

BỘ GIÁO DỤC  
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

**HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ**



**Nguyễn Văn Mạnh**

**BÀI TOÁN KHAI THÁC NĂNG LƯỢNG CHO MÔ HÌNH  
DÀM ÁP ĐIỆN PHI TUYẾN VỚI HIỆU ỨNG  
CỘNG HƯỞNG CHÍNH VÀ THÚ CẤP**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ NGÀNH CƠ KỸ THUẬT**

**Mã số: 9 52 01 01**

**HÀ NỘI- NĂM 2023**

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ  
Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

Người hướng dẫn khoa học:

1. GS.TSKH. Nguyễn Đông Anh – Viện cơ học, Viện Hàn  
Lâm KHCNVN
2. TS. Nguyễn Ngọc Linh – Đại học Thủy lợi, Bộ Nông  
Nghiệp và Phát Triển Nông Thôn

Phản biện 1 : GS.TS. Trần Minh Tú – Trường Đại học xây  
dựng Hà Nội, Bộ Giáo dục và Đào tạo

Phản biện 2 : GS. TS. Phạm Chí Vĩnh – Trường Đại học  
Khoa học tự nhiên, Đại học Quốc Gia Hà Nội

Phản biện 3 : PGS. TS. Lã Đức Việt – Viện Cơ học, Viện  
Hàn Lâm KHCNVN

Luận án được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp  
Học viện họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm  
Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi 14h, ngày 09 tháng 11  
năm 2023

Có thể tìm hiểu luận án tại:

1. Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
2. Thư viện Quốc gia

## MỞ ĐẦU

Trong những nghiên cứu trước đây, phần lớn nhiều công trình tập trung vào phát triển bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng dựa trên các hiệu ứng cộng hưởng tuyến tính. Tuy nhiên, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện tuyến tính của bộ thiết bị thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện (AD) bị giới hạn ở dải rất hẹp xung quanh tần số cộng hưởng (CH). Bất kỳ sai lệch nào của tần số kích động ra khỏi vùng lân cận cộng hưởng có thể dẫn đến giảm mạnh lượng điện năng thu hồi. Trong số các phương pháp phân tích, phương pháp trung bình (PPTB) là một trong những kỹ thuật hiệu quả và mạnh để phân tích các hiện tượng phi tuyến trong hệ động lực. Mặc dù phương pháp trung bình đã được sử dụng từ lâu trong cơ học. Tuy nhiên, theo hiểu biết tốt nhất của nghiên cứu sinh (NCS), chưa có công trình nghiên cứu công bố để xác định các biểu thức giải tích của đáp ứng cơ điện bộ thiết bị với mô hình một bậc tự do phi tuyến, dưới kích động điều hòa, trong những hiệu ứng cộng hưởng khác nhau khi sử dụng PPTB. Phát triển phương pháp nghiên cứu lý thuyết để phân tích các đáp ứng hệ cơ điện phi tuyến, đánh giá hiệu suất thu thập năng lượng trở thành một chủ đề có ý nghĩa khoa học và thực tiễn.

**Mục tiêu:** Xây dựng hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn phi tuyến gắn lớp áp điện và mô hình hóa kết cấu bộ thiết bị nghiên cứu; Phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, từ đó áp dụng cho hệ phi tuyến kiểu Duffing, dạng giêng đơn (mono-stable), trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ điều hòa, cộng hưởng siêu điều hòa; và hệ tuyến tính tương ứng dùng để so sánh; Phân tích, khảo sát, đánh giá ảnh hưởng các tham số tới quan hệ biên độ-tần số, các đáp ứng của hệ cơ điện phi tuyến và hệ tuyến tính tương ứng dùng để so sánh.

**Đối tượng nghiên cứu:** Luận án nghiên cứu hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giêng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình

KLTT một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện.

**Phạm vi nghiên cứu:** Luận án nghiên cứu dàm công xôn Euler–Bernoulli gắn lớp áp điện trên toàn bộ mặt trên và dưới, xét đến quan hệ phi tuyến của chuyên vị và biến dạng (phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng – biến dạng tương đối bậc cao).

**Phương pháp nghiên cứu:** Phương pháp sử dụng chủ yếu trong luận án là phương pháp trung bình kết hợp với mô phỏng số để kiểm tra hiệu quả của phương pháp đề xuất trong Luận án.

Luận án gồm phần mở đầu và chương như sau:

**Chương 1** NCS trình bày tổng quan về thu thập năng lượng sử dụng vật liệu áp điện và giới thiệu nội dung nghiên cứu của luận án.

**Chương 2** NCS trình bày về xây dựng, thiết lập, xác định hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu (KC) dàm cơ sở (DCS) gắn hai lớp áp điện và mô hình hóa bộ thiết bị bởi mô hình khôi lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến dạng Duffing, chịu kích động nền điều hòa cho hệ cơ điện.

**Chương 3** NCS trình bày nội dung phát triển PPTB sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing với mô hình nghiên cứu của luận án trong các hiệu ứng CH phi tuyến. Xác định các biểu thức của đáp ứng hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng đối với hệ phi tuyến và tuyến tính tương ứng.

**Chương 4** NCS trình bày việc phân tích, đánh giá ảnh hưởng của tham số tới các đáp ứng của hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong mỗi hiệu ứng liên quan đến hiện tượng CH bao gồm: CH chính, CH thứ cấp và tuyến tính tương ứng để so sánh bằng công cụ phần mềm Matlab.

**Kết luận** trình bày những kết quả chính đã thu được của Luận án và đề xuất, kiến nghị một số vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu của tác giả.

#### **Những đóng góp mới của luận án:**

- Trên cơ sở mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện phi tuyến với kết cấu dàm công xôn gắn lớp áp điện bằng mô hình một bậc tự do với khôi lượng tập trung chịu kích động điều hòa, luận án đã thiết lập được hệ phương trình vi phân cho dao động phi tuyến dạng Duffing của hệ cơ-điện một bậc tự do;

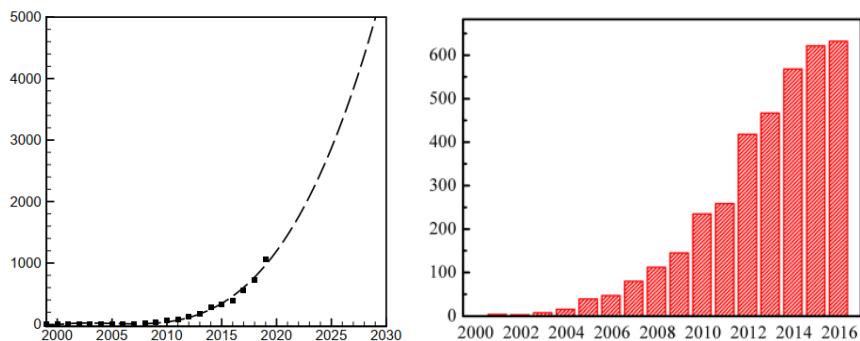
2. Luận án đã phát triển PPTB sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng (TTNL) áp điện, từ đó áp dụng đối với hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giềng đơn, trong các hiệu công hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính và cộng hưởng thứ cấp (thứ điều hòa và siêu điều hòa); hệ tuyến tính dùng để so sánh;
3. Luận án đã sử dụng nội dung phát triển, mở rộng PPTB để xác định các biểu thức giải tích của quan hệ biên độ-tần số, đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học, năng lượng điện hữu ích, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến;
4. Luận án đã phân tích, khảo sát, đánh giá ảnh hưởng các tham số tới các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và tuyến tính tương ứng dùng để so sánh;
5. Kết quả khảo sát chỉ ra rằng: Biên độ, tần số kích động là hai tham số ảnh hưởng lớn tới các đáp ứng hệ cơ điện thu thập năng lượng; Dải tần số gần vùng lân cận các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến của bộ thiết bị TTNL áp điện phi tuyến rộng hơn hệ tuyến tính tương ứng; Hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện luận án nghiên cứu lớn hơn trong vùng lân cận hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa nhưng nhỏ hơn trong vùng lân cận hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa và cộng hưởng chính. Tuy nhiên công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng trong các hiệu ứng cộng hưởng luôn lớn hơn hệ tuyến tính tương ứng;

