

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

-----



VŨ HÒA BÌNH

HIỆN TƯỢNG LUẬN CỦA PHẦN VÔ HƯỚNG  
TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI HẠT TỬA AXION

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

HÀ NỘI - 2023

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

VŨ HÒA BÌNH

**HIỆN TƯỢNG LUẬN CỦA PHẦN VÔ HƯỚNG  
TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 VỚI HẠT TỬA AXION**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

Mã số: 9 44 01 03

Xác nhận của Học viện  
Khoa học và Công nghệ

Người hướng dẫn 1  
(Ký, ghi rõ họ tên)

Người hướng dẫn 2  
(Ký, ghi rõ họ tên)



*Hương*

*Long*

PGS. TS. Đỗ Thị Hương GS. TS. Hoàng Ngọc Long

Hà Nội - 2023

## LỜI CAM ĐOAN

Tôi hoàn thành luận án tiến sĩ dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Đỗ Thị Hương và GS.TS. Hoàng Ngọc Long và cam đoan những điều sau:

- Tôi đã tham gia nghiên cứu cùng các đồng tác giả để có các kết quả nghiên cứu được công bố trên tạp chí thuộc danh mục ISI trước khi các kết quả này được trình bày trong luận án của tôi.
- Nội dung chương 1 là những trình bày tổng quan về các vấn đề cơ sở có liên quan đến nội dung của luận án.
- Nội dung của chương 2 và chương 3 là các kết quả mà tôi nghiên cứu cùng với PGS. TS. Đỗ Thị Hương, GS.TS. Hoàng Ngọc Long, TS. Đinh Thanh Bình, GS. TS. Đặng Văn Soa và GS. TS. A. E. Cárcamo Hernández.

Các kết quả trình bày trong luận án "Hiện tượng luận của phần vô hướng trong mô hình 3-3-1 với hạt tựa axion" là hoàn toàn mới và không trùng lặp với các công bố trước đây.

Tác giả luận án



Vũ Hòa Bình

## LỜI CẢM ƠN

Người đầu tiên tôi muốn được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc của tôi là GS. TS. Hoàng Ngọc Long - người đã đưa tôi đến với vật lý hạt cơ bản và dẫn dắt tôi trên con đường nghiên cứu khoa học. Thầy là người nghiêm túc trong công việc, thân thiện trong cuộc sống và yêu thương học trò bằng cách động viên và chia sẻ khó khăn với học trò.

Tôi xin cảm ơn PGS. TS. Đỗ Thị Hương đã tham gia hướng dẫn tôi hoàn thành luận án.

Tôi xin cảm ơn tất cả các thầy, cô và anh, chị, em trong Trung tâm Vật lý lý thuyết, Viện Vật lý, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã giúp đỡ, động viên, tạo điều kiện và hỗ trợ cho tôi được bổ sung những kiến thức cơ bản cũng như kiến thức chuyên ngành trong suốt quá trình tôi làm nghiên cứu sinh.

Tôi đồng thời muốn cảm ơn GS. TS Đặng Văn Soa, PGS. TS. Võ Văn Viên, TS. Lê Thọ Huệ, TS. Đinh Thanh Bình và một số đồng nghiệp đã cộng tác làm việc và đồng ý cho tôi được sử dụng công bố có chứa các kết quả liên quan đến nội dung luận án.

Tôi cũng xin cảm ơn TS Nguyễn Tuấn Duy, NCS Phạm Ngọc Thư, TS Nguyễn Thị Thắm đã cùng tôi học tập, trao đổi kiến thức và giúp đỡ lẫn nhau để cùng nhau tiến bộ.

Đặc biệt, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới GS. TS A. E. Cárcamo Hernández, người đã dành nhiều thời gian để giảng giải nhiều kiến thức chuyên môn cũng như chia sẻ nhiều vấn đề trong cuộc sống giúp tôi tự tin hơn để bước tiếp trên con đường nghiên cứu khoa học.

Tôi xin cảm ơn GS.TS. Phùng Văn Đồng, PGS.TS. Phan Hồng Liên, TS. Dương Văn Lợi, TS. Đinh Nguyên Dinh, TS. Lê Như Thục, TS. Đào Thị Nhung và TS. Nguyễn Huy Thảo đã có những trao đổi và góp ý quý báu để

tôi hoàn thiện luận án.

Tôi xin được gửi lời cảm ơn tới ban lãnh đạo và cán bộ Khoa Vật lý, Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã giúp tôi hoàn thành mọi thủ tục hành chính học tập của tôi.

Cuối cùng, tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới gia đình của tôi vì đã dành mọi điều tốt đẹp nhất cho tôi.

*Thành kính dành tặng bố Uyên, bác Ông và cô Vân.  
Dành tặng mẹ Thoi, anh Lâm cùng chồng và các con.*

## MỤC LỤC

Lời cam đoan .....	i
Lời cảm ơn .....	ii
Mục lục .....	vii
Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt .....	viii
Danh mục các bảng .....	xi
Danh mục các hình vẽ, đồ thị .....	xiii
Mở đầu .....	1
<b>Chương 1. Tổng quan .....</b>	<b>8</b>
<b>1.1. SM và một số hiện tượng luận của phần vô hướng trong SM</b>	<b>8</b>
1.1.1. Ý tưởng xây dựng SM .....	8
1.1.2. Dao động meson trong SM .....	12
1.1.3. Kênh rã Higgs thành hai fermion trong SM .....	14
1.1.4. Một số kênh rã hiếm của quark <i>top</i> trong SM .....	16
<b>1.2. Vi phạm <math>CP</math> trong tương tác mạnh .....</b>	<b>17</b>
<b>1.3. Mô hình <math>3 - 3 - 1</math> .....</b>	<b>21</b>
1.3.1. Mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm\sqrt{3}$ .....	22
1.3.2. Mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ .....	23
<b>1.4. Kết luận chương 1 .....</b>	<b>26</b>
<b>Chương 2. Phần vô hướng của mô hình <math>3 - 3 - 1</math> với hạt tựa axion</b>	<b>28</b>
<b>2.1. Cách sắp xếp hạt trong mô hình ALP331 .....</b>	<b>29</b>

2.2. Lý do đưa nhóm đối xứng gián đoạn $Z_{11} \otimes Z_2$ vào mô hình $\nu_{331}$ và sự xuất hiện đối xứng PQ trong mô hình A331	31
2.3. Các boson chuẩn	37
2.4. Thế Higgs	40
2.5. Phần vô hướng mang điện	41
2.6. ALP trong mô hình ALP331	43
2.7. Phần vô hướng $CP$ chẵn	50
2.8. Chạy số cho phần vô hướng và các hệ quả	58
2.9. Tương tác Yukawa và sự bảo toàn vị cho tương tác của SMLHB	61
2.10. Kết luận chương 2	67
<b>Chương 3. Hiện tượng luận của mô hình ALP331</b>	<b>68</b>
3.1. Một số kênh rare hiếm của quark $top$ gây ra bởi FCNC	69
3.1.1. Kênh rare hiếm của quark $top$ $t \rightarrow ch$ và $t \rightarrow uh$ gây ra bởi FCNC	69
3.1.2. Kênh rare hiếm của quark $top$ $t \rightarrow c\gamma$ và $t \rightarrow u\gamma$ gây ra bởi FCNC	71
3.2. Một số kênh rare của SMLHB $h$ thành hai fermion	74
3.2.1. SMLHB rare thành hai quark loại $d$ : $h \rightarrow \bar{b}b$	74
3.2.2. SMLHB rare thành hai lepton mang điện $h \rightarrow \bar{l}l$	75
3.3. Dao động meson	78
3.4. Tương tác của SMLHB $h$ với các hạt giả vô hướng trong phần vô hướng trung hòa $CP$ lẻ	84
3.5. Kết luận chương 3	87
Kết luận	88
Những đóng góp mới của luận án	90
Danh mục các công trình đã công bố	91
Tài liệu tham khảo	92
<b>Chương A. Mô hình chuẩn (SM)</b>	<b>104</b>
A.1. Sự sắp xếp các hạt trong SM	104
A.2. Lagrangian toàn phần của SM	105
A.3. Phá vỡ đối xứng tự phát trong SM	106
A.4. Phổ khối lượng của các hạt fermion trong SM	109

A.5. VEV được chọn để phá vỡ đối xứng tự phát trong SM	110
A.6. Tương tác giữa các boson chuẩn với các fermion trong SM .	111
Chương B. Vi phạm $CP$ .....	113
B.1. Đối xứng liên hợp điện tích $C$ .....	113
B.2. Phép nghịch đảo không gian $P$ .....	117
B.3. Phép đảo ngược thời gian $T$ .....	120
B.4. Đối xứng $CP$ .....	120
Chương C. Vi phạm $CP$ trong tương tác mạnh .....	125
Chương D. Cơ chế cầu bập bênh .....	127

## DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Viết tắt	Tên tiếng Anh/Pháp	Tên tiếng Việt
A331	The 3-3-1 model with axion	Mô hình 3-3-1 với axion
ALP	Axion Like Particle	Hạt tựa axion
ALP331	The 3-3-1 model with axion like particle	Mô hình 3-3-1 với hạt tựa axion
ATLAS	A Toroidal LHC ApparatuS	Máy va chạm hadron lớn có thiết bị hình vòng xuyên
BSM	Beyond Standard Model	Mô hình chuẩn mở rộng
C	Charge conjugation	Đối xứng liên hợp điện tích
CERN	Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire	Trung tâm nghiên cứu hạt nhân Châu Âu
CDM	Cold Dark Matter	Vật chất tối lạnh
CDF	Collider Detector Facility	Máy phát hiện va chạm
CKM	Cabibbo-Kobayashi-Maskawa	
CMS	Compact Muon Solenoid	Ống solenoid chứa muon
CP	Charge conjugation and Parity	Đối xứng liên hợp điện tích và chẵn - lẻ
DFSZ	Dine - Fischler - Srednicki - Zhitnitski	
DM	Dark Matter	Vật chất tối
DE	Dark Energy	Năng lượng tối
EDM	Electric Dipole Moment	Mô-men lưỡng cực điện
EW	ElectroWeak	Điện-yếu
E331	Economical 3-3-1 model	Mô hình 3-3-1 tiết kiệm

FCNC	Flavour Changing Neutral Current	Dòng trung hòa thay đổi vị
GWS	Glashow - Weinberg - Salam	
KSVZ	Kim - Shifman - Vainstein - Zakharov	
LHC	Large Hadron Collider	Máy va chạm hadron lớn
LHCb	Large Hadron Collider beauty	Máy va chạm hadron lớn tìm kiếm sự khác biệt rất nhỏ giữa vật chất và phản vật chất thông qua quark "beauty"
MACHO	Massive Compact Halo Object	Vật thể có khối lượng và có quang sáng cuộn quanh
MSSM	Minimal SuperSymmetric Standard Model	Mô hình siêu đối xứng cực tiểu của mô hình chuẩn
M331	Minimal 3-3-1 Model	Mô hình 3-3-1 tối thiểu
NP	New Physics	Vật lý mới
PQ	Peccei - Quinn	Đối xứng Peccei - Quinn
PQWW	Peccei - Quinn - Weinberg - Wilczek	
QCD	Quantum ChromoDynamics	Sắc động học lượng tử
RM331	Reduced Minimal 3-3-1 model	Mô hình 3-3-1 rút gọn tối thiểu
SCPp	Strong $CP$ problem	Vấn đề $CP$ mạnh
SM	Standard Model	Mô hình chuẩn
SMLHB	Standard Model Like Higgs Boson	Boson có tính chất tựa boson Higgs trong mô hình chuẩn
SSB	Spontaneous Symmetry Breaking	Phá vỡ đối xứng tự phát
SUSY	SUperSYmmetry	Siêu đối xứng
S331	Simple 3-3-1 model	Mô hình 3-3-1 đơn giản
T	Time Reversal	Đảo ngược thời gian
VEV	Vacuum Expectation Value	Giá trị trung bình chân không
2HDM	Two Higgs Doublet Model	Mô hình hai lưỡng tuyến Higgs

$\nu 331$	The 3-3-1 model with right-handed neutrino	Mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải
-----------	--	--

## DANH MỤC BẢNG

2.1	Giá trị các tích của các hạt trong mô hình ALP331 dưới qui luật biến đổi của nhóm $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times Z_{11} \times Z_2$ với $a = \alpha, 3$ và $\alpha = 1, 2$ . . . . .	35
2.2	Tích PQ của các fermion trong mô hình ALP331. . . . .	37

## DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

1.1	Giản đồ hộp mô tả quá trình dao động $K^0 - \bar{K}^0$ từ các tương tác của dòng mang điện trong SM. . . . .	13
1.2	Giản đồ hộp mô tả quá trình dao động $B_s - \bar{B}_s$ từ các tương tác của dòng mang điện trong SM. [61] . . . . .	13
1.3	Giản đồ hộp mô tả quá trình dao động $B_d - \bar{B}_d$ từ các tương tác của dòng mang điện trong SM. [61] . . . . .	13
1.4	Giản đồ Feynman của quá trình rã Higgs thành hai fermion ở bậc cây. . . . .	15
3.1	Tương quan giữa góc trộn $\alpha_2$ và $Br_{(t \rightarrow hu, t \rightarrow hc)}$ . . . . .	71
3.2	Giản đồ Feynman một vòng với boson Higgs trung hòa là đường trong đóng góp vào kênh rã $t \rightarrow c\gamma$ gây ra bởi FCNC. . . . .	72
3.3	Giản đồ Feynman một vòng với boson Higgs mang điện đơn là đường trong cho đóng góp vào kênh rã $t \rightarrow c\gamma$ . . . . .	72
3.4	Tương quan giữa góc trộn $\alpha$ và $\alpha_2$ khi khảo sát quá trình rã $h \rightarrow \bar{b}b$ .75	75
3.5	Tương quan giữa các tham số $a_{h\tau\tau}$ và $a_{h\mu\mu}$ . . . . .	77
3.6	Tương quan giữa các góc trộn $\alpha_2$ và $\alpha$ trong hai trường hợp $h \rightarrow \mu\mu$ , $h \rightarrow \tau\tau$ . . . . .	77
3.7	Mối tương quan giữa sự tách khối lượng của meson $\Delta m_K$ với khối lượng của trường vô hướng nhẹ mới $m_{h_5}$ . . . . .	82
3.8	Mối tương quan giữa các phân tách khối lượng của meson $\Delta m_{B_d}$ và $\Delta m_{B_s}$ . . . . .	82
3.9	Vùng giới hạn phù hợp với các ràng buộc của sự tách khối lượng của các meson $\Delta m_K$ , $\Delta m_{B_d}$ và $\Delta m_{B_s}$ trong mặt phẳng $m_{A_5} - m_{h_5}$ .83	83

D.1	Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh loại I. . . . .	128
D.2	Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh loại II. . . . .	130
D.3	Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh loại III. . . . .	131
D.4	Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh đảo. . . . .	131
D.5	Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh tuyến tính. . . . .	132

# MỞ ĐẦU

## Lý do chọn đề tài

Với hiểu biết về tương tác và hạt cơ bản trong tự nhiên, lý thuyết nhóm đã được các nhà vật lý sử dụng để mô tả mối liên hệ giữa các tương tác và các hạt cơ bản này. Đến nay, mô hình chuẩn (SM) được đánh giá là lý thuyết thành công nhất khi sử dụng nhóm  $SU(3)_C$  mô tả tương tác mạnh giữa gluon với các quark màu và nhóm đối xứng  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  mô tả tương tác điện - yếu. Sự tồn tại của quark  $c$  (charm),  $b$  (bottom),  $t$  (top) cũng như sự tồn tại của các boson  $Z$ ,  $W$  và đặc biệt là sự tồn tại của hạt Higgs với khối lượng cỡ 125 GeV [1] đã được SM dự đoán và thực nghiệm kiểm chứng với độ tin cậy rất cao. Mặc dù đã giải thích được gần như toàn bộ các kết quả thực nghiệm về thế giới vi mô, SM vẫn không thể giải thích được nhiều kết quả thực nghiệm mới. Những tín hiệu và dữ liệu nằm ngoài SM như vậy được coi là những tín hiệu của vật lý mới (NP). Tiêu biểu là các kết quả thực nghiệm xác định sự dao động của neutrino [2–4] và kết quả thực nghiệm phân tích bức xạ nền vũ trụ [5, 6]. Trong SM, neutrino không có khối lượng. Điều này hoàn toàn khác với các kết quả thực nghiệm cho thấy có sự trộn neutrino và neutrino phải có khối lượng. Mặt khác, bản thân SM không có ứng cử viên cho vật chất tối (DM) và năng lượng tối (DE). Kết luận này cũng trái với kết quả phân tích phổ bức xạ nền Vũ trụ. Thực nghiệm cho thấy có sự tồn tại của một lượng rất lớn vật chất trong Vũ trụ là DM và DE [7]. Song song với sự phát triển của công nghệ, nhiều phòng thí nghiệm lớn về hạt cơ bản đã được nâng cấp để tăng độ chính xác cho các phép đo. Do đó, các kết quả đã được khẳng định của SM sẽ đáng tin cậy hơn, và độ tin cậy của các tín hiệu NP cũng được tăng lên đáng kể. Nhiều kết quả thực nghiệm có sự sai lệch so với kết quả tính toán của SM như các tham số hiệu bình phương khối

lượng của các mesons ( $\Delta m_K, \Delta m_{B_d}, \Delta m_{B_s}, \dots$ ), tỉ số rẽ nhánh của hạt boson Higgs [8, 9, 11–14],... Sai số của các sai lệch này chưa đủ lớn để được coi là NP nhưng lại tạo động lực và niềm tin cho các nhà khoa học nghiên cứu về các mô hình chuẩn mở rộng (BSM).

Ngoài những kết quả thực nghiệm mới không thể giải thích được thì bản thân SM vẫn còn những vấn đề cần được giải quyết như: sự bất đối xứng vật chất - phản vật chất [10], số thế hệ fermion, sự phân bậc khối lượng của các fermion, sự lượng tử hóa điện tích [7], hay vấn đề  $CP$  mạnh (SCPp) [15], vv...

Với nhiều vấn đề cần giải quyết như vậy, việc mở rộng SM là nhu cầu hoàn toàn cần thiết. SM có thể được mở rộng bằng cách mở rộng nhóm đối xứng hoặc mở rộng phổ hạt hoặc kết hợp cả hai cách trên. Việc mở rộng đối xứng có thể thực hiện bằng cách mở rộng đối xứng ngoài (mở rộng siêu không gian (lý thuyết siêu đối xứng (SUSY)), mở rộng số chiều không gian), hoặc mở rộng nhóm đối xứng trong - nhóm đối xứng chuẩn. Một số phiên bản mở rộng SM bằng cách mở rộng phổ hạt như mô hình Zee, mô hình Zee-Babu [16], SM với hai lưỡng tuyến Higgs [17],... Bên cạnh đó, một số phiên bản mở rộng SM bằng cách kết hợp giữa cách mở rộng phổ hạt với mở rộng đối xứng đòi hỏi BSM chứa đựng các đối xứng mới như đối xứng gián đoạn  $Z_2, Z_N, A_N, S_N$  để chặn những tương tác không mong muốn [17]. Mô hình có thể kể đến như mô hình Affleck - Dine [18], mô hình Kim - Shifman - Vainstein - Zakharov (KSVZ) [19], mô hình Dine - Fischler - Srednicki - Zhitnitski (DFSZ) [20], mô hình Peccei - Quinn - Weinberg - Wilczek (PQWW) [21, 22]. Theo hướng mở rộng đối xứng ngoài, chúng ta không thể bỏ qua mô hình Randall-Sundrum [23, 24]. Theo hướng mở rộng siêu không gian thì phiên bản siêu đối xứng cực tiểu mô hình chuẩn (MSSM) [25] được đông đảo cộng đồng khoa học (kể cả lý thuyết và thực nghiệm) quan tâm, vv... Bên cạnh đó, việc mở rộng SM bằng cách mở rộng nhóm đối xứng trong cũng rất thú vị vì vừa giải quyết được các vấn đề hiện tại của vật lý hạt vừa chứa đựng lời giải cho sự thống nhất ba loại tương tác (mạnh, yếu và điện từ). Các nhóm đối xứng đơn ( $SU(5), SU(10), E(6), E(8), \dots$ ), mà đại số Lie của nó chứa đựng đại số Lie của nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , đã được sử dụng để mở rộng SM. Bản thân lý thuyết điện - yếu không chứa đựng những thông tin về khối lượng nhỏ và sự trộn lẫn của neutrino, vấn đề DM, DE, cũng như các vấn đề vật lý khác nên việc mở rộng nhóm đối xứng  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  cần được chú ý. Một trong những cách mở rộng phần điện - yếu là mở rộng đối xứng

$SU(2)_L \times U(1)_Y$  thành  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$  là mô hình đối xứng trái - phải [26–30]. Ta cũng có thể mở rộng nhóm đối xứng  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  của SM bằng nhóm  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  [31–37]. Các phiên bản mở rộng theo cách này được gọi tắt là mô hình 3 - 3 - 1 [31–37].

Hiện tại, chưa có mô hình nào có thể khắc phục được toàn bộ các nhược điểm của SM. Hướng nghiên cứu lớp các mô hình 3-3-1 đã có những ưu điểm như giải thích được vấn đề về số thế hệ fermion, sự nặng bất thường của quark *top*, vấn đề khối lượng rất nhỏ của neutrino, vấn đề vi phạm *CP* trong tương tác mạnh (do đối xứng *PQ* tự động thỏa mãn) [38,39] ... nên cần được quan tâm cải tiến. Mặt khác, mô hình 3-3-1 có thể chứa hạt tựa axion (ALP) [40] tương tác vô cùng yếu với vật chất thông thường nên có thể là ứng cử viên cho DM.

BSM dựa trên việc mở rộng nhóm đối xứng điện - yếu thành nhóm  $SU(3)_L \times U(1)_X$  luôn gắn liền với việc mở rộng phổ hạt của SM (phổ hạt mới chứa cả ba loại trường mới: trường fermion, trường vector và trường vô hướng). Việc mở rộng này cho phép các hạt và các tương tác mới xuất hiện. Cụ thể, mô hình 3-3-1 phải chứa ít nhất hai tam tuyến Higgs. So với SM, thế Higgs của mô hình 3-3-1 phức tạp hơn, chứa nhiều tham số và làm giảm tính tiên đoán của mô hình. Việc nghiên cứu phần vô hướng trong mô hình 3-3-1 để đồng nhất được hạt Higgs có tính chất giống Higgs trong SM (SMLHB) và các tương tác của nó là một trong các nhiệm vụ cần thiết khi nghiên cứu mô hình 3-3-1. Giai đoạn lạm phát trong Vũ trụ sớm đòi hỏi sự xuất hiện của hạt Higgs rất nặng  $\sim 10^{12}$  GeV [41–44]. Gần đây, khi các phép phân tích kết quả thực nghiệm tại LHC cho thấy có thể có sự tồn tại của các hạt Higgs với khối lượng 96 GeV [45–48] hoặc 150 GeV. Chính vì vậy, sự đa dạng trong phần vô hướng của mô hình 3-3-1 trở thành lợi thế để xem xét các vấn đề nêu trên.

Vật lý lý thuyết không thể tách rời thực nghiệm vì các kết quả thực nghiệm là cơ sở để hiệu chỉnh các mô hình lý thuyết. Điều này dẫn đến tồn tại nhiều phiên bản của mô hình 3-3-1, ví dụ như như mô hình 3-3-1 đơn giản (S331) [49,50], và mô hình 3-3-1 tiết kiệm (E331) [51–55], vv... Một số phiên bản của mô hình 3-3-1 cho thấy sự tồn tại tự nhiên của một đối xứng toàn cục, được đồng nhất là đối xứng *PQ*. Phiên bản mô hình 3-3-1 với đối xứng  $Z_{11} \otimes Z_2$  (A331) cho phép giải quyết SCPp đã được nghiên cứu cách đây 20 năm [41,42]. Trong phiên bản này, các tác giả đã dự đoán sự tồn tại của DM axion. Gần đây, nhóm thực nghiệm tại phòng thí nghiệm Xenon 1T đã thông

báo kết quả mới [56, 57]. Theo các báo cáo này, kết quả thực nghiệm có thể là tín hiệu của ứng cử viên DM nhẹ với khối lượng cỡ keV. Kết quả này đã làm cho các mô hình tiên đoán về DM axion trở lên có ý nghĩa hơn vì tín hiệu thu được từ thí nghiệm Xenon1T với độ tin cậy cỡ  $3.5\sigma$  rất có thể là tín hiệu của hạt DM axion. Chính vì vậy, nhóm nghiên cứu đã quyết định quay lại tìm hiểu về mô hình A331 và nghiên cứu các tính chất của hạt vô hướng trong mô hình. Chú ý rằng mặc dù mô hình A331 đã được nghiên cứu trong hai thập kỉ [41, 42] nhưng các công trình này chưa được hoàn thiện do các kết quả chéo hóa phần vô hướng  $CP$  lẻ không chính xác, ma trận trộn khối lượng trong phần vô hướng  $CP$  chẵn còn thiếu một số đóng góp. Những thiếu sót này dẫn việc các công trình [41, 42] đưa ra trạng thái vật lý của các hạt trong mô hình là chưa chính xác nên một số kết luận trong mô hình A331 cần xem xét lại. Khối lượng của các hạt trong phần vô hướng  $CP$  chẵn chưa được xác định nên không thể chỉ ra hạt vô hướng nào có thể đồng nhất với hạt Higgs trong SM (SMLHB). Việc chưa thể chéo hóa các ma trận trộn khối lượng của phần vô hướng để chỉ ra trạng thái vật lý và khối lượng tương ứng của các hạt trong mô hình đã hạn chế các nghiên cứu về hiện tượng luận của mô hình. Sau khi hiệu chỉnh lại các kết quả nghiên cứu trong phần vô hướng của mô hình A331, các kết quả cho thấy: hạt giả vô hướng trong phiên bản này có hầu hết các tính chất giống hạt axion  $QCD$  nhưng lại có tương tác Yukawa với hạt vật chất thông thường. Đây là tính chất hoàn toàn khác biệt với hạt axion  $QCD$  vì axion  $QCD$  không có tương tác Yukawa với vật chất thông thường. Chính vì vậy, hạt giả vô hướng xuất hiện trong phần vô hướng  $CP$  lẻ nên được gọi là hạt tựa axion (ALP). Và phiên bản này của mô hình 3-3-1 nên đổi tên thành mô hình 3-3-1 với hạt tựa axion (ALP331). Phiên bản ALP331 này đã được tôi và cộng sự nghiên cứu để bổ sung cho những thiếu sót và khắc phục các hạn chế vừa nêu. Kết quả nghiên cứu của chúng tôi được công bố trong công trình [40].

Cụ thể, sự cần thiết phải đưa vào đối xứng gián đoạn  $Z_{11} \otimes Z_2$  vào mô hình  $\nu 331$  đã được trình bày chi tiết. Tích  $Z_2$  trong mô hình A331 [41, 42] cần phải hiệu chỉnh phù hợp với kết quả thực nghiệm. Trên cơ sở đó, phần vô hướng và các hiện tượng luận của phần vô hướng trong mô hình ALP331 đã được nghiên cứu hoàn chỉnh. Các trạng thái vật lý và khối lượng tương ứng của các hạt vô hướng trung hoà, các hạt vô hướng mang điện và các hạt giả vô hướng được xác định bằng các tính toán đáng tin cậy. Trạng thái vật lý

của các trường chuẩn cũng được xác định. Từ đó, cường độ tương tác của hạt Higgs với các trường chuẩn và của hạt Higgs với các trường vật chất (quark và lepton) cũng được chỉ rõ. Một số hạt và tương tác của các hạt trong mô hình ALP331 đã được đồng nhất với các hạt và tương tác của các hạt trong SM. Một số dự đoán các hiệu ứng vật lý gắn liền với sự tồn tại của các hạt mới cũng được đề xuất. Nhiều đóng góp của NP vào các quá trình đã biết đã được xem xét như: sự dao động của các meson, các kênh rare của quark *top*, kênh rare của các boson Higgs nhẹ mới ( $h_5$ ) và SMLHB ( $h$ ) gây ra bởi FCNCs. Từ đó, giới hạn cho một vài tham số trong mô hình ALP331 được xác định sao cho phù hợp với dữ liệu thu được từ thực nghiệm. Với các lý do trên, đề tài "*Hiện tượng luận của phần vô hướng trong mô hình 3-3-1 với hạt tựa axion*" đã được lựa chọn để nghiên cứu.

### Mục đích nghiên cứu

- Chỉ ra lý do đưa đối xứng gián đoạn  $Z_{11} \otimes Z_2$  vào mô hình ALP331 và sự xuất hiện đối xứng  $PQ$  một cách tự nhiên.
- Khảo sát chi tiết phần vô hướng của mô hình ALP331 nhằm xác định trạng thái vật lý và khối lượng của các hạt trong mô hình. Từ đó đồng nhất một số hạt và các tương tác của mô hình ALP331 với các hạt và tương tác của SM.
- Dự đoán sự tồn tại của các hạt mới như hạt ALP, hạt giả vô hướng có khối lượng nhẹ, hạt boson Higgs mới có khối lượng trong thang EW, hạt Higgs có khối lượng rất nặng cỡ  $10^{11}$  GeV có thể đóng vai trò lạm phát vũ trụ và một số tương tác của các hạt mới này.
- Khảo sát sự đóng góp của vật lý mới vào các quá trình đã biết như dao động meson, một số kênh rare của quark *top* và một số kênh rare của SMLHB.
- Xác định vùng giá trị thích hợp cho một số tham số như các góc trộn khối lượng, giá trị khối lượng của trường Higgs nhẹ trong thang EW và giá trị khối lượng của trường giả vô hướng trong phần  $CP$  lẻ cùng một số hằng số tương tác trong mô hình sao cho phù hợp với dữ liệu thu được từ thực nghiệm.

## Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Ma trận trộn khối lượng trong phần vô hướng mang điện, phần vô hướng trung hòa và tương tác Yukawa cùng một vài tham số trộn trong mô hình ALP331.
- Dao động meson, một số kênh rã của SMLHB  $h$ , boson Higgs mới nhẹ  $h_5$  và các kênh rã của quark  $top$  thông qua dòng trung hòa thay đổi vị (FCNC) trong ALP331.

## Nội dung nghiên cứu

- Nghiên cứu mô hình ALP331 để xác định chính xác trạng thái vật lý và khối lượng của các hạt trong mô hình như các hạt ALP, hạt giả vô hướng có khối lượng trong thang EW, hạt SMLHB cùng các hạt Higgs mới trong đó có một hạt cũng có khối lượng trong thang EW và một hạt có khối lượng rất lớn và có thể đóng vai trò lạm phát trong Vũ trụ sớm.
- Khảo sát sự đóng góp của vật lý mới đối với dao động meson, các kênh rã của SMLHB, hạt Higgs mới nhẹ và quark  $top$  thông qua FCNC. Từ đó tìm điều kiện ràng buộc cho một số tham số trong mô hình sao cho phù hợp với dữ liệu thu được từ thực nghiệm.

## Phương pháp nghiên cứu

- Lý thuyết trường lượng tử, lý thuyết trường tương tác và các quy tắc Feynman, giản đồ Feynman được sử dụng khi tính toán các tương tác của các hạt trong mô hình.
- Lý thuyết nhóm, cụ thể là các nhóm Lie và nhóm gián đoạn được sử dụng để phân tích cấu trúc hạt của mô hình và xác định những tương tác có thể xuất hiện trong mô hình.
- Phần mềm Mathematica được sử dụng để tính số, tính các tích phân vòng, chéo hóa các ma trận và vẽ đồ thị.

## Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận chung và phụ lục, nội dung chính của luận án được trình bày trong 3 chương.

Chương 1. Tổng quan: Giới thiệu sơ lược về SM và mô hình 3-3-1 cùng các biến thể của mô hình này. Trình bày khái quát về hạt axion và hạt tựa axion (ALP), cũng như dao động meson, các quá trình rẽ Higgs và rẽ hiếm của quark  $t$  trong SM.

Chương 2. Phần vô hướng của mô hình 3-3-1 với hạt tựa axion: Lý giải vì sao cần đưa đối xứng gián đoạn  $Z_{11} \otimes Z_2$  vào mô hình và sự xuất hiện tự nhiên của đối xứng  $PQ$ . Nghiên cứu cụ thể các trường chuẩn, thế Higgs và tương tác Yukawa để đồng nhất một số hạt của mô hình ALP331 với các hạt trong SM. Các hạt mới như ALP ( $a$ ), hạt giả vô hướng  $A_5$ , boson  $h_5$  và boson  $\Phi$  (có thể đóng vai trò lạm phát vũ trụ) xuất hiện trong mô hình ALP331 cũng được xem xét.

Chương 3. Một số hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs của mô hình ALP331: Khảo sát các kênh rẽ của SMLHB ( $h$ ) như  $h \rightarrow \bar{l}l$ ,  $h \rightarrow \bar{b}b$ , boson ( $h_5$ ) và các kênh rẽ hiếm của quark  $top$   $t \rightarrow hq$ ,  $t \rightarrow q\gamma$  với ( $q = u, c$ ) để tìm giới hạn cho một vài tham số về góc trộn khối lượng hoặc khối lượng của các hạt vô hướng trong mô hình ALP331. Kết quả khảo sát dao động meson cho phép xác định giới hạn dưới cho khối lượng của một số hạt vô hướng mới trong mô hình ALP331.

## CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN

### 1.1. SM và một số hiện tượng luận của phần vô hướng trong SM

#### 1.1.1. Ý tưởng xây dựng SM

Trong suốt thế kỉ XX, SM được đánh giá là lý thuyết thành công nhất của Vật lý Hạt cơ bản khi sử dụng nhóm đối xứng  $SU(3)_C$  mô tả tương tác mạnh trong sắc động học lượng tử ( $QCD$ ) và mẫu Glashow - Weinberg - Salam (GWS) mô tả tương tác điện - yếu bằng nhóm  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Trước khi có mẫu GWS, ta biết đến tương tác yếu với hai dòng mang điện [58] là

$$J_\mu = J_\mu^{had} + j_\mu^{lep}, \quad (1.1)$$

với

$$\begin{aligned} j_\mu^{lep} &= \bar{\psi}_{(x)}^{(e)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{(x)}^{(\nu_e)} + \bar{\psi}_{(x)}^{(\mu)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{(x)}^{(\nu_\mu)}, \\ J_\mu^{had} &= \bar{\psi}^{(d_\theta)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi^{(u)} + \bar{\psi}^{(s_\theta)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi^{(u)}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

trong đó,

$$\begin{aligned} d_\theta &= \cos \theta_c d + \sin \theta_c s, \\ s_\theta &= \cos \theta_c s - \sin \theta_c d, \end{aligned} \quad (1.3)$$

với  $\theta_c$  là góc Cabibbo.

