến

Hình 3.14: **a, b** Hàm phân phối tích lũy thu được bằng phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến nhằm tối ưu kỳ vọng và độ biến động

Chỉ dựa trên dự đoán này (dự đoán 13), ta nhận được giá trị thu thực tối đa là $2.117 \times 10^8 \$$. Khi đánh giá giá trị thu thực của dự đoán 13 sử dụng điều khiển giống tối ưu thu được bằng cách cực đại riêng kỳ vọng, ta thu được giá trị là $2.027 \times 10^8 \$$. Do đó, ta chỉ có thể cải thiện được khoảng 5% giá trị thu thực của dự đoán 13.

Tóm lại, cả phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến đều là những phương pháp sáng giá để xây dựng mặt Pareto trong việc tối ưu kỳ vọng và độ biến động. Tuy nhiên, việc giảm độ biến động đạt được chủ yếu bằng cách giảm giá trị thu thực của các dự đoán có giá trị thu thực cao. Chi phí tính toán cho phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến được trình bày trong [Bảng 3.5](#). Từ [Bảng 3.5](#), ta thấy phương pháp giao biên pháp tuyến mất chi phí tính toán hơn một chút so với phương pháp tổng có trọng số.

3.6 Nhận xét

Có thể đưa ra ba nhận xét chính. Đầu tiên, ta đã quan sát kết quả không mong muốn của [Hình 3.14](#) trong các ví dụ tính toán khác, tức là, khi cực tiểu

Phương pháp	Số mô hình	Số lần chạy mô phỏng tương đương cho mỗi điểm trên mặt Pareto
Tổng có trọng số	15	1456
Giao biên pháp tuyến	15	1650

Bảng 3.5: Số lần chạy mô phỏng tương đương cho việc tối ưu kỳ vọng và độ biến động

độ lệch chuẩn của giá trị thu thực cùng với việc cực đại kỳ vọng, thường thấy sự giảm đáng kể của giá trị thu thực tối đa có thể, trong khi chỉ đạt được một sự tăng nhẹ của giá trị thu thực tệ nhất có thể. Thứ hai, ta có thể giảm bớt đặc điểm không mong muốn này bằng cách thay bài toán cực đại kỳ vọng và cực tiểu độ biến động bằng bài toán cực đại kỳ vọng và cực tiểu rủi ro, trong đó rủi ro được định nghĩa là giá trị thu thực lớn nhất có thể. Khi giải quyết được bài toán sau, cùng với đó, ta cũng giảm được độ biến động. Bài toán cực tiểu rủi ro và cực đại kỳ vọng bằng cách sử dụng các quy trình tối ưu hóa dựa trên gradient được trình bày trong [20].

Kết luận

Xét hai bài toán tối ưu đa mục tiêu. Cả hai bài toán tối ưu đều được giải bằng phương pháp gradient với gradient được tính theo phương pháp trong [21, 22]. Luận văn trình bày và áp dụng phương pháp Lagrange tăng cường để giải quyết bài toán phụ của phương pháp giao biên pháp tuyến. Để tối ưu giá trị thu thực dài hạn và ngắn hạn cùng nhau, có ba kết luận sau đây:

1. Đối với phương pháp tổng có trọng số, việc thay đổi tuyến tính các trọng số có thể dẫn đến một tập hợp các nghiệm mà hầu hết các điểm này tập trung vào một phần tương đối nhỏ của mặt Pareto. Bằng cách áp dụng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh, ta có thể loại bỏ vấn đề này. Các nghiệm thu được bằng phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh cũng cho một biểu diễn tốt của mặt Pareto.
2. Số lượt chạy mô phỏng mở cần cho phương pháp tổng có trọng số điều chỉnh nhỏ hơn số lượt chạy cần cho phương pháp giao biên pháp tuyến, nhưng hai phương pháp này đều đưa ra các ước tính tương tự về mặt Pareto với ví dụ cụ thể được xét.
3. Bằng cách thay đổi tuyến tính trọng số β_1 , phương pháp giao biên pháp tuyến tạo ra một mặt Pareto trên đó các nghiệm phân bố khá đều.