## **Chương 1. TỔNG QUAN VỀ THU THẬP NĂNG LƯỢNG ÁP ĐIỆN**

### **1.1. Một số nội dung về thu thập năng lượng áp điện**

Thu thập, khai thác chuyển đổi năng lượng được định nghĩa là sự chuyển đổi trực tiếp nguồn năng lượng từ môi trường xung quanh (bao gồm: cơ học, mặt trời, nhiệt, gió, dòng chất lỏng, v.v.) thành điện năng hữu ích bằng cách sử dụng một vật liệu hoặc cơ chế chuyển đổi. Theo

Williams và Yates có ba cơ chế chuyển đổi (CCCD) năng lượng từ dao động thành điện là: điện từ, tĩnh điện và áp điện; Sự chuyển đổi năng lượng dao động cơ học thành điện bằng cách sử dụng vật liệu áp điện (VLAĐ) được gọi là TTNL áp điện. Theo số liệu tổng hợp của Ghazanfarian và cộng sự, trong hai thập kỷ gần đây không bao gồm các báo cáo và đánh giá hội nghị, từ khóa "piezo và TTNL" trích từ Scopus được hiển thị trong *Hình 1.1*. Kết quả này cho thấy sức hút, sự gia tăng đáng kể nhu cầu, ứng dụng của VLAĐ cũng như xu hướng nghiên cứu.



*Hình 1.1.* Thống kê số lượng nghiên cứu trong vòng hai thập niên liên quan tới chủ đề Piezo và thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng

Quan hệ US  $\sigma_{x-p}$ , BD  $\varepsilon_{x-p}$  và DC  $D_p$  điện dạng (3-1) biểu diễn:

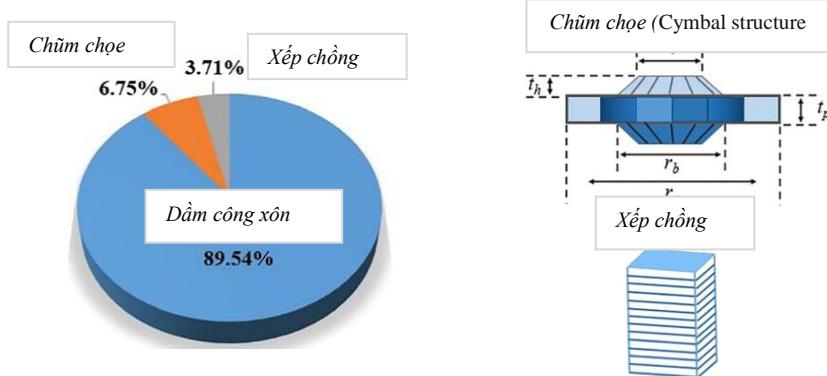
$$\begin{aligned}\sigma_{x-p} &= E_p \varepsilon_{x-p} - e_{31} E_3 \\ D_p &= e_{31} \varepsilon_{x-p} + \varepsilon_{33} E_3\end{aligned}\tag{1.2}$$

Hệ phương trình (1.2), là cơ sở của các phương trình liên kết trong hệ cơ - điện cho bộ thu thập, khai thác, chuyển đổi năng lượng AD được nghiên cứu, sử dụng trong LA này.

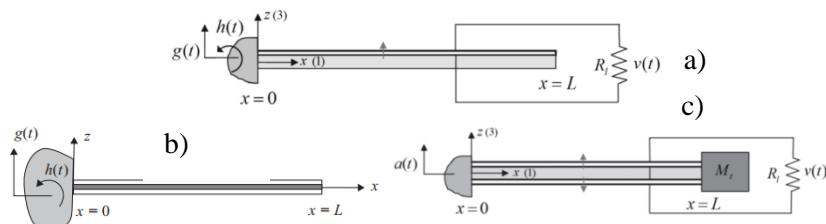
## 1.2. Kết cấu và mô hình bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện

Theo Li và cộng sự, tỷ lệ các bài báo, công trình nghiên cứu về cấu trúc điển hình bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện (PEHs) như được chỉ rõ trên *Hình 1.4*. Tùy thuộc vào số lượng lớp áp điện gắn trên kết cấu DCS mà bộ thiết bị có loại là cấu hình một lớp AD (unimorph), hai lớp AD (bimorph) hoặc xếp chồng nhiều lớp AD xen kẽ lớp KC dàm cơ sở (multilayered-stack), *Hình 1.5*. Tính phi tuyến trong những thiết kế điển

hình bộ thiết bị TTNL áp điện với KC DCX đã được công bố bởi các nhà khoa phổ biến ở hai khía cạnh đó là: Phi tuyến KC dầm cơ sở (chủ yếu dựa trên tính chất BD lớn của KC dầm cơ sở) và tính chất phi tuyến lớp VLAĐ gắn trên dầm.



Hình 1. 4. Thông kê tỷ lệ các công trình đã công bố về kết cấu điện hình của PEHs



Hình 1. 5 Một số kết cấu bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện điển hình  
a) Kết cấu bộ thiết bị với DCX một lớp AD; b) Kết cấu bộ thiết bị với DCX hai lớp AD; c) Kết cấu bộ thiết bị với DCX hai lớp AD có khối lượng đầu dầm

### 1.3. Đặt vấn đề nghiên cứu

**Nội dung nghiên cứu** chính trong luận án này:

Một là, thiết lập hệ phương trình vi phân mô tả bộ thiết bị thu thập năng lượng với kết cấu dầm công xôn chịu kích động nền điều hòa, dầm gắn lớp áp điện trên toàn bộ mặt trên và dưới, DCX không có khối lượng đầu, dầm nghiên cứu có tiết diện chữ nhật, trên cơ sở lý thuyết dầm Euler-Bernoulli, xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng. Từ đó, luận án mô

hình hóa của kết cấu dầm công xôn gắn lớp áp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất của bộ thiết bị TTNL áp điện bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, chịu kích động nền điều hòa (Chương 2);

*Hai là*, phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện, từ đó áp dụng đối với hệ dạng giếng đơn trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính và thứ cấp (cộng hưởng thứ điều hòa, siêu điều hòa) và hệ tuyến tính dùng để so sánh với hệ phi tuyến tương ứng, các biểu thức giải tích quan hệ biên độ-tần số, các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học, năng lượng điện hữu ích và hiệu suất TTNL áp điện được xác định (Chương 3);

*Ba là*, sử dụng chương trình Matlab để khảo sát, đánh giá ảnh hưởng các tham số tới đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng áp điện của hệ cơ điện nghiên cứu trong các hiệu ứng liên quan đến hiện tượng cộng hưởng bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp, và tuyến tính tương ứng (Chương 4);

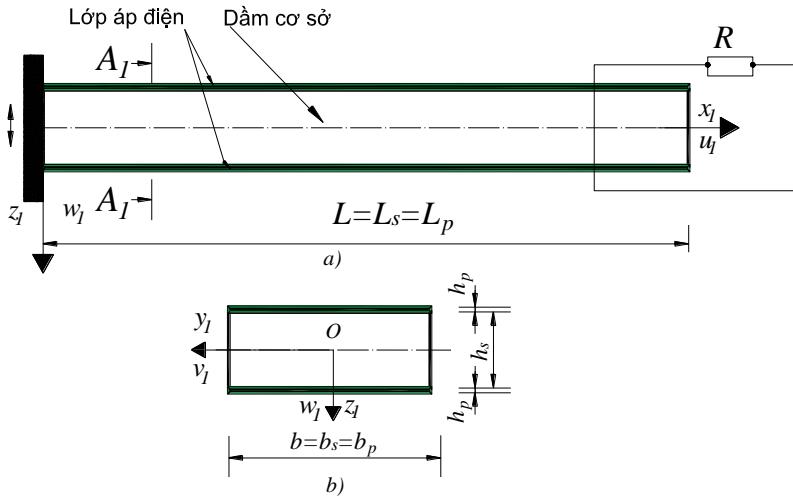
## **Chương 2. XÂY DỰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH LIÊN KẾT CƠ ĐIỆN CỦA KẾT CẤU DÀM CÔNG XÔN PHI TUYẾN GẮN LỚP ÁP ĐIỆN**