Tương tác điện từ chỉ có một dòng

$$J_\mu^{em} = \bar{\psi}_{(x)}^{(l)} \gamma_\mu \psi_{(x)}^{(l)} + \bar{\psi}_{(x)}^{(q)} \gamma_\mu \psi_{(x)}^{(q)}, \quad (1.4)$$

với  $l$  kí hiệu cho các lepton và  $q$  kí hiệu cho các quark. Trong lý thuyết điện yếu, ta cần ba trường vector gắn liền với ba dòng tương tác trong (1.2,1.4). Chính vì vậy nhóm đối xứng cần dùng để mô tả ba dòng tương tác này phải chứa ít nhất ba vi tử. Nhóm đối xứng đơn giản nhất mà người ta nghĩ tới là

nhóm  $SU(2)$ . Tuy nhiên, tích yếu và điện tích gắn liền với dòng (1.1) được xác định [59] như sau:

$$\begin{aligned} T_+(t) &= \frac{1}{2} \int d\vec{x} \left( j_0^{lep}(x) + j_0^{had}(x) \right), \\ T_-(t) &= (T_+(t))^\dagger, \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$Q(t) = \int d\vec{x} J_0^{em}(x) = - \int d\vec{x} \left\{ \left( \psi^{(l)}(x) \right)^\dagger \psi^{(l)}(x) + \left( \psi^{(q)}(x) \right)^\dagger \psi^{(q)}(x) \right\}, \quad (1.6)$$

nên ba toán tử  $T_+(t)$ ,  $T_-(t)$  và  $Q(t)$  không tạo thành đại số khép kín bởi vì:

$$[T_+, T_-] = 2T_3, \quad (1.7)$$

với  $T_3$  được xác định như sau

$$T_3 = \int d\vec{x} \left\{ \left( \psi_L^{(l)}(x) \right)^\dagger \psi_L^{(l)}(x) + \left( \psi_L^{(\nu_l)}(x) \right)^\dagger \psi_L^{(\nu_l)}(x) + \left( \psi_L^{(q)}(x) \right)^\dagger \psi_L^{(q)}(x) \right\}. \quad (1.8)$$

Để đóng kín đại số với các dòng thì người ta phải thêm nhóm  $U(1)$  [59, 60]. Do đó, người ta đã sử dụng nhóm đối xứng  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  trong lý thuyết điện yếu. Toán tử điện tích khi đó được xác định thông qua tổ hợp tuyến tính của các vi tử Catan, có dạng như biểu thức:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.9)$$

với  $T_3$  là vi tử chéo của nhóm  $SU(2)_L$ ,  $Y$  là siêu tích. Các trường vật chất trong SM được sắp xếp như trong phần A.1 của phụ lục A. Với sự sắp xếp hạt như vậy, ta có thể xác định được qui luật biến đổi của các đa tuyến và đạo hàm hiệp biến dưới phép biến đổi của nhóm đối xứng chuẩn  $G = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Đồng thời, ta có thể viết được biểu thức của Lagrangian toàn phần của SM, phân tích quá trình phá vỡ đối xứng tự phát (SSB) với trị trung bình chân không (VEV) của trường Higgs trong SM. Từ tương tác Yukawa trong Lagrangian toàn phần, ta xác định được phổ khối lượng của các hạt fermion trong SM. Chi tiết về các nội dung này có thể xem trong phụ lục A.

Đối với tương tác giữa các boson chuẩn và các fermion trong SM được xác định từ số hạng động năng của các fermion, luận án quan tâm tới tương

tác giữa các fermion với các hạt boson trung hòa. Lagrangian xác định tương tác của dòng trung hoà có dạng

$$\mathcal{L}_{\text{NC}} = eJ_{\mu}^{\text{em}} A^{\mu} + g \cos \theta_W J_{\mu}^0 Z^{\mu}, \quad (1.10)$$

với  $e = g \sin \theta_W$  và

$$\begin{aligned} J_{\mu}^{\text{em}} &= \sum_{f=l_i, u_i, d_i} \bar{f} \gamma_{\mu} f, \\ J_{\mu}^0 &= \sum_{f=l_i, \nu_i, u_i, d_i} \{g_L(f) \bar{f} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) f + g_R(f) \bar{f} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) f\} \end{aligned} \quad (1.11)$$

với các hằng số  $g_{L(R)}(f)$  được xác định như sau

$$g_{L(R)}(f) = T_3(f_{L,R}) - Q(f) \sin^2 \theta_W. \quad (1.12)$$

Trong hệ cơ sở chứa các trạng thái vật lý ( $f' = l'_i, \nu'_i, u'_i, d'_i$ ), tương tác của dòng mang điện và dòng trung hoà được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}'_{iL} (V_{CKM})_{ij} \gamma^{\mu} d'_{jL} W_{\mu}^{+} + J_{\text{lep}}^{\mu-} W_{\mu}^{+} + H.c., \\ \mathcal{L}_{\text{NC}} &= \sum_{f'=l'_i, \nu'_i, u'_i, d'_i} \{g_L(f') \bar{f}' \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) f' + g_R(f') \bar{f}' \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) f'\} Z^{\mu}, \\ &+ e \sum_{f'=l'_i, u'_i, d'_i} \bar{f}' \gamma_{\mu} f' A^{\mu}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

trong đó, các trạng thái chuẩn ( $f = u_i, d_i$ ) của các quark được biểu diễn bằng trạng thái vật lý thông qua ma trận  $V_{CKM} = V_L^{u\dagger} V_L^d$ , còn trạng thái chuẩn ( $l_i, \nu_i$ ) của các lepton được biểu diễn bằng trạng thái vật lý thông qua ma trận  $U_{PNMS}$  và  $g_{L,R}(f') = g_{L,R}(f)$ . Phương trình (1.13) cho thấy tương tác của dòng trung hoà luôn bảo toàn vị và điều này hoàn toàn phù hợp với cơ chế GIM. Tương tự, tương tác của hạt Higgs  $h$  với các fermion trong SM được xác định từ tương tác Yukawa sau khi thay các trạng thái chuẩn bằng các trạng thái vật lý. Do đó, tương tác của Higgs với các fermion có dạng như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs-fermion}} = - \sum_{f'} \frac{\sqrt{2} m_{f'}}{v} \bar{f}'_L f'_R h + H.c.. \quad (1.14)$$

Tương tác trong phương trình (1.14) là các tương tác bảo toàn vị quark và lepton.

Tóm lại, SM không chứa dòng trung hoà thay đổi vị (FCNC) lepton và quark. Tất cả dòng tương tác bao gồm dòng vector, dòng giả vector, dòng vô

hướng và dòng giả vô hướng đều bảo toàn vị quark và lepton tại gần đúng cây. Trong phần lý thuyết điện yếu, ta nhận thấy ba thế hệ fermion, bốn hạt truyền tương tác điện yếu và hạt Higgs không thoả mãn tính chất của DM.

Còn trong lý thuyết sắc động học lượng tử ( $QCD$ ), khi nghiên cứu hạt cộng hưởng  $N = (p, n)^T$  với proton được tạo thành từ 3 quark ( $uud$ ) ở trạng thái cơ bản và neutron được tạo thành từ 3 quark  $ddu$ , ta thấy rằng  $N = (p, n)^T$  là hạt gồm 3 quark  $u$  ở trạng thái  $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ . Trạng thái này vi phạm nguyên lý Pauli vì cả 3 quark  $u$  có cùng trạng thái nên không phân biệt được 3 quark này với nhau. Do sự kết hợp của 3 quark trong mỗi hạt tổ hợp phải là phản đối xứng trong bất kì giao hoán nào giữa các quark và tính chất phản đối xứng này chỉ có được nếu như: ngoài điện tích và khối lượng, các quark phải có thêm số lượng tử khác để tự phân biệt với nhau. Số lượng tử này được gọi là sắc tích (màu của các quark). Với hạt  $N$ , 3 quark  $u \uparrow$  phải có 3 màu (red, green, blue) khác nhau:  $q \supset (q_r, q_g, q_b)^T$  là tam tuyến của nhóm  $SU(3)$ , biến đổi giống như biểu diễn cơ bản của nhóm  $SU(3)$ :

$$q(x) \rightarrow q'(x) = e^{-i\omega_a(x)I_a} q(x) \quad (1.15)$$

Để quan sát được, các hạt tổ hợp cấu tạo từ quark (các baryon và meson) phải thoả mãn điều kiện: 3 sắc tích của quark được trộn với nhau sao cho hạt tổ hợp trung hòa về sắc tích (không màu). Với điều kiện này, hạt tổ hợp từ quark phải là đơn tuyến của nhóm màu  $SU(3)_C$ . Điều này có nghĩa là *các hạt quan sát được phải là những đơn tuyến (bất biến) của nhóm màu  $SU(3)_C$* . Cho đến nay, nếu vị của các quark có thể bị vi phạm trong thực nghiệm thì vi phạm đối xứng  $SU(3)_C$  không được phép vi phạm [60].

Vì đối xứng  $SU(3)_C$  chứa đựng tám vi tử nên lý thuyết trường chuẩn phải đưa vào tương ứng các trường chuẩn là gluon. Các gluon này đóng vai trò là hạt truyền tương tác mạnh. Do không có sự SSB đối với nhóm  $SU(3)_C$  nên các trường chuẩn của nhóm  $SU(3)_C$  không có khối lượng. Điều này có nghĩa là các gluon không có khối lượng. Thực nghiệm đã kiểm chứng các kết luận thu được từ  $QCD$  ở năng lượng cao với độ chính xác rất cao. Do đó, khi nghiên cứu các vấn đề hiện tại của vật lý hạt cơ bản được đề cập ở trên, người ta thường giữ nguyên nhóm đối xứng màu  $SU(3)_C$  và đề xuất hướng mở rộng đối xứng chuẩn trong phần điện yếu.

Với việc sử dụng nhóm đối xứng  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  để mô tả ba loại tương tác trong tự nhiên, SM đã thành công trong việc dự đoán sự tồn

tại của các quark  $s, b, t$  và các boson  $W^\pm, Z$ , đặc biệt là boson Higgs 125GeV. Tuy nhiên, với phổ hạt không có neutrino phân cực phải thì neutrino trong SM là không có khối lượng. Điều này trái với dữ liệu thực nghiệm khi nhiều kết quả thực nghiệm cho thấy có sự dao động neutrino, nghĩa là neutrino phải có khối lượng và các neutrino khác nhau phải có khối lượng khác nhau [2–4]. Một hạn chế khác của SM là SM không giới hạn được số thế hệ fermion trong khi thực nghiệm cho thấy thế giới tự nhiên chỉ có ba thế hệ fermion. Bản thân SM không có ứng cử viên nào cho DM trong khi nhiều kết quả từ thực nghiệm cho thấy rằng có sự tồn tại của DM. Ngoài ra, như đã đề cập trong phần mở đầu, vấn đề bất đối xứng giữa vật chất - phản vật chất và một số dị thường về các kết quả đo của thực nghiệm mới cũng không thể giải thích được bằng lý thuyết SM.

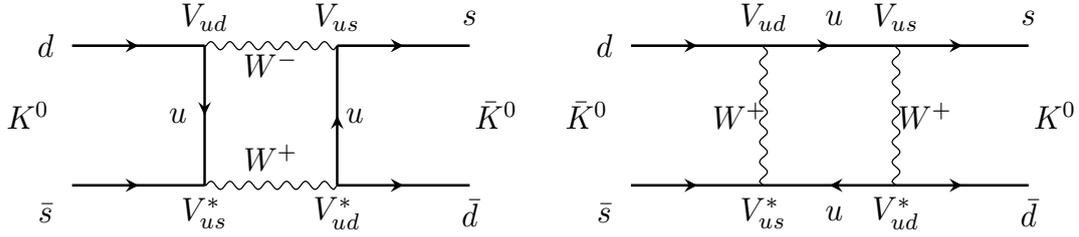
### 1.1.2. Dao động meson trong SM

Lý thuyết  $QCD$  mô tả rất tốt các quá trình tương tác mạnh ở thang năng lượng cao. Khi năng lượng giảm dần thì cường độ tương tác mạnh tăng dần, các quark sẽ tồn tại ở trạng thái bị giam tù và mù màu trong các hardon và meson. Các meson trung hoà là sự kết hợp của các quark và phản quark cùng loại.

- $K^0$  là sự giam tù của phản s-quark và d-quark.
- $\bar{K}^0$  là sự giam tù của phản s-quark và s-quark.
- $B_s$  là sự giam tù của phản b-quark và s-quark.
- $\bar{B}_s$  là sự giam tù của phản s-quark và b-quark.
- $B_d$  là sự giam tù của phản b-quark và d-quark.
- $\bar{B}_d$  là sự giam tù của phản d-quark và b-quark.

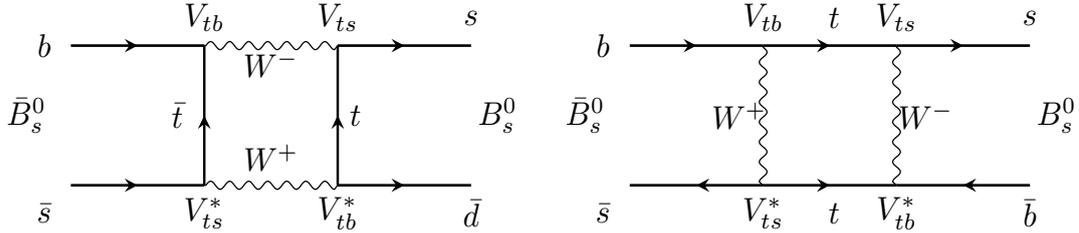
Ta nhận thấy các cặp  $(K^0, \bar{K}^0)$ ,  $(B_s, \bar{B}_s)$ ,  $(B_d, \bar{B}_d)$  là các cặp hạt và phản hạt. Theo định lý  $CPT$  thì hạt và phản hạt phải có khối lượng và thời gian sống là như nhau. Tuy nhiên, SM lại dự đoán có sự dao động giữa hạt và phản hạt của các cặp meson này. Điều này có nghĩa là phải có sự khác biệt khối lượng giữa meson và phản meson. Các cặp meson này trung hoà về điện nên sự dao động meson dường như ảnh hưởng từ các tương tác thay đổi vị của dòng trung hoà. Tại gần đúng cây, SM không chứa FCNC (như đã trình bày

trong phần 1.1.1 và phần phụ lục A.6 ). Tuy nhiên, tương tác của dòng mang điện gây ra sự kết cặp giữa quark trên và quark dưới ở các thế hệ khác nhau vì ma trận  $V_{CKM}$  được giả thiết là không có dạng chéo. Điều này dẫn đến các quá trình chuyển vị giữa các quark cùng loại ( $d$  hoặc  $u$ ) giữa các thế hệ sẽ tồn tại thông qua đóng góp bổ đính. Cụ thể, tương tác của dòng mang điện có thể dự đoán các quá trình dao động giữa  $(K^0 - \bar{K}^0)$ ,  $(B_s - \bar{B}_s)$ ,  $(B_d - \bar{B}_d)$  như giản đồ (1.1), (1.2) và (1.3).

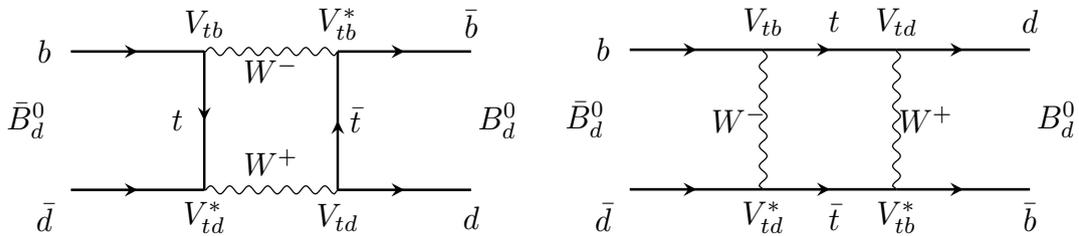


Hình 1.1: Giản đồ hộp mô tả quá trình dao động  $K^0 - \bar{K}^0$  từ các tương tác của dòng mang điện trong SM.

Các giản đồ trên chứng tỏ số hạng khối lượng trộn lẫn giữa các meson và phản hạt của meson phải khác không. Điều đó có nghĩa là, trong hệ cơ sở



Hình 1.2: Giản đồ hộp mô tả quá trình dao động  $B_s - \bar{B}_s$  từ các tương tác của dòng mang điện trong SM. [61]



Hình 1.3: Giản đồ hộp mô tả quá trình dao động  $B_d - \bar{B}_d$  từ các tương tác của dòng mang điện trong SM. [61]

meson và phản meson thì ma trận khối lượng có dạng

$$M = \begin{pmatrix} m & m_{12} \\ m_{12}^* & m \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

Bỏ qua ảnh hưởng của đối xứng  $CP$ , ta có  $m_{12} = m_{12}^*$ . Chuyển sang hệ cơ sở vật lý, chúng ta thu được hai trị riêng với hiệu số của nó là  $\Delta m = 2m_{12}$ . Áp dụng quy tắc Feynman, chúng ta có thể xác định được tham số  $m_{12}$  ứng với từng cặp meson. SM dự đoán hiệu bình phương khối lượng của các hạt [62–64] là:

$$\begin{aligned} \Delta m_{B_d}^{SM} &= (3.653 \pm 0.037 \pm 0.019) \times 10^{-10} \text{ MeV}, \\ \Delta m_{B_s}^{SM} &= (1.1577 \pm 0.022 \pm 0.051) \times 10^{-8} \text{ MeV}, \\ \Delta m_K^{SM} &= 3.483 \times 10^{-12} \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Các quá trình dao động trên đã được xác định tại các phòng thí nghiệm. Dao động  $B_s - \bar{B}_s$  được quan sát bởi thí nghiệm CDF ở Fermilab vào năm 2006. Đến năm 2011 và 2021, dao động này được quan sát bởi LHCb ở CERN. Kết quả thực nghiệm [62–64] đã chỉ ra:

$$\begin{aligned} \Delta m_{B_d}^{Exp} &= (3.334 \pm 0.013) \times 10^{-10} \text{ MeV}, \\ \Delta m_{B_s}^{Exp} &= (1.1683 \pm 0.0013) \times 10^{-8} \text{ MeV}, \\ \Delta m_K^{Exp} &= (3.484 \pm 0.006) \times 10^{-12} \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Kết quả tính toán trong SM có sự sai lệch so với số liệu thực nghiệm. Các nhà khoa học chỉ ra sự sai lệch đó có thể do các nguyên nhân sau:

- Sai số trong việc xác định các phần tử ma trận  $V_{CKM}$  (kết quả tính toán của SM phụ thuộc vào các phần tử ma trận đó), sai lệch trong việc xác định các hằng số túi  $f_M$ , xác định bởi lý thuyết QCD tại năng lượng thấp và cũng có thể là do lý thuyết SM chưa tính hết các bậc đóng góp.
- Do kết quả của thực nghiệm chưa được phân tích chính xác.
- Có thể cần phải xem xét đến đóng góp của NP.

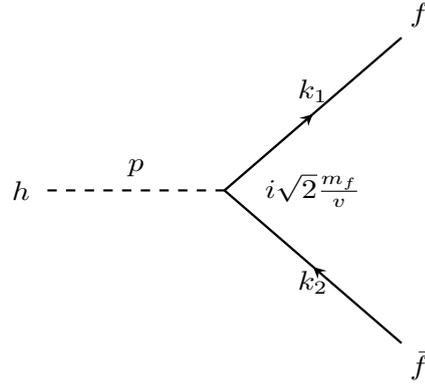
### 1.1.3. Kênh rã Higgs thành hai fermion trong SM

SM dự đoán sự tồn tại của boson Higgs, đây là hạt vật lý mà chúng ta phải chờ đợi lâu nhất để kiểm chứng sự có mặt của nó trong Vũ trụ. Năm

2012, khi mà thang năng lượng va chạm của LHC được nâng lên 7 TeV, thì kết quả thí nghiệm được phân tích độc lập bởi hai nhóm phân tích thực nghiệm ATLAS và CMS tại trung tâm Nghiên cứu hạt nhân châu Âu (CERN) đã chỉ ra sự tồn tại của hạt Higgs với khối lượng cỡ 125 GeV [1] thông qua các kênh rã của boson Higgs. Khảo sát quá trình rã boson Higgs  $h$  thành hai fermion  $f$  theo giản đồ (1.4):

$$h(\vec{p}) \rightarrow f(\vec{k}_1) + \bar{f}(\vec{k}_2), \quad f = u, d, c, s, b, \tau, \mu, e, \quad (1.19)$$

với  $\vec{p}$ ,  $\vec{k}_1$ ,  $\vec{k}_2$  lần lượt là xung lượng của boson Higgs, phản fermion và fermion, ta thu được biên độ tán xạ của quá trình này như sau:



Hình 1.4: Giản đồ Feynman của quá trình rã Higgs thành hai fermion ở bậc cây.

$$M_{fi}(h \rightarrow f\bar{f}) = g_{(h,f,f)} \bar{u}(\vec{k}_1, s_1) v(\vec{k}_2, s_2). \quad (1.20)$$

Và bề rộng rã của quá trình  $h \rightarrow \bar{f}f$  [60] là:

$$\Gamma(h \rightarrow \bar{f}f) = \int d\Gamma = \frac{g_{(h,f,f)}^2}{8\pi} m_h \left(1 - \frac{4m_f^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}}. \quad (1.21)$$

Trong biểu thức (1.20) và (1.21),  $g_{(h,f,f)}$  là hằng số tương tác giữa boson Higgs với hai fermion. Trong SM, cường độ tương tác của Higgs với các fermion phụ thuộc vào khối lượng của các fermion  $m_f$  như sau:

$$g_{(h,f,f)} = \sqrt{2} \frac{m_f}{v}. \quad (1.22)$$

Cho đến nay, thực nghiệm đã tìm kiếm và nghiên cứu boson Higgs chủ yếu thông qua các kênh rã có hằng số tương tác lớn như  $h \rightarrow b\bar{b}$ ,  $h \rightarrow c\bar{c}$ ,  $h \rightarrow$

$\tau^+\tau^-$ ,  $h \rightarrow Z\gamma, \dots$ . Đối với quá trình rã  $h \rightarrow b\bar{b}$  và  $h \rightarrow l\bar{l}$  với  $l = \mu, \tau$ , ta xác định hằng số tương tác  $g_{hb\bar{b}}^{SM}$  (đối với quá trình rã  $h \rightarrow b\bar{b}$ ) và  $g_{hl\bar{l}}^{SM}$  (đối với quá trình rã  $h \rightarrow l\bar{l}$ ) trong SM như sau:

$$g_{hb\bar{b}}^{SM} = \sqrt{2} \frac{m_b}{v}, \quad g_{hl\bar{l}}^{SM} = \sqrt{2} \frac{m_l}{v}. \quad (1.23)$$

Các dữ liệu thực nghiệm cho thấy có sự chênh lệch so với tính toán từ SM về hằng số tương tác của các quá trình rã  $h \rightarrow b\bar{b}$  và  $h \rightarrow l\bar{l}$ . Ta định nghĩa sự chênh lệch này là:

$$a_{hff}^{exp} = \frac{g_{hff}^{exp}}{g_{hff}^{SM}}, \quad (1.24)$$

với  $g_{hff}^{exp}$  là hằng số tương tác đo được từ thực nghiệm và  $f = b, \mu, \tau$ . Ràng buộc từ dữ liệu thực nghiệm đối với tham số  $a_{hff}$  [65] như sau:

$$a_{hb\bar{b}}^{exp} = 0.91_{-0.16}^{+0.17}, \quad a_{h\mu\bar{\mu}}^{exp} = 0.72_{-0.72}^{+0.50}, \quad a_{h\tau\bar{\tau}}^{exp} = 0.93_{-0.13}^{+0.13}. \quad (1.25)$$

Kết quả thực nghiệm này khiến các nhà khoa học cần phải tính chính xác hơn kết quả dự đoán của SM và xem xét lại phép phân tích thực nghiệm, đồng thời đánh giá đóng góp từ NP.

#### 1.1.4. Một số kênh rã hiếm của quark top trong SM

Trong SM, quark  $t$  là hạt cơ bản có khối lượng lớn nhất ( $\sim 172$  GeV) nên  $m_t > m_h > m_Z > m_W$  do đó quark  $t$  có thể rã theo các kênh sau đây:  $t \rightarrow qh$ ,  $t \rightarrow qZ$ ,  $t \rightarrow q\gamma$  với  $q = u, c$  và  $t \rightarrow q'W$  với  $q' = d, s, b$ . Đối với các tương tác của dòng mang điện thì các kênh rã này có thể tồn tại ở gần đúng cây. Cụ thể,  $|V_{tb}| \gg |V_{ts}| > |V_{td}|$  nên kênh rã gây ra bởi dòng mang điện của boson W của quark  $t$  chủ yếu là kênh rã [66]:

$$t\bar{t} \rightarrow bW^+ \bar{b}W^-. \quad (1.26)$$

Tuy nhiên, đối với dòng trung hoà thì tương tác của Higgs với các fermion được bảo toàn vị tại gần đúng bậc cây nên các kênh rã  $t \rightarrow qh$ ,  $t \rightarrow qZ$ ,  $t \rightarrow q\gamma$ , chỉ có thể xuất hiện thông qua đóng góp bổ đính một vòng. Chính vì vậy, các kênh rã này được coi là các kênh rã hiếm. Các kênh rã hiếm phải kể đến là  $t \rightarrow qh$  và  $t \rightarrow q\gamma$  với  $q = u, c$ . Các nghiên cứu [67, 68] đã chỉ ra rằng tỉ lệ rã nhánh của kênh rã  $t \rightarrow qh$  là rất nhỏ,

$$Br(t \rightarrow hc)_{SM} \simeq 10^{-15}, \quad Br(t \rightarrow hu)_{SM} \simeq 10^{-17}. \quad (1.27)$$

Các giá trị này nằm ngoài phạm vi tìm kiếm được của các thí nghiệm hiện tại. Các tín hiệu của kênh rã quark  $t$  gây ra bởi FCNC thu được từ CMS và ATLAS của CERN là không đáng kể nên ta thu được các giới hạn trên với độ tin cậy 95% [69, 70] như sau:

$$Br(t \rightarrow hq)_{exp} < 0.47\%, \quad \text{với } q = c, u. \quad (1.28)$$

Bên cạnh đó, tính toán đóng góp bổ đính vào kênh rã Higgs ra quark và photon [71] trong SM đã chỉ ra:

$$Br(t \rightarrow c\gamma)_{SM} \simeq 4.6 \times 10^{-14}, \quad Br(t \rightarrow u\gamma)_{SM} \simeq 3.7 \times 10^{-16}. \quad (1.29)$$

Các giá trị này cũng nằm ngoài phạm vi tìm kiếm được của các thí nghiệm hiện tại nên đây cũng là hai kênh rã hiếm của quark  $t$ . Giới hạn trên của thực nghiệm đối với các kênh rã này [71] là:

$$Br(t \rightarrow c\gamma)_{exp} < 2.2 \times 10^{-4}, \quad Br(t \rightarrow u\gamma)_{exp} < 6.1 \times 10^{-5}. \quad (1.30)$$

Do tỉ số rã hiếm rất nhỏ nên đây sẽ là các điều kiện ràng buộc rất tốt để áp đặt nên các tương tác mới trong BSM.

## 1.2. Vi phạm $CP$ trong tương tác mạnh

Một vấn đề khác của SM còn tồn tại trong phần  $QCD$  mà cho đến nay chưa được thực nghiệm kiểm chứng là vi phạm  $CP$  trong tương tác mạnh. Các kết quả thí nghiệm cho thấy  $QCD$  có sự bảo toàn đối xứng  $CP$  "một cách tự nhiên". Tuy nhiên, t'Hooft [72] đã chỉ ra rằng điều này không thực sự chính xác.

Lagrangian tương tác của  $QCD$  có dạng:

$$\mathcal{L}_{QCD}^{int} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a} + \bar{Q}i\gamma^\mu D_\mu Q, \quad (1.31)$$

với  $Q$  là tam tuyến của nhóm  $SU(3)_C$  chứa các quark màu,  $G_{\mu\nu}^a$  là tensor cường độ trường của gluon và tensor này được xác định là:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_S f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (1.32)$$

với  $f^{abc} \neq 0$  là hằng số cấu trúc của nhóm  $SU(3)_C$ ,  $g_S$  là hằng số tương tác mạnh. Và  $f^{abc}$  là hoàn toàn phản đối xứng theo ba chỉ số  $a, b, c = 1, \dots, 8$ .

Trong biểu thức (1.31), đạo hàm hiệp biến  $D_\mu$  có dạng:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s T_a G_\mu^a, \quad (1.33)$$

với  $G_\mu^a$  là các gluon và  $T_a$  với  $a = 1, \dots, 8$  là các vi tử của nhóm  $SU(3)_C$ . Các gluon  $G_\mu^a$  có qui luật biến đổi dưới tác động của đối xứng  $CP$  theo biểu thức (B.67) trong phụ lục B. Số hạng thứ nhất trong biểu thức (1.31) là một bất biến chuẩn [73] và được viết lại như sau:

$$G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a} = \text{Tr}[G_{\mu\nu}(x)G^{\mu\nu}(x)] \propto \sum_a \left( |\vec{E}_a|^2 + |\vec{B}_a|^2 \right). \quad (1.34)$$

Số hạng này là bất biến dưới phép biến đổi  $CP$  (xem chi tiết trong phần phụ lục B).

Số hạng thứ hai trong biểu thức (1.31) được viết lại như sau:

$$\bar{Q}i\gamma^\mu D_\mu Q = \bar{Q}i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig_s T_a A_\mu^a)Q = \bar{Q}i\gamma^\mu \partial_\mu Q + g_s \bar{Q}\gamma^\mu T_a A_\mu^a Q. \quad (1.35)$$

Số hạng thứ hai trong biểu thức (1.35) được khai triển cụ thể dưới dạng:

$$\frac{g_s}{2} \begin{pmatrix} \bar{q}_r & \bar{q}_g & \bar{q}_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_\mu^3 + \frac{G_\mu^8}{\sqrt{3}} & G_\mu^1 - iA_\mu^2 & G_\mu^4 - iG_\mu^5 \\ G_\mu^1 + iG_\mu^2 & -G_\mu^3 + \frac{G_\mu^8}{\sqrt{3}} & G_\mu^6 - iG_\mu^7 \\ G_\mu^4 + iG_\mu^5 & G_\mu^6 + iG_\mu^7 & \frac{-2G_\mu^8}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix}.$$

Vì vậy, khi tác động toán tử  $CP$  lên hai vế của biểu thức (1.35) thì ta thấy  $\bar{Q}i\gamma^\mu D_\mu Q$  bất biến dưới qui luật biến đổi của đối xứng  $CP$ . Các kết quả trên chứng tỏ  $\mathcal{L}_{QCD}^{int}$  bất biến dưới qui luật biến đổi  $CP$ .

Khi nghiên cứu đến cấu trúc chân không của QCD, chúng ta nhận thấy sự xuất hiện của một số hạng chưa được kể đến trong Lagrangian (1.31). Số hạng này hoàn toàn bất biến với đối xứng chuẩn nhưng lại gây ra vi phạm  $CP$  và được xác định là:

$$G \cdot \tilde{G} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G_a^{\mu\nu} G^{a\alpha\beta}, \quad (1.36)$$

trong đó,  $\tilde{G}$  là tensor cường độ trường đối ngẫu (dual field strength tensor) và được định nghĩa là:

$$\tilde{G}_{\mu\nu}^a = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G^{\alpha\beta,a}. \quad (1.37)$$

Thay (1.32) và (1.37) vào (1.36) thì nhận được  $G \cdot \tilde{G}$  là một đại lượng giả vô hướng nên phải đưa vào Lagrangian tương tác của QCD một đại lượng

giả vô hướng chứa trong tham số  $\theta$  để số hạng gắn với  $\theta G \cdot \tilde{G}$  là bất biến  $CP$ . Chính vì vậy, ta có Lagrangian hiệu dụng của  $QCD$  là:

$$\mathcal{L}_{eff}^{QCD} = \mathcal{L}_{int}^{QCD} + \frac{\theta g_S^2}{32\pi^2} G \cdot \tilde{G}. \quad (1.38)$$

Sự xuất hiện của số hạng chứa tham số  $\theta$  là nguồn vi phạm  $CP$  trong tương tác mạnh. Chi tiết người đọc có thể xem trong phần phụ lục (C).

Sự xuất hiện của số hạng gây ra vi phạm  $CP$  trong tương tác của  $QCD$  thực sự là một thách thức với SM vì cho đến thời điểm hiện tại, thực nghiệm vẫn chưa phát hiện được tín hiệu về vi phạm  $CP$  trong  $QCD$ . Số hạng này sẽ cho đóng góp vào mô-men lưỡng cực điện của neutron (EDM) [74]. Tín hiệu vi phạm đối xứng  $T$  của EDM có thể được phân biệt rõ ràng so với các mô-men lưỡng cực cảm ứng khác. Trong trường hợp EDM của neutron là  $d_N$  phụ thuộc vào tương tác giữa photon với một proton ảo hoặc pion trong dao động của neutron:

$$n \rightarrow p^* \pi^* \rightarrow n. \quad (1.39)$$

Sự xuất hiện của số hạng vi phạm  $CP$  trên sẽ cho đóng góp vào EDM của neutron và kết quả của đóng góp đó là:

$$d_N \sim \mathcal{O} \left( \frac{e}{M_N} \frac{m_q}{M_N} \bar{\theta} \right) \sim \mathcal{O}(2 \times 10^{-15} \bar{\theta} e \text{ cm}). \quad (1.40)$$

Trong đó,  $\frac{e}{M_N}$  là thang đo của mômen lưỡng cực (điện hoặc từ) với  $M_N$  là khối lượng của neutron,  $m_q$  là khối lượng của quark,  $\bar{\theta}$  là giá trị tinh chỉnh của tham số  $\theta$  có thể nhận giá trị vào cỡ  $10^{-11}$ . Việc không quan sát được EDM của neutron đã áp đặt lên giới hạn trên của  $d_N$  [75] với mức độ tin cậy 90% là

$$d_N \leq 2.9 \times 10^{-26} e \text{ cm}. \quad (1.41)$$

Sự ràng buộc này đòi hỏi tham số tinh chỉnh  $\theta$  gắn liền với  $G \cdot \tilde{G}$  phải rất nhỏ. Để có sự phù hợp giữa lý thuyết và thực nghiệm thì  $\theta \ll \mathcal{O}(10^{-9})$ . Lý do vì sao  $\theta$  phải rất nhỏ được gọi là vấn đề  $CP$  mạnh (Strong  $CP$  problem - SCPp).