Đối với việc cùng tối ưu kỳ vọng và độ biến động, ta có kết luận

4. Phương pháp tổng có trọng số và phương pháp giao biên pháp tuyến đều là những phương pháp tốt để thực hiện tối ưu đa mục tiêu. Tuy

nhiên, từ các hàm phân phối tích lũy thu được, có vẻ như việc lựa chọn độ biến động là một trong các mục tiêu có thể không phải lựa chọn thông minh, bởi vì nó có xu hướng giảm giá trị thu thực tối đa có thể hơn là tăng giá trị thu thực tệ nhất có thể. Mặc dù ta đã quan sát được đặc điểm không mong muốn này trong tất cả các ví dụ trên, nhưng ta không thể khẳng định đây là một đặc điểm phổ quát cho tất cả các bài toán liên quan đến việc cùng tối ưu kỳ vọng và độ biến động.

Tài liệu tham khảo

1. Nocedal J., W. S. *Numerical optimization* (Springer, New York, 2006).
2. Rebello, C. M. **and others**. *From a Pareto Front to Pareto Regions: A Novel Standpoint for Multiobjective Optimization*. *Mathematics* **9**, trang 3152 (2021).
3. K., M. *Nonlinear multi-objective optimization* (Kluwer Academic Publishers, New York, 1999).
4. C., C. *Adjoint-gradient-based production optimization with the augmented Lagrangian method* (Ph.D. thesis, University of Tulsa, 2011).
5. Conn A.R. Gould N.I.M., T. P. *A globally convergent augmented Lagrangian algorithm for optimization with general constraints and simple bounds* **2**, trang 545–572 (SIAM J. Numer. Anal., 1991).
6. Wang, S. *Second-order necessary, sufficient conditions in multi-objective programming* trang 237–252 (Numer. Funct. Anal. Optim., 1991).
7. Asheim, H. **and others**. *Optimal control of water drive* (Society of Petroleum Engineers, 1987).
8. Asheim, H. *Maximization of water sweep efficiency by controlling production and injection rates* **in** *European Petroleum Conference* (1988).
9. Birnovskii, G. *On optimal control of multiphase porous flow in an oil bed* **3**, trang 156–163 (Elsevier, 1988).

10. Virnovsky, G. *Waterflooding strategy design using optimal control theory* **in** *IOR 1991-6th European Symposium on Improved Oil Recovery* (1991), trang cp–44.
11. Zakirov, I., I. Aanonsen, S., S. Zakirov, E. & M. Palatnik, B. *Optimizing reservoir performance by automatic allocation of well rates* **in** *ECMOR V-5th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery* (1996), trang cp–101.
12. Yeten, B. *Optimum deployment of nonconventional wells* (Stanford University, 2003).
13. Yeten, B., Durlofsky, L. J. & Aziz, K. *Optimization of smart well control* **in** *SPE international thermal operations and heavy oil symposium and international horizontal well technology conference* (2002).
14. Sudaryanto, B. & Yortsos, Y. C. *Optimization of fluid front dynamics in porous media using rate control. I. Equal mobility fluids* **7**, trang 1656–1670 (American Institute of Physics, 2000).
15. Sundaryanto, B. & Yortsos, Y. C. *Optimization of Fluid Front Dynamics in Porous Media Using Rate Control: I. Equal Mobility Fluids; TOPICAL* techreport (National Petroleum Technology Office, 1999).
16. Brouwer, D. R. & Jansen, J. *Dynamic optimization of water flooding with smart wells using optimal control theory* **in** *European petroleum conference* (2002).
17. Dolle, N., Brouwer, D. & Jansen, J. *Dynamic optimization of water flooding with multiple injectors and producers using optimal control theory* **in** *XIV international conference on computational methods in water resources* (2004), trang 1435–1442.
18. Chen C. Li G., R. A. *Robust constrained optimization of short- and long-term net present value for closed-loop reservoir management* trang 849–864 (SPE J., 2012).

19. Van Essen G. den Hof P.V., J. J. *Hierarchical long-term and short-term production optimization* **1**, trang 191–199 (2011).
20. Liu X., R. A. *Multi-objective optimization for maximizing expectation and minimizing uncertainty or risk with application to optimal well control* (2015).
21. Li R. Reynolds A.C., O. D. *History matching of three-phase flow production data* **4**, trang 328–340 (2003).
22. Wu Z. Reynolds A.C., O. D. *Conditioning geostatistical models to two-phase production data* **2**, trang 142–155 (1999).