### **2.1. Thiết lập hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn áp điện khi kể đến tính phi tuyến hình học**

Xét bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng được mô tả trên *Hình 2.1* và với mặt cắt ngang  $A_l - A_l$  (*Hình 2.1. b*). Theo lý thuyết dầm Euler-Bernoulli, khi bỏ qua dao động dọc trực, trường chuyển vị xác định bởi biểu thức (2.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = -z_1 \frac{\partial w_0}{\partial x_1} \\ v_1 = 0 \\ w_1 = w_0(x_1) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

trong đó  $(u_1, v_1, w_1)$  là các chuyển vị theo các phương  $(x_1, y_1, z_1)$ , và  $w_0$  là độ võng tại một điểm bất kỳ trên trục trung hòa và  $z_1$  là khoảng cách từ điểm đang xét đến trục trung hòa.



*Hình 2.1. Kết cấu dầm áp điện (kết cấu dầm áp điện nghiên cứu)  
Biến dạng dài theo phương trục  $x_1$  của các điểm trên trục trung hòa:*

$$\varepsilon_{x-s}(x_1, z_1, t) = \varepsilon_{x0}(x_1, t) - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \quad (2.3)$$

Do đó, quan hệ phi tuyến giữa biến dạng - chuyển vị tại điểm xé đến trục trung hòa ( $z_1 \neq 0$ ), với dầm cơ sở gắn lớp áp điện (xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng khi kề đến vô cùng bé bậc cao  $\left(\frac{\partial w_1}{\partial x_1}\right)^2$ ), với DCS gắn lớp áp điện và lớp áp điện trên DCS lần lượt là:

$$\varepsilon_{x-s} = \varepsilon_{x0} - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 - z_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{x-p} = \varepsilon_{x-s} \quad (2.5)$$

Quan hệ giữa ứng suất, dịch chuyển điện với biến dạng và điện trường với dầm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dầm cơ sở lần lượt là:

$$\sigma_x = E_s \epsilon_{x-s} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x-p} &= E_p \epsilon_{x-p} - e_{31} E_3 \\ D_p &= e_{31} \epsilon_{x-p} + \epsilon_{33} E_3;\end{aligned} \quad (2.7)$$

với  $\sigma_x; \sigma_{x-p}$  là ứng suất dàm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dàm;  $\epsilon_{x-s}; \epsilon_{x-p}$  là biến dạng dài dàm cơ sở và lớp áp điện gắn trên dàm;  $E_s; E_p$  là mô đun dàn hồi Young dàm cơ sở và lớp áp điện ( $N/m^2$ );  $e_{31}$  là hằng số hằng số ứng suất áp điện;  $\epsilon_{33}$  là hằng số biến dạng áp điện và  $E_3$  là điện trường;  $D_p$  là độ dịch chuyển điện.

Với DCX có hai lớp AD, với  $v_p$  là điện áp trên lớp áp điện, xác định bởi:

$$E_3 = -\frac{v_p}{2h_p} \quad (2.8)$$

Tổng thể năng biến dạng một đơn vị thể tích của dàm gắn lớp áp điện:

$$\bar{W} = \frac{1}{2} E_s \epsilon_{x-s}^2 + 2 \left( \frac{1}{2} E_p \epsilon_{x-p}^2 + e_{31} \epsilon_{x-p} \frac{v_p}{2h_p} - \epsilon_{33} \frac{v_p^2}{8h_p^2} \right) \quad (2.11)$$

Thể năng biến dạng dàn hồi trên một đơn vị chiều dài dàm áp điện:

$$\begin{aligned}W_{el} &= \int_0^L \frac{1}{2} E_b A_b \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right]^2 dx_1 + \int_0^L \frac{1}{2} I_b E_b \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \right)^2 dx_1 - \\ &- \int_0^{L_p} g \epsilon_{33} \frac{v_p^2(t)}{4h_p^2} dx_1 + \int_0^{L_p} g \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 v_p(t) dx_1\end{aligned} \quad (2.19)$$

Động năng theo chiều dài dàm cơ sở và của hai lớp áp điện lần lượt là:

$$T_s = \frac{1}{2} \int_0^{L_s} \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial z_1}{\partial t} \right)^2 \rho_s A_s(x) dx_1; \quad (2.20)$$

$$T_p = \frac{1}{2} \int_0^{L_p} \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial z_1}{\partial t} \right)^2 \rho_p A_p(x) dx_1; \quad (2.21)$$

Giả thiết bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực, và công ảo của dịch chuyển điện tích, khi đó công ảo của cản môi trường được xác định bởi:

$$W_{nc}^m = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L c_t \left( \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial t} \right)^2 dx_1 dt \quad (2.23)$$

Áp dụng nguyên lý Hamilton, xây dựng phiếm hàm  $S$  có dạng

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (W_{el} - T_s - T_p + W_{nc}^m) dt \quad (2.24)$$

Phương trình Euler – Lagrange của phiến hàm S:

$$\begin{aligned} m_b \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + c_b \frac{\partial w_1}{\partial t} + E_b I_b \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} - E_b A_b \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\} - \\ - 4g_{V_p}(t) \left[ \frac{d\delta(x_1)}{dx_1} - \frac{d\delta(x_1 - L_p)}{dx_1} \right] = -m_b \frac{\partial^2 z_1}{\partial t^2}; \end{aligned}$$

(2.30) Biểu thức (2.30) là phương trình đạo hàm riêng mô tả dao động uốn của dầm công xôn gắn hai lớp áp điện, số hạng  $\frac{E_b A_b}{2L} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} \left[ \int_0^L \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 dx_1 \right]$  biểu diễn tính phi tuyến giữa chuyển vị và biến dạng khi xét đến biến dạng vô cùng bé bậc cao.

Phương trình mạch điện sau:

$$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = -g \int_{x_1=0}^{L_p} \left\{ \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^2 \partial t} \right\} dx_1; \quad (2.37)$$

Hệ hai phương trình (2.30) và (2.37) chuyển về hệ phương trình vi phân khi sử dụng phương pháp Ritz-Galerkin với các điều kiện biên sau:

$$x_1 = 0: \quad w_1(0, t) = 0; \frac{\partial w_1}{\partial x_1}(0, t) = 0;$$

(2.38)

$$x_1 = L: \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2}(L, t) = 0; \frac{\partial^3 w_1}{\partial x_1^3}(L, t) = 0 \quad (2.39)$$

Chuyển vị do biến dạng được khai triển theo các hàm riêng như sau:

$$w_1(x_1, t) = X_1(x_1) h_1(t) \quad (2.40)$$

Hàm riêng ở tần số cơ bản là:

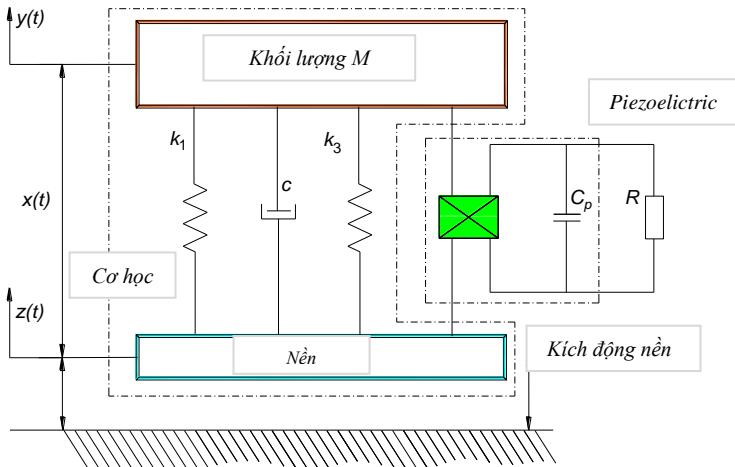
$$X_1(x_1) = \left[ \cosh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \cos \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \lambda^* \left( \sinh \frac{\lambda_1 x_1}{L} - \sin \frac{\lambda_1 x_1}{L} \right) \right] \quad (2.41)$$