SCPp có thể được giải quyết bằng đối xứng  $U(1)_{PQ}$  do Peccei - Quinn đề xuất vào năm 1977 với sự xuất hiện của một hạt giả vô hướng là hạt axion  $QCD$  có thể là ứng cử viên cho DM lạnh (CDM) [21, 22]. Axion  $QCD$  có thể được phát ra từ các photon phân cực trong phòng thí nghiệm, hay các ngôi sao như Mặt trời hoặc quá trình liên kết các quark với gluon trong vũ

trụ sớm,... Axion  $QCD$  là boson giả Nambu – Goldstone [43, 44] xuất hiện sau khi đối xứng toàn cục  $U(1)_{PQ}$  bị SSB ở thang  $f_a \sim 10^{11}$  GeV gắn với dị thường  $QCD$ . Tương tác đỉnh ba của axion  $QCD$  ( $a$ ) với các gluon [76] là:

$$\mathcal{L} = \left( \theta - \frac{a}{f_a} \right) \frac{\alpha_s}{8\pi} G^{\mu\nu,a} G_{\mu\nu}^a, \quad (1.42)$$

với  $f_a$  là hằng số phân rã axion,  $G_{\mu\nu}^a$  là tensor cường độ trường.

Khối lượng của axion  $QCD$  được tính toán bằng lý thuyết nhiễu loạn chiral và tỉ lệ nghịch với hằng số phân rã axion [76]:

$$m_a^2 \simeq \frac{f_\pi^2 m_\pi^2}{f_a^2} \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2}, \quad (1.43)$$

với  $m_\pi$  là khối lượng của pion,  $f_\pi$  là hằng số rã của pion,  $m_u, m_d$  là khối lượng của quark  $up$  và quark  $down$ . Các tính toán chính xác nhất cho đến nay [77] cho kết quả là:

$$m_a = 5.619(51)\mu eV(10^{12} GeV/f_a). \quad (1.44)$$

Trong khi đó, hạt tựa axion (ALP) thường được nhắc đến với tư cách là một Nambu - Goldstone boson tổng quát hơn, xuất hiện sau khi có sự phá vỡ đối xứng  $U(1)$  toàn cục. ALP có nhiều tính chất giống với axion  $QCD$  về thể và Lagrangian hiệu dụng của các tương tác. Vì khối lượng của ALP không thu được từ các hiệu ứng  $QCD$  không nhiễu loạn và ALP không tương tác với các gluon như axion  $QCD$  nên ALP không giải quyết được SCPp. Tuy nhiên, ALP là một vấn đề NP ngoài phạm vi của SM và ALP có thể là ứng cử viên cho DM dạng khác.

Gần đây, kịch bản hình thành ALP [78] đã được thảo luận. Trong đó, ALP vừa có thể giải thích được sự phong phú của DM, vừa có thể giải quyết được vấn đề bất đối xứng baryon trong vũ trụ bằng cách sử dụng động lực học axion trong vũ trụ sớm. Sự hình thành ALP được thực nghiệm đặc biệt quan tâm vì mối quan hệ chính xác giữa  $m_a$  và  $f_a$  có thể được kiểm chứng thông qua thực nghiệm. Các ALP thường có khối lượng không phụ thuộc vào nhiệt độ của vũ trụ sớm hoặc có đặc điểm rất khác biệt về sự phụ thuộc vào nhiệt độ so với axion  $QCD$ .

Để nghiên cứu và giải thích các vấn đề vật lý ngoài SM như axion  $QCD$  thì cần phải mở rộng SM. Mô hình có thể kể đến là SM được đưa thêm đối xứng PQ (mô hình Affleck - Dine) [18] với axion nặng không thỏa mãn tính chất của DM. Các mô hình khác có thể giải quyết SCPp là: mô hình axion

KSVZ [19] có axion tương tác với các fermion mang tích PQ, mô hình axion DFSZ [20] với axion tương tác với các electron, mô hình axion PQWW [21,22] với axion có tương tác với các fermion trong SM, vv... Tuy nhiên, các mô hình này chỉ giải quyết được SCPp mà chưa giải quyết được những tồn đọng khác của SM. Trong khi đó, một BSM thích hợp phải thoả mãn tối thiểu những yêu cầu sau:

i) Ở thang năng lượng thấp (trong thang EW - khoảng cỡ 200 GeV), BSM phải chứa SM.

ii) BSM cho phép xác định được khối lượng và các góc trộn khối lượng của neutrino hoạt tính phù hợp với dữ liệu về dao động neutrino hiện nay.

iii) BSM cho phép giải thích được sự bất đối xứng baryon trong Vũ trụ (Baryon Asymmetry of Universe - BAU).

iv) BSM có phổ hạt Higgs phù hợp với dữ liệu về hạt Higgs thu được từ các thí nghiệm hiện tại. Phổ hạt Higgs của BSM phải chứa một hạt boson Higgs có các đặc điểm tương tự như hạt Higgs trong SM (Standard Model Like Higgs Boson, được viết tắt là SMLHB) mà ta có thể gọi là boson tựa hạt Higgs của SM.

v) BSM phải có hạt mới có thể đóng vai trò ứng cử viên cho DM.

Vì vậy, để có thể vừa nghiên cứu được những vấn đề về axion  $QCD$  hoặc ALP lại vừa có thể giải thích được những tồn đọng khác của SM, mô hình 3-3-1 với axion (A331) [41, 42] đã được chọn để nghiên cứu. Với động lực như vậy, nghiên cứu được bắt đầu với việc tìm hiểu sơ lược về mô hình 3-3-1 và một số biến thể của mô hình này.

### 1.3. Mô hình 3-3-1

Nhiều tác giả như Valle, Pisano, Pleitez, Frampton, Foot, Long, Tran [32, 33, 79–84] và một số tác giả khác đã dành nhiều thời gian và công sức để phát triển hướng xây dựng các lớp mô hình 3 – 3 – 1. Ý tưởng để xây dựng các mô hình 3 – 3 – 1 là dựa trên cơ sở mở rộng nhóm đối xứng điện - yếu  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  trong SM thành nhóm  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  và giữ nguyên nhóm  $SU(3)_C$  mô tả tương tác mạnh. Các mô hình 3 – 3 – 1 có thể giải thích được nhiều vấn đề vật lý ngoài phạm vi của SM. Một ưu điểm nữa là lý thuyết sử dụng trong các mô hình 3 – 3 – 1 làm việc ở thang năng lượng không quá lớn nên hầu hết các lý thuyết của mô hình có thể được LHC kiểm chứng. Ưu điểm nổi bật nhất của lớp các mô hình 3 – 3 – 1 có lẽ là việc giải thích được vì sao

số thế hệ fermion phải bằng 3. Lý do là vì sự sắp xếp của các quark trong mô hình như sau: lớp các mô hình  $3-3-1$  có một thế hệ quark biến đổi khác với hai thế hệ quark còn lại nên số thế hệ quark phải là bội của 3 [32, 85]. Mặt khác, trong  $QCD$ , do điều kiện tiệm cận tự do chỉ thỏa mãn khi số thế hệ của các quark phải không lớn hơn 5. Kết hợp hai lập luận này, mô hình cho thấy số thế hệ của các quark bắt buộc phải là 3. Ngoài ra, số thế hệ của các lepton phải bằng số thế hệ của các quark [86]. Do đó, ta rút ra kết luận rằng số thế hệ của các fermion bắt buộc phải bằng 3. Không chỉ giải thích được vấn đề về số thế hệ của các fermion, do việc sắp xếp các hạt sao cho một trong các thế hệ của quark phải biến đổi khác với hai thế hệ quark còn lại, các mô hình  $3-3-1$  có thể lý giải nguyên nhân quark *top* lại rất nặng (cỡ 172 GeV) khác xa với dự đoán theo tính toán lý thuyết của SM (10 GeV). Lớp các mô hình  $3-3-1$  cũng có thể giải thích một cách hợp lý vấn đề về khối lượng rất nhỏ của neutrino [3] thông qua cơ chế cầu bập bênh ở thang năng lượng cỡ TeV và sự lượng tử hóa điện tích [87, 88]. SCPp trong  $QCD$  cũng có thể được lớp các mô hình  $3-3-1$  giải quyết do đối xứng PQ được tự động thỏa mãn trong các mô hình  $3-3-1$ .

Do toán tử điện tích trong mô hình 3-3-1 có dạng:

$$Q = T_3 + \beta T_8 + X, \quad (1.45)$$

với  $T_3$  và  $T_8$  là vi tử của nhóm  $SU(3)_L$  và  $X$  là tích của nhóm  $U(1)_X$  thì mô hình 3-3-1 có thể phân thành hai loại phụ thuộc vào giá trị của  $\beta$  là lớp các mô hình 3-3-1 với  $\beta = \pm\sqrt{3}$  và lớp các mô hình 3-3-1 với  $\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Trong hai loại này, tùy theo đặc điểm của thành phần thêm vào đáy của tam tuyến lepton trong mô hình, ta thu được các phiên bản khác nhau của mô hình  $3-3-1$ .

### 1.3.1. Mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm\sqrt{3}$

#### Mô hình 3-3-1 tối thiểu (M331)

Năm 1992, Pisano cùng Pleitez và Frampton đã đề xuất mô hình M331 bằng cách đưa lepton mang điện vào đáy của phản tam tuyến lepton  $SU(3)_L$ :  $f_{aL} = (e_{aL}, -\nu_{aL}, e_{aL}^c)^T \sim (1, \tilde{3}, 0)$  với  $a = 1, 2, 3$  là chỉ số thế hệ. Phản lepton trái (tương đương với lepton phải) nằm trong đáy của phản tam tuyến  $SU(3)_L$ , nên mô hình không cần lepton ngoại lai (exotic lepton). Đây là lý do vì sao mô hình được gọi là M331. Hai thế hệ đầu của quark được xếp vào tam tuyến của nhóm  $SU(3)_L$ :  $Q_{iL} = (u_{iL}, d_{iL}, D_{iL})^T \sim (3, 3, -\frac{1}{3})$  và biến đổi khác với

thế hệ quark thứ ba được xếp vào phản tam tuyến  $Q_{3L} = (d_{3L}, -u_{3L}, T_L)^T \sim (3, \bar{3}, \frac{2}{3})$ .

Toán tử điện tích có dạng:

$$Q = T_3 + \sqrt{3}T_8 + X. \quad (1.46)$$

Các quark ngoại lai trong mô hình M331 có điện tích khác với các quark thông thường cùng loại. Cụ thể là:  $Q_{(D_{iR})} = -\frac{4}{3}$  và  $Q_{(T_R)} = \frac{5}{3}$ . Để sinh khối lượng cho các fermion trong mô hình, M331 cần có ba tam tuyến vô hướng  $(\eta, \rho, \chi)$  và một lục tuyến vô hướng  $(\Delta)$ . Với phổ hạt như vậy, thế Higgs trong mô hình M331 rất phức tạp với nhiều tham số nên rất khó để có thể chéo hóa được chính xác các ma trận trộn khối lượng. Điều này cũng dẫn đến những hạn chế khi nghiên cứu hiện tượng luận của mô hình vì ta không thể xác định chính xác các trạng thái vật lý của các hạt trong mô hình. Ngoài ra, mô hình M331 có cực Landau  $\Lambda \sim 4 - 5 TeV$  nên không phù hợp với việc giải thích khối lượng nhỏ của neutrino bằng cơ chế cầu bập bênh vì các kết quả tính toán lý thuyết khác với các kết quả của thực nghiệm về dao động neutrino [4]. Đã có nghiên cứu được công bố để giải quyết vấn đề này [89]. Trong các nghiên cứu gần đây về mô hình M331 [90], cực Landau có thể ở cỡ 100 TeV bằng cách thêm bát tuyến leptoquarks vào cấu trúc của phổ hạt trong mô hình.

### 1.3.2. Mô hình 3-3-1 với $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

#### Mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải ( $\nu_{331}$ )

Năm 1994, R. Foot, H. N. Long và Tuan A. Tran đã đề xuất mô hình  $\nu_{331}$  với việc đưa neutrino phân cực phải vào đáy của tam tuyến lepton  $SU(3)_L$  [79–84]:  $f_{aL} = (\nu_{aL}, e_{aL}, (\nu_{aL}^c))^T \sim (1, 3, -\frac{1}{3})$ . Hai thế hệ đầu của các quark được xếp vào trong phản tam tuyến  $SU(3)_L$ :  $Q_{iL} = (d_{iL}, -u_{iL}, D_{iL})^T \sim (3, \bar{3}, 0)$  và biến đổi khác với thế hệ quark thứ ba được xếp vào tam tuyến  $Q_{3L} = (u_{3L}, d_{3L}, T_L)^T \sim (3, 3, \frac{1}{3})$ . Toán tử điện tích có dạng:

$$Q = T_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}T_8 + X, \quad (1.47)$$

Để sinh khối lượng cho các fermion và boson trong mô hình,  $\nu 331$  cần ba tam tuyến Higgs [79–83] là:

$$\begin{aligned}\chi &= \begin{pmatrix} \chi^0 \\ \chi^- \\ \chi'^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -\frac{1}{3}), \\ \rho &= \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho'^+ \end{pmatrix} \sim (1, 3, \frac{2}{3}), \\ \eta &= \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta'^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -\frac{1}{3}),\end{aligned}\tag{1.48}$$

với mỗi thành phần trung hòa trong từng tam tuyến này ( $\chi'^0, \rho^0, \eta^0$ ) đều có VEV khác không. Loại mô hình này hấp dẫn các nhà nghiên cứu hơn vì có phần vô hướng đơn giản hơn, đồng thời lại tránh được cực Landau ở thang TeV. Mô hình  $\nu 331$  có thể giải quyết vấn đề sinh khối lượng của neutrino thông qua cơ chế cầu bập bênh [3]. Tuy nhiên, thang làm việc của cơ chế cầu bập bênh trong trường hợp này là rất cao, có thể vào cỡ thang của lý thuyết thống nhất lớn ( $10^{12}\text{GeV}$ ) nên xuất hiện sự phân bậc khối lượng không tự nhiên trong mô hình.

Trong  $\nu 331$ , sự có mặt của lepton trung hòa cho phép xác định các neutrino phân cực phải hoặc các fermion có phải là DM hay không thông qua cơ chế CKS [91, 92]. Hạt DM trong  $\nu 331$  đã được chỉ ra trong tài liệu [93]. Tuy nhiên, hạt DM này không bền và có khối lượng vào cỡ MeV. Điều này là không tự nhiên vì DM phải là những hạt bền và có khối lượng được xác định trong thang vật lý mới ( $\sim \text{TeV}$ ) nên khối lượng phải rất nhỏ. Vì vậy, hạt này không thể là hạt DM thực sự. Để những hạt DM này đảm bảo tính bền thì có thể mở rộng mô hình một cách đơn giản là thêm một đơn tuyến vô hướng thực trung hòa và áp đối xứng  $Z_2$  vào mô hình cũng cho các hạt mới là ứng cử viên DM [50].

So với mô hình M331, mô hình  $\nu 331$  có số lượng các trường vô hướng được đưa vào là ít hơn nên thế Higgs và tương tác Yukawa trong mô hình  $\nu 331$  đơn giản hơn. Việc chứa đựng neutrino phải giúp giải thích vấn đề về khối lượng neutrino tốt hơn.

### Mô hình 3-3-1 tiết kiệm (E331)

Cấu trúc của các quark và lepton trong mô hình E331 hoàn toàn giống với sự sắp xếp các hạt này trong mô hình  $\nu$ 331. Phần vô hướng của mô hình là sự rút gọn từ phần vô hướng của mô hình M331. Trong  $\nu$ 331 có hai tam tuyến vô hướng có số lượng tử giống hệt nhau là  $\chi$  và  $\eta$  (chỉ có thể phân biệt hai tam tuyến này qua số lepton). Nếu số lepton bị vi phạm thì hai trường vô hướng này là hoàn toàn tương đương nên ta có thể bỏ đi một trường vô hướng (chẳng hạn là  $\eta$ ). Lúc này, phần vô hướng của mô hình E331 chỉ có hai tam tuyến  $\chi$  và  $\rho$ . Để thực hiện SSB và sinh khối lượng cho các fermion trong mô hình, hạt vô hướng  $\chi$  phải có VEV là:

$$\langle \chi \rangle = \left( \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}, 0, \frac{v_{\chi'}}{\sqrt{2}} \right). \quad (1.49)$$

Do mô hình E331 [54, 94] được xây dựng dựa trên ý tưởng này nên mô hình E331 có số đa tuyến Higgs là nhỏ nhất và số lượng các tham số tự do trong mô hình giảm đi rất nhiều so với các mô hình 3 – 3 – 1 ban đầu. VEV của các trường vô hướng trong E331 có thể được giới hạn từ các số liệu thực nghiệm. Một ưu điểm khác của mô hình E331 là giải thích được sự vi phạm số lepton trong phần lepton trung hòa.

### Mô hình 3-3-1 với axion (A331)

Mô hình A331 được đề xuất lần đầu vào năm 2003 [41]. Cấu trúc hạt của mô hình A331 gồm toàn bộ các hạt của  $\nu$ 331 và một hạt đơn tuyến vô hướng phức  $\phi \sim (1, 1, 0)$  có VEV  $v_\phi \sim 10^{11}$  GeV. Nhóm đối xứng của mô hình là  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes Z_{11} \otimes Z_2$ . Trong đó, qui luật biến đổi của nhóm  $Z_{11}$  với  $\omega_k = e^{\frac{2\pi i}{11}k}$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$  như sau:

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \omega_1^{-1} \phi, & \psi_{aL} &\rightarrow \omega_1 \psi_{aL}, & \rho &\rightarrow \omega_2^{-1} \rho, & d_{aR} &\rightarrow \omega_2 d_{aR}, \\ \chi &\rightarrow \omega_3^{-1} \chi, & (e_{aR}, U_R) &\rightarrow \omega_3 (e_{aR}, U_R), & Q_{3L} &\rightarrow \omega_0 Q_{3L}, \\ Q_{aL} &\rightarrow \omega_4^{-1} Q_{aL}, & D_R &\rightarrow \omega_4 D_R, & \eta &\rightarrow \omega_5^{-1} \eta, & u_{aR} &\rightarrow \omega_5 u_{aR}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Còn qui luật biến đổi của nhóm  $Z_2$  [41, 42] là:

$$(\phi, \chi, d_{aR}, U_R) \rightarrow -(\phi, \chi, d_{aR}, U_R). \quad (1.51)$$

Với các qui luật biến đổi như trên, các tác giả đề xuất mô hình A331 đã xác định được trạng thái của axion [41] là:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_{\chi'}^2}{v_\phi^2}}} (I_\phi + \frac{v_{\chi'}}{v_\phi} I_{\chi'}). \quad (1.52)$$

Trong biểu thức (1.52), axion  $a$  là tổ hợp của hai thành phần  $I_\phi, I_{\chi'}$  nên không có tương tác Yukawa với vật chất thông thường. Tuy nhiên, axion có thể có tương tác giữa đạo hàm của axion với các fermion. Hạt axion  $a$  được sinh ra ở giai đoạn đầu, khi  $v_\phi$  phá vỡ đối xứng  $U(1)_{PQ}$  ở thang năng lượng rất cao. Khối lượng của axion đến từ cơ chế instanton QCD và nhận giá trị vào cỡ  $10^{-5} eV$ . Đóng góp của hiệu ứng hấp dẫn lượng tử vào khối lượng của axion là rất nhỏ  $M_a^{Gra} \approx 10^{-7} m_a$  [42]. Đồng thời với sự xuất hiện của axion  $a$  trong phần vô hướng trung hòa  $CP$  lẻ, trường  $\Phi$  có khối lượng cỡ  $\sim \lambda_\phi v_\phi^2$  xuất hiện trong phần vô hướng trung hòa  $CP$  chẵn nên có thể giải thích vấn đề lạm phát trong vũ trụ sớm.

Tuy nhiên, nhóm các tác giả trong tài liệu [41, 42] chưa chỉ ra được các góc trộn khối lượng trong mô hình và trạng thái vật lý của các hạt boson Higgs trong phần vô hướng  $CP$  chẵn nên không đồng nhất được hạt SMLHB của mô hình A331 với hạt Higgs trong SM. Do hạn chế này, phần hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs của mô hình A331 chưa được nghiên cứu chi tiết. Với động lực nghiên cứu về DM axion và một số hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs (cụ thể là những hiện tượng luận liên quan đến DM axion) trong A331 để giải quyết những vấn đề còn tồn đọng, nhóm nghiên cứu đã quay trở lại tìm hiểu và phân tích mô hình A331.

#### 1.4. Kết luận chương 1

Trong chương này, SM và một số hiện tượng luận của phần vô hướng trong SM đã được trình bày. Cụ thể là:

- Ý tưởng xây dựng SM cùng những thành công cũng như hạn chế của SM trong phần điện - yếu và  $QCD$  được trình bày khái quát và cho thấy việc mở rộng SM là một nhu cầu thiết yếu và xác đáng.
- Trong SM, FCNC không tồn tại ở gần đúng cây mà chỉ có thể xuất hiện thông qua đóng góp bổ đính một vòng vào các quá trình dao động của

meson. Do đó, ta chỉ ra được sự đóng góp của SM vào tham số hiệu bình phương khối lượng của meson và phản meson.

- Các kênh rã của Higgs trong SM tại gần đúng cây và gần đúng một vòng được nghiên cứu để làm cơ sở đánh giá về tỉ số rã dự đoán bởi Higgs trong SM với tỉ số rã của Higgs tìm kiếm tại LHC. Một số kênh rã hiếm có thể xảy ra như  $t \rightarrow hq$  và  $t \rightarrow q\gamma$  với  $q = u, c$  cũng được tính toán và đánh giá.
- Vấn đề vi phạm  $CP$  mạnh xuất hiện trong SM và lời giải của vấn đề đó dựa trên đối xứng PQ cũng được trình bày cụ thể.
- Axion  $QCD$  với vai trò là ứng cử viên cho CDM cũng được trình bày khái quát. Hạt ALP cũng được giới thiệu một cách sơ lược.

Sơ lược về mô hình 3-3-1 và một số biến thể của mô hình 3-3-1 được trình bày và so sánh về các ưu điểm cũng như nhược điểm của các biến thể này. Dựa vào đó, ý tưởng được chọn để nghiên cứu trong luận án được làm sáng tỏ.

Mô hình  $\nu 331$  giải quyết tốt vấn đề số thế hệ fermion, vấn đề về khối lượng của neutrino,... Đồng thời,  $\nu 331$  áp đối xứng  $Z_{11} \otimes Z_2$  có thể giải thích được sự tồn tại của DM axion theo các kết quả và kết luận về mô hình A331 trong các tài liệu [41, 42]. Vì vậy, với mục đích nghiên cứu về DM axion đồng thời giải quyết một số hạn chế của SM, mô hình A331 đã được lựa chọn để phân tích và nghiên cứu một số hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs của mô hình. Các kết quả thu được từ nghiên cứu sẽ được trình bày trong các chương tiếp theo.

## CHƯƠNG 2. PHẦN VÔ HƯỚNG CỦA MÔ HÌNH 3 – 3 – 1 VỚI HẠT TỰA AXION

Mô hình A331 đã được đề xuất và nghiên cứu từ cách đây khoảng hai thập kỉ bởi A. G. Dias, C. A. de S. Pires, J. G. Rodrigues và P. S. Rodrigues da Silva trong tài liệu [41,42]. Các tác giả đã chỉ ra trong mô hình A331 chứa một trường axion xuất hiện trong phần vô hướng trung hòa mang tích  $CP$  lẻ có thể là ứng cử viên của vật chất tối lạnh (CDM). Ngoài ra, một trường boson mới rất nặng xuất hiện trong phần vô hướng trung hòa mang tích  $CP$  chẵn có thể là lời giải cho quá trình giãn nở lạm phát trong thời kì Vũ trụ sớm. Tuy nhiên, các hiện tượng luận khác của mô hình chưa được xem xét chi tiết, nhất là các hiện tượng luận gắn liền với phần vô hướng. Đến năm 2019, thí nghiệm XENON1T [56,57] đã thu được các tín hiệu cho thấy có khả năng tồn tại của ứng cử viên DM cỡ vài keV với độ tin cậy vào cỡ  $3.5\sigma$ . Kết quả thí nghiệm này được đồng đảo các nhà vật lý hạt cơ bản quan tâm. Một số ý kiến cho rằng, hạt DM được chỉ ra tại thí nghiệm Xenon 1T có thể là hạt axion đến từ Mặt Trời và có thể có nhiều cách giải thích khác. Điều này đã khiến cho hướng nghiên cứu về DM axion sôi động trở lại. Chúng tôi cũng bị cuốn hút bởi hiệu ứng "DM axion" nên đã dự kiến quay lại nghiên cứu chi tiết hiện tượng luận gắn liền với axion trong mô hình A331. Tuy nhiên, khi xem xét các kết quả đã công bố trong các công trình [41,42], chúng tôi nhận thấy một số kết quả và kết luận trong các nghiên cứu này là chưa chính xác. Trong phần vô hướng trung hòa mang tích  $CP$  lẻ, các trường vật lý được xác định chưa chính xác, các góc trộn khối lượng và khối lượng tương ứng của các trường vật lý chưa được xác định. Điều này dẫn đến việc kết luận rằng mô hình A331 có sự tồn tại DM axion là không hợp lý. Chúng tôi nhận thấy hạt giả vô hướng không khối lượng xuất hiện trong phần vô hướng trung hòa mang tích  $CP$  lẻ mà các tác giả đã đồng nhất với CDM axion thực ra là hạt tựa axion (ALP). Vì vậy cần phải đổi tên mô hình A331 thành ALP331. Thêm vào đó, việc

thiếu mất một số đóng góp trong ma trận trộn khối lượng của phần vô hướng trung hòa mang tích  $CP$  chẵn đã khiến các tác giả trong các công bố kể trên chưa đưa ra được trạng thái vật lý và khối lượng tương ứng của các trường Higgs nên không chỉ ra được hạt Higgs nào của mô hình là SMLHB. Cũng vì vậy, việc nghiên cứu về hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs của ALP331 sẽ không chính xác nếu ta kế thừa các kết quả nghiên cứu [41, 42]. Để nghiên cứu phần hiện tượng luận của mô hình ALP331 chúng tôi cần xác định lại một cách chính xác các kết quả trong phần vô hướng.

Mô hình 3-3-1 với hạt tựa axion (ALP331) có cấu trúc hạt giống hệt với A331 và nhóm đối xứng mà ALP331 tuân theo cũng là  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes Z_{11} \otimes Z_2$ . Tuy nhiên, chúng tôi nhận thấy một số tích  $Z_2$  của các trường cần phải định nghĩa lại để phù hợp hơn với một số hiện tượng luận đã được quan sát. Trong chương này, chúng tôi giải thích nguyên nhân đưa nhóm đối xứng  $Z_{11} \otimes Z_2$  vào mô hình. Từ đó, chúng tôi giải thích sự xuất hiện đối xứng PQ và xác định tích PQ của các hạt trong mô hình. Cùng với sự trình bày về phổ khối lượng và trạng thái vật lý của các boson chuẩn, chúng tôi xác định lại một cách chính xác thế vô hướng và tương tác Yukawa sau khi thay đổi tích  $Z_2$  của các trường trong mô hình ALP331. Với việc xác định được chính xác dạng của ma trận trộn khối lượng của các trường vô hướng từ phần thế Higgs, chúng tôi sử dụng phương pháp Euller và phương pháp gần đúng Hartree-Fock để chéo hóa ma trận, xác định các góc trộn khối lượng, trạng thái vật lý và khối lượng của các hạt vô hướng trong phần Higgs. Từ tương tác Yukawa, chúng tôi xác định được ma trận trộn khối lượng của các fermion và xác định điều kiện để có được sự bảo toàn vị cho các tương tác của hạt SMLHB trong mô hình ALP331 ở gần đúng bậc cây. Vì vậy, các kết quả của chương này là tiền đề cho việc nghiên cứu các hiện tượng luận của mô hình ALP331. Những nội dung chủ yếu của chương này đã được chúng tôi công bố trên Phys. Rev. D **107**, 095030, (2023).

## 2.1. Cách sắp xếp hạt trong mô hình ALP331

Mô hình ALP331 thuộc lớp các mô hình 3-3-1 với  $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  và các hạt ngoại lai mang điện tích như các quark thông thường cùng loại. Do đó, toán tử điện tích trong mô hình ALP331 có dạng:

$$Q = T_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}T_8 + X, \quad (2.1)$$

Các fermion trong mô hình được sắp xếp như sau:

$$\begin{aligned}
\psi_{aL} &= (\nu_a, e_a, (\nu_R^c)_a)_L^T \sim (1, 3, -1/3), & e_{aR} &\sim (1, 1, -1), \\
Q_{3L} &= (u_3, d_3, U)_L^T \sim (3, 3, 1/3), & Q_{\alpha L} &= (d_\alpha, -u_\alpha, D_\alpha)_L^T \sim (3, 3^*, 0), \\
u_{aR}, U_R &\sim (3, 1, 2/3), & d_{aR}, D_{\alpha R} &\sim (3, 1, -1/3), & N_{aR} &\sim (1, 1, 0).
\end{aligned} \tag{2.2}$$

trong đó  $\alpha = 1, 2$  và  $a = \{1, 2, 3\}$  là chỉ số thế hệ của fermion. Các giá trị trong ngoặc đơn là các số lượng tử tương ứng với từng hạt và được xác định dựa trên nhóm đối xứng  $SU(3)_C, SU(3)_L, U(1)_X$ . Các quark ngoại lai  $D_\alpha$  và  $U$  có điện tích giống như điện tích của các quark thông thường cùng loại, còn  $N_{aR}$  là các neutrino Majorana nặng và  $\nu_R^c$  là neutrino phân cực phải.

Để sinh khối lượng cho các hạt trong mô hình và có thể xác định được sự tồn tại của các hạt ALP, phần vô hướng trong mô hình cần chứa các tam tuyến  $SU(3)_L$  là  $\eta, \rho, \chi$  cùng đơn tuyến  $SU(3)_L$  là  $\phi$  [41, 42] như sau:

$$\begin{aligned}
\chi &= \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^- \\ \chi_3^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -\frac{1}{3}), & \rho &= \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho_2^0 \\ \rho_3^+ \end{pmatrix} \sim (1, 3, \frac{2}{3}), \\
\eta &= \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_2^- \\ \eta_3^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -\frac{1}{3}), & \phi &\sim (1, 1, 0).
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Các thành phần  $\chi_3^0, \rho_2^0, \eta_1^0$  không mang số lepton và có VEV khác không. Còn các trường  $\chi_1^0, \eta_3^0$  có số lepton bằng 2 nên không có VEV. VEV khác không của các đa tuyến được ký hiệu như sau:

$$\begin{aligned}
\langle \chi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}, & \langle \rho \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}, \\
\langle \eta \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \langle \phi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} v_\phi.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Các trường vô hướng được khai triển xung quanh VEV như sau:

$$\chi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\chi^1 + iI_\chi^1) \\ \chi^- \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + R_\chi^3 + iI_\chi^3) \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + R_\eta^1 + iI_\eta^1) \\ \eta^- \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\eta^3 + iI_\eta^3) \end{pmatrix},$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\rho + R_\rho + iI_\rho) \\ \rho_3^+ \end{pmatrix}, \quad \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + R_\phi + iI_\phi). \quad (2.5)$$

Trong đó, VEV  $v_\phi$  phá vỡ đối xứng tự phát (SSB) đối xứng  $Z_{11}$ , VEV  $v_\chi$  gây ra sự SSB của nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_L \times U(1)_X$  về nhóm đối xứng chuẩn điện-yếu  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  của SM. Còn VEV của hai tam tuyến  $SU(3)_L$  còn lại là  $v_\eta$  và  $v_\rho$  gây ra SSB nhóm đối xứng chuẩn điện-yếu về nhóm  $U(1)_Q$ . SSB trong mô hình ALP331 được thể hiện trong sơ đồ sau:

$$\begin{aligned} & SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes Z_{11} \otimes Z_2 \\ & \quad \downarrow v_\phi \\ & SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \otimes Z_2 \\ & \quad \downarrow v_\chi \\ & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2 \\ & \quad \downarrow v_\eta, v_\rho \\ & SU(3)_C \otimes U(1)_Q. \end{aligned} \quad (2.6)$$

## 2.2. Lý do đưa nhóm đối xứng gián đoạn $Z_{11} \otimes Z_2$ vào mô hình $\nu 331$ và sự xuất hiện đối xứng PQ trong mô hình A331

Với 3 tam tuyến vô hướng  $\chi$ ,  $\eta$ ,  $\rho$  trong (2.5) thì các fermion trong mô hình  $\nu 331$  có khối lượng thông qua tương tác Yukawa sau đây:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{\nu 331} = & y_1 \bar{Q}_{3L} \chi U_R + y_2 \bar{Q}_{aL} \chi^* D_{aR} + y_3 \bar{Q}_{3L} \eta u_{aR} + y_4 \bar{Q}_{aL} \eta^* d_{aR} \\ & + y_5 \bar{Q}_{3L} \rho d_{aR} + y_6 \bar{Q}_{aL} \rho^* u_{aR} + h_{ab} \bar{\psi}_{aL} \rho l_{bR} \\ & + h'_{ab} \epsilon^{ijk} (\bar{\psi}_{aL})_i (\psi_{bL})_j^c (\rho^*)_k + h.c. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Trong biểu thức (2.7), phổ khối lượng của các hạt fermion trong mô hình chưa hoàn chỉnh nên phải đưa thêm vào một đơn tuyến vô hướng  $\phi$  để sinh khối lượng cho các hạt fermion còn lại trong mô hình (cụ thể là neutrino Majorana phân cực phải). Việc tăng số lượng đa tuyến sẽ làm tăng số lượng tham số và các số hạng tương tác xuất hiện trong mô hình. Để không làm giảm tính tiên đoán của mô hình, ta cần tìm cách triệt tiêu những số hạng tương tác không mong muốn. Việc đưa thêm đơn tuyến vô hướng  $\phi$  vào mô hình giúp  $\nu 331$  có số lượng đa tuyến đủ lớn để có thể đảm bảo mô hình tuân theo qui luật biến đổi của nhóm đối xứng gián đoạn  $Z_N$  [41]. Đối xứng  $Z_N$  được đưa vào

mô hình để triệt tiêu các số hạng gây ra hiệu ứng hấp dẫn lượng tử sinh khối lượng cho đa tuyến giả vô hướng xuất hiện trong phần vô hướng  $CP$  lẻ [95]. Số lượng đa tuyến ( $N$ ) càng nhiều thì số các số hạng không mong muốn được loại bỏ khỏi Lagrangian càng cao. Đồng thời, mô hình tuân theo đối xứng  $Z_N$  ngụ ý rằng đối xứng  $U(1)_{PQ}$  sẽ tự động xuất hiện trong mô hình [42].