Qua các phép biến đổi trung gian, hệ phương trình vi phân liên kết mô tả dao động của dầm công xôn gắn hai lớp áp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất, tại tần số cơ bản khi có kích động nền, có dạng sau:

$$\begin{cases} M_1 \ddot{h}_1(t) + c_f \dot{h}_1(t) + K_1 h_1(t) + K_3 h_1^3(t) + \chi v_p(t) = -M_2 \ddot{z}_1(t) \\ C_p \frac{dv_p(t)}{dt} + \frac{v_p(t)}{R} = \theta \dot{h}_1(t) \end{cases} \quad (2.53)$$

## 2.2. Mô hình hóa bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện với kết cấu dầm công xôn phi tuyến gắn lớp vật liệu áp điện

Xét mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do mô tả bộ thiết bị thu thập năng lượng áp điện chịu kích động nền là mô hình hóa của kết cấu dầm gắn lớp áp điện ở dạng dao động riêng thứ nhất, được biểu diễn trong *Hình 2.3*.



*Hình 2.3.* Mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do hệ cơ điện phi tuyến Duffing, chịu kích động nền của bộ thu thập năng lượng áp điện  
Các phương trình của hệ cơ điện phi tuyến Duffing như sau:

$$C_p \dot{V} + \frac{1}{R} V = \theta \dot{x}$$

(2.59)

$$M\ddot{x} + \varepsilon c\dot{x} + k_1x + \varepsilon k_3x^3 + \varepsilon \theta V = -M\ddot{z} \quad (2.60)$$

Kích động nền là tuần hoàn:

$$z = \varepsilon A \cos \Omega t; \dot{z} = -\varepsilon A \Omega \sin \Omega t; \ddot{z} = -\varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.61)$$

Thực hiện các biến đổi trung gian, thu được hệ phương trình nghiên cứu của Luận án sau khi đã chuẩn hóa, như sau:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x}, v) + \varepsilon A \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.63)$$

$$\dot{v} + \alpha v = \dot{x} \quad (2.64)$$

với:  $f(x, \dot{x}, v) = -(2\xi \dot{x} + \gamma x^3 + \kappa^2 v)$  (2.65)

### **Kết luận chương 2**

1. Luận án đã xây dựng hệ phương trình liên kết cơ điện của kết cấu dầm công xôn được gắn lớp hai áp điện trên hai mặt trên và dưới khi xét đến quan hệ phi tuyến của chuyển vị và biến dạng (phi tuyến hình học khi xét đến vô cùng bé bậc cao của biến dạng);
2. Luận án đã mô hình hóa kết cấu dầm nghiên cứu ở dạng dao động riêng thứ nhất bởi mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do phi tuyến kiểu Duffing, chịu kích động nền là điều hòa.

## **Chương 3. PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP TRUNG BÌNH SỬ DỤNG CHO HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN, CHỊU KÍCH ĐỘNG NỀN ĐIỀU HÒA VỚI MÔ HÌNH KHỐI LUỢNG TẬP TRUNG MỘT BẬC TỰ DO**

### **3.2. Phát triển phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do**

Sử dụng PPTB phương trình (2.63) chuẩn hóa, bằng cách thiết lập:

$$x = y + f_0 \cos \Omega t; f_0 = \frac{\varepsilon A \Omega^2}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (3.12)$$

Khi đó, hệ phương trình liên kết cơ điện (2.63) và (2.64), có dạng

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = \varepsilon f(y + f_0 \cos \Omega t, \dot{y} - \Omega f_0 \sin \Omega t, v) \quad (3.13)$$

$$\dot{v} + \alpha v = \dot{y} - \Omega f_0 \sin \Omega t \quad (3.14)$$

Các trường hợp xảy ra hiện tượng hiệu ứng CH sơ cấp, CH chính quan hệ gần đúng giữa TS tự nhiên ( $\omega_0$ ) và TS kích động ( $\Omega$ ) biểu diễn bởi:

$$\omega_0^2 = \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 - \varepsilon\sigma \quad (3.15)$$

với  $\sigma$  là một tham số điều chỉnh. Theo PPTB, thu được nghiệm của phương trình TT khi thay thế  $\varepsilon = 0$  vào phương trình (3.13), khi đó:

$$y = a(t) \cos \left[ \frac{m}{n} \Omega t + \varphi(t) \right] \quad (3.16)$$

$$\dot{y} = -a(t) \frac{m}{n} \Omega \sin \left[ \frac{m}{n} \Omega t + \varphi(t) \right] \quad (3.17)$$

với:  $\dot{\varphi}(t) = \frac{m}{n} \Omega t + \varphi(t)$  (3.18)

Thay thế biểu thức (3.16), (3.17) vào phương trình (3.14) với

$$v = B \sin \phi + C \cos \phi + D \sin \Omega t + E \cos \Omega t \quad (3.19)$$

Thực hiện phép biến đổi trung gian, biểu thức điện áp theo thời gian:

$$v(t) = \begin{cases} -\frac{a(m/n)\Omega}{\alpha^2 + (m/n)^2\Omega^2} (\alpha \sin \phi - (m/n)\Omega \cos \phi) \\ + \frac{f_0\Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \end{cases} \quad (3.21)$$

Hệ PTVP của biên độ  $\dot{a}$  và góc lệc pha  $\dot{\varphi}$  biểu diễn như sau

$$\dot{a} = -\frac{\varepsilon n}{m\Omega} [\sigma a \cos \phi + f^{tb}] \sin \phi \quad (3.26)$$

$$\dot{\varphi} = -\frac{\varepsilon n}{am\Omega} [\sigma a \cos \phi + f^{tb}] \cos \phi \quad (3.27)$$

Lấy trung bình các biểu thức (3.26) và (3.27), theo chu kỳ T, xét a và  $\varphi$  là các hằng số trong quá trình trung bình, thu được các PTTB sau:

$$\langle \dot{a} \rangle = \frac{\varepsilon n}{m\Omega} S(a, \varphi, \Omega) \quad (3.28)$$

$$\langle \dot{\varphi} \rangle = \frac{n}{am\Omega} \left[ \frac{1}{2} \left( \omega_0^2 - \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 \right) a + \varepsilon Q(a, \varphi, \Omega) \right] \quad (3.29)$$

với:  $S(a, \varphi, \Omega) = -\langle f^{tb} \sin \phi \rangle$  (3.30)

$$Q(a, \varphi, \Omega) = -\langle f^{tb} \cos \phi \rangle \quad (3.31)$$

Các nghiệm dừng của biên độ  $a$  và góc lệch pha  $\varphi$  xác định bởi:

$$\langle \dot{a} \rangle = 0 \rightarrow S(a, \varphi, \Omega) = 0 \quad (3.32)$$

$$\langle \dot{\phi} \rangle = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \left( \omega_0^2 - \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 \right) a + \varepsilon Q(a, \varphi, \Omega) = 0 \quad (3.33)$$

### 3.3. Sử dụng phương pháp trung bình cho hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giêng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong một số hiệu ứng cộng hưởng

#### 3.3.1. Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính

Hai nhánh đường cong biên độ-tần số xác định bởi:

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \left( \frac{3}{4} \gamma a^2 + \frac{\kappa^2 \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \right) \pm \varepsilon \sqrt{\frac{A^2 \Omega^4}{a^2} - \left( 2\xi\Omega + \frac{\kappa^2 \alpha \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \right)^2} \quad (3.56)$$