Biểu thức  $\mathcal{L}_Y^{\nu 331}$  trong (2.7) chứa 12 đa tuyến độc lập nên ta dùng được đối xứng  $Z_N$  với  $N_{max} = 12$  để chặn các hiệu ứng hấp dẫn. Do 12 không phải là số nguyên tố nên tất cả các pha của đa tuyến sẽ bị chuyển về những đối xứng rời rạc nhỏ hơn ( $Z_2, Z_3, Z_4, Z_6$ ) và khiến các toán tử bậc cao của  $\phi$  khó bị triệt tiêu. Vì vậy, đối xứng rời rạc lớn nhất mà ta có thể dùng là  $Z_{11}$ . Qui luật biến đổi của nhóm  $Z_{11}$  tuân theo biểu thức (1.50).

Với việc đưa thêm đơn tuyến vô hướng  $\phi$  vào mô hình thì tương tác Yukawa xuất hiện thêm số hạng:

$$(y_N)_{ab} \bar{N}_{aR}^C \phi N_{bR} + h.c, \quad (2.8)$$

nên tương tác Yukawa đầy đủ của mô hình A331 là:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{A331} = & y_1 \bar{Q}_{3L} \chi U_R + y_2 \bar{Q}_{aL} \chi^* D_{aR} + y_3 \bar{Q}_{3L} \eta u_{aR} + y_4 \bar{Q}_{aL} \eta^* d_{aR} \\ & + y_5 \bar{Q}_{3L} \rho d_{aR} + y_6 \bar{Q}_{aL} \rho^* u_{aR} + h_{ab} \bar{\psi}_{aL} \rho l_{bR} \\ & + h'_{ab} \epsilon^{ijk} (\bar{\psi}_{aL})_i (\psi_{bL})_j^c (\rho^*)_k + (y_N)_{ab} \bar{N}_{aR}^C \phi N_{bR} + h.c, \quad (2.9) \end{aligned}$$

Trong biểu thức (2.9),  $\mathcal{L}_Y^{A331}$  chứa 13 đa tuyến độc lập. Vì vậy, ngoài đối xứng  $Z_{11}$  thì ta có thể tiếp tục đưa vào mô hình một đối xứng  $Z_2$  để chặn thêm một số số hạng tương tác không mong muốn. Ngoài ra, sau các giai đoạn SSB, những hạt còn lại sau cùng là những hạt có khối lượng rất nhỏ và không tương tác với vật chất thông thường. Đồng thời, các hạt này thỏa mãn đối xứng  $Z_2$  nên có tiềm năng là ứng cử viên cho DM.

Cùng với sự thay đổi của tương tác Yukawa, thế Higgs chứa các số hạng sinh khối lượng cho các boson của mô hình A331 cũng xuất hiện thêm một số số hạng mới khi  $\phi$  được đưa vào mô hình. Biểu thức của thế Higgs trong mô hình A331 [42] là:

$$V_{Higgs} = V_{Higgs}^{Hermitian} + V_{Higgs}^{non-Hermitian}, \quad (2.10)$$

trong đó, phần chứa các số hạng Hermitian là:

$$V_{Higgs}^{Hermitian} = \mu_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \mu_\rho^2 \rho^\dagger \rho + \mu_\chi^2 \chi^\dagger \chi + \mu_\phi^2 \phi^* \phi + \lambda_1 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_2 (\eta^\dagger \eta)^2$$

$$\begin{aligned}
& +\lambda_3(\rho^\dagger\rho)^2 + \lambda_4(\chi^\dagger\chi)(\eta^\dagger\eta) + \lambda_5(\chi^\dagger\chi)(\rho^\dagger\rho) + \lambda_6(\eta^\dagger\eta)(\rho^\dagger\rho) \\
& +\lambda_7(\chi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\chi) + \lambda_8(\chi^\dagger\rho)(\rho^\dagger\chi) + \lambda_9(\eta^\dagger\rho)(\rho^\dagger\eta) \\
& +\lambda_{10}(\phi^*\phi)^2 + \lambda_{11}(\phi^*\phi)(\chi^\dagger\chi) + \lambda_{12}(\phi^*\phi)(\rho^\dagger\rho) \\
& +\lambda_{13}(\phi^*\phi)(\eta^\dagger\eta), \tag{2.11}
\end{aligned}$$

và phân chứa các số hạng non-Hermitian là:

$$\begin{aligned}
V_{Higgs}^{non-Hermitian} = & \mu_\chi^2\chi^\dagger\eta + \mu_1\chi^\dagger\eta\phi + \mu_2\chi^\dagger\eta\phi^* + \lambda_{14}(\chi^\dagger\eta)^2 + \lambda_{15}\chi^\dagger\eta\phi\phi \\
& +\lambda_{16}\chi^\dagger\eta\phi^*\phi + \lambda_{17}\chi^\dagger\eta\phi^*\phi^* + \epsilon^{ijk}\mu_3\eta_i\rho_j\chi_k \\
& +\epsilon_{ijk}(\lambda_{18}\eta_i\rho_j\chi_k + \lambda_{19}\eta_i\eta_j\rho_k + \lambda_{20}\chi_i\chi_j\rho_k)\phi \\
& +\epsilon_{ijk}(\lambda_{21}\eta_i\rho_j\chi_k + \lambda_{22}\eta_i\eta_j\rho_k + \lambda_{23}\chi_i\chi_j\rho_k)\phi^* \\
& +\lambda_{24}(\chi^\dagger\rho)(\rho^\dagger\eta) + \lambda_{25}(\chi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\eta) \\
& +\lambda_{26}(\chi^\dagger\eta)(\rho^\dagger\rho) + \lambda_{27}(\chi^\dagger\eta)(\chi^\dagger\chi) \\
& +\lambda_\phi\epsilon^{ijk}\eta_i\rho_j\chi_k\phi + H.c. \tag{2.12}
\end{aligned}$$

Khi đó, dưới tác động của nhóm  $Z_{11}$ , các số hạng trong phần  $V_{Higgs}^{non-hermitian}$  của thế Higgs biến đổi như sau:

$$\chi^\dagger\eta \rightarrow (\omega_3)^\dagger\chi^\dagger\omega_5^{-1}\eta = e^{\frac{2\pi i}{11}(-2)}\chi^\dagger\eta \neq \chi^\dagger\eta \tag{2.13}$$

$$\chi^\dagger\eta\phi \rightarrow (\omega_3)^\dagger\chi^\dagger\omega_5^{-1}\eta\omega_1^{-1}\phi = e^{\frac{2\pi i}{11}(-3)}\chi^\dagger\eta\phi \neq \chi^\dagger\eta\phi \tag{2.14}$$

$$\chi^\dagger\eta\phi^* \rightarrow (\omega_3)^\dagger\chi^\dagger\omega_5^{-1}\eta(\omega_1^{-1}\phi)^* = e^{\frac{2\pi i}{11}(-1)}\chi^\dagger\eta\phi^* \neq \chi^\dagger\eta\phi^* \tag{2.15}$$

$$(\chi^\dagger\eta)^2 \rightarrow [(\omega_3)^\dagger\chi^\dagger\omega_5^{-1}\eta]^2(\chi^\dagger\eta)^2 = e^{\frac{2\pi i}{11}(-4)}(\chi^\dagger\eta)^2 \neq (\chi^\dagger\eta)^2 \tag{2.16}$$

$$\chi^\dagger\eta\phi\phi \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(4)}\chi^\dagger\eta\phi\phi \neq \chi^\dagger\eta\phi\phi \tag{2.17}$$

$$\chi^\dagger\eta\phi^*\phi \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(2)}\chi^\dagger\eta\phi^*\phi \neq \chi^\dagger\eta\phi^*\phi \tag{2.18}$$

$$\chi^\dagger\eta\phi^*\phi^* \rightarrow \chi^\dagger\eta\phi^*\phi^* \tag{2.19}$$

$$\eta_i\rho_j\chi_k\phi \rightarrow \eta_i\rho_j\chi_k\phi \tag{2.20}$$

$$\eta_i\rho_j\chi_k\phi^* \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(9)}\eta_i\rho_j\chi_k\phi^* \neq \eta_i\rho_j\chi_k\phi^* \tag{2.21}$$

$$\eta_i\eta_j\chi_k\phi^* \rightarrow \eta_i\eta_j\chi_k\phi^* \tag{2.22}$$

$$\chi_i\chi_j\rho_k\phi^* \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(7)}\chi_i\chi_j\rho_k\phi^* \neq \chi_i\chi_j\rho_k\phi^* \tag{2.23}$$

$$(\chi^\dagger\rho)(\rho^\dagger\eta) \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(2)}(\chi^\dagger\rho)(\rho^\dagger\eta) \neq (\chi^\dagger\rho)(\rho^\dagger\eta) \tag{2.24}$$

$$(\chi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\eta) \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(2)}(\chi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\eta) \neq (\chi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\eta) \tag{2.25}$$

$$(\chi^\dagger\eta)(\rho^\dagger\rho) \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(2)}(\chi^\dagger\eta)(\rho^\dagger\rho) \neq (\chi^\dagger\eta)(\rho^\dagger\rho) \tag{2.26}$$

$$(\chi^\dagger\eta)(\chi^\dagger\chi) \rightarrow e^{\frac{2\pi i}{11}(2)}(\chi^\dagger\eta)(\chi^\dagger\chi) \neq (\chi^\dagger\eta)(\chi^\dagger\chi) \tag{2.27}$$

Trong các kết quả biến đổi trên, chỉ có 3 số hạng trong  $V_{Higgs}^{non-hermitian}$  là đại lượng bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm đối xứng gián đoạn  $Z_{11}$  là:  $\chi^\dagger \eta \phi^* \phi^*$ ,  $\eta \rho \chi \phi$ ,  $\eta \eta \rho \phi^*$ .

Vấn đề đặc biệt của các mô hình 3-3-1 với  $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$  là hai tam tuyến  $\eta$  và  $\chi$  có số lượng tử xác định từ nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_L \times U(1)_X$  là giống hệt nhau nên số hạng  $\mu_{\eta\chi}^2 \eta^\dagger \chi$  làm phức tạp cấu trúc của bình phương ma trận trộn khối lượng. Điều này làm cho việc phân tích phần vô hướng của mô hình trở nên khó khăn hơn. Để tránh những số hạng không mong muốn như  $(\chi^\dagger \eta + \eta^\dagger \chi)^2$  trong Lagrangian, người ta đưa vào đối xứng gián đoạn  $Z_2$  để làm triệt tiêu bớt các số hạng này. Dưới qui luật biến đổi của nhóm  $Z_2$ , các tam tuyến  $SU(3)_L$  là  $\eta$  và  $\chi$  có tích  $Z_2$  trái dấu [41].

Dưới sự biến đổi của nhóm đối xứng  $Z_2$ , các trường sau đây là lẻ [40] :

$$(\eta, \rho, u_R, d_{aR}, e_{aR}, N_R) \rightarrow -(\eta, \rho, u_R, d_{aR}, e_{aR}, N_R). \quad (2.28)$$

Qui luật biến đổi của nhóm  $Z_2$  mà chúng tôi đề xuất trong biểu thức (2.28) là hoàn toàn khác so với qui luật biến đổi của nhóm  $Z_2$  của mô hình A331 trong biểu thức (1.51). Áp phép biến đổi của nhóm  $Z_2$  trong biểu thức (2.28) lên 3 số hạng non-Hermitian bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm  $Z_{11}$  thì thu được:

$$\chi^\dagger \eta \phi^* \phi^* \rightarrow -\chi^\dagger \eta \phi^* \phi^* \quad (2.29)$$

$$\eta \rho \chi \phi \rightarrow \eta \rho \chi \phi \quad (2.30)$$

$$\eta \eta \rho \phi^* \rightarrow -\eta \eta \rho \phi^* \quad (2.31)$$

Lúc này, chỉ còn lại số hạng  $\eta \rho \chi \phi$  không Hermitian và bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm  $Z_{11} \otimes Z_2$  nên được giữ lại trong thế Higgs của mô hình. Để giữ cho các kết quả vật lý không đổi thì Lagrangian của mô hình phải bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm gián đoạn  $Z_{11} \times Z_2$  như trong tài liệu [41]. Để cung cấp số hạng khối lượng Dirac và Majorana cho  $\nu_{aL}$  và  $N_{aR}$ , ta có phổ hạt với các tính chất được thể hiện trong Bảng 2.1.

Các đối xứng gián đoạn  $Z_{11} \otimes Z_2$  giúp ta thu được tương tác Yukawa của mô hình là:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}^Y &= y_1 \bar{Q}_{3L} U_{3R} \chi + \sum_{\alpha, \beta=1}^2 (y_2)_{\alpha\beta} \bar{Q}_{\alpha L} D_{\beta R} \chi^* \\ &+ \sum_{a=1}^3 (y_3)_{3a} \bar{Q}_{3L} u_{aR} \eta + \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 (y_4)_{\alpha a} \bar{Q}_{\alpha L} d_{aR} \eta^* \end{aligned}$$

Bảng 2.1: Giá trị các tích của các hạt trong mô hình ALP331 dưới qui luật biến đổi của nhóm  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times Z_{11} \times Z_2$  với  $a = \alpha, 3$  và  $\alpha = 1, 2$ .

	$Q_{\alpha L}$	$Q_{3L}$	$u_{aR}$	$d_{aR}$	$U_{3R}$	$D_{\alpha R}$	$\psi_{aL}$	$e_{aR}$	$N_{aR}$	$\eta$	$\chi$	$\rho$	$\phi$
$SU(3)_C$	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
$SU(3)_L$	$\bar{\mathbf{3}}$	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>1</b>
$U(1)_X$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
$Z_2$	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1
$Z_{11}$	$\omega_4^{-1}$	$\omega_0$	$\omega_5$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_1$	$\omega_3$	$\omega_5^{-1}$	$\omega_5^{-1}$	$\omega_3^{-1}$	$\omega_2^{-1}$	$\omega_1^{-1}$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{a=1}^3 (y_5)_{3a} \bar{Q}_{3L} d_{aR} \rho + \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 (y_6)_{\alpha a} \bar{Q}_{\alpha L} u_{aR} \rho^* \\
& + \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 g_{ab} \bar{\psi}_{aL} e_{bR} \rho + \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 (y_\nu^D)_{ab} \bar{\psi}_{aL} \eta N_{bR} \\
& + \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 (y_N)_{ab} \phi \bar{N}_{aR}^C N_{bR} + \text{H.c.} \tag{2.32}
\end{aligned}$$

Không giống như tài liệu [41], số hạng tương tác Yukawa sinh khối lượng cho neutrino Dirac  $y_{ab}^{(\rho)} (\bar{\psi}_{aL}) (\psi_{bL})^c \rho^*$  không xuất hiện trong biểu thức (2.32) vì những số hạng như vậy không bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm đối xứng  $Z_2$ . Cần chú ý rằng: tương tác Yukawa đưa ra ở trên không cho phép các số hạng có sự đổi chỗ  $\chi \leftrightarrow \eta$  [41] vì các số hạng này không bất biến  $Z_{11} \otimes Z_2$ .

Từ biểu thức (2.32), ta nhận thấy các quark ngoại lai nhận khối lượng từ  $v_\chi$ , quark  $t$  nhận khối lượng từ  $v_\eta$ , các lepton mang điện nhận khối lượng từ  $v_\rho$ . Trong khi đó, neutrino Majorana  $N_R$  nhận khối lượng từ  $v_\phi$ . Khối lượng của neutrino Dirac được sinh ra từ  $v_\eta$ . Từ hai số hạng cuối trong biểu thức (2.32), khối lượng rất nhỏ của các neutrino hoạt tính được sinh ra theo cơ chế cầu bập bênh loại I thông qua các neutrino Majorana phân cực phải. Kết quả là ma trận khối lượng của các neutrino hoạt tính nhẹ phải có dạng:

$$M_\nu = M_\nu^D M_N^{-1} (M_\nu^D)^T, \quad M_\nu^D = y_\nu^D \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, \quad M_N = \sqrt{2} y_N v_\phi. \tag{2.33}$$

Trong (2.33),  $M_N$  là ma trận khối lượng của neutrino Majorana phân cực phải và  $M_\nu^D$  là ma trận khối lượng của neutrino Dirac.

Để làm cho đối xứng PQ xuất hiện hoàn toàn tự nhiên trong mô hình,

ta gán tích PQ cho các hạt sao cho: các quark trái và các quark phải có tích PQ ngược nhau:

$$\begin{aligned}
u_{aL} &\rightarrow e^{-i\alpha X_u} u_{aL}, & u_{aR} &\rightarrow e^{i\alpha X_u} u_{aR} \\
u_{3L} &\rightarrow e^{-i\alpha X'_u} u_{3L}, & u_{3R} &\rightarrow e^{i\alpha X'_u} u_{3R} \\
d_{aL} &\rightarrow e^{-i\alpha X_d} d_{aL}, & d_{aR} &\rightarrow e^{i\alpha X_d} d_{aR} \\
d_{3L} &\rightarrow e^{-i\alpha X'_d} d_{aL}, & d_{3R} &\rightarrow e^{i\alpha X'_d} d_{3R}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Với các lepton trong mô hình, ta định nghĩa tích PQ của các lepton đó như sau:

$$\begin{aligned}
e_{aL} &\rightarrow e^{i\alpha X_{lL}} e_{aL}, & e_{aR} &\rightarrow e^{i\alpha X_{lR}} e_{aR} \\
\nu_{aL} &\rightarrow e^{i\alpha X_{\nu L}} \nu_{aL}, & \nu_{aR} &\rightarrow e^{i\alpha X_{\nu R}} \nu_{aR}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Với điều kiện các số hạng trong tương tác Yukawa phải bất biến dưới qui luật biến đổi của đối xứng PQ, ta áp đối xứng PQ lên từng số hạng trong (2.32) để tìm điều kiện cho các tích PQ. Ta thu được hệ các phương trình như sau:

$$X_u + X_U + X_{\chi_1^0} = 0, \tag{2.36}$$

$$X_d + X_U + X_{\chi_2^-} = 0, \tag{2.37}$$

$$2X_U + X_{\chi_1^0} = 0, \tag{2.38}$$

$$X_d + X_D + X_{\chi_2^-} = 0 \tag{2.39}$$

$$X_u + X_D + X_{\chi_2^-} = 0 \tag{2.40}$$

$$2X_D + X_{\chi_3^0} = 0, \tag{2.41}$$

$$X_u + X_{\eta_1^0} = 0 \tag{2.42}$$

$$X_d + X_u + X_{\eta_2^-} = 0, \tag{2.43}$$

$$X_U + X_u + X_{\eta_3^0} = 0, \tag{2.44}$$

$$2X_d - X_{\eta_1^0} = 0, \tag{2.45}$$

$$X_u + X_d - X_{\eta_2^-} = 0, \tag{2.46}$$

$$X_D + X_d - X_{\eta_3^0} = 0, \tag{2.47}$$

$$X_u + X_d + X_{\rho_1^+} = 0, \tag{2.48}$$

$$2X_d + X_{\rho^0} = 0, \tag{2.49}$$

$$X_U + X_d + X_{\rho_3^+} = 0, \tag{2.50}$$

$$2X_u - X_{\rho_2^0} = 0, \quad (2.51)$$

$$X_D + X_u - X_{\rho_3^+} = 0. \quad (2.52)$$

Đối với lepton:

$$-X_\nu + X_{e_R} + X_{\rho_1^+} = 0, \quad (2.53)$$

$$-X_e + X_{e_R} + X_{\rho_2^0} = 0, \quad (2.54)$$

$$X_{\nu_R} + X_{e_R} + X_{\rho_3^+} = 0, \quad (2.55)$$

$$-X_\nu - X_{\nu_R} - X_{\rho_3^+} = 0, \quad (2.56)$$

$$-X_e + X_{\nu_R} - X_{\rho_1^+} = 0, \quad (2.57)$$

$$-X_e - X_\nu - X_{\rho_3^+} = 0, \quad (2.58)$$

$$X_{\nu_R} - X_e - X_{\rho_1^+} = 0, \quad (2.59)$$

$$X_{\nu_R} - X_\nu - X_{\rho_2^0} = 0. \quad (2.60)$$

Ta giải hệ các phương trình trên bằng cách giả sử rằng các fermion của phần chiếu đối lập có tích PQ trái dấu và  $X_d = X_D = 1$ . Kết quả về tích PQ của các fermion trong mô hình được tóm tắt trong Bảng 2.2.

Bảng 2.2: Tích PQ của các fermion trong mô hình ALP331.

	$u_{aL}$	$d_{aL}$	$U_L$	$D_{\alpha L}$	$\psi_{aL}$	$e_{aR}$	$\nu_{aL}$	$\nu_{aR}$	$N_{aR}$
$X_{PQ}$	-1	1	1	1	1	1	1	-1	1

Bây giờ, toàn bộ các số hạng xuất hiện trong tương tác Yukawa của mô hình ALP331 là bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm đối xứng  $U(1)_{PQ}$ .

### 2.3. Các boson chuẩn

Sau khi đối xứng chuẩn bị SSB bởi VEV của các trường vô hướng, chín boson chuẩn xuất hiện từ đối xứng chuẩn  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  sẽ nhận khối lượng từ Lagrangian có chứa số hạng động năng.

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \sum_{H=\chi,\eta,\rho,\phi} (D^\mu H)^\dagger D_\mu H, \quad (2.61)$$

trong đó, đạo hàm hiệp biến được định nghĩa là:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - igT^a W_\mu^a - ig_X T^9 B_\mu, \quad (2.62)$$

với  $T^9 = 1/\sqrt{6}I_{3 \times 3}$  và  $I_{3 \times 3}$  là ma trận đơn vị  $3 \times 3$ , còn  $g$  là hằng số tương tác của nhóm  $SU(3)_L$  và  $g_X$  là hằng số tương tác của nhóm  $U(1)_X$ .

Trạng thái vật lý của các bosons chuẩn được xác định như sau:

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), & Y_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^6 \pm iW_\mu^7), \\ X_\mu^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^4 - iW_\mu^5), & X_\mu^{0*} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^4 + iW_\mu^5), \end{aligned} \quad (2.63)$$

thì ma trận  $W_\mu^a T^a$  có dạng:

$$W_\mu^a T^a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & \sqrt{2} W_\mu^+ & \sqrt{2} X_\mu^0 \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & \sqrt{2} Y_\mu^- \\ \sqrt{2} X_\mu^{0*} & \sqrt{2} Y_\mu^+ & -\frac{2}{\sqrt{3}} W_\mu^8 \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

Sau khi SSB, các boson chuẩn ( $W^\pm, Y^\pm, X^0$ ) được sinh khối lượng lần lượt là:

$$m_W^2 = \frac{g^2}{4}(v_\eta^2 + v_\rho^2), \quad m_Y^2 = \frac{g^2}{4}(v_\chi^2 + v_\rho^2), \quad m_{X^0}^2 = \frac{g^2}{4}(v_\chi^2 + v_\eta^2). \quad (2.65)$$

Từ biểu thức (2.63) và (2.65), ta nhận thấy boson  $W$  trong mô hình đang xét giống hệt với boson  $W$  trong SM. Trong khi đó, boson  $X^0$  và  $Y$  là những cặp trường chuẩn bilepton và hoàn toàn mới. Hai boson mới này là những hạt nặng và có sự phân bậc khối lượng [96]:

$$|m_Y^2 - m_{X^0}^2| < m_W^2.$$

Từ biểu thức (2.65), ta thu được điều kiện ràng buộc giữa các VEV của các trường vô hướng trong mô hình là

$$v_\eta^2 + v_\rho^2 = v_{ew}^2 = 246^2 \text{ GeV}^2. \quad (2.66)$$

Cuối cùng, các thành phần  $W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu$  trộn lẫn với nhau. Trong hệ cơ sở gồm ba yếu tố này, bình phương ma trận trộn khối lượng có dạng

$$M_{neutral}^2 = \frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} v_\eta^2 + v_\rho^2 & \frac{v_\eta^2 - v_\rho^2}{\sqrt{3}} & -\frac{2t}{3\sqrt{6}}(v_\eta^2 + 2v_\rho^2) \\ \frac{v_\eta^2 - v_\rho^2}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3}(4v_\chi^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2) & \frac{\sqrt{2}t}{9}(2v_\chi^2 - v_\eta^2 + 2v_\rho^2) \\ -\frac{2t}{3\sqrt{6}}(v_\eta^2 + 2v_\rho^2) & \frac{\sqrt{2}t}{9}(2v_\chi^2 - v_\eta^2 + 2v_\rho^2) & \frac{2t^2}{27}(v_\chi^2 + v_\eta^2 + 4v_\rho^2) \end{pmatrix}, \quad (2.67)$$

trong đó

$$t = \frac{3\sqrt{2}s_W}{\sqrt{3 - 4s_W^2}}. \quad (2.68)$$

Ma trận  $M_{neutral}^2$  trong (2.67) được chéo hóa thông qua hai bước. Trong bước thứ nhất, ma trận  $3 \times 3$  được chéo hóa ở hộp đầu tiên và giảm xuống một bậc thành ma trận  $2 \times 2$  ở đáy. Bước thứ hai chính là chéo hóa ma trận  $2 \times 2$  ở đáy này. Các trạng thái vật lý bây giờ là tổ hợp của các thành phần  $W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu$  và có dạng:

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W W_{3\mu} + c_W \left( -\frac{t_W}{\sqrt{3}} W_{8\mu} + \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} B_\mu \right), \\ Z_\mu &= c_W W_{3\mu} - s_W \left( -\frac{t_W}{\sqrt{3}} W_{8\mu} + \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} B_\mu \right), \\ Z'_\mu &= \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} W_{8\mu} + \frac{t_W}{\sqrt{3}} B_\mu. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Từ kết quả phân tích trong phần các trường chuẩn, chúng ta tìm được một boson chuẩn không khối lượng và tương ứng với photon  $A$ . Ngoài ra, mô hình ALP331 có hai boson chuẩn là bilepton và hai boson chuẩn trung hòa có khối lượng là boson  $Z$  và  $Z'$ . Các yếu tố của bình phương ma trận trộn khối lượng giữa các boson chuẩn trung hòa trong hệ cơ sở  $(Z, Z')$  được xác định như sau:

$$m_Z^2 = \frac{g^2}{4c_W^2} (v_\rho^2 + v_\eta^2), \quad (2.70)$$

$$m_{ZZ'}^2 = \frac{g^2 [(t_W^2 - 1)v_\rho^2 + (t_W^2 + 1)v_\eta^2]}{4\sqrt{3}c_W \sqrt{1 - \frac{1}{3}t_W^2}}, \quad (2.71)$$

$$m_{Z'}^2 = \frac{g^2 [4v_\chi^2 + (t_W^2 - 1)^2 v_\rho^2 + (t_W^2 + 1)^2 v_\eta^2]}{4(3 - t_W^2)}. \quad (2.72)$$

Cuối cùng, ma trận này được chéo hóa bởi các phép biến đổi trường là:

$$\begin{aligned} Z_\mu^1 &= c_{\theta_Z} Z_\mu - s_{\theta_Z} Z'_\mu, \\ Z_\mu^2 &= s_{\theta_Z} Z_\mu + c_{\theta_Z} Z'_\mu \end{aligned} \quad (2.73)$$

trong đó góc trộn được xác định là [97]:

$$t_{2\theta_Z} = \frac{2m_{ZZ'}^2}{m_{Z'}^2 - m_Z^2} \simeq \frac{\sqrt{(3 - t_W^2)} [(t_W^2 - 1)v_\rho^2 + (t_W^2 + 1)v_\eta^2]}{2v_\chi^2 c_W}, \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} m_{Z_1}^2 &= \frac{1}{2} \left[ m_Z^2 + m_{Z'}^2 - \sqrt{(m_Z^2 - m_{Z'}^2)^2 + 4m_{ZZ'}^4} \right] \simeq m_Z^2 - \frac{m_{ZZ'}^4}{m_{Z'}^2} \\ &\simeq \frac{g^2}{4c_W^2} \left\{ v_\rho^2 + v_\eta^2 - \frac{[(t_W^2 - 1)v_\rho^2 + (t_W^2 + 1)v_\eta^2]^2}{4v_\chi^2} \right\} \approx \frac{m_W^2}{c_W^2}, \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$m_{Z_2}^2 = \frac{1}{2} \left[ m_Z^2 + m_{Z'}^2 + \sqrt{(m_Z^2 - m_{Z'}^2)^2 + 4m_{ZZ'}^4} \right] \simeq m_{Z'}^2 \approx \frac{g^2 c_W^2}{(3 - 4s_W^2)} v_\chi^2. \quad (2.76)$$

Chú ý rằng các quark ngoại lai  $D_\alpha$  và  $U$  cũng như các boson chuẩn  $X^0, Y^\pm$  có số lepton bằng 2 [98, 99]. Các tương tác giữa các boson chuẩn trong mô hình là tương tự như trong tài liệu [100, 101]. Do có sự khác biệt giữa các thế hệ của các quark nên có FCNC gây ra bởi  $Z'$  ở mức cây [102–105]. Trong khuôn khổ của luận án, chúng tôi sẽ không nghiên cứu hiện tượng luận có liên quan đến FCNC gây ra bởi  $Z'$ .

## 2.4. Thế Higgs

Thế vô hướng của mô hình ALP331 có dạng:

$$\begin{aligned} V = & \mu_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \mu_\rho^2 \rho^\dagger \rho + \mu_\chi^2 \chi^\dagger \chi + \mu_\phi^2 \phi^* \phi + \lambda_1 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_2 (\eta^\dagger \eta)^2 \\ & + \lambda_3 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_6 (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) \\ & + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) \\ & + \lambda_{10} (\phi^* \phi)^2 + \lambda_{11} (\phi^* \phi) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{12} (\phi^* \phi) (\rho^\dagger \rho) \\ & + \lambda_{13} (\phi^* \phi) (\eta^\dagger \eta) + (\lambda_\phi \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k \phi + H.c.) \end{aligned} \quad (2.77)$$

VEV  $v_\phi$  gây ra SSB đối xứng PQ làm xuất hiện của một hạt chưa tìm kiếm được và có tính chất giống như axion (ALP - Axion Like Particle được gọi là "hạt tựa axion") ở thang phá vỡ đối xứng rất cao vào khoảng  $v_\phi \sim 10^{10} - 10^{11}$  GeV. Sau đó, nhóm đối xứng chuẩn  $SU(3)_L \times U(1)_X$  bị SSB về nhóm đối xứng điện-yếu của SM bởi VEV  $v_\chi$ . Hai giá trị VEV khác là  $v_\rho, v_\eta$  gây ra SSB nhóm đối xứng điện-yếu về nhóm đối xứng thông thường  $U(1)_Q$ . Do đó, giữa các VEV có sự phân bậc:  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$ . Các điều kiện ràng buộc của thế vô hướng đã được phân tích trong tài liệu [41]. Từ biểu thức (2.77), các hằng số tương tác có thể được giả sử một cách hợp lý rằng:  $\lambda_2 \approx \lambda_3, \lambda_4 \approx \lambda_5, \lambda_7 \approx \lambda_8, \lambda_{12} \approx \lambda_{13}$ . Theo tài liệu [106],  $v_\chi \geq 10357$  GeV với  $M_{Z'} \geq 4.1$  TeV.

Các trường vô hướng trong mô hình ALP331 được khai triển xung quanh VEV của chúng như sau:

$$\rho_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\rho + R_\rho + iI_\rho), \quad \eta_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\eta + R_\eta^1 + iI_\eta^1),$$

$$\chi_3^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + R_\chi^3 + iI_\chi^3), \quad \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + R_\phi + iI_\phi). \quad (2.78)$$

Sau khi khai triển các số hạng trong biểu thức thế và chỉ giữ lại những số hạng chứa bậc hai của hàm trường thì thay (2.78) vào (2.77). Ta xác định điều kiện cực tiểu thế bằng cách lấy đạo hàm của thế theo hàm trường để xác định các ràng buộc giữa tham số khối lượng của hàm trường với các hằng số tương tác là:

$$\begin{aligned} \mu_\rho^2 + \lambda_3 v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\chi^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{12}}{2} v_\phi^2 + \frac{A}{2v_\rho^2} &= 0, \\ \mu_\eta^2 + \lambda_2 v_\eta^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_\chi^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\phi^2 + \frac{A}{2v_\eta^2} &= 0, \\ \mu_\chi^2 + \lambda_1 v_\chi^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{11}}{2} v_\phi^2 + \frac{A}{2v_\chi^2} &= 0, \\ \mu_\phi^2 + \lambda_{10} v_\phi^2 + \frac{\lambda_{11}}{2} v_\chi^2 + \frac{\lambda_{12}}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\eta^2 + \frac{A}{2v_\phi^2} &= 0, \end{aligned} \quad (2.79)$$

trong đó,  $A \equiv \lambda_\phi v_\phi v_\chi v_\eta v_\rho$ .