Công suất tiêu thụ năng lượng, xác định bởi:

$$P_{use-main} = \varepsilon \kappa^2 M \alpha a^2 \left[ \frac{\Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos(\Omega t + \varphi) - \frac{\alpha \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin(\Omega t + \varphi) \right]^2 \quad (3.69)$$

Năng lượng điện hữu ích tiêm năng đầu ra, xác định bởi:

$$E_{use-Main} = \int_0^{\pi/\Omega} P_{use} dt = \frac{\pi \varepsilon M \Omega}{2(\Omega^2 + \alpha^2)} \alpha \kappa^2 a^2 \quad (3.70)$$

Công suất cơ học đầu vào được xác định bởi:

$$\begin{aligned} P_{in-main} &= \\ &= M \left\{ \varepsilon \left[ \begin{array}{l} 2\xi a \Omega \sin(\Omega t + \varphi) - \gamma a^3 \cos^3(\Omega t + \varphi) \\ - \frac{\kappa^2 a \Omega^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \cos(\Omega t + \varphi) + \\ + \frac{\alpha \kappa^2 a \Omega}{\alpha^2 + \Omega^2} \sin(\Omega t + \varphi) \\ - \omega_0^2 a \cos(\Omega t + \varphi) \end{array} \right] \right\} \times (-\varepsilon \Omega A \cos \Omega t) \end{aligned} \quad (3.73)$$

Năng lượng cơ học đầu vào tại điểm cực trị  $S(\Omega_s^2, a_{\max})$ :

$$E_{in-Main} = \pi \varepsilon M \Omega_s a_{peak}^2 \left( \xi + \kappa^2 \frac{\alpha}{2(\alpha^2 + \Omega_s^2)} \right) \quad (3.74)$$

Tại biên độ và tần số lớn nhất  $S(\Omega_s^2, a_{\max})$ , hiệu suất thu thập năng lượng của của hệ cơ điện phi tuyến ở vùng lân cận cộng hưởng chính:

$$\eta_{Main}^{peak} = \frac{\alpha \kappa^2}{\left[ 2\xi(\Omega_s^2 + \alpha^2) + \alpha \kappa^2 \right]} \quad (3.75)$$

3.3.2. *Hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa*  
Cộng hưởng thứ điều hòa, khi:  $(m; n) = (1; 3)$  (3.79)

Quan hệ giữa biên độ, và góc lệch pha  $(a, \varphi)$ , như sau:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left( \omega_0^2 - \frac{\Omega^2}{9} \right) + \frac{3}{4} \varepsilon \gamma (a^2 + 2f_0^2) + \frac{\varepsilon \Omega^2 \kappa^2}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right\}^2 + \\ & + \left[ \frac{2}{3} \varepsilon \xi \Omega + \frac{3\varepsilon \alpha \kappa^2 \Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right]^2 - \frac{9}{16} \varepsilon^2 \gamma^2 a^2 f_0^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.86)$$

Quan hệ biên độ và tần số kích động, được biểu diễn bởi biểu thức sau:

$$\begin{aligned} a^2 = & \frac{4}{27\varepsilon\gamma} \left( \Omega^2 - 9\omega_0^2 \right) - \frac{3}{2} f_0^2 - \frac{4\Omega^2 \kappa^2}{3\gamma(\Omega^2 + 9\alpha^2)} \pm \\ & \pm \frac{2}{9} \left\{ \frac{4}{(3\varepsilon\gamma)^2} \left[ 9\omega_0^2 - \Omega^2 + \frac{9\varepsilon\Omega^2 \kappa^2}{\Omega^2 + 9\alpha^2} + \frac{81\varepsilon\gamma}{8} f_0^2 \right]^2 - \frac{3\varepsilon}{\gamma} \left( 2\xi\Omega + \frac{9\alpha \kappa^2 \Omega}{\Omega^2 + 9\alpha^2} \right)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.87)$$

Quan hệ điện áp hệ cơ điện phi tuyến trong cộng hưởng chính:

$$\begin{aligned} v(t) = & -\frac{3a\Omega}{9\alpha^2 + \Omega^2} \left[ \alpha \sin\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) - \frac{1}{3}\Omega \cos\left(\frac{\Omega}{3}t + \varphi\right) \right] \\ & + \frac{\varepsilon A \Omega^3}{(\omega_0^2 - \Omega^2)(\alpha^2 + \Omega^2)} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \end{aligned} \quad (3.89)$$

Công suất tiêu thụ trên điện trở ngoài, xác định bởi:

$$P_{use-Sub} = \varepsilon \frac{V^2}{R} = \varepsilon \frac{\theta^2}{RC_p^2} v^2(t) = \varepsilon \alpha \kappa^2 M v^2(t) \quad (3.90)$$

Năng lượng điện hữu ích tiềm năng, xác định bởi:

$$E_{use-Sub} = \frac{3\pi}{2} \varepsilon \alpha \kappa^2 \Omega M \left[ \frac{\varepsilon^2 A^2 \Omega^4}{(\Omega^2 + \alpha^2)(\Omega^2 - \omega_0^2)^2} + \frac{a^2}{(\Omega^2 + 9\alpha^2)} \right] \quad (3.91)$$

Công suất đầu vào cơ học, được xác định bởi biểu thức (3.92)

Năng lượng cơ học đầu vào trong 1 chu kỳ  $T = 9\pi / \Omega$ :

$$W_{in-Sub} = \frac{3\pi\varepsilon^2 AM\Omega}{2} \left\{ -2\xi f_0 - \frac{1}{f_0} \left[ \frac{\alpha \kappa^2 a^2}{(\Omega^2 + 9\alpha^2)} + \frac{2\xi a^2}{9} \right] - \frac{\alpha \kappa^2 f_0}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right\} \quad (3.94)$$

$$\text{Hiệu suất thu thập năng lượng: } \eta_{Sub} = \frac{E_{use-Sub}}{E_{in-Sub}} \quad (3.98)$$

*3.3.3. HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN KIỂU Duffing TRONG HIỆU ỨNG CỘNG HƯỚNG SIÊU ĐIỀU HÒA*  
Quan hệ giữa tần số tự nhiên ( $\omega_0$ ) và kích động ( $\Omega$ ), biểu thị bởi:

$$\omega_0^2 = \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 - \varepsilon \sigma, \quad (m, n) = (3, 1); \quad \sigma = \frac{1}{\varepsilon} \left( \omega_0^2 - \frac{m^2}{n^2} \Omega^2 \right) \quad (3.100)$$

Quan hệ giữa biên độ - tần số hệ cơ điện, mô tả bởi biểu thức (3.108):

$$\begin{aligned} & 9\Omega^2 a^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha \kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right)^2 \\ & + a^2 \left( \sigma - \frac{3\gamma}{4} a^2 - \frac{3}{2} f_0^2 \gamma - \frac{9\Omega^2 \kappa^2}{9\Omega^2 + \alpha^2} \right)^2 - \frac{\gamma^2 f_0^6}{16} = 0 \end{aligned} \quad (3.108)$$

Thu được quan hệ giữa biên độ - tần số từ (3.108) đối với hệ cơ học Duffing khi xét trường hợp hệ số liên kết cơ điện ( $\kappa^2 = 0; \alpha = 0$ ). Quan hệ giữa tần số - biên độ, mô tả bởi các biểu thức sau:

$$\Omega_{(I)I}^2 = \frac{\omega_0^2}{9} + \frac{\varepsilon}{9} \left( \frac{3\gamma}{4} a^2 + \frac{3\varepsilon^2 \gamma}{128} A^2 + \frac{\omega_0^2 \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right) \quad (3.109), (3.110)$$

$$\mp \frac{\varepsilon}{9} \sqrt{\frac{\varepsilon^6 A^6 \gamma^2}{2^{22} a^2} - \omega_0^2 \left( 2\xi + \frac{\alpha \kappa^2}{\omega_0^2 + \alpha^2} \right)^2}$$