Thay các ràng buộc trong (2.79) vào biểu thức thế Higgs (2.77) thì có thể xác định được các bình phương ma trận trộn khối lượng để tìm được phổ khối lượng của các hạt trong phần vô hướng của mô hình. Đồng thời, ta có thể chỉ ra được trạng thái vật lý tương ứng với khối lượng của từng hạt trong phần vô hướng. Phần vô hướng của mô hình được chia làm hai là phần vô hướng mang điện và phần vô hướng trung hòa. Trong phần vô hướng trung hòa, ta cũng chia thành hai loại là phần vô hướng  $CP$  chẵn và phần vô hướng  $CP$  lẻ. Sau đây, ta sẽ khảo sát chi tiết và lần lượt từng phần vô hướng của mô hình ALP331.

## 2.5. Phần vô hướng mang điện

Có bốn trường vô hướng mang điện:  $\eta_2^-, \rho_1^-, \rho_3^-$  và  $\chi_2^-$ .

Trong hệ cơ sở  $(\eta_2^-, \rho_1^-)$ , bình phương ma trận trộn khối lượng tương ứng là:

$$\begin{aligned} M_{c1}^2 &= \begin{pmatrix} \frac{\lambda_9 v_\rho^2}{2} - \frac{A}{2v_\eta^2} & \frac{\lambda_9 v_\rho v_\eta}{2} - \frac{A}{2v_\rho v_\eta} \\ \frac{\lambda_9 v_\rho v_\eta}{2} - \frac{A}{2v_\rho v_\eta} & \frac{\lambda_9 v_\eta^2}{2} - \frac{A}{2v_\rho^2} \end{pmatrix} \\ &= -\frac{(A - \lambda_9 v_\rho^2 v_\eta^2)}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{v_\eta^2} & \frac{1}{v_\eta v_\rho} \\ \frac{1}{v_\eta v_\rho} & \frac{1}{v_\rho^2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.80)$$

Từ ma trận  $M_{c_1}^2$  trong biểu thức (2.80), ta thu được các trạng thái không khối lượng  $G_1^\pm$  và hai trường  $H_1^\pm$  có khối lượng được xác định bằng biểu thức:

$$m_{H_1^\pm}^2 = -\frac{(A - \lambda_9 v_\rho^2 v_\eta^2)}{2} \cdot \frac{(v_\rho^2 + v_\eta^2)}{v_\rho^2 v_\eta^2}. \quad (2.81)$$

Ta có thể đồng nhất các trường vô hướng mang điện không khối lượng  $G_1^\pm$  với các Goldstone boson mang điện trong SM. Các Goldstone boson này cho đóng góp vào thành phần dọc của các boson chuẩn  $W^\pm$  làm các boson  $W$  trở nên có khối lượng.

Các trường vật lý được xác định như sau:

$$\begin{pmatrix} G_1^\pm \\ H_1^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\alpha & -s_\alpha \\ s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1^\pm \\ \eta^\pm \end{pmatrix}, \quad (2.82)$$

trong đó,

$$\tan \alpha = \frac{v_\eta}{v_\rho}. \quad (2.83)$$

Áp dụng tính chất bình phương khối lượng luôn dương vào biểu thức (2.81) thì ta thu được điều kiện:

$$\lambda_9 > \lambda_\phi \frac{v_\phi v_\chi}{v_\rho v_\eta} = \frac{A}{v_\rho^2 v_\eta^2} = \frac{A}{(v_{ew}^2 - v_\eta^2) v_\eta^2}. \quad (2.84)$$

Do điều kiện về hằng số tương tác trong biểu thức (2.84) là  $\lambda_9 < 1$  (để đảm bảo tính nhiễu loạn), ta rút ra được điều kiện sau:

$$\frac{|A|}{(v_{ew}^2 - v_\eta^2) v_\eta^2} < 1. \quad (2.85)$$

Vì vậy, ràng buộc đối với hằng số tương tác đặc biệt quan trọng  $\lambda_\phi$  trong mô hình được xác định là:

$$|A| < (v_{ew}^2 - v_\eta^2) v_\eta^2 \quad \Rightarrow \quad |\lambda_\phi| < \frac{(v_{ew}^2 - v_\eta^2) \tan \alpha}{v_\phi v_\chi}. \quad (2.86)$$

Để đơn giản, ta giả sử  $v_\eta = v_\rho = \frac{v_{ew}}{\sqrt{2}} = 172$  GeV,  $v_\phi = 10^{10}$  GeV và  $v_\chi = 10^5$  GeV, thì  $|\lambda_\phi| < 10^{-11}$ . Điều thú vị là những hằng số tương tác rất nhỏ như vậy (hằng số tương tác Yukawa gây ra sự bền vững của proton) cũng xuất hiện trong mô hình 3-3-1 siêu đối xứng [107].

Đối với phần vô hướng mang điện, bình phương ma trận trộn khối lượng tương ứng với hệ cơ sở  $(\chi_2^-, \rho_3^-)$  có dạng:

$$M_{c_2}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_8 v_\rho^2}{2} - \frac{A}{2v_\chi^2} & \frac{\lambda_8 v_\rho v_\chi}{2} - \frac{A}{2v_\rho v_\chi} \\ \frac{\lambda_8 v_\rho v_\chi}{2} - \frac{A}{2v_\rho v_\chi} & \frac{\lambda_8 v_\chi^2}{2} - \frac{A}{2v_\rho^2} \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{(A - \lambda_8 v_\rho^2 v_\chi^2)}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{v_\chi^2} & \frac{1}{v_\chi v_\rho} \\ \frac{1}{v_\chi v_\rho} & \frac{1}{v_\rho^2} \end{pmatrix}. \quad (2.87)$$

Ma trận  $M_{c2}^2$  có các trạng thái vô hướng không khối lượng  $G_2^\pm$  và các trạng thái vô hướng có khối lượng  $H_2^\pm$  với khối lượng là:

$$m_{H_2^\pm}^2 = -\frac{(A - \lambda_8 v_\rho^2 v_\chi^2)}{2} \cdot \frac{(v_\rho^2 + v_\chi^2)}{v_\rho^2 v_\chi^2}. \quad (2.88)$$

Các trường vật lý được xác định như sau:

$$\begin{pmatrix} G_2^\pm \\ H_2^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_2^\pm \\ \rho_3^\pm \end{pmatrix}, \quad (2.89)$$

trong đó

$$\tan \theta_1 = \frac{v_\rho}{v_\chi}. \quad (2.90)$$

Chú ý rằng hạt bilepton không khối lượng  $G_2^\pm$  được đồng nhất là Goldstone boson tương ứng với thành phần dọc của boson chuẩn bilepton  $Y^\pm$ .

Từ biểu thức (2.88) ta thu được điều kiện:

$$\lambda_8 > \lambda_\phi \frac{v_\phi v_\eta}{v_\chi v_\rho}. \quad (2.91)$$

## 2.6. ALP trong mô hình ALP331

Khoảng hai thập kỉ trước, axion đã được đề xuất trong các mô hình 3-3-1 [41,42]. Trong các công bố này, lạm phát vũ trụ, ALP và cơ chế cầu bập bênh (seesaw mechanism) đã được tính toán mô phỏng với phần vô hướng tối thiểu. Tuy nhiên, công bố này còn một số hạn chế khi không xác định được trạng thái vật lý của các trường trong phần vô hướng  $CP$  chẵn nên chưa nghiên cứu được một số hiện tượng luận liên quan đến FCNC như các quá trình  $t \rightarrow hu$ ,  $t \rightarrow hc$ ,  $t \rightarrow u\gamma$  và  $t \rightarrow c\gamma$  cũng như giải thích về dao động meson  $K^0 - \bar{K}^0$ ,  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  và  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ . Nghiên cứu của chúng tôi sẽ chỉ ra những hạn chế của bài báo [41,42] và phân tích cũng như thảo luận về các hiện tượng luận vừa nêu.

Để nghiên cứu về ALP trong ALP331, ta sẽ phân tích phần vô hướng  $CP$  lẻ của mô hình với sáu trường vô hướng  $CP$  lẻ không mang điện trong đó có hai trường không có VEV là  $(I_\chi^1, I_\eta^3)$  và bốn trường có VEV khác không là:  $(I_\phi, I_\chi^3, I_\rho^2, I_\eta^1)$ .

Trong hệ cơ sở  $(I_\chi^1, I_\eta^3)$ , bình phương ma trận trộn khối lượng tương ứng có dạng:

$$M_{A(I_\chi^1, I_\eta^3)}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_7 v_\eta^2}{4} - \frac{A}{2v_\chi^2} & -\frac{\lambda_7}{4} v_\chi v_\eta + \frac{A}{2v_\chi v_\eta} \\ -\frac{\lambda_7}{4} v_\chi v_\eta + \frac{A}{2v_\chi v_\eta} & \frac{\lambda_7 v_\chi^2}{4} - \frac{A}{2v_\eta^2} \end{pmatrix}. \quad (2.92)$$

Chéo hóa ma trận trong biểu thức (2.92) cho ta kết quả là một trường vô hướng  $G_1$  không khối lượng và một trường vô hướng  $B_1$  có khối lượng với khối lượng là:

$$m_{B_1}^2 = -\frac{(A - \lambda_7 v_\eta^2 v_\chi^2)}{2} \cdot \frac{(v_\eta^2 + v_\chi^2)}{v_\eta^2 v_\chi^2}. \quad (2.93)$$

Các trường vật lý được xác định như sau:

$$\begin{pmatrix} G_3 \\ B_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\chi^1 \\ I_\eta^3 \end{pmatrix}, \quad (2.94)$$

trong đó,

$$\tan \theta_2 = \frac{v_\eta}{v_\chi}. \quad (2.95)$$

Từ khối lượng trong biểu thức (2.93) ta rút ra được điều kiện:

$$\lambda_7 > \lambda_\phi \frac{v_\phi v_\rho}{v_\chi v_\eta}. \quad (2.96)$$

Bình phương ma trận trộn khối lượng cho phần vô hướng  $CP$  lẻ trong hệ cơ sở  $(I_\phi, I_\chi^3, I_\rho, I_\eta^1)$  có dạng:

$$M_{odd}^2 = -\frac{A}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{v_\phi^2} & \frac{1}{v_\phi v_\chi} & \frac{1}{v_\phi v_\rho} & \frac{1}{v_\phi v_\eta} \\ & \frac{1}{v_\chi^2} & \frac{1}{v_\chi v_\rho} & \frac{1}{v_\chi v_\eta} \\ & & \frac{1}{v_\rho^2} & \frac{1}{v_\rho v_\eta} \\ & & & \frac{1}{v_\eta^2} \end{pmatrix}. \quad (2.97)$$

Ta có thể thấy trong biểu thức (2.97), có sự trộn khác không giữa các trường vô hướng  $CP$  lẻ  $(I_\phi, I_\chi^3, I_\rho, I_\eta^1)$  trong hệ cơ sở tương tác. Chú ý rằng yếu tố ma trận ở hàng 1 cột 3 trong biểu thức (2.97) phải là  $\frac{1}{v_\rho v_\phi}$ , thay vì  $\frac{1}{v_\rho v_\eta}$  như trong biểu thức (16) của tài liệu [42].

Thông qua từng bước, ma trận  $M_{odd}^2$  trong (2.97) có thể được chéo hóa chính xác bằng phương pháp Euler.

Trong hệ cơ sở  $(I_\eta^1, I_\rho)$ , bình phương ma trận khối lượng có dạng:

$$M_{I_\eta^1, I_\rho}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{A}{4v_\eta^2} & -\frac{A}{4v_\eta v_\rho} \\ -\frac{A}{4v_\eta v_\rho} & -\frac{A}{4v_\rho^2} \end{pmatrix} \quad (2.98)$$

Ma trận trong biểu thức (2.98) có hai trị riêng là 0 và  $\frac{-A(v_\eta^2+v_\rho^2)}{4v_\eta^2v_\rho^2}$ . Ma trận này được chéo hóa bởi ma trận sau đây:

$$U_{I_{\eta\rho}} = \begin{pmatrix} -\frac{v_\rho}{v_\eta\sqrt{\frac{v_\rho^2}{v_\eta^2}+1}} & \frac{1}{\sqrt{\frac{v_\rho^2}{v_\eta^2}+1}} \\ \frac{v_\eta}{v_\rho\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}} & \frac{1}{\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}} \end{pmatrix} \quad (2.99)$$

Do đó, ta thu được một ma trận  $4 \times 4$  có thể được dùng để chéo hóa một phần ma trận  $M_{odd}^2$  là:

$$U_I^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{v_\rho}{v_\eta\sqrt{\frac{v_\rho^2}{v_\eta^2}+1}} & \frac{1}{\sqrt{\frac{v_\rho^2}{v_\eta^2}+1}} \\ 0 & 0 & \frac{v_\eta}{v_\rho\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}} & \frac{1}{\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}} \end{pmatrix} \quad (2.100)$$

ở đây, góc trộn  $\alpha$  được xác định bởi biểu thức sau:

$$\tan \alpha = \frac{v_\eta}{v_\rho}. \quad (2.101)$$

Dưới tác động của ma trận  $U_I^1$  trong (2.100), ma trận  $M_{odd}^2$  trở thành:

$$\begin{aligned} M_{I_\rho}^{2diag} &= U_I^1 \cdot M_{odd}^2 \cdot (U_I^1)^T \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{A}{4v_\phi^2} & -\frac{A}{4v_\chi v_\phi} & 0 & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\phi} \\ -\frac{A}{4v_\chi v_\phi} & -\frac{A}{4v_\chi^2} & 0 & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\chi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\phi} & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\chi} & 0 & -\frac{A(v_\eta^2+v_\rho^2)}{4v_\eta^2v_\rho^2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.102)$$

Tiếp theo, ta xét ma trận trộn  $3 \times 3$  trong biểu thức (2.102):

$$M_{I_{33}}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{A}{4v_\phi^2} & -\frac{A}{4v_\chi v_\phi} & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\phi} \\ -\frac{A}{4v_\chi v_\phi} & -\frac{A}{4v_\chi^2} & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\chi} \\ -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\phi} & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\chi} & -\frac{A(v_\eta^2+v_\rho^2)}{4v_\eta^2v_\rho^2} \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

Ma trận  $M_{I_{33}}^2$  trong biểu thức (2.103) có ba trị riêng là:  $0, 0, \frac{-A}{4} \left( \frac{1}{v_\eta^2} + \frac{1}{v_\rho^2} + \frac{1}{v_\chi^2} + \frac{1}{v_\phi^2} \right)$ .  
Ta sử dụng trạng thái riêng thứ hai tương ứng với hệ cơ sở  $(A_3, I_\eta^1)$ .

Trong hệ cơ sở  $(A_3, I_\chi^1)$ , bình phương ma trận khối lượng có dạng:

$$M_{I_{A_3\chi}}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{A}{4v_\chi^2} & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\chi} \\ \frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{4v_\eta v_\chi} & -\frac{A(v_\eta^2+v_\rho^2)}{4v_\eta^2 v_\rho^2} \end{pmatrix} \quad (2.104)$$

Ma trận  $M_{I_{A_3\chi}}^2$  trong (2.104) có hai trị riêng là:  $0$  và  $\frac{-A}{4} \left( \frac{1}{v_\eta^2} + \frac{1}{v_\rho^2} + \frac{1}{v_\chi^2} \right)$ . Ma trận này được chéo hóa bằng cách sử dụng ma trận sau đây:

$$U_{A_3\chi} = \begin{pmatrix} -\frac{v_\chi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{v_\eta\sqrt{v_\chi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}\right)+1}} & \frac{1}{\sqrt{v_\chi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}\right)+1}} \\ \frac{v_\eta}{v_\chi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}} & \frac{1}{\sqrt{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)+1}} \end{pmatrix} \quad (2.105)$$

Kết quả là ta thu được một ma trận  $4 \times 4$  dùng để chéo hóa một phần ma trận  $M_{I_\rho}^{2diag}$  và có dạng như sau:

$$U_I^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{v_\chi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}{v_\eta\sqrt{v_\chi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}\right)+1}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{v_\chi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}\right)+1}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{v_\eta}{v_\chi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)+1}} \end{pmatrix}. \quad (2.106)$$

Với góc trộn  $\theta_3$  được cho bởi công thức:

$$\tan \theta_3 = \frac{v_\eta}{v_\chi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}}. \quad (2.107)$$

Dưới tác động của ma trận  $U_I^2$  trong (2.106), ma trận  $M_{I_\rho}^{2diag}$  biến đổi thành:

$$M_{I_{\eta\rho}}^{2diag} = U_I^2 \cdot M_{I_\rho}^{2diag} (U_I^2)^T$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{A}{4v_\phi^2} & 0 & 0 & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}}{4v_\eta v_\phi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}}{4v_\eta v_\phi} & 0 & 0 & \frac{1}{4}A\left(-\frac{1}{v_\eta^2}-\frac{1}{v_\rho^2}-\frac{1}{v_\chi^2}\right) \end{pmatrix}. \quad (2.108)$$

Tiếp theo, ta xét ma trận  $2 \times 2$  trong (2.108) tương ứng với hệ cơ sở  $(A_4, I_\phi)$ :

$$M_{I_{22}} = \begin{pmatrix} -\frac{A}{4v_\phi^2} & -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}}{4v_\eta v_\phi} \\ -\frac{A\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}}{4v_\eta v_\phi} & -\frac{A}{4}\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right) \end{pmatrix} \quad (2.109)$$

Ma trận trong biểu thức (2.109) là một ma trận bình phương khối lượng trong hệ cơ sở  $(A_4, I_\phi)$  và có hai trị riêng là 0 và  $-\frac{A}{4}\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}+\frac{1}{v_\phi^2}\right)$ . Ma trận  $M_{I_{22}}$  được chéo hóa bằng cách sử dụng ma trận  $U_{A_4\phi}$  sau đây:

$$\begin{pmatrix} \frac{v_\phi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}}{v_\eta\sqrt{v_\phi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right)+1}} & \frac{1}{\sqrt{v_\phi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right)+1}} \\ \frac{v_\eta}{v_\phi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\phi^2(v_\eta^2(v_\rho^2+v_\chi^2))+v_\rho^2 v_\chi^2}}+1} & \frac{1}{\sqrt{v_\phi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right)+1}} \end{pmatrix}. \quad (2.110)$$

Do đó, ta thu được ma trận  $4 \times 4$  dùng để chéo hóa ma trận  $M_{I_{\eta\rho}}^2$ . Ma trận  $U_I^3$  có dạng sau:

$$\begin{pmatrix} \frac{v_\phi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}}{v_\eta\sqrt{v_\phi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right)+1}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{v_\phi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right)+1}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{v_\eta}{v_\phi\sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2(v_\eta^2+v_\rho^2)}+1}\sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\phi^2(v_\eta^2(v_\rho^2+v_\chi^2))+v_\rho^2 v_\chi^2}}+1} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{v_\phi^2\left(\frac{1}{v_\eta^2}+\frac{1}{v_\rho^2}+\frac{1}{v_\chi^2}\right)+1}} \end{pmatrix}. \quad (2.111)$$

Và góc trộn  $\theta_\phi$  được xác định như sau:

$$\tan \theta_\phi = \frac{v_\eta}{v_\phi \sqrt{\frac{v_\eta^2}{v_\rho^2} + 1} \sqrt{\frac{v_\eta^2 v_\rho^2}{v_\chi^2 (v_\eta^2 + v_\rho^2)} + 1}} = \frac{v_\chi}{v_\phi \sqrt{1 + v_\chi^2 \left( \frac{1}{v_\rho^2} + \frac{1}{v_\eta^2} \right)}}. \quad (2.112)$$

Dưới tác động của ma trận  $U_I^3$  trong (2.111), ma trận  $M_{I\eta\rho}^2$  trở thành:

$$\begin{aligned} M_{I^{diag}}^2 &= U_I^3 \cdot M_{I\eta\rho}^2 \cdot (U_I^3)^T \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A}{4} \left( -\frac{1}{v_\eta^2} - \frac{1}{v_\rho^2} - \frac{1}{v_\chi^2} - \frac{1}{v_\phi^2} \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.113)$$

Cuối cùng, ma trận được sử dụng để chéo hóa ma trận  $M_{odd}^2$  là:

$$U_I = U_I^3 \cdot U_I^2 \cdot U_I^1, \quad (2.114)$$

và có dạng lượng giác như sau:

$$U_{Is} = \begin{pmatrix} c_{\theta_\phi} & -s_{\theta_3} s_{\theta_\phi} & -s_\alpha c_{\theta_3} s_{\theta_\phi} & -c_\alpha c_{\theta_3} s_{\theta_\phi} \\ 0 & c_{\theta_3} & -s_\alpha s_{\theta_3} & -c_\alpha s_{\theta_3} \\ 0 & 0 & c_\alpha & -s_\alpha \\ -s_{\theta_\phi} & -s_{\theta_3} c_{\theta_\phi} & -s_\alpha c_{\theta_3} c_{\theta_\phi} & -c_\alpha c_{\theta_3} c_{\theta_\phi} \end{pmatrix}. \quad (2.115)$$

Các trường vô hướng CP lẻ ở trong hệ cơ sở các trường vật lý và các trường tương tác có mối liên hệ thông qua phép biến đổi sau:

$$\begin{pmatrix} a \\ G_{Z'} \\ G_Z \\ A_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\theta_\phi} & -s_{\theta_3} s_{\theta_\phi} & -s_\alpha c_{\theta_3} s_{\theta_\phi} & -c_\alpha c_{\theta_3} s_{\theta_\phi} \\ 0 & c_{\theta_3} & -s_\alpha s_{\theta_3} & -c_\alpha s_{\theta_3} \\ 0 & 0 & c_\alpha & -s_\alpha \\ s_{\theta_\phi} & s_{\theta_3} c_{\theta_\phi} & s_\alpha c_{\theta_3} c_{\theta_\phi} & c_\alpha c_{\theta_3} c_{\theta_\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\phi \\ I_\chi^3 \\ I_\rho \\ I_\eta^1 \end{pmatrix}, \quad (2.116)$$

trong đó,  $\cos \xi = c_\xi$ ,  $\sin \xi = s_\xi$  với  $\xi = \alpha, \theta_3, \theta_\phi$  và các góc trộn trong phần vô hướng CP lẻ được xác định bởi các biểu thức (2.101), (2.107) và (2.112).

Chú ý rằng ma trận trong (2.97) phụ thuộc vào bốn VEV  $v_\rho, v_\eta, v_\chi$  và  $v_\phi$ . Ma trận (2.97) được chéo hóa bởi ma trận trong (2.116) với ba góc trộn  $\alpha, \theta_3, \theta_\phi$  được xác định trong (2.101), (2.107) và (2.112) cùng một tham số  $\left( \frac{1}{v_\phi^2} + \frac{1}{v_\chi^2} + \frac{1}{v_\rho^2} + \frac{1}{v_\eta^2} \right)$  chứa trong biểu thức xác định khối lượng của trường

$A_5$  trong biểu thức (2.118). Cần nhấn mạnh rằng ma trận quay (2.116) dùng để chéo hóa bình phương ma trận trộn khối lượng của phần  $CP$  lẻ có ba góc trộn chứ không phải bốn góc trộn vì có sự phân bậc VEV  $v_\rho, v_\eta \ll v_\chi \ll v_\phi$ .

Các kết quả của chúng tôi là hoàn toàn khác với những kết quả được công bố trong công trình [41, 42]. Trong các công bố này, ma trận trộn khối lượng không phải là ma trận thỏa mãn tính chất unitary và các góc trộn khối lượng cũng chưa được xác định.

Ở đây, ALP là hạt giả vô hướng không có khối lượng. Để ALP trở nên có khối lượng thì cần phải có một cơ chế sinh khối lượng khác với cơ chế Higgs. Trong khuôn khổ của luận án, cơ chế sinh khối lượng cho ALP chưa được nghiên cứu. Tuy nhiên, cơ chế sinh khối lượng của ALP đã được tài liệu [42] thảo luận thông qua việc nghiên cứu hiệu ứng hấp dẫn lượng tử. Trạng thái vật lý ALP được xác định là tổ hợp của cả bốn trường vô hướng  $CP$  lẻ  $I_\phi, I_\chi^3, I_\rho$  cùng  $I_\eta^1$ :

$$a = I_\phi c_{\theta_\phi} - I_\chi^3 s_{\theta_\phi} s_{\theta_3} - I_\rho c_{\theta_3} s_\alpha s_{\theta_\phi} - I_\eta^1 c_\alpha c_{\theta_3} s_{\theta_\phi}, \quad (2.117)$$

Khai triển này là hoàn toàn khác với axion  $a$  được đưa ra trong các công bố [41, 42]. Với trạng thái vật lý được biểu diễn như trong (2.117) thì ALP có thể có tương tác với các hạt trong SM với cường độ rất nhỏ. Vì vậy, ALP không thể là ứng cử viên cho CDM axion  $QCD$  nhưng vẫn có thể là ứng cử viên cho DM dạng khác. Ta cũng hoàn toàn có thể thu được ma trận trộn mà trong đó hạt ALP chỉ chứa hai thành phần như trong tài liệu [41, 42]. Nhưng trong trường hợp này, cả hai Goldstone bosons  $G_Z$  và  $G_{Z'}$  đều chứa thành phần  $I_\phi$ , điều này là bất hợp lý. Mặt khác, vì  $v_\chi \ll v_\phi$ , nên  $\tan \theta_\phi \rightarrow 0$  đồng thời  $s_{\theta_\phi} \rightarrow 0$  và  $c_{\theta_\phi} \simeq 1$ . Điều này dẫn đến  $a \simeq I_\phi$ .

Ngoài ra, khối lượng của trường vô hướng  $CP$  lẻ mới  $A_5$  được cho bởi công thức

$$\begin{aligned} m_{A_5}^2 &= -\frac{A}{2} \left( \frac{1}{v_\phi^2} + \frac{1}{v_\chi^2} + \frac{1}{v_\rho^2} + \frac{1}{v_\eta^2} \right) \\ &\approx -\frac{1}{2} \lambda_\phi v_\phi v_\chi (\tan \alpha + \cot \alpha) = -\frac{\lambda_\phi v_\phi v_\chi}{\sin 2\alpha}. \end{aligned} \quad (2.118)$$

Từ biểu thức (2.118), sử dụng điều kiện bình phương khối lượng luôn dương thì có thể thấy rằng giá trị của  $\lambda_\phi$  phải là số âm. Cần nhấn mạnh rằng bình phương ma trận khối lượng trong biểu thức (2.97) cũng như khối lượng của trường  $A_5$  đều phụ thuộc vào số hạng cuối cùng trong biểu thức (2.77). Số

hạng này chỉ xuất hiện do có đối xứng gián đoạn đặc biệt được đề xuất trong mô hình ALP331 đang nghiên cứu. (để thảo luận sâu hơn về vấn đề này, người đọc có thể tham khảo tài liệu [41]).

Tóm lại: Trong phần CP lẻ, ta có 6 trường gồm: hai hạt không khối lượng được đồng nhất là hai Goldstone boson bị ăn bởi boson  $Z$  và boson  $Z'$ , một hạt ALP  $a$  không khối lượng, một trường không khối lượng  $G_3$  bị ăn bởi một thành phần của trường chuẩn trung hòa có khối lượng  $X^0$ , một trường vô hướng mang điện có khối lượng  $B_1$  và một trường giả vô hướng có khối lượng  $A_5$ .

## 2.7. Phần vô hướng CP chẵn

Tương tự như phần vô hướng CP lẻ, có bốn trường trong phần vô hướng CP chẵn có VEV khác không là:  $(R_\phi, R_\chi^3, R_\rho^2$  và  $R_\eta^1)$ . Ngoài ra, trong phần vô hướng CP chẵn còn có hai trường không mang VEV là  $(R_\chi^1, R_\eta^3)$ .

Trong hệ cơ sở  $(R_\chi^1, R_\eta^3)$ , bình phương ma trận trộn khối lượng tương ứng có dạng:

$$M_{R(R_\chi^1, R_\eta^3)}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_7 v_\eta^2}{4} - \frac{A}{2v_\chi^2} & \frac{\lambda_7 v_\chi v_\eta}{4} - \frac{A}{2v_\chi v_\eta} \\ \frac{\lambda_7 v_\chi v_\eta}{4} - \frac{A}{2v_\chi v_\eta} & \frac{\lambda_7 v_\chi^2}{4} - \frac{A}{2v_\eta^2} \end{pmatrix}. \quad (2.119)$$

Chéo hóa ma trận trong biểu thức (2.119) cho ta kết quả là một trường vô hướng trung hòa  $G_4$  không khối lượng và một trường vô hướng trung hòa  $H_1$  có khối lượng với khối lượng như sau:

$$m_{H_1}^2 = -\frac{(A - \lambda_7 v_\eta^2 v_\chi^2)}{2} \cdot \frac{(v_\eta^2 + v_\chi^2)}{v_\eta^2 v_\chi^2}. \quad (2.120)$$

Các trường vật lý là:

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ G_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\chi^1 \\ R_\eta^3 \end{pmatrix}. \quad (2.121)$$

Ở đây,

$$G_{X^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_4 + iG_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (R_\eta^3 + iR_\chi^1).$$

là Goldstone boson bị ăn bởi boson  $X^0$ .

Nhìn vào biểu thức (2.93) và (2.120) ta nhận ra rằng  $B_1$  và  $H_1$  có cùng khối lượng và đều là thành phần của  $\chi_1^0$ . Do đó ta có thể kết hợp hai trường

này thành một trường vô hướng phức mới có khối lượng  $\varphi^0$  thỏa mãn

$$\varphi^0 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (R_\chi^1 + iI_\chi^1),$$

với khối lượng được xác định theo biểu thức (2.120).