Công suất tiêu thụ năng lượng trên tải điện trở ngoài:

$$P_{use-Super} = \varepsilon \alpha \kappa^2 M \Omega \left[ \frac{3a}{9\Omega^2 + \alpha^2} (3\Omega \cos(3\Omega t + \varphi) - \alpha \sin(3\Omega t + \varphi)) \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon A \Omega^3}{(\Omega^2 + \alpha^2)(\omega_0^2 - \Omega^2)} (\Omega \cos \Omega t - \alpha \sin \Omega t) \right]^2 \quad (3.120)$$

Năng lượng điện hữu ích tiêm năng đầu ra:

$$E_{use-Super} = \frac{\pi \varepsilon M \Omega}{2} \alpha \kappa^2 \left\{ \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2)} + \frac{\varepsilon^2 A^2 \Omega^4}{(\Omega^2 + \alpha^2)(\Omega^2 - \omega_0^2)^2} \right\} \quad (3.121)$$

Công suất cơ học đầu vào được xác định bởi biểu thức (3.124), và

Năng lượng cơ học đầu vào trong một chu kỳ  $T = \pi / \Omega$

$$W_{in-Super} = \frac{\pi \varepsilon^2 M A}{2} \Omega f_0 \left[ -2\xi \left( 1 + \frac{9a^2}{f_0^2} \right) - \alpha \kappa^2 \left( \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2)f_0^2} + \frac{1}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right) \right] \quad (3.125)$$

Hiệu suất thu thập năng lượng hệ cơ điện nghiên cứu trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa, xác định bởi

$$\eta_{Super} = \frac{\alpha \kappa^2 \left\{ \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2)} + \frac{f_0^2}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right\}}{\varepsilon A f_0 \left[ 2\xi \left( 1 + \frac{9a^2}{f_0^2} \right) + \alpha \kappa^2 \left( \frac{9a^2}{(9\Omega^2 + \alpha^2)f_0^2} - \frac{1}{(\Omega^2 + \alpha^2)} \right) \right]} \quad (3.127)$$

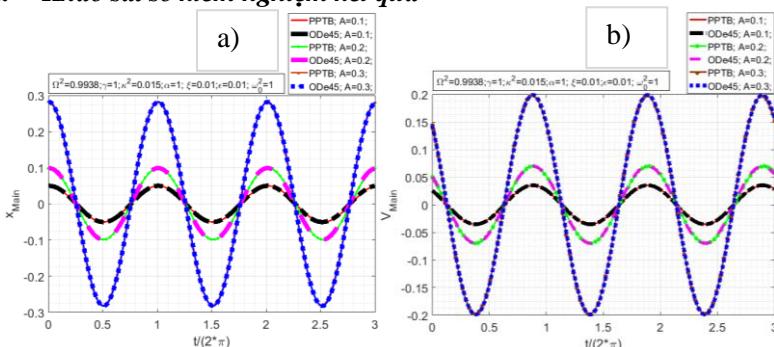
### Kết luận chương 3

Trong chương 3, Luận án đã trình bày những kết quả chính sau đây:

1. Luận án đã phát triển, mở rộng phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do của bộ thiết bị thu thập năng lượng;
2. Từ nội dung phát triển, mở rộng của phương pháp trung bình sử dụng cho hệ cơ điện phi tuyến, Luận án đã xác định các biểu thức dạng hiển của quan hệ biên độ - tần số, các đáp ứng chuyển vị, điện áp, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu vào, đầu ra, và hiệu suất thu thập năng lượng trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến bao gồm: cộng hưởng chính, cộng hưởng thứ cấp và hệ tuyến tính tương ứng để so sánh.
3. Đã kiểm chứng nội dung phát triển PPTB trong hệ cơ điện phi tuyến.

### Chương 4. PHÂN TÍCH ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THAM SỐ HỆ CƠ ĐIỆN PHI TUYẾN KIỂU DUFFING, DẠNG GIÉNG ĐƠN, CHỊU KÍCH ĐỘNG NỀN ĐIỀU HÒA TRONG CÁC HIỆU ỨNG CỘNG HƯỞNG

#### 4.1. Khảo sát số kiểm nghiệm kết quả



Hình 4. 1. Tương quan đáp ứng chuyển vị, điện áp khi sử dụng mô phỏng số và phương pháp trung bình của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonances theo thời gian khi thay đổi giá trị biên độ kích động

$$\text{nền } a_{z_{peak}} = \epsilon A \Omega^2$$

Khảo sát khi thay đổi biên độ kích động với cùng một tần số kích động tại điểm lân cận xảy ra hiệu ứng cộng hưởng chính ( $\Omega^2 = 0.9938$ ) và giữ nguyên các giá trị tham số khác của hệ, nhằm đánh giá ảnh hưởng của

biên độ kích động tới đáp ứng chuyển vị, điện áp. Như được trình bày trên Hình 4. 1. a) và Hình 4. 1. b), rõ ràng các đường cong biểu diễn kết quả số gần như trùng khít (tiệm cận) với đường cong thu được từ phương pháp giải tích. Đồng thời, kết quả số và giải tích có cùng kết luận đó là: biên độ đáp ứng chuyển vị, điện áp tăng mạnh khi tăng biên độ của kích động nền. Khi thay đổi biên độ kích động, sai số lớn nhất của biên độ đáp ứng chuyển vị, điện áp lớn nhất giữa phương pháp số và phương pháp trung bình lần lượt là 0.0355% và 0.3791%, được nêu cụ thể trong Bảng 4. 1.

*Bảng 4. 1. Kết quả so sánh giữa phương pháp số và phương pháp trung bình khi thay đổi biên độ kích động nền trong hệ cơ điện luận án nghiên cứu*

Tham số	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)	Ode45	PPTB	Sai số (%)
	A=0.1			A=0.2			A=0.3		
$\max  \bar{x}_1 $	0.050	0.050	0.028	0.099	0.099	0.0402	0.282	0.282	<b>0.035</b>
$\max  \bar{x}_3 $	0.035	0.0353	0.003	0.069	0.069	0.007	0.199	0.199	<b>0.379</b>

Các kết quả tính toán số phù hợp quy luật cơ học, điều này có tác dụng tiếp tục khẳng định sự phù hợp của thuật toán của chương trình tính đã lập.

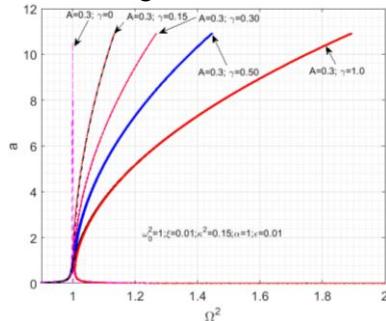
#### **4.2. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giêng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng chính**

Tham số khảo sát:

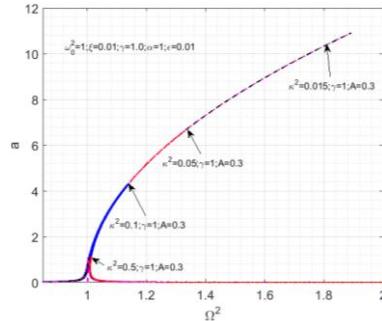
$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.01; \omega_0 = 1; \xi = (0.01; 0.1; 0.3); \gamma = (0.15; 0.3; 0.5; 1); \\ \alpha &= (0.05; 0.5; 1); \kappa^2 = 0.015; A = (0.1; 0.3; 0.5); \end{aligned} \quad (4.3)$$

Các nhánh biểu diễn đường cong biên độ - tần số hệ cơ điện cơ điện tiến hành khảo sát, trong hiệu ứng cộng hưởng chính đồng dạng với hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa và hệ cơ học thuần túy. Điều đó khẳng định các tham số cơ điện (hệ số áp điện  $\alpha$ , hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ ) không ảnh hưởng tới dạng đường cong biên độ - tần số. (*Hình 4.5 và Hình 4.7*). Rõ ràng, hệ cơ điện phi tuyến dài tần số ở trạng thái cộng hưởng chính lớn hơn hệ tuyến tính tương ứng, qua đó cho phép mở rộng dài tần số làm việc của bộ thiết bị thu thập, khai thác năng lượng áp điện. Như được trình bày trên *Hình 4.7* tọa độ cực trị ( $a_{peak}; \Omega_S$ ) có bước nhảy giảm khi gia tăng

giá trị hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$  (Hình 4.7), các nhánh đường biểu diễn quan hệ biên độ - tần số có xu hướng nghiêng mạnh về phía phải đồ thị khi giảm giá trị hệ số liên kết cơ điện. Điều đó cho thấy, khả năng mở rộng dải tần số làm việc hệ cơ điện phi tuyến gần vùng cộng hưởng chính tốt hơn khi giá trị hệ số liên kết cơ điện nhỏ.