Trong hệ cơ sở  $(R_\eta^1, R_\rho, R_\chi^3, R_\phi)$ , bình phương ma trận trộn khối lượng  $M_R^2$  của phần vô hướng CP chẵn có dạng sau:

$$\begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & \lambda_6 v_\eta v_\rho + \frac{\lambda_\phi v_\chi v_\phi}{2} & \lambda_4 v_\eta v_\chi + \frac{\lambda_\phi v_\rho v_\phi}{2} & \lambda_{13} v_\eta v_\phi + \frac{\lambda_\phi v_\rho v_\chi}{2} \\ \lambda_6 v_\eta v_\rho + \frac{\lambda_\phi v_\chi v_\phi}{2} & 2\lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A}{2v_\rho^2} & \frac{\lambda_\phi v_\eta v_\phi}{2} + \lambda_5 v_\rho v_\chi & \frac{\lambda_\phi v_\eta v_\chi}{2} + \lambda_{12} v_\rho v_\phi \\ \lambda_4 v_\eta v_\chi + \frac{\lambda_\phi v_\rho v_\phi}{2} & \frac{\lambda_\phi v_\eta v_\phi}{2} + \lambda_5 v_\rho v_\chi & 2\lambda_1 v_\chi^2 - \frac{A}{2v_\chi^2} & \frac{\lambda_\phi v_\eta v_\rho}{2} + \lambda_{11} v_\chi v_\phi \\ \lambda_{13} v_\eta v_\phi + \frac{\lambda_\phi v_\rho v_\chi}{2} & \frac{\lambda_\phi v_\eta v_\chi}{2} + \lambda_{12} v_\rho v_\phi & \frac{\lambda_\phi v_\eta v_\rho}{2} + \lambda_{11} v_\chi v_\phi & 2\lambda_{10} v_\phi^2 - \frac{A}{2v_\phi^2} \end{pmatrix}. \quad (2.122)$$

So sánh với ma trận tương ứng trong tài liệu [42], chúng tôi thấy rằng ba yếu tố ma trận đầu tiên ở cột bốn của bình phương ma trận trộn khối lượng của phần CP chẵn trong tài liệu [42] phải có *thêm* các số hạng:  $\frac{\lambda_{11} v_\phi v_\chi}{2}$ ,  $\frac{\lambda_{13} v_\phi v_\eta}{2}$  và  $\frac{\lambda_{12} v_\phi v_\rho}{2}$ . Để nhận ra được sự tồn tại của những số hạng này, chúng tôi viết các số hạng này cụ thể dưới dạng:

$$\begin{aligned} \lambda_{11}(\phi^\dagger \phi)(\chi^\dagger \chi) &\supset v_\phi v_\chi R_\phi R_\chi^3, \\ \lambda_{12}(\phi^\dagger \phi)(\rho^\dagger \rho) &\supset v_\phi v_\rho R_\phi R_\rho, \\ \lambda_{13}(\phi^\dagger \phi)(\eta^\dagger \eta) &\supset v_\phi v_\eta R_\phi R_\eta. \end{aligned} \quad (2.123)$$

Ma trận  $M_R^2$  trong (2.122) được chéo hóa bằng phương pháp gần đúng Hartree - Fock. Ma trận  $M_R^2$  được chia thành hai ma trận:  $M_{R0}^2$  - phần đóng góp chính và  $M_{Rp}^2$  - phần nhiễu loạn. Hai ma trận này thỏa mãn biểu thức:

$$M_R^2 = M_{R0}^2 + M_{Rp}^2, \quad (2.124)$$

với  $\frac{M_{R0}^2}{2}$  có dạng ma trận là:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{A}{4v_\eta v_\phi} + \frac{\lambda_{13} v_\eta v_\phi}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A}{4v_\rho v_\phi} + \frac{\lambda_{12} v_\rho v_\phi}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A}{4v_\chi v_\phi} + \frac{\lambda_{11} v_\chi v_\phi}{2} \\ \frac{A}{4v_\eta v_\phi} + \frac{\lambda_{13} v_\eta v_\phi}{2} & \frac{A}{4v_\rho v_\phi} + \frac{\lambda_{12} v_\rho v_\phi}{2} & \frac{A}{4v_\chi v_\phi} + \frac{\lambda_{11} v_\chi v_\phi}{2} & \lambda_{10} v_\phi^2 - \frac{A}{4v_\phi^2} \end{pmatrix}, \quad (2.125)$$

và dạng ma trận của phần nhiễu loạn là:

$$M_{Rp}^2 = 2 \begin{pmatrix} \lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{4v_\eta^2} & \frac{A}{4v_\eta v_\rho} + \frac{\lambda_6 v_\eta v_\rho}{2} & \frac{A}{4v_\eta v_\chi} + \frac{\lambda_4 v_\eta v_\chi}{2} & 0 \\ \frac{A}{4v_\eta v_\rho} + \frac{\lambda_6 v_\eta v_\rho}{2} & \lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A}{4v_\rho^2} & \frac{A}{4v_\rho v_\chi} + \frac{\lambda_5 v_\rho v_\chi}{2} & 0 \\ \frac{A}{4v_\eta v_\chi} + \frac{\lambda_4 v_\eta v_\chi}{2} & \frac{A}{4v_\rho v_\chi} + \frac{\lambda_5 v_\rho v_\chi}{2} & \lambda_1 v_\chi^2 - \frac{A}{4v_\chi^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.126)$$

Trong các giới hạn  $v_\rho, v_\eta \ll v_\chi \ll v_\phi$ , thì cả  $v_\rho$  và  $v_\eta$  có thể coi gần đúng bằng 0. Với gần đúng này, phần đóng góp chính (2.125) có dạng đơn giản hơn như sau:

$$M_{R00}^2 \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{11} v_\chi v_\phi \\ 0 & 0 & \lambda_{11} v_\chi v_\phi & 2\lambda_{10} v_\phi^2 \end{pmatrix}. \quad (2.127)$$

Ma trận  $M_{R00}^2$  trong (2.127) được chéo hóa bằng ma trận  $U_{44}$  sau đây:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} + \lambda_{10} v_\phi}{\lambda_{11} v_\chi \sqrt{\frac{(\sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} + \lambda_{10} v_\phi)^2}{\lambda_{11}^2 v_\chi^2} + 1}} & \frac{1}{\sqrt{\frac{(\sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} + \lambda_{10} v_\phi)^2}{\lambda_{11}^2 v_\chi^2} + 1}} \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_{10} v_\phi - \sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2}}{\lambda_{11} v_\chi \sqrt{\frac{(\sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} - \lambda_{10} v_\phi)^2}{\lambda_{11}^2 v_\chi^2} + 1}} & \frac{1}{\sqrt{\frac{(\sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} - \lambda_{10} v_\phi)^2}{\lambda_{11}^2 v_\chi^2} + 1}} \end{pmatrix}, \quad (2.128)$$

và phần đóng góp chính sau khi được chéo hóa sẽ được xác định theo biểu thức

$$M_{R00}^2 = U_{44} \cdot M_{R0}^2 \cdot U_{44}^T, \quad (2.129)$$

và có dạng:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_\phi \left( \lambda_{10} v_\phi - \sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v_\phi \left( \sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} + \lambda_{10} v_\phi \right) \end{pmatrix}. \quad (2.130)$$

Từ biểu thức (2.130), bình phương khối lượng của trường  $\Phi$  được xác định bởi:

$$m_\phi^2 = v_\phi \left( \sqrt{\lambda_{11}^2 v_\chi^2 + \lambda_{10}^2 v_\phi^2} + \lambda_{10} v_\phi \right) \approx 2\lambda_{10} v_\phi^2. \quad (2.131)$$

Với khối lượng lớn như trong biểu thức (2.131), trường  $\Phi$  có thể đóng vai trò làm phát trong vũ trụ sớm [42]. Mặt khác, ma trận  $U_{44}$  trong (2.128) có thể biểu diễn dưới dạng lượng giác là:

$$U_R^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{\alpha_\phi} & s_{\alpha_\phi} \\ 0 & 0 & s_{\alpha_\phi} & c_{\alpha_\phi} \end{pmatrix}, \quad (2.132)$$

với

$$\tan 2\alpha_\phi = \frac{\lambda_{11}v_\chi}{\lambda_{10}v_\phi}. \quad (2.133)$$

Phần nhiễu loạn  $M_{Rp}^2$  chịu tác động của ma trận  $U_R^1$  trong (2.132) nên bị biến đổi thành dạng sau:

$$\begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho & c_{\alpha_\phi} \left( \frac{-A}{2v_\eta v_\chi} - \lambda_4 v_\eta v_\chi \right) & s_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\chi} + \lambda_4 v_\eta v_\chi \right) \\ & 2\lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A}{2v_\rho^2} & c_{\alpha_\phi} \left( \frac{-A}{2v_\rho v_\chi} - \lambda_5 v_\rho v_\chi \right) & s_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\rho v_\chi} + \lambda_5 v_\rho v_\chi \right) \\ & & -\frac{c_{\alpha_\phi}^2 (A-4\lambda_1 v_\chi^4)}{2v_\chi^2} & \frac{s_{\alpha_\phi} c_{\alpha_\phi} (A-4\lambda_1 v_\chi^4)}{2v_\chi^2} \\ & & & -\frac{s_{\alpha_\phi}^2 (A-4\lambda_1 v_\chi^4)}{2v_\chi^2} \end{pmatrix}. \quad (2.134)$$

Vì  $\alpha_\phi$  được xác định bởi (2.133) nên  $s_{\alpha_\phi} \rightarrow 0$  khi  $v_\chi \ll v_\phi$  và  $\lambda_{10} > 0$ . Do đó, ma trận  $M_{Rp44}^2$  giảm được một bậc và có thể được viết lại dưới dạng sau:

$$M_{Rp44}^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho & -c_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\chi} + \lambda_4 v_\eta v_\chi \right) & 0 \\ & 2\lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A}{2v_\rho^2} & -c_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\rho v_\chi} + \lambda_5 v_\rho v_\chi \right) & 0 \\ & & -\frac{c_{\alpha_\phi}^2 (A-4\lambda_1 v_\chi^4)}{2v_\chi^2} & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.135)$$

Từ biểu thức (2.135), ta thu được ma trận  $3 \times 3$  sau đây:

$$M_{Rp33}^2 = M_{Rp33}^0 + M_{Rp33}^p, \quad (2.136)$$

với

$$M_{Rp33}^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -c_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\chi} + \lambda_4 v_\eta v_\chi \right) \\ & 0 & -c_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\rho v_\chi} + \lambda_5 v_\rho v_\chi \right) \\ & & -\frac{c_{\alpha_\phi}^2 (A-4\lambda_1 v_\chi^4)}{2v_\chi^2} \end{pmatrix} \quad (2.137)$$

được coi là phần đóng góp chính và

$$M_{Rp_{33}^p}^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho & 0 \\ & 2\lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A}{2v_\rho^2} & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix} \quad (2.138)$$

là phần nhiễu loạn của  $M_{Rp_{33}}^2$ .

Xét phần đóng góp chính  $M_{Rp_{33}^0}^2$  trong giới hạn  $v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$  thì ta có

$$-\frac{c_{\alpha_\phi} (A + \lambda_4 v_\eta^2 v_\chi^2)}{2v_\eta v_\chi} \rightarrow 0, \quad (2.139)$$

nên ma trận  $M_{Rp_{33}^0}^2$  có dạng gần đúng là:

$$M_{Rp_{33}^{00}}^2 \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{\alpha_\phi} \left( \frac{A}{2v_\rho v_\chi} + \lambda_5 v_\rho v_\chi \right) & \\ & & -\frac{c_{\alpha_\phi}^2 (A - 4\lambda_1 v_\chi^4)}{2v_\chi^2} \end{pmatrix}. \quad (2.140)$$

Ma trận  $M_{Rp_{33}^{00}}^2$  trong biểu thức (2.140) được chéo hóa bằng ma trận sau:

$$U_{33} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{\alpha_3} & s_{\alpha_3} \\ 0 & s_{\alpha_3} & c_{\alpha_3} \end{pmatrix}, \quad (2.141)$$

trong đó, góc trộn  $\alpha_3$  được xác định bởi:

$$\tan 2\alpha_3 = \frac{4v_\chi (A + 2\lambda_5 v_\rho^2 v_\chi^2)}{c_{\alpha_\phi} (A - 4\lambda_1 v_\chi^4)^2}. \quad (2.142)$$

Sau khi được chéo hóa, ma trận  $M_{Rp_{33}^{00}}^2$  có dạng:

$$M_{Rp_{33}^{diag}}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{H_{\chi_1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_{H_{\chi_2}}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.143)$$

với

$$m_{H_{\chi_{1,2}}}^2 = \frac{-c_{\alpha_\phi}}{4v_\rho v_\chi^2} \left( Av_\rho c_{\alpha_\phi} - 4\lambda_1 v_\rho v_\chi^4 \cos \alpha_\phi \pm \sqrt{4v_\chi^2 (A + 2\lambda_5 v_\rho^2 v_\chi^2)^2 + (Av_\rho c_{\alpha_\phi} - 4\lambda_1 v_\rho v_\chi^4 \cos \alpha_\phi)^2} \right).$$

(2.144)

Sử dụng điều kiện  $m_{H_\chi}^2 > 0$ ,  $v_\phi \gg v_\chi$  và  $\lambda_\phi$  rất nhỏ thì ta thu được:

$$m_{H_\chi}^2 = \left( \lambda_1 v_\chi^2 + v_\chi \sqrt{\lambda_5^2 v_\rho^2 + \lambda_1^2 v_\chi^2} \right) \approx 2\lambda_1 v_\chi^2 + \frac{\lambda_5^2}{2\lambda_1} v_\rho^2. \quad (2.145)$$

Với ma trận  $U_{33}$ , ta có ma trận  $4 \times 4$  như sau:

$$U_R^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{\alpha_3} & s_{\alpha_3} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_3} & c_{\alpha_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.146)$$

Dưới tác động của ma trận  $U_{33}$ , phần nhiễu loạn  $M_{Rp_{33}}^2$  biến đổi thành:

$$M_{Rp_{33}'}^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & -c_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) & s_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) \\ -c_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) & -\frac{c_{\alpha_3}^2 (A - 4\lambda_3 v_\rho^4)}{2v_\rho^2} & \frac{s_{\alpha_3} c_{\alpha_3} (A - 4\lambda_3 v_\rho^4)}{2v_\rho^2} \\ 0 & 0 & -\frac{s_{\alpha_3}^2 (A - 4\lambda_3 v_\rho^4)}{2v_\rho^2} \end{pmatrix}. \quad (2.147)$$

Với giới hạn  $v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$  thì  $s_{\alpha_3} \rightarrow 0$ . Vì vậy, ma trận  $M_{Rp_{33}'}^2$  có dạng gần đúng là:

$$M_{Rp_{33}'}^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & -c_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) & 0 \\ -c_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) & -\frac{c_{\alpha_3}^2 (A - 4\lambda_3 v_\rho^4)}{2v_\rho^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.148)$$

Từ biểu thức (2.148), ta thu được ma trận  $2 \times 2$  sau:

$$M_{Rp_{22}}^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{2v_\eta^2} & -c_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) \\ -c_{\alpha_3} \left( \frac{A}{2v_\eta v_\rho} + \lambda_6 v_\eta v_\rho \right) & -\frac{c_{\alpha_3}^2 (A - 4\lambda_3 v_\rho^4)}{2v_\rho^2} \end{pmatrix}. \quad (2.149)$$

Giả sử rằng  $c_{\alpha_3} \approx 1$ , ma trận  $M_{Rp_{22}}^2$  trong biểu thức (2.149) có thể được chéo hóa bởi ma trận  $2 \times 2$  sau đây:

$$U_{22} = \begin{pmatrix} -c_{\alpha_2} & s_{\alpha_2} \\ s_{\alpha_2} & c_{\alpha_2} \end{pmatrix}, \quad (2.150)$$

trong đó, ta có

$$\tan 2\alpha_2 = \frac{4c_{\alpha_3} v_\eta v_\rho (A + \lambda_6 v_\eta^2 v_\rho^2)}{Ac_{\alpha_3}^2 v_\eta^2 - Av_\rho^2 + 4v_\eta^2 v_\rho^2 (\lambda_2 v_\eta^2 - \lambda_3 c_{\alpha_3}^2 v_\rho^2)}. \quad (2.151)$$

Sau khi được chéo hóa, ma trận  $M_{Rp22}^2$  có dạng:

$$M_{Rp22}^{2\text{diag}} = \begin{pmatrix} m_{h_5}^2 & 0 \\ 0 & m_h^2 \end{pmatrix}, \quad (2.152)$$

với

$$m_{h,h_5}^2 = \lambda_2 v_\eta^2 - \frac{A}{4v_\eta^2} - \frac{c_{\alpha_3}^2 (A - 4\lambda_3 v_\rho^4)}{4v_\rho^2} \pm \left( \lambda_6 c_{\alpha_3}^2 (A + \lambda_6 v_\eta^2 v_\rho^2) + \lambda_2 v_\eta^4 (A - 4\lambda_3 v_\rho^4) + \lambda_3 A v_\rho^4 + \frac{(A (v_\eta^2 c_{2\alpha_3} + v_\eta^2 + 2v_\rho^2) - 8\lambda_3 v_\eta^2 v_\rho^4 c_{\alpha_3}^2 - 8\lambda_2 v_\eta^4 v_\rho^2)^2}{64v_\eta^4 v_\rho^4} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.153)$$

Với cách lấy gần đúng  $c_{\alpha_3} \approx 1$ , ta có:

$$m_{h,h_5}^2 = \lambda_2 v_\eta^2 + \lambda_3 v_\rho^2 - \frac{A v^2}{4v_\eta^2 v_\rho^2} \pm \left( \left( (\lambda_2 v_\eta^2 - \lambda_3 v_\rho^2)^2 + \lambda_6^2 v_\eta^2 v_\rho^2 \right) + \frac{\lambda_\phi^2 v_\chi^2 v_\phi^2 (v_\eta^2 + v_\rho^2)^2 + 8A (\lambda_2 v_\eta^4 - v_\eta^2 v_\rho^2 (\lambda_2 + \lambda_3 - 2\lambda_6) + \lambda_3 v_\rho^4)}{(4v_\eta v_\rho)^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.154)$$

Từ ma trận  $U_{22}$ , ta thu được ma trận  $4 \times 4$  sau:

$$U_R^3 = \begin{pmatrix} -c_{\alpha_2} & s_{\alpha_2} & 0 & 0 \\ s_{\alpha_2} & c_{\alpha_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.155)$$

Cuối cùng, ma trận dùng để chéo hóa ma trận  $M_R^2$  một cách gần đúng là:

$$U_R = U_R^3 \cdot U_R^2 \cdot U_R^1 = \begin{pmatrix} -c_{\alpha_2} & -s_{\alpha_2} c_{\alpha_3} & -s_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} & s_{\alpha_2} s_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} \\ s_{\alpha_2} & -c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} & -c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} & c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} \\ 0 & s_{\alpha_3} & -c_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} & c_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} \\ 0 & 0 & s_{\alpha_\phi} & c_{\alpha_\phi} \end{pmatrix}. \quad (2.156)$$

trong đó, các góc trộn của phần vô hướng CP chẵn được xác định bởi các biểu thức (2.133), (2.142) và (2.151).

Đổi dấu của  $h$ ,  $h_5$  và  $H_\chi$ , các trường vật lý được cho dưới dạng:

$$\begin{pmatrix} h_5 \\ h \\ H_\chi \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\alpha_2} & s_{\alpha_2}c_{\alpha_3} & s_{\alpha_2}s_{\alpha_3}c_{\alpha_\phi} & -s_{\alpha_2}s_{\alpha_3}s_{\alpha_\phi} \\ -s_{\alpha_2} & c_{\alpha_2}c_{\alpha_3} & c_{\alpha_2}s_{\alpha_3}c_{\alpha_\phi} & -c_{\alpha_2}s_{\alpha_3}s_{\alpha_\phi} \\ 0 & -s_{\alpha_3} & c_{\alpha_3}c_{\alpha_\phi} & -c_{\alpha_3}s_{\alpha_\phi} \\ 0 & 0 & s_{\alpha_\phi} & c_{\alpha_\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\eta^1 \\ R_\rho \\ R_\chi^3 \\ R_\phi \end{pmatrix}, \quad (2.157)$$

với  $\cos \zeta = c_\zeta$ ,  $\sin \zeta = s_\zeta$  và  $\zeta = \alpha_2, \alpha_3, \alpha_\phi$ . Trong giới hạn  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$  thì các trường vật lý có thể viết gọn lại như sau:

$$h_5 \approx R_\eta^1 c_{\alpha_2} + R_\rho s_{\alpha_2}, \quad (2.158)$$

$$h \approx -R_\eta^1 s_{\alpha_2} + R_\rho c_{\alpha_2}, \quad (2.159)$$

$$H_\chi \approx R_\chi^3 c_{\alpha_\phi}, \quad (2.160)$$

$$\Phi \approx R_\phi c_{\alpha_\phi}, \quad (2.161)$$

Từ đó, ta có thể đồng nhất boson  $h$  trong ALP331 với boson Higgs của SM và gọi  $h$  là SMLHB. Còn boson  $h_5$  là hạt boson Higgs mới, nhẹ với khối lượng cũng ở thang điện yếu phụ thuộc vào  $v_\eta, v_\rho$ . Boson  $H_\chi$  là hạt boson Higgs mới nặng có khối lượng phụ thuộc vào  $v_\chi$  và  $v_\rho$ . Riêng hạt boson mới  $\Phi$  có khối lượng rất lớn ở thang  $v_\phi$  nên có thể tương ứng với lạm phát ở giai đoạn vũ trụ sớm [41, 42].

Chú ý rằng so sánh với ma trận  $4 \times 4$  trong phần  $CP$  lẻ thì ta thấy: bình phương ma trận trộn khối lượng trong phần  $CP$  lẻ chỉ có bốn tham số với ba nghiệm không khối lượng. Trong khi đó, bình phương ma trận trộn khối lượng của phần  $CP$  chẵn trong (2.122) có đến mười tham số và không chéo hóa chính xác được. Để giải quyết vấn đề này, ta đã sử dụng phương pháp gần đúng Hartree-Fock với các điều kiện như  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$ ,  $\lambda_\phi \ll 1$  và  $s_{\alpha_3} \approx 0$ . Do sự phân bậc VEV đã nêu ở phần  $CP$  lẻ, ma trận dùng để chéo hóa  $M_R^2$  là ma trận  $U_R$  có chứa ba góc trộn  $\alpha_2, \alpha_3$  và  $\alpha_\phi$  cùng ba tham số có mối liên hệ chặt chẽ với khối lượng của các trường mới  $\Phi, H_\chi$  và  $h_5$ .

Trong giới hạn  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$ , ta có:

$$\eta \simeq \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(u + h_5 + iA_5) \\ H_1^- \\ G_{X^0} \end{pmatrix}, \quad \chi \simeq \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ G_{Y^-} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + H_\chi + iG_{Z'}) \end{pmatrix},$$

$$\rho \simeq \begin{pmatrix} G_{W^+} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v+h+iG_Z) \\ H_2^+ \end{pmatrix}, \quad \phi \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + \Phi + ia). \quad (2.162)$$

Trong phần vô hướng  $CP$  chẵn, ta có sáu trường: một trường vô hướng trung hòa không khối lượng là một thành phần của  $G_{X^0}$ , một trường khác có khối lượng ở thang TeV có liên quan với  $\chi_1^0$ , một trường nặng với khối lượng vào cỡ  $10^{11}$  GeV có liên quan đến đơn tuyến  $\phi$  có thể được xác định là lạm phát trong vũ trụ sớm  $\Phi$ , một boson Higgs  $h$  là SMLHB với khối lượng vào cỡ xấp xỉ 125 GeV, hai trường còn lại là một trường nặng ( $H_\chi$ ) có khối lượng cỡ thang TeV và trường cuối cùng ( $h_5$ ) có khối lượng ở thang điện yếu.

Kết hợp bảng 2.1 và biểu thức (2.162), ta rút được những hệ quả rất thú vị:

1. SMLHB  $h$  chỉ có tương tác Yukawa với các fermion trong SM.
2. ALP  $a$  chỉ có tương tác Yukawa với các quark ngoại lai.
3. Trường giả vô hướng  $A_5$  và  $H_\chi$  có thể có tương tác Yukawa không chỉ với các quark ngoại lai mà còn có tương tác Yukawa với các quark và lepton của SM.

Tóm lại, mô hình chứa sáu trường Higgs có khối lượng là  $H_1^\pm$ ,  $h$ ,  $h_5$ ,  $H_\chi$ ,  $\Phi$ . Trong đó,  $h$  được đồng nhất với boson Higgs của SM và có khối lượng ở thang EW, trong khi các Higgs boson khác là mới với một boson Higgs  $h_5$  cũng có khối lượng ở thang EW còn các boson Higgs còn lại nặng cỡ thang  $v_\chi$ ,  $v_\phi$ . Ngoài ra, có các Goldstone boson không khối lượng, các hạt này tương ứng bị hấp thụ bởi các boson chuẩn có khối lượng (tính cả các trường liên hợp).

## 2.8. Chạy số cho phần vô hướng và các hệ quả

Trong phần này, chúng tôi sẽ giải thích lý do vì sao giá trị của  $\lambda_\phi$  lại phải rất nhỏ. Đồng thời, chúng tôi chỉ ra mối liên hệ về khối lượng giữa các trường giả vô hướng  $A_5$ , SMLHB  $h$  và trường Higgs mới nhẹ  $h_5$ .

1. Để cung cấp khối lượng cho boson chuẩn  $W$ , các VEV của tam tuyến vô hướng  $SU(3)_L$  là  $\eta$  và  $\rho$  phải thỏa mãn điều kiện sau:

$$v_\eta = \sqrt{v^2 - v_\rho^2}. \quad (2.163)$$

với  $v = 246$  GeV là thang phá vỡ đối xứng điện-yếu.

## 2. Phần vô hướng mang điện

a) Từ biểu thức (2.81), sử dụng điều kiện bình phương khối của các vô hướng luôn dương ta suy ra được mối liên hệ sau:

$$\lambda_9 v_\rho^2 v_\eta^2 > A \quad (2.164)$$

b) Từ biểu thức (2.91), ta có

$$\lambda_8 v_\rho^2 v_\chi^2 > A \quad (2.165)$$

## 3. Phần vô hướng $CP$ lẻ

i) Từ biểu thức (2.93), sử dụng điều kiện bình phương khối lượng dương cho trường vô hướng phức có khối lượng  $\varphi^0$  thì dẫn đến kết quả là:

$$\lambda_7 v_\eta^2 v_\chi^2 > A. \quad (2.166)$$

ii) Từ biểu thức (2.118), với  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$  thì ta rút ra được khối lượng của trường giả vô hướng  $A_5$  là:

$$m_{A_5}^2 = -\frac{A}{2} \left( \frac{1}{v_\phi^2} + \frac{1}{v_\chi^2} + \frac{1}{v_\rho^2} + \frac{1}{v_\eta^2} \right) \simeq -\frac{\lambda_\phi v_\phi v_\chi}{\sin 2\alpha}. \quad (2.167)$$

Giá trị rất nhỏ của hằng số tương tác  $\lambda_\phi$  giữa bốn vô hướng  $\phi, \chi, \rho, \eta$  có thể được giải thích một cách định tính bằng cách sử dụng yêu cầu về khối lượng của trường giả vô hướng  $A_5$  phải ở thang năng lượng vào cỡ TeV. Trong lý thuyết hiệu dụng ở năng lượng thấp (dưới thang phá vỡ của nhóm  $SU(3)_L \times U(1)_X$ ) tương ứng với mô hình hai lưỡng tuyến Higgs (2HDM), các kênh  $T, S$  và  $U$  [108] là hoàn toàn phù hợp với phạm vi thực nghiệm cho phép. Mô hình 2HDM đòi hỏi khối lượng của các trường vô hướng không nằm trong SM phải không quá khác biệt [108] nên trường giả vô hướng  $A_5$  và trường vô hướng  $h_5$  phải có khối lượng vào cỡ subTeV hoặc TeV và không quá chênh lệch so với khối lượng của các trường vô hướng (ở trạng thái vật lý) được sinh ra từ các tam tuyến vô hướng  $\eta$  và  $\rho$ . Ta chú ý rằng đối xứng  $Z_{11}$  bị SSB ở thang năng lượng rất lớn cỡ  $\sim 10^{11}$  GeV bởi VEV của trường vô hướng đơn tuyến  $\phi$ , VEV này cũng sinh khối lượng cho trường giả vô hướng  $A_5$ .

Nếu  $v_\eta = v_\rho = 123\sqrt{2}\text{GeV}$  trong thang EW, thì  $\tan \alpha = 1$  nên  $\sin 2\alpha = 1$  và ta có thể có:

$$(m_{A_5}^2)_{min} = -\lambda_\phi v_\phi v_\chi, \quad (2.168)$$

điều này dẫn đến  $\lambda_\phi < 0$  (như đã nhận xét trong các phần trước).

Từ biểu thức (2.167), ta thu được

$$\lambda_\phi = -\frac{m_{A_5}^2 \sin 2\alpha}{v_\phi v_\chi}. \quad (2.169)$$

Với  $m_{A_5} \sim 10^3 \text{ GeV}$ ,  $v_\phi \sim 10^{11} \text{ GeV}$  và  $v_\chi = 10^5 \text{ GeV}$ , thì ta có  $|\lambda_\phi| < 10^{-10}$ .

Cách giải thích khác về việc giá trị của  $\lambda_\phi$  phải rất nhỏ là: xét đối xứng Peccei-Quinn  $U(1)_{PQ}$  mà khi chịu tác động của đối xứng này thì tích PQ của trường trong ALP331 nhận giá trị như sau:

- Trường  $\phi$  nhận tích PQ có giá trị là  $-2$ .
- Tích PQ của các neutrino Majorana phân cực phải, các tam tuyến  $SU(3)_L$  và các lepton phân cực phải sẽ nhận giá trị bằng 1.

Theo phép gán này, tương tác của bốn vô hướng có liên quan đến  $\lambda_\phi$  sẽ bị cấm ở mức cây. Tuy nhiên, khối lượng của trường giả vô hướng  $A_5$  có thể được sinh ra thông qua bổ đính một vòng của giản đồ hộp có liên quan đến sự tương tác giữa các thành phần trung hòa của các tam tuyến vô hướng  $SU(3)_L$  với đơn tuyến vô hướng  $\phi$ . Thành phần trung hòa CP chẵn của  $\phi$  ở thang khối lượng rất lớn nên để triệt tiêu vòng trong giản đồ hộp thì giá trị của hằng số tương tác  $\lambda_\phi$  phải rất nhỏ.

Ngoài ra, cần chú ý rằng giá trị rất nhỏ của hằng số tương tác  $\lambda_\phi$  cũng có thể được hiểu là kết quả của quá trình phá vỡ nhóm đối xứng  $U(1)_L$  (đối xứng toàn cục về số lepton), đối xứng này bị vi phạm bởi tương tác của bốn vô hướng  $\lambda_\phi \eta \chi \rho \phi$ .

#### 4. Phần vô hướng CP chẵn

- Khối lượng của lạm phát trong vũ trụ sớm có thể được xác định là:

$$m_\Phi = \sqrt{2\lambda_{10}} v_\phi \approx 10^{11} \text{ GeV} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{10} \approx 1 \quad \text{nếu} \quad v_\phi \approx 10^{11} \text{ GeV}. \quad (2.170)$$

- Khối lượng của trường vô hướng nặng được xác định theo biểu thức (2.145):

$$m_{H_x}^2 \approx 2\lambda_1 v_x^2 + \frac{\lambda_5^2}{2\lambda_1} v_\rho^2. \quad (2.171)$$

- Hai trường vô hướng nhẹ:

Từ biểu thức (2.154) và sử dụng các giá trị gần đúng  $\lambda_2 \simeq \lambda_3 \simeq \lambda_6$  thì ta có:

$$m_{h,h_5}^2 \approx \lambda_3 v^2 + \frac{m_{A_5}^2}{2} \pm \sqrt{m_{A_5}^4 + \lambda_3^2 (v^4 - 3v_\eta^2 v_\rho^2) - \frac{\lambda_3 m_{A_5}^2 (v^4 - 2v_\eta^2 v_\rho^2)}{v^2}}. \quad (2.172)$$

Trong trường hợp  $v_\eta = v_\rho = \frac{v}{\sqrt{2}}$ , thì mô hình dự đoán rằng:

$$m_{h,h_5}^2 \simeq \lambda_3 v^2 + \frac{m_{A_5}^2}{2} \pm \frac{\lambda_3 v^2 - m_{A_5}^2}{2}. \quad (2.173)$$

Do đó, ta có:

$$m_h^2 \simeq \frac{3}{2} \lambda_3 v^2, \quad (2.174)$$

$$m_{h_5}^2 \simeq \frac{\lambda_3 v^2}{2} + m_{A_5}^2. \quad (2.175)$$

Một trường vô hướng  $CP$  chẵn là SMLHB  $h$  có tính chất giống như boson Higgs trong SM và có khối lượng cỡ 125 GeV. Một trường vô hướng trung hòa khác là một trường mới  $h_5$  với khối lượng có thể nhận giá trị 150 GeV [109–115] hoặc 96 GeV [45–48]. Giá trị khối lượng của  $h_5$  phụ thuộc vào các tham số như  $\lambda_3, \lambda_\phi$  và các VEV khác không  $v_\phi, v_x, v_\rho, v_\eta$  của các trường vô hướng xuất hiện trong mô hình ALP331 đang xét. Từ (2.174) và (2.175), ta xác định được mối liên hệ giữa khối lượng của ba trường  $A_5, h$  và  $h_5$  như sau:

$$|m_{h_5}^2 - m_{A_5}^2| = \mathcal{O}(m_h^2). \quad (2.176)$$

Từ biểu thức (2.176), ta thấy rằng trong trường hợp  $v_\eta = v_\rho$  thì sự tách biệt khối lượng của  $h_5$  và  $A_5$  vào cỡ vài trăm GeV.

## 2.9. Tương tác Yukawa và sự bảo toàn vị cho tương tác của SMLHB

Với phổ hạt có tính chất được thể hiện trong Bảng (2.1), các tương tác Yukawa là những đại lượng bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm đối xứng  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times Z_{11} \times Z_2$  [42] và có dạng như biểu thức (2.32).

Tương tác này chỉ bất biến dưới qui luật biến đổi của nhóm đối xứng  $Z_2$  trong biểu thức (2.28). Với  $\chi$  nhận tích lẻ  $Z_2$  thì qui luật biến đổi của nhóm  $Z_2$  trong (2.28) là hoàn toàn khác với qui luật biến đổi của nhóm  $Z_2$  được đề xuất trong [42].