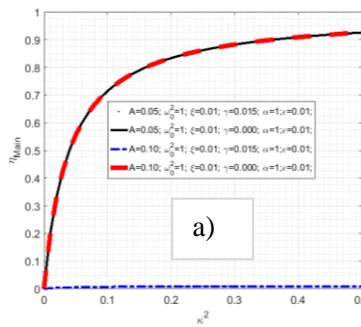


Hình 4.5. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.0; \gamma=0.15; \gamma=0.3; \gamma=0.5; \gamma=1;$



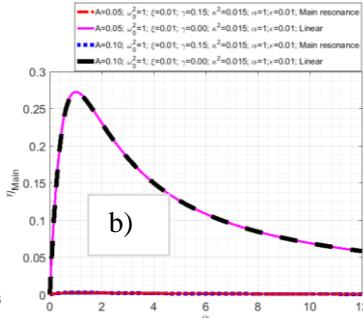
Hình 4.7. Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng cộng hưởng chính, khi thay đổi hệ số liên kết cơ

điện  $\kappa^2$



Hình 4.16. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng primary resonances, tính theo hệ số liên kết cơ điện  $\kappa^2$ , hằng số áp điện  $\alpha$  với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{\dot{z}_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$$

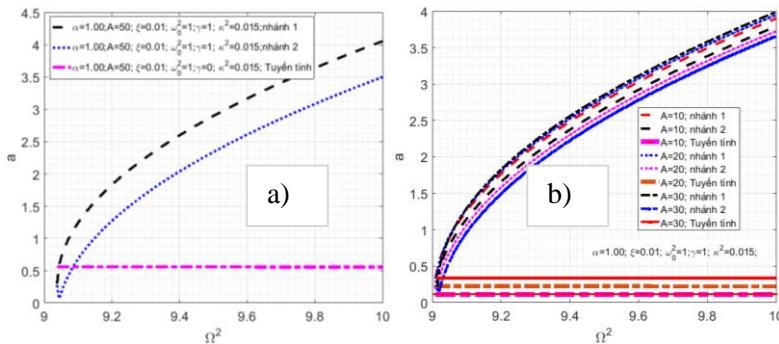


Như được biểu diễn trên *Hình 4. 16*, hiệu suất hệ cơ điện tuyến tính lớn hơn nhiều so với hệ cơ điện phi tuyến tương ứng khi cùng bộ tham số khảo sát đầu vào, bên cạnh đó hiệu suất là hàm tăng tuyến tính đối với hệ cơ điện phi tuyến. Cụ thể, với cùng giá trị biên độ kích động nền, các đường biểu diễn hiệu suất hệ tuyến tính là hàm tăng của hệ số liên kết cơ điện, tăng mạnh khi hệ số liên kết cơ điện nằm trong dải  $\kappa^2 \approx (0 - 0.1)$ ; sau đó tăng nhẹ với sự gia tăng của hệ số liên kết cơ điện (*Hình 4. 16. a*). Khảo sát ảnh hưởng của hệ số áp điện, đường biểu diễn là hàm tăng mạnh, đạt đỉnh khi  $\alpha \approx 1$  sau đó giảm dần tuyến tính (*Hình 4. 16. b*).

### 4.3. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa

Các tham số được Luận án lựa chọn khảo sát:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.01; \omega_0 = 1; \xi = (0.01; 0.02; 0.3); \gamma = (0.05; 0.5; 1); \\ \alpha &= (0.05; 0.5; 1); \kappa^2 = 0.015; A = (10; 20; 30; 50); \end{aligned} \quad (4.4)$$

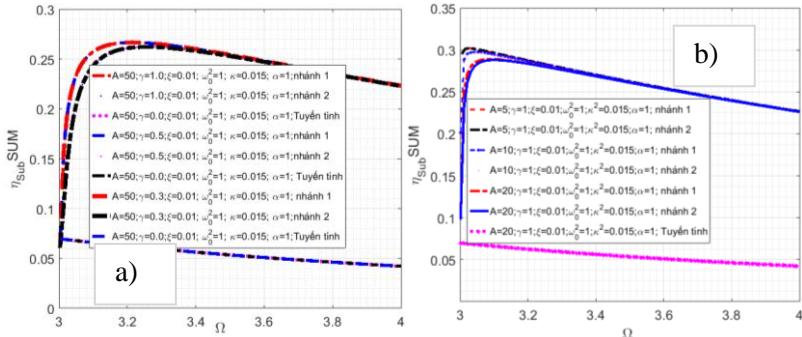


*Hình 4. 24.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyến tính với các giá trị biên độ kích động nền

$$a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$$

Kết quả khảo sát quan hệ đường cong biên độ - tần số của hệ cơ điện cho thấy, với cùng giá trị của biên độ kích động nền hai nhánh đường cong biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến đều nằm phía trên hệ tuyến tính khi biên độ kích động nền nhỏ khi biên độ kích động nền tăng lên (*Hình 4.24.b*) và (*Hình 4.24.a*) đường biểu diễn hệ tuyến tính cắt các nhánh của

hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing tại hai điểm (ứng với hai nhánh của đường cong hệ cơ điện phi tuyến), tại đó các đáp ứng biên độ - tần số hệ tuyến tính và phi tuyến là tương đồng.



*Hình 4.32. Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng sub-harmonic, tuyển tính theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{z_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$*

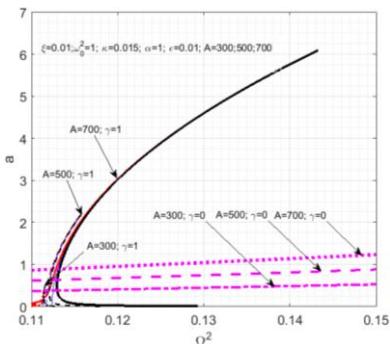
Hiệu suất hệ cơ điện được khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa, với hai nhánh của đường cong hiệu suất tương ứng với hai giá trị của biên độ - tần số và tuyển tính tương ứng, trình bày trên *Hình 4.32. a)* và *Hình 4.32. b)*. Đường cong biểu diễn hiệu suất hệ phi tuyến tồn tại đỉnh, đạt cực trị khi tần số kích động gần tần số gần cộng hưởng  $\Omega \approx (3.1 - 3.2)$ , sau điểm đạt cực trị hiệu suất hệ phi tuyến giảm tuyển tính tương tự dạng đường cong của hệ tuyến tính, tuy nhiên vẫn lớn hơn rất nhiều so với hệ tuyến tính tương ứng trong cả hai trường hợp với các giá trị hệ số phi tuyến lập phương và biên độ kích động khác nhau. Hiệu suất thu thập năng lượng hệ phi tuyến, trong hiệu ứng cộng hưởng thứ điều hòa giảm nhẹ khi giá trị biên độ kích động nền tăng lên.