Sau khi SSB, tương tác Yukawa sinh khối lượng cho các fermion trong mô hình. Trong phần lepton, khối lượng của neutrino Dirac được gây ra bởi số hạng có chứa  $v_\eta$ , trong khi khối lượng của neutrino Majorana được gây ra bởi số hạng có chứa  $v_\phi$ . Từ hai số hạng cuối trong biểu thức (2.32), ta suy ra được khối lượng rất nhỏ của các neutrino hoạt tính được sinh ra theo cơ chế cầu bập bênh loại I (type I seesaw mechanism) với các neutrino Majorana phân cực phải (chi tiết về cơ chế cầu bập bênh loại I được trình bày trong Phụ lục. D). Điều này ngụ ý rằng ma trận trộn khối lượng của các neutrino hoạt tính nên là:

$$M_\nu = M_\nu^D M_N^{-1} (M_\nu^D)^T, \quad \text{với} \quad M_\nu^D = y_\nu^D \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, \quad M_N = \sqrt{2} y_N v_\phi. \quad (2.177)$$

Trong phần quark, các quark ngoại lai không bị trộn lẫn với nhau và các quark thông thường có sự trộn khối lượng với nhau. Các quark ngoại lai nhận khối lượng từ  $v_\chi$ , quark *top* nhận khối lượng từ  $v_\eta$ , các quark thông thường và các lepton mang điện nhận khối lượng từ  $v_\rho$ . Bởi vì không có sự trộn khối lượng nên các trạng thái riêng khối lượng của các quark ngoại lai chính là trạng thái vật lý của chúng. Vì vậy, ta chỉ quan tâm tới sự trộn khối lượng giữa các quark thông thường trong mô hình ALP331 đang xét. Ma trận trộn khối lượng của các quark thông thường loại  $u$  là:

$$M_u = \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (y_6)_{11} \frac{v_\rho}{v_\eta} & (y_6)_{12} \frac{v_\rho}{v_\eta} & (y_6)_{13} \frac{v_\rho}{v_\eta} \\ (y_6)_{21} \frac{v_\rho}{v_\eta} & (y_6)_{22} \frac{v_\rho}{v_\eta} & (y_6)_{23} \frac{v_\rho}{v_\eta} \\ (y_3)_{31} & (y_3)_{32} & (y_3)_{33} \end{pmatrix} = V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger, \quad (2.178)$$

với

$$\widetilde{M}_u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t) \quad (2.179)$$

và ma trận trộn khối lượng của các quark thông thường loại  $d$  là:

$$M_d = \frac{v_\rho}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (y_4)_{11} \frac{v_\eta}{v_\rho} & (y_4)_{12} \frac{v_\eta}{v_\rho} & (y_4)_{13} \frac{v_\eta}{v_\rho} \\ (y_4)_{21} \frac{v_\eta}{v_\rho} & (y_4)_{22} \frac{v_\eta}{v_\rho} & (y_4)_{23} \frac{v_\eta}{v_\rho} \\ (y_5)_{31} & (y_5)_{32} & (y_5)_{33} \end{pmatrix} = V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger, \quad (2.180)$$

với

$$\widetilde{M}_d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b), \quad (2.181)$$

và ma trận  $CKM$  là:

$$V_{CKM} = V_{uL}^\dagger V_{dL}. \quad (2.182)$$

Trong các ma trận trên, tất cả các hằng số tương tác Yukawa có dạng  $(y_i)_{ab}$  với  $a, b = 1, 2, 3$  và  $i = 3, 4, 5, 6$  đều là các số thực dương. Và  $\alpha = 1, 2$  cùng  $a = \alpha, 3$ , các hằng số tương tác  $(y_i)_{ab}$  này có thể được xác định bởi các biểu thức sau:

$$(y_6)_{\alpha a} = \frac{\sqrt{2}}{v_\rho} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{na}, \quad (y_3)_{3a} = \frac{\sqrt{2}}{v_\eta} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \quad (2.183)$$

$$(y_4)_{\alpha a} = \frac{\sqrt{2}}{v_\eta} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{na}, \quad (y_5)_{3a} = \frac{\sqrt{2}}{v_\rho} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a}. \quad (2.184)$$

Từ biểu thức (2.178) và biểu thức (2.180), ma trận khối lượng đã được chéo hóa của các quark thông thường được xác định là:

$$\widetilde{M}_{u,d} = \left( V_L^{(u,d)} \right)^\dagger M_{u,d} V_R^{(u,d)}. \quad (2.185)$$

Một cách tổng quát, ta có:

$$\widetilde{M}_f = (M_f)_{diag} = V_{fL}^\dagger M_f V_{fR}, \quad (2.186)$$

với

$$\begin{aligned} f_{(L,R)} &= V_{f(L,R)} \widetilde{f}_{(L,R)}, \\ \bar{f}_{aL} (M_f)_{ab} f_{bR} &= \bar{\widetilde{f}}_{kL} \left( V_{fL}^\dagger \right)_{ka} (M_f)_{ab} (V_{fR})_{bl} \widetilde{f}_{lR} \\ &= \bar{\widetilde{f}}_{kL} \left( V_{fL}^\dagger M_f V_{fR} \right)_{kl} \widetilde{f}_{lR} \\ &= \bar{\widetilde{f}}_{kL} \left( \widetilde{M}_f \right)_{kl} \widetilde{f}_{lR} = m_{f_k} \bar{\widetilde{f}}_{kL} \widetilde{f}_{kR}. \end{aligned} \quad (2.187)$$

Ở đây,  $\widetilde{f}_{k(L,R)}$  và  $f_{k(L,R)}$  ( $k = 1, 2, 3$ ) lần lượt là các trường fermion của SM trong hệ cơ sở khối lượng (hệ cơ sở gồm các trường vật lý) và hệ cơ sở tương tác (hệ cơ sở gồm các trường mô tả tương tác trong Lagrangian). Do đó, các tương tác Yukawa của quark loại  $u$  ( $\mathcal{L}_Y^{(u)}$ ) và quark loại  $d$  ( $\mathcal{L}_Y^{(d)}$ ) được cho bởi công thức:

$$-\mathcal{L}_Y^{(u)} = \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 (y_6)_{\alpha a} \bar{u}_{\alpha L} \frac{v_\rho + R_\rho - iI_\rho}{\sqrt{2}} u_{aR}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{a=1}^3 (y_3)_{3a} \bar{u}_{3L} \frac{v_\eta + R_\eta^1 + iI_\eta^1}{\sqrt{2}} u_{bR} + h.c \\
= & \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 (y_6)_{\alpha a} \bar{u}_{cL} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{c\alpha} \frac{v_\rho + R_\rho - iI_\rho}{\sqrt{2}} (V_R^{(u)})_{ab} \tilde{u}_{bR} \\
& + \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 (y_3)_{3a} \bar{u}_{cL} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{c3} \frac{v_\eta + R_\eta^1 + iI_\eta^1}{\sqrt{2}} (V_R^{(u)})_{ab} \tilde{u}_{bR} + h.c \\
= & \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \frac{\sqrt{2}}{v_\rho} (V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger)_{\alpha a} \bar{u}_{cL} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{c\alpha} \frac{v_\rho + R_\rho - iI_\rho}{\sqrt{2}} (V_R^{(u)})_{ab} \tilde{u}_{bR} \\
& + \sum_{a=1}^3 \frac{\sqrt{2}}{v_\eta} (V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger)_{3a} \bar{u}_{cL} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{c3} \frac{v_\eta + R_\eta^1 + iI_\eta^1}{\sqrt{2}} (V_R^{(u)})_{ab} \tilde{u}_{bR} + h.c.
\end{aligned} \tag{2.188}$$

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{(d)} = & \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 (y_4)_{\alpha a} \bar{d}_{\alpha L} \frac{v_\eta + R_\eta^1 - iI_\eta^1}{\sqrt{2}} d_{aR} \\
& + \sum_{a=1}^3 (y_5)_{3a} \bar{d}_{3L} \frac{v_\rho + R_\rho + iI_\rho}{\sqrt{2}} d_{bR} + h.c \\
= & \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 (y_4)_{\alpha a} \bar{d}_{cL} \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{c\alpha} \frac{v_\eta + R_\eta^1 - iI_\eta^1}{\sqrt{2}} (V_R^{(d)})_{ab} \tilde{d}_{bR} \\
& + \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 (y_5)_{3a} \bar{d}_{cL} \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{c3} \frac{v_\rho + R_\rho + iI_\rho}{\sqrt{2}} (V_R^{(d)})_{ab} \tilde{d}_{bR} + h.c \\
= & \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \frac{\sqrt{2}}{v_\eta} (V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger)_{\alpha a} \bar{d}_{cL} \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{c\alpha} \frac{v_\eta + R_\eta^1 - iI_\eta^1}{\sqrt{2}} (V_R^{(d)})_{ab} \tilde{d}_{bR} \\
& + \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \frac{\sqrt{2}}{v_\rho} (V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger)_{3a} \bar{d}_{cL} \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{c3} \frac{v_\rho + R_\rho + iI_\rho}{\sqrt{2}} (V_R^{(d)})_{ab} \tilde{d}_{bR} \\
& + h.c.
\end{aligned} \tag{2.189}$$

Thay thế biểu thức (2.116) và (2.157) vào (2.188) và (2.189), ta tìm được các hằng số tương tác Yukawa giữa  $h$ ,  $h_5$  và  $A_5$  với các quark loại  $u$  và quark loại  $d$  của SM như sau:

$$\begin{aligned}
(\Gamma_u^h)_{ij} & = \frac{c_{\alpha 2}}{v_\rho} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i\alpha} (V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger)_{\alpha a} (V_R^{(u)})_{aj} \\
& \quad - \frac{s_{\alpha 2}}{v_\eta} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} (V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger)_{3a} (V_R^{(u)})_{aj} \\
& = \frac{c_{\alpha 2}}{v_\rho} \sum_{n=1}^3 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{in} (V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger)_{na} (V_R^{(u)})_{aj}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
& -\frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
= & \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{n=1}^3 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{in} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{na} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
& - \left( \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} + \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \right) \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
= & \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{n=1}^3 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{in} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{na} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
& - \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} (\tan \alpha + \tan \alpha_2) \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} ,
\end{aligned} \tag{2.190}$$

$$\begin{aligned}
(\Gamma_u^{h_5})_{ij} &= \frac{s_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i\alpha} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{\alpha a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
&+ \frac{c_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} ,
\end{aligned} \tag{2.191}$$

$$\begin{aligned}
(\Gamma_u^{A_5})_{ij} &= -i \frac{s_\alpha}{v_\rho} \sum_{n=1}^2 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{in} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{na} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} \\
&+ i \frac{c_\alpha}{v_\eta} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(u)} \right)_{aj} ,
\end{aligned} \tag{2.192}$$

$$\begin{aligned}
(\Gamma_d^h)_{ij} &= -\frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i\alpha} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{\alpha a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
&+ \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
= & -\frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{n=1}^3 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{in} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{na} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
&+ \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
= & - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{n=1}^3 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{in} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{na} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
& + \left( \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} + \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \right) \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
= & - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{n=1}^3 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{in} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{na} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
& + \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} (\tan \alpha + \tan \alpha_2) \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj}, \tag{2.193}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left( \Gamma_d^{h_5} \right)_{ij} & = \frac{c_{\alpha_2}}{v_\eta} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i\alpha} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{\alpha a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
& + \frac{s_{\alpha_2}}{v_\rho} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj}, \tag{2.194}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left( \Gamma_d^{A_5} \right)_{ij} & = -i \frac{c_\alpha}{v_\eta} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i\alpha} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{\alpha a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj} \\
& + i \frac{s_\alpha}{v_\rho} \sum_{a=1}^3 \left( (V_L^{(d)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{3a} \left( V_R^{(d)} \right)_{aj}. \tag{2.195}
\end{aligned}$$

Ta có thể viết lại hằng số tương tác trong biểu thức (2.190) và (2.193) dưới dạng khác như sau:

$$\left( \Gamma_{u,d}^h \right)_{ij} = \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( \widetilde{M}_{u,d} \right)_{ij} - \frac{c_{\alpha_2}}{v_\eta} (\tan \alpha + \tan \alpha_2) \left( \Gamma_h^{\prime(u,d)} \right)_{ij}. \tag{2.196}$$

Ta nhận xét được rằng số hạng thứ nhất trong biểu thức (2.196) được bảo toàn vị. Còn số hạng thứ hai trong biểu thức (2.196) gây ra sự thay đổi vị thông qua dòng trung hòa do SMLHB gây ra. Để có được sự bảo toàn vị cho các tương tác giữa hạt SMLHB với các quark trong mô hình ALP331, số hạng thứ hai trong (2.196) phải bị triệt tiêu. Vì vậy, ta thu được điều kiện về góc trộn khối lượng như sau:

$$\tan \alpha = -\tan \alpha_2. \tag{2.197}$$

Biểu thức (2.197) cho ta điều kiện ràng buộc giữa  $v_\rho, v_\eta$  và  $v_\phi, v_\chi, \lambda_\phi, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_6$  để đảm bảo sự bảo toàn vị cho tương tác của SMLHB  $h$  trong mô hình ALP331 đang xét.

## 2.10. Kết luận chương 2

Chúng tôi đã lý giải nguyên nhân đưa đối xứng gián đoạn  $Z_{11} \otimes Z_2$  vào mô hình  $\nu 331$ . Đồng thời, việc gán tích PQ cho các hạt trong mô hình cho thấy đối xứng PQ được đáp ứng một cách tự nhiên trong mô hình ALP331. Sự phá vỡ đối xứng  $Z_{11}$  gây ra bởi  $v_\phi \sim \text{TeV}$  làm xuất hiện ALP  $a$  có thể tương tác với vật chất thông thường với cường độ vô cùng nhỏ khiến ALP  $a$  không phải là ứng cử viên cho CDM axion  $QCD$  nhưng có thể là ứng cử viên cho DM dạng khác. Đồng thời với sự xuất hiện của ALP  $a$  thì một hạt boson nặng sinh ra ở cùng thang năng lượng với  $a$  là sự xuất hiện của một trường rất nặng  $\Phi$ . Trường  $\Phi$  có thể đóng vai trò lạm phát trong vũ trụ sớm.

Phần vô hướng trung hòa được chéo hóa rõ ràng giúp xác định được chính xác trạng thái vật lý và khối lượng của các trường vô hướng có trong mô hình ALP331. Số lượng Goldstone boson là phù hợp với số boson chuẩn có khối lượng.

Có bốn trường vật lý trong phần vô hướng  $CP$  chẵn, một trong số bốn hạt này được đồng nhất với Higgs boson của SM và được gọi là SMLHB  $h$ . Một trường vô hướng mới có khối lượng ở thang điện-yếu  $h_5$ , các trường khác ( $H_\chi, \Phi$ ) là mới và nặng. Do điều kiện  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\eta, v_\rho$  nên SMLHB nhận khối lượng ở gần đúng bậc một cỡ thang EW và trộn với các boson Higgs trung hòa mới với các góc trộn rất nhỏ.

Có bốn trường vật lý trong phần vô hướng  $CP$  lẻ. Hai trong số chúng được đồng nhất với hai Goldstone boson bị ăn bởi các boson chuẩn  $Z$  và  $Z'$ . Một trường giả vô hướng không khối lượng là hạt ALP  $a$  và một trường còn lại là một hạt giả vô hướng  $A_5$  có khối lượng ở cùng thang với hạt Higgs mới nhẹ  $h_5$  (thang EW).

Phần boson chuẩn cũng được chéo hóa rõ ràng. Mô hình có năm boson chuẩn mới và nặng là  $Z', X^0, X^{0*}, Y^\pm$ , ngoài ra còn có các boson chuẩn của SM là photon  $A$ , boson trung hòa  $Z$  và boson mang điện  $W^\pm$ . Boson trung hòa  $Z$  trộn với boson chuẩn trung hòa mới  $Z'$  với góc trộn rất nhỏ bị giới hạn bởi  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\eta, v_\rho$ .

### CHƯƠNG 3. MỘT SỐ HIỆN TƯỢNG LUẬN TRONG PHẦN VÔ HƯỚNG HIGGS CỦA MÔ HÌNH ALP331

Trong chương II, phổ khối lượng của các hạt trong mô hình ALP331 đã được trình bày chi tiết. Các tương tác của các hạt vô hướng trong mô hình ALP331 được xác định. Trạng thái vật lý và khối lượng của SMLHB cũng được chỉ ra và cho thấy cường độ tương tác của SMLHB phụ thuộc vào nhiều tham số nên SMLHB có một số tính chất rất khác so với hạt Higgs trong SM. Tính chất khác biệt đầu tiên là SMLHB có tham gia các tương tác thay đổi vị. Tính toán về cường độ tương tác giữa SMLHB và các fermions cho kết quả có sai lệch so với các tính toán đối với hạt Higgs trong SM. Dựa trên các nội dung đã trình bày ở chương I về quá trình rã Higgs trong SM, các kênh rã của SMLHB được nghiên cứu để xác định vùng không gian tham số phù hợp với thực nghiệm của mô hình ALP331. Như đã trình bày trong chương II, điều kiện để triệt tiêu các tương tác thay đổi vị của SMLHB đã được chỉ ra. Tuy nhiên, các kênh rã mới có chứa tương tác thay đổi vị của SMLHB có thể xảy ra. Chính vì vậy, với giả thiết có sự tồn tại của các tương tác thay đổi vị và dựa vào các giới hạn trên mà thực nghiệm công bố gần đây, các điều kiện ràng buộc đối với vùng không gian tham số mới đã được tìm ra. Mặt khác, để thỏa mãn điều kiện khử dị thường của nhóm  $SU(3)_L$ , hai thế hệ quarks sẽ biến đổi khác với thế hệ còn lại. Chính điều này đã tạo ra các tương tác thay đổi vị quark gây ra bởi các hạt vô hướng và các boson chuẩn tại gần đúng cây. Do đó, hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs có thể nghiên cứu theo hai hướng dựa trên tương tác giữa các hạt trong mô hình như sau:

- Hướng nghiên cứu dựa vào tương tác của hạt vô hướng xuất hiện từ phần Higgs với các fermion trong mô hình. Một số hiện tượng có thể được nghiên cứu theo hướng này là: dao động meson  $B^0$ , các kênh rã

$h \rightarrow \tilde{b}\tilde{b}, h \rightarrow \tilde{l}\tilde{l}$  cùng các quá trình hiếm của quark top như  $t \rightarrow q\gamma$  và  $t \rightarrow qh$  với  $q = c, u, \dots$ . Ngoài ra, ta cũng có thể xác định các tương tác của ALP  $a$  và trường giả vô hướng  $A_5$  với các hạt khác trong mô hình. Để nghiên cứu các hiện tượng này, ta sẽ bắt đầu với các số hạng tương tác Yukawa.

- Hướng nghiên cứu dựa vào tương tác giữa các hạt vô hướng xuất hiện từ phần Higgs với nhau. Các số hạng tương tác này tồn tại trong thế Higgs của mô hình.

Một số hiện tượng luận trong phần vô hướng Higgs của mô hình ALP331 sẽ được trình bày trong chương này theo hai hướng nghiên cứu trên. Các kết quả chính được trình bày trong chương này đã được công bố trong Phys. Rev. D **107**, 095030, (2023).

### 3.1. Một số kênh hiếm của quark top gây ra bởi FCNC

Trong SM, các kênh hiếm quark  $t$  gây ra bởi FCNC không xảy ra tại gần đúng cây. Tuy nhiên, trong mô hình ALP331, các kênh hiếm của quark  $t$  gây ra bởi FCNC có thể xuất hiện và được sử dụng để tìm kiếm NP. Hằng số tương tác Yukawa của các quark loại  $u$  là  $\Gamma_{ut,ct}^{h,h_5}$  cho phép tồn tại một số kênh hiếm ở mức cây như  $t \rightarrow hq$  với  $q = u, c$ .

#### 3.1.1. Kênh hiếm của quark top $t \rightarrow ch$ và $t \rightarrow uh$ gây ra bởi FCNC

Các quá trình  $t \rightarrow hq$  với  $q = u, c$  có tỉ lệ hiếm được giới hạn bởi ATLAS [116]: ở giới hạn hơn 95% CL thì tỉ lệ hiếm lần lượt là:

$$Br(t \rightarrow hc) = 1.1 \times 10^{-3}(8.3 \times 10^{-4}), \quad (3.1)$$

$$Br(t \rightarrow hu) = 1.2 \times 10^{-3}(8.3 \times 10^{-4}). \quad (3.2)$$

Các giới hạn trên đã áp đặt lên các hằng số tương tác như sau:

$$|\Gamma_{tc}^h| = 0.064(0.055), \quad |\Gamma_{tu}^h| = 0.066(0.055). \quad (3.3)$$

Xét quá trình  $t \rightarrow hc$ , tỉ lệ hiếm của quá trình được cho bởi:

$$Br(t \rightarrow hc) = \frac{g_{thc}^2 (m_t^2 - m_h^2)^2}{4\pi \frac{2m_t m_h}{\Gamma_t}}, \quad (3.4)$$

với  $\Gamma_t = 1.32$  GeV là bề rộng rã của quark *top* ( $m_t = 172.5$  GeV) được dự đoán từ SM. Trong mô hình ALP331,  $g_{thc}$  là hằng số tương tác được xác định từ tài liệu [117]:

$$\begin{aligned}
g_{thc}^2 &= \left( \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{23} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{32} \left( V_R^{(u)} \right)_{23} \right. \\
&\quad - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{23} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{32} \left( V_R^{(u)} \right)_{23} \Big)^2 \\
&\quad + \left( \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{32} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{23} \left( V_R^{(u)} \right)_{32} \right. \\
&\quad \left. - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{32} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{23} \left( V_R^{(u)} \right)_{32} \right)^2. \quad (3.5)
\end{aligned}$$

Ngoài ra, tỉ lệ rã nhánh cho quá trình  $t \rightarrow hu$  được xác định bởi:

$$Br(t \rightarrow hu) = \frac{g_{thu}^2 (m_t^2 - m_h^2)^2}{4\pi \frac{2m_t m_h}{\Gamma_t}}, \quad (3.6)$$

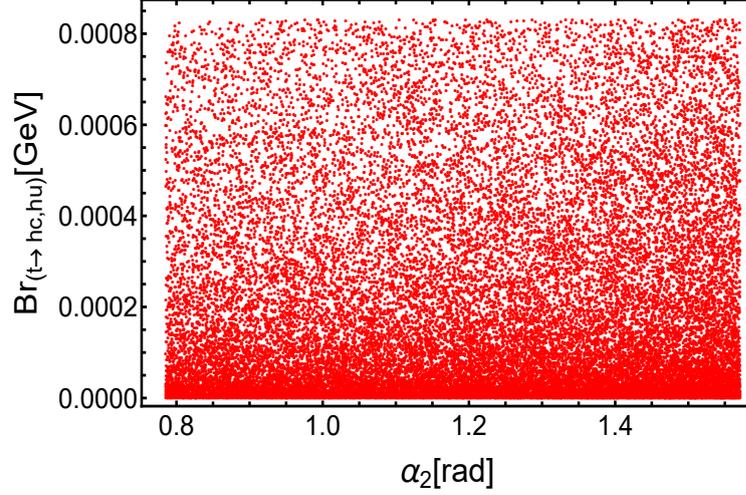
với  $g_{thu}$  là hằng số tương tác và được xác định một cách hoàn toàn tương tự bởi:

$$\begin{aligned}
g_{thu}^2 &= \left( \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{13} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{31} \left( V_R^{(u)} \right)_{13} \right. \\
&\quad - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{13} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{31} \left( V_R^{(u)} \right)_{13} \Big)^2 \\
&\quad + \left( \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{31} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{13} \left( V_R^{(u)} \right)_{31} \right. \\
&\quad \left. - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{31} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{13} \left( V_R^{(u)} \right)_{31} \right)^2. \quad (3.7)
\end{aligned}$$

Với  $m_h = 125$  GeV,  $m_t = 172.9$  GeV và tỉ số rã nhánh được giới hạn bởi ATLAS mà chúng ta đã nhắc tới ở trên, ta có thể biểu diễn mối liên hệ giữa góc trộn  $\alpha_2$  trong khoảng  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  và tỉ lệ rã nhánh của quá trình rã  $t \rightarrow hq$  với  $q = u, c$  có thể nhận giá trị vào cỡ  $10^{-4}$  như trong hình (3.1).

Ngoài ra, trong mô hình ALP331, ta có một trường vô hướng *CP* chẵn nhẹ (khối lượng ở thang EW) và không nằm trong SM là  $h_5$  nên các kênh rã  $t \rightarrow qh_5$  ( $q = c, u$ ) có thể được nghiên cứu cùng với các kênh rã  $t \rightarrow hq$ . Trong mô hình khảo sát ALP331, hằng số tương tác của các kênh rã  $t \rightarrow qh_5$  ( $q = c, u$ ) được xác định như sau:

$$g_{th_5q_i}^2 = \left( \frac{-s_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( (V_L^{(u)})^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3i} \left( V_R^{(u)} \right)_{i3} \right)$$



Hình 3.1: Tương quan giữa góc trộn  $\alpha_2$  và  $Br_{(t \rightarrow hu, t \rightarrow hc)}$ .

$$\begin{aligned}
& -\frac{c\alpha_2}{v_\eta} \left( \left( V_L^{(u)} \right)^\dagger \right)_{i3} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{3i} \left( V_R^{(u)} \right)_{i3} \right)^2 \\
& + \left( \frac{-s\alpha_2}{v_\rho} \left( \left( V_L^{(u)} \right)^\dagger \right)_{3i} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{i3} \left( V_R^{(u)} \right)_{3i} \right. \\
& \left. - \frac{c\alpha_2}{v_\eta} \left( \left( V_L^{(u)} \right)^\dagger \right)_{3i} \left( V_{uL} \widetilde{M}_u V_{uR}^\dagger \right)_{i3} \left( V_R^{(u)} \right)_{3i} \right)^2, \quad (3.8)
\end{aligned}$$

với  $q_1 = u, q_2 = c, i = 1, 2$ . Do đó, tỉ lệ rẽ nhánh của quá trình  $t \rightarrow qh_5$  ( $q = c, u$ ) là:

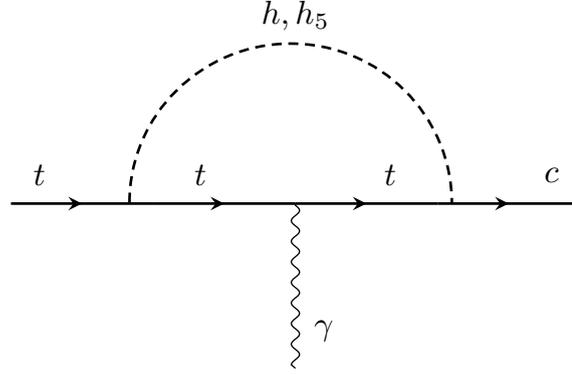
$$Br(t \rightarrow h_5 q) = \frac{g_{th_5 q}^2 (m_t^2 - m_{h_5}^2)^2}{4\pi \frac{2m_t m_{h_5}}{\Gamma_t}}. \quad (3.9)$$

Xét một kịch bản tiêu chuẩn mà trong đó hạt vô hướng không thuộc SM  $h_5$  có khối lượng cỡ 150 GeV thì kết quả chạy số cho thấy tỉ lệ rẽ nhánh của các kênh rẽ  $t \rightarrow h_5 q$  (với  $q = u, c$ ) có thể nhận giá trị vào cỡ  $10^{-3}$ , giá trị này nằm trong vùng đo được của các thí nghiệm trong tương lai gần.

### 3.1.2. Kênh rẽ hiếm của quark top $t \rightarrow c\gamma$ và $t \rightarrow u\gamma$ gây ra bởi FCNC

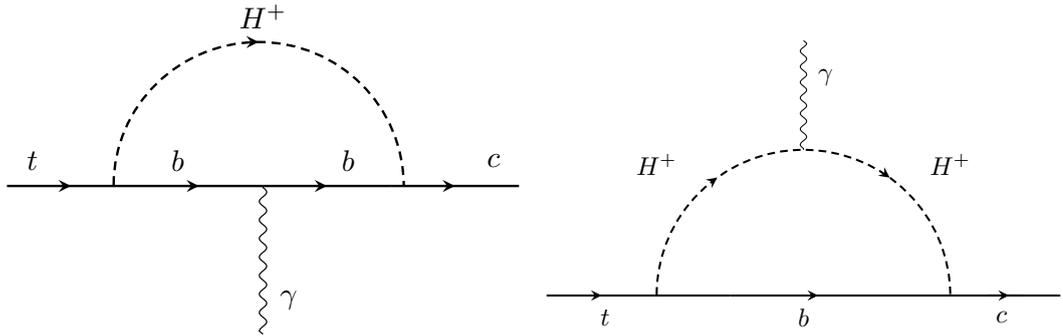
Trong SM, tỉ số rẽ nhánh của các kênh rẽ này là rất nhỏ, tuy nhiên trong các BSM như ALP331 đang xét, tỉ số rẽ nhánh của các kênh rẽ này có thể được tăng cường đáng kể so với các tiên đoán của SM. Điều này phụ thuộc vào các tương tác gây ra bởi FCNC vì các tương tác này gây ra đóng góp đáng kể tới quá các quá trình rẽ của quark top là  $t \rightarrow u\gamma$  và  $t \rightarrow c\gamma$ .

Giản đồ Feynman một vòng với một boson Higgs trung hòa là đường trong cho được đóng góp vào kênh rã  $t \rightarrow c\gamma$  gây ra bởi FCNC [71] (xem Hình 3.2).



Hình 3.2: Giản đồ Feynman một vòng với boson Higgs trung hòa là đường trong đóng góp vào kênh rã  $t \rightarrow c\gamma$  gây ra bởi FCNC.

Các quá trình rã hiếm của quark  $top$   $t \rightarrow u\gamma$  và  $t \rightarrow c\gamma$  cũng nhận được các đóng góp từ các vô hướng mang điện và các quark loại  $d$  (xem Hình 3.3).



Hình 3.3: Giản đồ Feynman một vòng với boson Higgs mang điện đơn là đường trong cho đóng góp vào kênh rã  $t \rightarrow c\gamma$ .

Tuy nhiên, những đóng góp này là không đáng kể. Vì vậy, bề rộng rã của các quá trình rã  $t \rightarrow c\gamma$  và  $t \rightarrow u\gamma$  có dạng [71]:

$$\begin{aligned} \Gamma(t \rightarrow c\gamma) &= \frac{\alpha G_F m_t^3 |y_{hct}|^2}{192\pi^4} \left| \left( f_1 \frac{m_h}{m_t} + f_2 \frac{m_h}{m_t} \right) A_h B_h + \left( f_1 \frac{m_{h_5}}{m_t} + f_2 \frac{m_{h_5}}{m_t} \right) A_{h_5} B_{h_5} \right|^2 \\ \Gamma(t \rightarrow u\gamma) &= \frac{\alpha G_F m_t^3 |y_{hut}|^2}{192\pi^4} \left| \left( f_1 \frac{m_h}{m_t} + f_2 \frac{m_h}{m_t} \right) A_h B_h + \left( f_1 \frac{m_{h_5}}{m_t} + f_2 \frac{m_{h_5}}{m_t} \right) A_{h_5} B_{h_5} \right|^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

trong đó,

$$\begin{aligned} A_h &= -\frac{s_{\alpha_2}}{s_\alpha}, & A_{h_5} &= \frac{c_{\alpha_2}}{s_\alpha}, \\ B_h &= \frac{s_{\alpha_2}}{s_\alpha} + \frac{c_{\alpha_2}}{c_\alpha}, & B_{h_5} &= -\frac{c_{\alpha_2}}{s_\alpha} + \frac{s_{\alpha_2}}{c_\alpha}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

và tích phân vòng được xác định bởi:

$$\begin{aligned} f_1(z) &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{x(x+y-1)}{x^2 + xy - (2-z^2) + 1}, \\ f_2(z) &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{x-1}{x^2 + xy - (2-z^2) + 1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Để phân tích dễ dàng hơn, ta xét một kịch bản tiêu chuẩn đơn giản mà trong đó trường vô hướng trung hòa  $CP$  lẻ  $A_5$  có khối lượng rất gần với thang TeV, trong khi đó trường vô hướng trung hòa  $CP$  chẵn  $h_5$  có khối lượng trong khoảng  $90 \text{ GeV} \leq m_{h_5} \leq 200 \text{ GeV}$ . Như vậy, với kịch bản này, đóng góp chính vào các quá trình  $t \rightarrow u\gamma$  và  $t \rightarrow c\gamma$  sẽ phát sinh từ các trao đổi ảo của quark  $top$  với các vô hướng  $CP$  chẵn  $h$  và  $h_5$ , với  $h$  là SMLHB có khối lượng  $126 \text{ GeV}$ . Ngoài ra, hằng số tương tác làm thay đổi vị của quark  $top$  là  $y_{hct}$  và  $y_{hut}$  nhận giá trị trong khoảng:

$$10^{-2} \text{ GeV} \leq y_{hct}, y_{hut} \leq 1.2 \times 10^{-2} \text{ GeV}. \quad (3.13)$$

Tỉ số rẽ nhánh của các quá trình rẽ hiếm  $t \rightarrow c\gamma$  và  $t \rightarrow u\gamma$  là:

$$Br(t \rightarrow c\gamma) = \frac{\Gamma(t \rightarrow c\gamma)}{\Gamma_{top}}, \quad Br(t \rightarrow u\gamma) = \frac{\Gamma(t \rightarrow u\gamma)}{\Gamma_{top}}, \quad (3.14)$$

trong đó,  $\Gamma_{top} = 1.42_{-0.15}^{+0.19} \text{ GeV}$  là bề rộng rẽ toàn phần của quark  $top$ . Sau khi đánh giá các kết quả chạy số đối với tỉ số rẽ nhánh của  $t \rightarrow c\gamma$  và  $t \rightarrow u\gamma$  thì ta thấy rằng tỉ số này phải nhận giá trị vào cỡ  $10^{-10}$ , nhỏ hơn vài bậc so với giá trị giới hạn trên của thực nghiệm  $2.2 \times 10^{-4}$  và  $6.1 \times 10^{-5}$ . Mặt khác, các giá trị thu được về tỉ số rẽ nhánh của các quá trình rẽ  $t \rightarrow c\gamma$  và  $t \rightarrow u\gamma$  trong mô hình ALP331 là lớn hơn 4 tới 6 bậc so với các giá trị tương ứng trong SM ( $4.6 \times 10^{-14}$  và  $3.7 \times 10^{-16}$ ).

### 3.2. Một số kênh rã của SMLHB $h$ thành hai fermion

#### 3.2.1. SMLHB rã thành hai quark loại $d$ : $h \rightarrow \bar{b}b$

Sử dụng biểu thức (1.21), bề rộng rã của quá trình  $h \rightarrow \bar{b}b$  là:

$$\Gamma(h \rightarrow \bar{b}b) = \int d\Gamma = \frac{g_{h\bar{b}b}^2}{8\pi} m_h \left(1 - \frac{4m_b^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.15)$$

với

$$\begin{aligned} g_{h\bar{b}b} &= \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} \left( \left( V_L^{(d)} \right)^\dagger \right)_{33} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{33} \left( V_R^{(d)} \right)_{33} \\ &\quad - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \left( \left( V_L^{(d)} \right)^\dagger \right)_{33} \left( V_{dL} \widetilde{M}_d V_{dR}^\dagger \right)_{33} \left( V_R^{(d)} \right)_{33} \\ &= \left( \frac{c_{\alpha_2}}{v_\rho} - \frac{s_{\alpha_2}}{v_\eta} \right) m_b = \left( \frac{c_{\alpha_2}}{c_\alpha} - \frac{s_{\alpha_2}}{s_\alpha} \right) \frac{m_b}{v} \\ &= \frac{c_{\alpha_2}}{s_\alpha} (\tan \alpha - \tan \alpha_2) \frac{m_b}{v} \\ &= a_{h\bar{b}b} g_{h\bar{b}b}^{SM}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

trong đó,

$$a_{h\bar{b}b} = \frac{c_{\alpha_2}}{s_\alpha} (\tan \alpha - \tan \alpha_2) \quad (3.17)$$

là hệ số chênh lệch của  $g_{h\bar{b}b}$  trong ALP331 đang xét so với  $g_{h\bar{b}b}^{SM}$  của SM. Sử dụng điều kiện trong biểu thức (2.197) thì ta có:

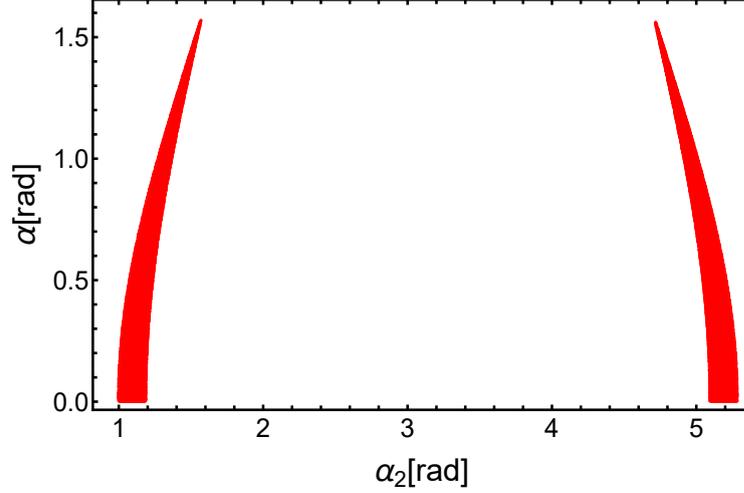
$$a_{h\bar{b}b} = 2 \frac{c_{\alpha_2}}{c_\alpha}. \quad (3.18)$$

Ràng buộc từ dữ liệu thực nghiệm đối với tham số  $a_{h\bar{b}b}$  [65] là:

$$a_{h\bar{b}b}^{exp} = 0.91_{-0.16}^{+0.17}, \quad (3.19)$$

Sử dụng  $a_{h\bar{b}b}^{exp}$ , ta có thể biểu diễn mối tương quan giữa các góc trộn  $\alpha$  và  $\alpha_2$ , với  $\tan \alpha = \frac{v_\eta}{v_\rho} > 0$ , và  $\alpha_2$  trong khoảng  $(0, 2\pi)$  như trong Hình.(3.4).

Sau khi đánh giá các kết quả chạy số, ta thấy rằng: để có tỉ số rã nhánh của các quá trình rã  $h \rightarrow \bar{b}b$  nằm trong khoảng thực nghiệm cho phép với  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$  rad thì giá trị của  $\alpha_2$  nên nằm trong khoảng  $(1 \div 1.6)$  rad hoặc  $(4.75 \div 5.4)$  rad. Ta sẽ sử dụng điều kiện ràng buộc này để phân tích các dao động meson trong mô hình ALP331 ở các phần tiếp theo.



Hình 3.4: Tương quan giữa góc trộn  $\alpha$  và  $\alpha_2$  khi khảo sát quá trình rã  $h \rightarrow \bar{b}b$ .