#### **4.4. Phân tích, khảo sát ảnh hưởng của tham số hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing, dạng giếng đơn, chịu kích động nền điều hòa với mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa**

Các tham số Luận án lựa chọn khảo sát

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.01; \omega_0 = 1; \xi = (0.01; 0.1; 0.3); \gamma = (0.3; 0.5; 1); \\ \alpha &= (0.05; 0.5; 1); \kappa^2 = 0.015; A = (300; 500; 700); \end{aligned} \quad (4.5)$$

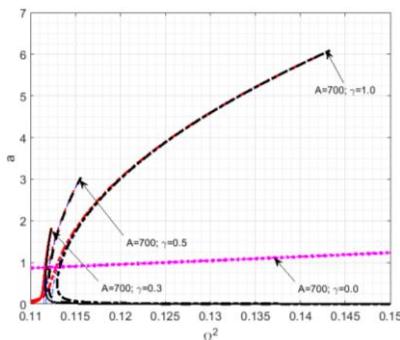
Như được thể hiện trên *Hình 4. 39* và *Hình 4. 40*, giá trị biên độ đỉnh của đáp ứng chuyển vị hệ cơ điện tiến hành khảo sát trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa tỷ lệ thuận với sự tăng giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương, đồng thời lớn hơn nhiều so với biên độ đáp ứng hệ tuyến tính tương ứng.



*Hình 4. 39.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi thay đổi biên độ kích động nền

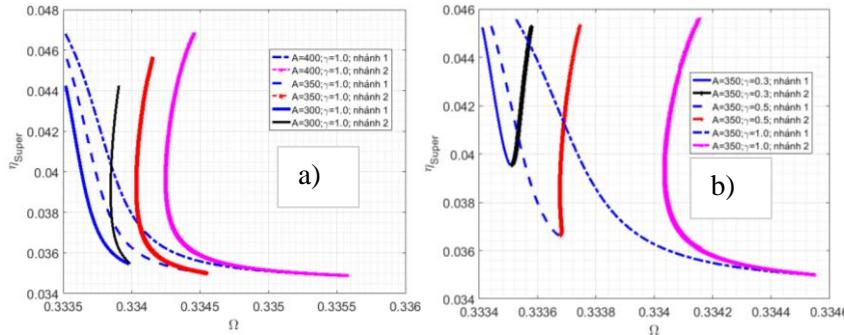
Khi giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương tăng lên các đường cong biểu diễn quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện phi tuyến có xu hướng nghiêng về phải của đồ thị, rõ ràng trong trường hợp này dải tần số làm việc hệ cơ điện phi tuyến được mở rộng trong hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa. Trong các trường hợp giá trị biên độ kích động nền và hệ số phi tuyến lập phương tăng điểm cực trị trên trục tần số  $\Omega^2$  nghiêng về phía phải đồ thị tọa độ  $Oa\Omega^2$  theo xu hướng nghiêng của các nhánh đường cong.

Hiệu suất thu thập năng lượng của hệ cơ điện có xu hướng giảm trong vùng lân cận của tần số hiệu ứng cộng hưởng siêu điều hòa với điểm cực tiểu tại biên độ đỉnh, tọa độ điểm cực tiểu của hiệu suất có xu hướng



*Hình 4. 40.* Quan hệ biên độ - tần số của hệ cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic và tuyến tính, khi hệ số phi tuyến thay đổi  $\gamma=0.3; \gamma=0.5; \gamma=1$ ;

dịch về phía trái của đồ thị, với bước nhảy tăng rõ rệt khi hệ số phi tuyến lập phương giảm, đồng thời dải tần số gần vùng cộng hưởng siêu điều hòa của hệ bị thu hẹp đáng kể (*Hình 4.50. a*) và *Hình 4.50. b*). Ảnh hưởng của biên độ kích động nên tới hiệu suất thu thập năng lượng tương tự như hệ số phi tuyến lập phương, tuy nhiên điểm giá trị cực tiểu của hiệu suất không có bước nhảy lớn và dịch chuyển rõ rệt về phía trái đồ thị.



*Hình 4.50.* Hiệu suất thu thập năng lượng hệ của cơ điện phi tuyến kiểu Duffing trong hiệu ứng super-harmonic theo tần số kích động  $\Omega$  với các giá trị biên độ kích động nền  $a_{\dot{z}_{peak}} = \varepsilon A \Omega^2$  và hệ số phi tuyến  $\gamma$

#### Kết luận chương 4

Kết quả khảo sát chỉ ra, các đường cong biểu diễn quan hệ biên độ - tần số hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng cao hơn so với hệ tuyến tính tương ứng, đặc biệt dải tần số gần vùng lân cận các hiệu ứng cộng hưởng của hệ cơ điện phi tuyến rộng hơn hệ tuyến tính tương ứng; Hiệu suất hệ cơ điện thu thập năng lượng luận án nghiên cứu lớn hơn trong vùng lân cận cộng hưởng thứ điều hòa nhưng nhỏ hơn trong vùng lân cận cộng hưởng siêu điều hòa và cộng hưởng chính so với hệ tuyến tính tương ứng. Tuy nhiên, công suất cơ học đầu vào, đầu ra, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng hệ cơ điện luận án nghiên cứu trong các hiệu ứng cộng hưởng lớn hơn hệ tuyến tính;

## KẾT LUẬN

- 1) Luận án đã thiết lập hệ phương trình vi phân phi tuyến cho bộ thiết bị thu thập năng lượng dưới dạng dao động phi tuyến kiểu Duffing của dầm công xôn có hai lớp áp điện trên và dưới, chịu kích động nền điều hòa;
- 2) Luận án đã mô hình hóa bộ thiết bị, phát triển và kiểm tra độ tin cậy khi áp dụng phương pháp trung bình cho hệ thu thập năng lượng áp điện phi tuyến. Mục tiêu là thiết lập và xác định các biểu thức giải tích dạng hiển biểu diễn quan hệ biên độ và tần số, độ dịch chuyển, điện áp và hiệu suất thu thập năng lượng trong hiệu ứng cộng hưởng chính, thứ cấp và tuyến tính tương ứng. Kết quả này đạt được khi sử dụng mô hình khối lượng tập trung một bậc tự do, chịu kích động nền điều hòa;
- 3) Luận án đã phân tích, khảo sát, đánh giá ảnh hưởng của các tham số cơ hệ tới các đáp ứng chuyển vị, điện áp, năng lượng cơ học đầu vào, năng lượng điện hữu ích tiềm năng đầu ra, hiệu suất thu thập năng lượng trong các hiệu ứng cộng hưởng phi tuyến, từ đó đưa ra các kết luận đánh giá hữu ích;

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

- [1] Anh, N. D., Linh, N. N., **Van Manh, N.**, Tuan, V. A., Van Kuu, N., Nguyen, A. T., & Elishakoff, I. (2020). *Efficiency of mono-stable piezoelectric Duffing energy harvester in the secondary resonances by averaging method. Part 1: Sub-harmonic resonance*. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 126, November 2020, 103537, <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103537>. (ISI)
- [2] Linh, N. N., Nguyen, A. T., **Van Manh, N.**, Tuan, V. A., Van Kuu, N., Anh, N. D., & Elishakoff, I. (2021). *Efficiency of mono-stable piezoelectric Duffing energy harvester in the secondary resonances by averaging method, Part 2: Super-harmonic resonance*. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 137, December 2021, 103817, 31/08/2022, <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103817>. (ISI)
- [3] Nguyen Ngoc Linh, **Nguyen Van Manh**, Vu Anh Tuan, *Analysis of main resonance for a nonlinear piezoelectric energy harvester by averaging method*, Tạp chí cơ khí Việt Nam, số đặc biệt, 10/2020, Trang 434-439.
- [4] Nguyen Ngoc Linh, Nguyen Dong Anh, **Nguyen Van Manh**, *Mô hình khối lượng tập trung của bộ thu thập năng lượng có kết cấu dầm công xôn với hai lớp áp điện phi tuyến*. Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 2-3/12/2022, tập II. ISBN 978-604-357-085-4, trang 127-136.
- [5] **Nguyen Van Manh**, Nguyen Dong Anh, Nguyen Ngoc Linh, *Hiệu suất của bộ thu thập năng lượng áp điện lên hệ phi tuyến kiểu Duffing – Trường hợp công hưởng chính*. Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 2-3/12/2022, tập II. ISBN 978-604-357-085-4, trang 73-83.