### 3.2.2. SMLHB rã thành hai lepton mang điện $h \rightarrow \bar{l}l$

Liên quan đến phân lepton mang điện, tương tác Yukawa giữa các lepton mang điện được xác định như sau:

$$-\mathcal{L}_Y^{(l)} = \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 g_{ab} \bar{l}_{aL} \frac{v_\rho + R_\rho + iI_\rho}{\sqrt{2}} l_{bR} + h.c. \quad (3.20)$$

Thay biểu thức (2.116) và (2.157) vào biểu thức (3.20), ta suy ra được tương tác Yukawa của SMLHB  $h$  với các lepton là:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{(l)} &\supset \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 \frac{g_{ab} c_{\alpha_2}}{\sqrt{2}} \bar{l}_{aL} h l_{bR} \\ &\supset \sum_{a=1}^3 \frac{(M_l)_{aa} c_{\alpha_2}}{v_\rho} \bar{l}_{aL} h l_{aR} \\ &\supset \sum_{a=1}^3 \frac{v c_{\alpha_2}}{v_\rho} \frac{(M_l)_{aa}}{v} \bar{l}_{aL} h l_{aR}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

và hằng số tương tác của SMLHB  $h$  với các lepton là:

$$g_{h\bar{l}l} = \sum_{a=1}^3 \frac{v c_{\alpha_2}}{v_\rho} \frac{(M_l)_{aa}}{v} = a_{h\bar{l}l} g_{h\bar{l}l}^{SM}. \quad (3.22)$$

trong đó

$$a_{h\bar{l}l} = \frac{v c_{\alpha_2}}{v_\rho} \quad (3.23)$$

là hệ số chênh lệch của  $g_{h\bar{l}l}$  trong ALP331 với  $g_{h\bar{l}l}^{SM}$  được SM tiên đoán (trong SM, hệ số này là 1).

Sử dụng (1.21), bề rộng rãi của các quá trình  $h \rightarrow \mu\mu$  và  $h \rightarrow \tau\tau$  là

$$\begin{aligned}\Gamma(h \rightarrow \mu\mu) &= \int d\Gamma = \frac{g_{(h,\mu,\mu)}^2}{8\pi} m_h \left(1 - \frac{4m_\mu^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= \left(\frac{vc_{\alpha_2}}{v_\rho}\right)^2 \frac{m_\mu^2}{v^2} \frac{m_h}{8\pi} \left(1 - \frac{4m_\mu^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= \left(\frac{c_{\alpha_2}}{c_\alpha}\right)^2 \frac{m_\mu^2}{v^2} \frac{m_h}{8\pi} \left(1 - \frac{4m_\mu^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}},\end{aligned}\quad (3.24)$$

$$\begin{aligned}\Gamma(h \rightarrow \tau\tau) &= \int d\Gamma = \frac{g_{(h,\tau,\tau)}^2}{8\pi} m_h \left(1 - \frac{4m_\tau^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= \left(\frac{vc_{\alpha_2}}{v_\rho}\right)^2 \frac{m_\tau^2}{v^2} \frac{m_h}{8\pi} \left(1 - \frac{4m_\tau^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= \left(\frac{c_{\alpha_2}}{c_\alpha}\right)^2 \frac{m_\tau^2}{v^2} \frac{m_h}{8\pi} \left(1 - \frac{4m_\tau^2}{m_h^2}\right)^{\frac{3}{2}}.\end{aligned}\quad (3.25)$$

Từ (3.24) và (3.25), ta có thể thu được các ràng buộc về góc trộn  $\alpha_2$  trong mô hình ALP331 đang xét. Dùng các giá trị mà thực nghiệm cho phép [65]:

$$a_{h\mu\mu}^{exp} = 0.72_{-0.72}^{+0.50}, \quad a_{h\tau\tau}^{exp} = 0.93_{-0.13}^{+0.13}, \quad (3.26)$$

ta có thể biểu diễn được vùng giá trị cho phép của các góc trộn trong phần vô hướng  $CP$  chẵn. Hơn nữa, ta có thể tìm được tập giá trị của tham số  $a_{h\mu\mu,\tau\tau}$  nằm trong khoảng 0.6 tới khoảng 1.2. Vùng giá trị này phù hợp với giới hạn thực nghiệm. Hình (3.5) biểu diễn mối liên hệ tuyến tính giữa các tham số  $a_{h\tau\tau}$  và  $a_{h\mu\mu}$ . Ta có thể đánh ra được tỉ số  $\frac{a_{h\tau\tau}}{a_{h\mu\mu}}$  là rất gần với giới hạn trên của thực nghiệm.

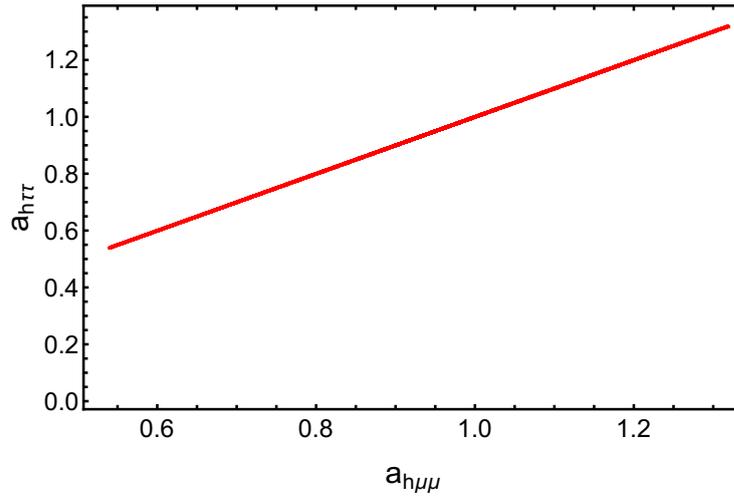
Dùng điều kiện ràng buộc của  $\alpha_2$  thu được từ quá trình rã  $h \rightarrow \bar{b}b$ , ta biểu diễn mối tương quan giữa  $\alpha$  và  $\alpha_2$  như trong Hình. (3.6).

Từ Hình. (3.6), ta thấy rằng với  $\alpha$  trong khoảng  $40^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$  (tương ứng với  $0.7 \text{ rad} \leq \alpha \leq 1.4 \text{ rad}$ ), thì các ràng buộc đối với góc trộn  $\alpha_2$  như sau:

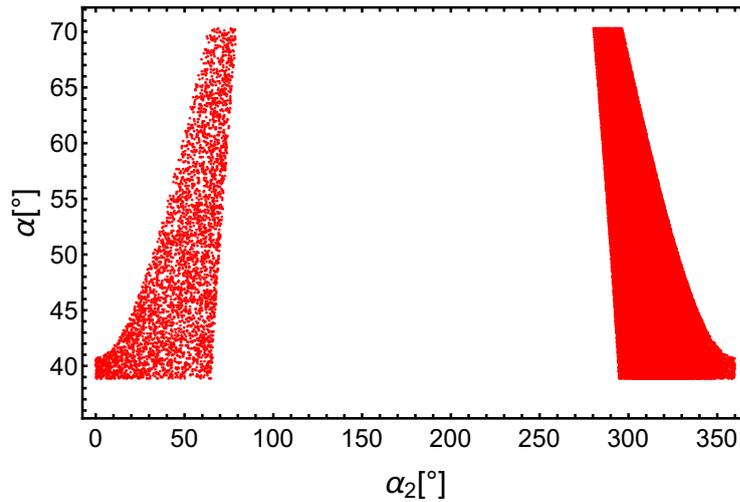
$$10^\circ \leq \alpha_2 \leq 80^\circ, \quad \text{hoặc} \quad 275^\circ \leq \alpha_2 \leq 340^\circ. \quad (3.27)$$

Tương ứng với

$$0.2 \text{ rad} \leq \alpha_2 \leq 1.5 \text{ rad}, \quad \text{hoặc} \quad 4.8 \text{ rad} \leq \alpha_2 \leq 5.9 \text{ rad}. \quad (3.28)$$



Hình 3.5: Tương quan giữa các tham số  $a_{h\tau\tau}$  và  $a_{h\mu\mu}$ .



Hình 3.6: Tương quan giữa các góc trộn  $\alpha_2$  và  $\alpha$  trong hai trường hợp  $h \rightarrow \mu\mu$ ,  $h \rightarrow \tau\tau$ .

Kết hợp với điều kiện ràng buộc về góc trộn  $\alpha$  và  $\alpha_2$  mà ta thu được từ quá trình  $h \rightarrow \bar{b}b$  thì ta thu được điều kiện ràng buộc chặt hơn giữa  $\alpha$  và  $\alpha_2$  là:

Nếu

$$0.7 \text{ rad} \leq \alpha \leq 1.4 \text{ rad}, \quad (3.29)$$

thì

$$1 \text{ rad} \leq \alpha_2 \leq 1.4 \text{ rad}, \quad \text{hoặc} \quad 4.8 \text{ rad} \leq \alpha_2 \leq 5.4 \text{ rad}. \quad (3.30)$$

### 3.3. Dao động meson

Các dao động meson  $K^0 - \bar{K}^0$ ,  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  và  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  được gây ra bởi sự vi phạm vị do có sự tương tác của các trường vô hướng và boson  $Z'$  với các quark loại  $d$ . Sự trộn meson  $K^0 - \bar{K}^0$ ,  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  và  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  được mô tả bởi các Hamiltonian hiệu dụng như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff}^{(K^0-\bar{K}^0)} &= \frac{G_F^2 m_W^2}{16\pi^2} \sum_{i=1}^3 C_i^{(K^0-\bar{K}^0)}(\mu) O_i^{(K^0-\bar{K}^0)}(\mu) \\ &+ \frac{4\sqrt{2}G_F c_W^4 m_Z^2}{(3-4s_W^2)m_{Z'}^2} |(V_{DL}^*)_{32} (V_{DL})_{31}|^2 O_4^{(K^0-\bar{K}^0)}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff}^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} &= \frac{G_F^2 m_W^2}{16\pi^2} \sum_{i=1}^3 C_i^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)}(\mu) O_i^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)}(\mu) \\ &+ \frac{4\sqrt{2}G_F c_W^4 m_Z^2}{(3-4s_W^2)m_{Z'}^2} |(V_{DL}^*)_{31} (V_{DL})_{33}|^2 O_4^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff}^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)} &= \frac{G_F^2 m_W^2}{16\pi^2} \sum_{i=1}^3 C_i^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)}(\mu) O_i^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)}(\mu) \\ &+ \frac{4\sqrt{2}G_F c_W^4 m_Z^2}{(3-4s_W^2)m_{Z'}^2} |(V_{DL}^*)_{32} (V_{DL})_{33}|^2 O_4^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

trong đó  $V_{DL}$  là ma trận quay được dùng để chéo hóa ma trận  $M_D M_D^\dagger$  về dạng chéo  $V_{DL}^\dagger M_D M_D^\dagger V_{DL} = \text{diag}(m_d^2, m_s^2, m_b^2)$  với  $M_D$  là ma trận trộn khối lượng của các quark loại  $d$  trong SM. Ngoài ra, các toán tử xuất hiện trong biểu thức (3.31), (3.32) và (3.33) được xác định bởi các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} O_1^{(K^0-\bar{K}^0)} &= (\bar{s}P_L d) (\bar{s}P_L d), \\ O_2^{(K^0-\bar{K}^0)} &= (\bar{s}P_R d) (\bar{s}P_R d), \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} O_3^{(K^0-\bar{K}^0)} &= (\bar{s}P_L d) (\bar{s}P_R d), \\ O_4^{(K^0-\bar{K}^0)} &= (\bar{s}\gamma_\mu P_L d) (\bar{s}\gamma^\mu P_L d), \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} O_1^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} &= (\bar{d}P_L b) (\bar{d}P_L b), \\ O_2^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} &= (\bar{d}P_R b) (\bar{d}P_R b), \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} O_3^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} &= (\bar{d}P_L b) (\bar{d}P_R b), \\ O_4^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} &= (\bar{d}\gamma_\mu P_L b) (\bar{d}\gamma^\mu P_L b), \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} O_1^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= (\bar{s}P_L b) (\bar{s}P_L b), \\ O_2^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= (\bar{s}P_R b) (\bar{s}P_R b), \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} O_3^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= (\bar{s}P_L b) (\bar{s}P_L b), \\ O_4^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= (\bar{s}\gamma_\mu P_L b) (\bar{s}\gamma^\mu P_L b), \end{aligned} \quad (3.39)$$

và các hệ số Wilson là:

$$C_1^{(K^0 - \bar{K}^0)} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{s}RdL}^2}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{s}RdL}^2}{m_{h_5}^2} - \frac{g_{A_5\bar{s}RdL}^2}{m_{A_5}^2} \right), \quad (3.40)$$

$$C_2^{(K^0 - \bar{K}^0)} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{s}LdR}^2}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{s}LdR}^2}{m_{h_5}^2} - \frac{g_{A_5\bar{s}LdR}^2}{m_{A_5}^2} \right), \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} C_3^{(K^0 - \bar{K}^0)} &= \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{s}RdL} g_{h\bar{s}LdR}}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{s}RdL} g_{h_5\bar{s}LdR}}{m_{h_5}^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{g_{A_5\bar{s}RdL} g_{A_5\bar{s}LdR}}{m_{A_5}^2} \right), \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$C_1^{(B_d^0 - \bar{B}_d^0)} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{d}RbL}^2}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{d}RbL}^2}{m_{h_5}^2} - \frac{g_{A_5\bar{d}RbL}^2}{m_{A_5}^2} \right), \quad (3.43)$$

$$C_2^{(B_d^0 - \bar{B}_d^0)} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{d}LbR}^2}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{d}LbR}^2}{m_{h_5}^2} - \frac{g_{A_5\bar{d}LbR}^2}{m_{A_5}^2} \right), \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} C_3^{(B_d^0 - \bar{B}_d^0)} &= \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{d}RbL} g_{h\bar{d}LbR}}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{d}RbL} g_{h_5\bar{d}LbR}}{m_{h_5}^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{g_{A_5\bar{d}RbL} g_{A_5\bar{d}LbR}}{m_{A_5}^2} \right), \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$C_1^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{s}RbL}^2}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{s}RbL}^2}{m_{h_5}^2} - \frac{g_{A_5\bar{s}RbL}^2}{m_{A_5}^2} \right), \quad (3.46)$$

$$C_2^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{s}LbR}^2}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{s}LbR}^2}{m_{h_5}^2} - \frac{g_{A_5\bar{s}LbR}^2}{m_{A_5}^2} \right), \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} C_3^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= \frac{16\pi^2}{G_F^2 m_W^2} \left( \frac{g_{h\bar{s}RbL} g_{h\bar{s}LbR}}{m_h^2} + \frac{g_{h_5\bar{s}RbL} g_{h_5\bar{s}LbR}}{m_{h_5}^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{g_{A_5\bar{s}RbL} g_{A_5\bar{s}LbR}}{m_{A_5}^2} \right), \end{aligned} \quad (3.48)$$

với  $g_{abc}$  là hằng số tương tác giữa các trường vô hướng ( $a = h, h_5, A_5$ ) với các quark loại  $d$  là  $b = \bar{d}_{L,R}^i$ ,  $c = d_{L,R}^j$  còn  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $i \neq j$ . Trong các biểu

thức xác định hệ số Wilson, ta có thể thấy rằng các đóng góp của phần vô hướng vào sự tách khối lượng của meson phải tỉ lệ nghịch với bình phương khối lượng của các trường vô hướng  $h, h_5, A_5$ . Số hạng gắn với toán tử  $O_4^{K^0-\bar{K}^0}$  trong Hamiltonian hiệu dụng cũng tỉ lệ nghịch với bình phương khối lượng của trường vô hướng  $Z'$ .

Mặt khác, sự tách khối lượng  $K - \bar{K}$ ,  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  và  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  được cho bởi các công thức sau:

$$\Delta m_K = (\Delta m_K)_{SM} + \Delta m_K^{(NP)}, \quad (3.49)$$

$$\Delta m_{B_d} = (\Delta m_{B_d})_{SM} + \Delta m_{B_d}^{(NP)}, \quad (3.50)$$

$$\Delta m_{B_s} = (\Delta m_{B_s})_{SM} + \Delta m_{B_s}^{(NP)}, \quad (3.51)$$

trong đó  $(\Delta m_K)_{SM}$ ,  $(\Delta m_{B_d})_{SM}$  và  $(\Delta m_{B_s})_{SM}$  là các đóng góp của SM. Trong khi đó,  $\Delta m_K^{(NP)}$ ,  $\Delta m_{B_d}^{(NP)}$  và  $(\Delta m_{B_s})^{NP}$  là các đóng góp của NP.

Trong mô hình ALP331 đang xét, các đóng góp của NP cho sự tách biệt khối lượng của các meson  $B^0$  là:

$$\begin{aligned} \Delta m_K^{(NP)} &= \frac{4\sqrt{2}G_F c_W^4 m_Z^2}{(3-4s_W^2)m_{Z'}^2} |(V_{DL}^*)_{32} (V_{DL})_{31}|^2 f_K^2 B_K \eta_K m_K \\ &\quad + \frac{G_F^2 m_W^2}{6\pi^2} m_K f_K^2 \eta_K B_K \left[ P_2^{(K^0-\bar{K}^0)} C_3^{(K^0-\bar{K}^0)} \right. \\ &\quad \left. + P_1^{(K^0-\bar{K}^0)} \left( C_1^{(K^0-\bar{K}^0)} + C_2^{(K^0-\bar{K}^0)} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta m_{B_d}^{(NP)} &= \frac{4\sqrt{2}G_F c_W^4 m_Z^2}{(3-4s_W^2)m_{Z'}^2} |(V_{DL}^*)_{31} (V_{DL})_{33}|^2 f_{B_d}^2 B_{B_d} \eta_{B_d} m_{B_d} \\ &\quad + \frac{G_F^2 m_W^2}{6\pi^2} m_{B_d} f_{B_d}^2 \eta_{B_d} B_{B_d} \left[ P_2^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} C_3^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} \right. \\ &\quad \left. + P_1^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} \left( C_1^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} + C_2^{(B_d^0-\bar{B}_d^0)} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta m_{B_s}^{(NP)} &= \frac{4\sqrt{2}G_F c_W^4 m_Z^2}{(3-4s_W^2)m_{Z'}^2} |(V_{DL}^*)_{32} (V_{DL})_{33}|^2 f_{B_s}^2 B_{B_s} \eta_{B_s} m_{B_s} \\ &\quad + \frac{G_F^2 m_W^2}{6\pi^2} m_{B_s} f_{B_s}^2 \eta_{B_s} B_{B_s} \left[ P_2^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)} C_3^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)} \right. \\ &\quad \left. + P_1^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)} \left( C_1^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)} + C_2^{(B_s^0-\bar{B}_s^0)} \right) \right] \end{aligned}$$

Để thu được các kết quả chạy số và phân tích thì ta sử dụng các tham số sau đây [118]:

Khối lượng của các boson trung hòa trong mô hình ALP331 là:

$$\begin{aligned}
m_Z &= 91.1876\text{GeV}, & m_W &= 80.399\text{GeV}, & m_h &= 126\text{GeV} \\
m_{h_5} &= (90 \div 500)\text{GeV}, & m_{A_5} &= (100 \div 1000)\text{GeV}, \\
m_{Z'} &= 6000\text{GeV}.
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Ta gán cho khối lượng của  $Z'$  bằng 6TeV, điều này phù hợp với điều kiện ràng buộc phát sinh từ các tìm kiếm trong máy gia tốc Các tham số sử dụng để phân tích dao động  $K^0 - \bar{K}^0$  là:

$$\begin{aligned}
(\Delta m_K)_{\text{exp}} &= (3.484 \pm 0.006) \times 10^{-12} \text{ MeV}, \\
(\Delta m_K)_{SM} &= 3.483 \times 10^{-12} \text{ MeV} \\
f_K &= 155.7 \text{ MeV}, & B_K &= 0.85, & \eta_K &= 0.57, \\
P_1^{(K^0 - \bar{K}^0)} &= -9.3, & P_2^{(K^0 - \bar{K}^0)} &= 30.6, \\
m_K &= (497.611 \pm 0.013) \text{ MeV}.
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Lưu ý rằng:  $B_K$  là hằng số rã của meson  $K$  và  $f_K$  là lượng không nhiễu loạn xuất hiện khi yếu tố ma trận của toán tử gây ra sự trộn meson được xem xét ở trạng thái  $K^0$  và  $\bar{K}^0$ . Tham số  $\eta_K$  là hiệu chỉnh  $QCD$ . Còn  $P_1, P_2$  là các cận bổ đính chính cho thừa số  $QCD$  xuất hiện khi đánh giá các yếu tố ma trận hadronic tương ứng. Các tham số này xuất hiện khi ta xét các đóng góp vào sự trộn meson của FCNC gây ra bởi các vô hướng và giả vô hướng. Tuy nhiên, các dự đoán của SM mà phải phụ thuộc vào các tham số  $QCD$  lại không chắc chắn về mặt lý thuyết.

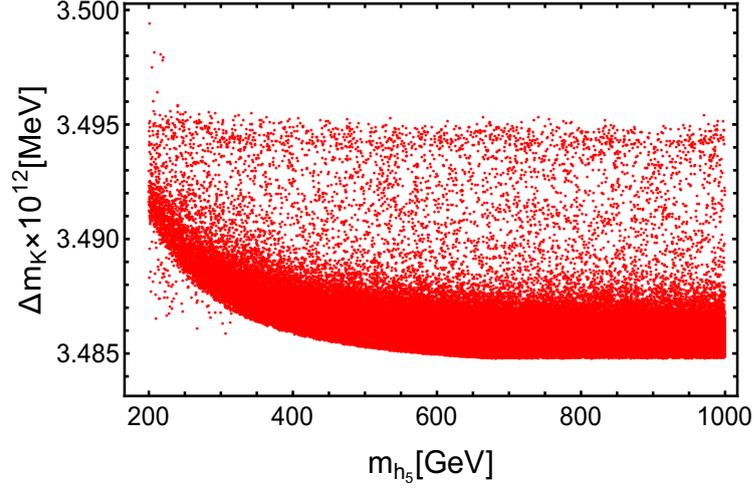
Các tham số sử dụng để phân tích dao động  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  là:

$$\begin{aligned}
(\Delta m_{B_d})_{\text{exp}} &= (3.334 \pm 0.013) \times 10^{-10} \text{ MeV}, \\
(\Delta m_{B_d})_{SM} &= (3.653 \pm 0.037 \pm 0.019) \times 10^{-10} \text{ MeV}, \\
f_{B_d} &= 188 \text{ MeV}, & B_{B_d} &= 1.26, & \eta_{B_d} &= 0.55, \\
P_1^{(B_d^0 - \bar{B}_d^0)} &= -0.52, & P_2^{(B_d^0 - \bar{B}_d^0)} &= 0.88, \\
m_{B_d} &= (5279.65 \pm 0.12) \text{ MeV},
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Các tham số sử dụng để phân tích dao động  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  là:

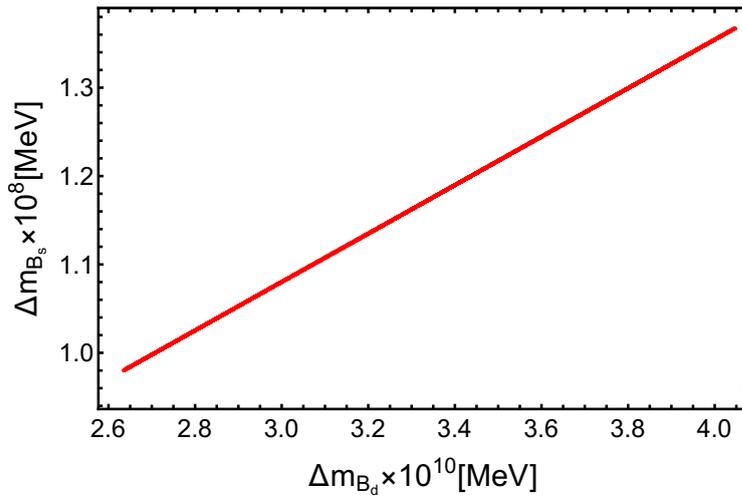
$$\begin{aligned}
(\Delta m_{B_s})_{\text{exp}} &= (1.1683 \pm 0.0013) \times 10^{-8} \text{ MeV}, \\
(\Delta m_{B_s})_{SM} &= (1.1577 \pm 0.022 \pm 0.051) \times 10^{-8} \text{ MeV},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{B_s} &= 225 \text{ MeV}, & B_{B_s} &= 1.33, & \eta_{B_s} &= 0.55, \\
P_1^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= -0.52, & P_2^{(B_s^0 - \bar{B}_s^0)} &= 0.88, \\
m_{B_s} &= (5366.9 \pm 0.12) \text{ MeV}, & & & & 
\end{aligned} \tag{3.55}$$

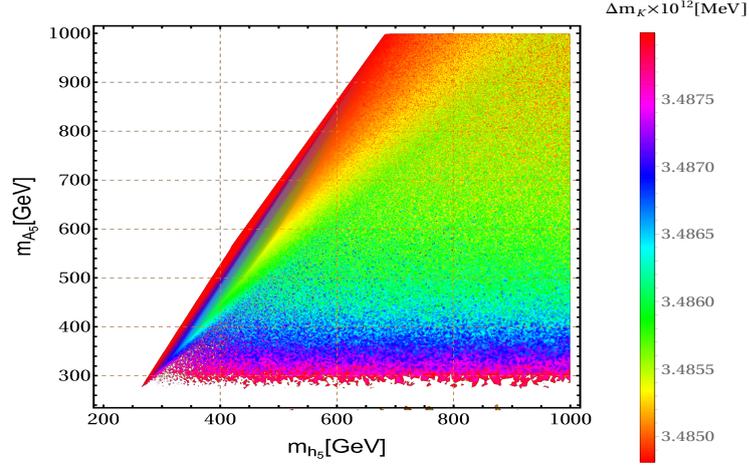


Hình 3.7: Mối tương quan giữa sự tách khối lượng của meson  $\Delta m_K$  với khối lượng của trường vô hướng nhẹ mới  $m_{h_5}$ .

Trong hình (3.7), ta biểu diễn mối tương quan giữa sự tách khối lượng của meson  $\Delta m_K$  với khối lượng của trường vô hướng  $CP$  chẵn không nằm trong SM  $m_{h_5}$ . Còn trong hình (3.9), ta biểu diễn vùng giới hạn phù hợp với các ràng buộc về sự tách khối lượng của các meson  $\Delta m_K$ ,  $\Delta m_{B_d}$  và  $\Delta m_{B_s}$



Hình 3.8: Mối tương quan giữa các phần tách khối lượng của meson  $\Delta m_{B_d}$  và  $\Delta m_{B_s}$ .



Hình 3.9: Vùng giới hạn phù hợp với các ràng buộc của sự tách khối lượng của các meson  $\Delta m_K$ ,  $\Delta m_{B_d}$  và  $\Delta m_{B_s}$  trong mặt phẳng  $m_{A_5} - m_{h_5}$ .

trong mặt phẳng  $m_{A_5} - m_{h_5}$ . Vùng giới hạn này chứa các giá trị nằm trong phạm vi cho phép của thực nghiệm.

Quan sát các hình (3.7) và hình (3.9), ta thấy rằng nếu gán giá trị cho các tham số khác trong bộ các tham số ở trên thì khi khối lượng của trường Higgs mới nhẹ  $h_5$  tăng sẽ làm cho sự tách khối lượng meson  $\Delta m_K$  giảm xuống. Hình (3.7) cũng cho thấy rằng số lượng các phân bố phù hợp với điều kiện dao động meson sẽ tăng dần khi khối lượng  $m_{h_5}$  nhận giá trị lớn gần cỡ thang TeV. Điều này phù hợp với nhận xét rằng các đóng góp của phần vô hướng vào sự tách khối lượng của meson phải tỉ lệ nghịch với bình phương khối lượng của các trường vô hướng  $h, h_5, A_5, Z'$ . Do đó, việc tìm kiếm thêm các phân bố phù hợp với các ràng buộc về dao động meson trong giới hạn khối lượng lớn sẽ đơn giản hơn so với tìm kiếm trong giới hạn khối lượng nhỏ của các trường vô hướng ngoài SM.

Ở đây, khối lượng của các trường vô hướng  $CP$  chẵn và vô hướng  $CP$  lẻ nhận giá trị tương ứng trong khoảng  $200 \text{ GeV} \leq m_{h_5} \leq 500 \text{ GeV}$  và  $100 \text{ GeV} \leq m_{A_5} \leq 1 \text{ TeV}$ . Trong quá trình chạy số, các giá trị của các góc trộn  $\alpha, \alpha_2$  đã được thay đổi trong khoảng giá trị phù hợp với giá trị của thực nghiệm thu được từ các tương tác  $h\tau\bar{\tau}$  và  $h\mu\bar{\mu}$ . Đồng thời, các giá trị này cũng phải phù hợp với các điều kiện ràng buộc của dao động meson. Thêm vào đó, giá trị VEV  $v_\eta$  của thành phần trung hòa của tam tuyến vô hướng  $SU(3)_L$  thay đổi trong vùng xung quanh 200 GeV. Các giá trị này phù hợp với các ràng buộc của thực nghiệm đối với sự tách khối lượng của meson.

Ngoài ra, ta xem xét một kịch bản tiêu chuẩn đã được đơn giản hóa của các tham số trong phần quark loại  $d$  để thấy rằng vi phạm  $CP$  trong phần quark hoàn toàn xuất hiện từ phần các quark loại  $u$ .

Thêm vào đó, mối quan hệ tuyến tính giữa sự tách khối lượng của meson  $\Delta m_{B_d}$  và  $\Delta m_{B_s}$  được biểu diễn trong Hình. (3.9) cùng vùng giới hạn trong mặt phẳng  $m_{A_5} - m_{h_5}$  là phù hợp với các điều kiện ràng buộc về sự tách khối lượng của meson  $\Delta m_K$ ,  $\Delta m_{B_d}$  và  $\Delta m_{B_s}$ . Các giá trị này đều nằm trong phạm vi cho phép của thực nghiệm.

Như thấy trong hình (3.7) và hình (3.9), mô hình ALP331 đã rất thành công khi các ràng buộc thu được từ lý thuyết là phù hợp với dữ liệu thực nghiệm về dao động meson và độ chênh lệch khối lượng trong dao động meson  $K - \bar{K}$ ,  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  cùng  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  nhận các giá trị trong khoảng thực nghiệm đo được. Lưu ý rằng: trong Hình. (3.9), nếu  $m_{A_5}$  và  $m_{h_5}$  thỏa mãn các giá trị thực nghiệm của  $\Delta m_K$  thì hiển nhiên sẽ thỏa mãn các giá trị thực nghiệm của  $\Delta m_{B_d}$  và  $\Delta m_{B_s}$ . Khối lượng của  $m_{A_5}$  và  $m_{h_5}$  có giới hạn dưới là khoảng 250GeV.

Nếu ta xét các tham số thực trong phần các quark loại  $d$ , các điều kiện ràng buộc thường được áp vào mọi đóng góp mới khả dĩ của dao động meson  $K^0 - \bar{K}^0$ ,  $B_d^0 - \bar{B}_d^0$  và  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  sẽ xuất hiện trong các quá trình vi phạm  $CP$  là không liên quan đến trường hợp mà chúng ta đang xét.

### 3.4. Tương tác của SMLHB $h$ với các hạt giả vô hướng trong phần vô hướng trung hòa $CP$ lẻ

Ta tập trung vào các hằng số tương tác của SMLHB  $h$  với hai hạt ALP  $a$  được xác định từ một phần của thế vô hướng  $V$  trong (2.77):

$$V \supset \mathcal{V}(h, a, a), \quad (3.56)$$

trong đó,

$$\begin{aligned} \frac{2\mathcal{V}(h, a, a)}{haa} = & - \frac{2\lambda_2 v_\eta}{c_{2\alpha}^2} c_\alpha^2 s_{\alpha_2} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 + \frac{2\lambda_3 v_\rho}{c_{2\alpha}^2} s_\alpha^2 c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \\ & + \frac{\lambda_4 v_\chi}{c_{2\alpha}^2} c_\alpha^2 c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 - \lambda_4 v_\eta s_{\alpha_2} s_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \\ & + \lambda_5 v_\rho c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} s_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 + \frac{\lambda_5 v_\chi}{c_{2\alpha}^2} s_\alpha^2 c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \\ & + \frac{\lambda_6 v_\rho}{c_{2\alpha}^2} c_\alpha^2 c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 - \frac{\lambda_6 v_\eta}{c_{2\alpha}^2} s_\alpha^2 s_{\alpha_2} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \lambda_{11} v_\chi c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} c_{\theta_\phi}^2 - \lambda_{11} v_\phi c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} s_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \\
& + \lambda_{12} v_\rho c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} c_{\theta_\phi}^2 - \frac{\lambda_{12} v_\phi}{c_{2\alpha}^2} s_\alpha^2 c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \\
& + 2\lambda_1 v_\chi c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{\alpha_\phi} s_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 - 2\lambda_{10} v_\phi c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} c_{\theta_\phi}^2 \\
& - \lambda_{13} v_\eta s_{\alpha_2} c_{\theta_\phi}^2 - \lambda_{13} v_\phi c_\alpha^2 \sec^2 2\alpha c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} s_{\alpha_\phi} c_{\theta_3}^2 s_{\theta_\phi}^2 \quad (3.57)
\end{aligned}$$

Trong giới hạn  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$  và  $\lambda_\phi \approx 0$ , các góc trộn trong (2.142), (2.151) có thể lấy gần đúng là:

$$\tan \alpha_3 \approx \frac{\lambda_5 v_\rho}{c_{\alpha_\phi} v_\chi}, \quad \tan 2\alpha_2 \approx \frac{\lambda_6 c_{\alpha_3} v_\eta v_\rho}{\lambda_2 v_\eta^2 - \lambda_3 c_{\alpha_3}^2 v_\rho^2}. \quad (3.58)$$

Vì  $s_{\theta_\phi} \approx 0$  và  $s_{\alpha_3} \approx 0$ , nên ta có thể bỏ qua các số hạng có gắn với  $s_{\theta_\phi}$  và  $s_{\alpha_3}$ . Do đó, ta có:

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}(h, a, a) & \approx \frac{haa}{2} c_{\theta_\phi}^2 (\lambda_{12} v_\rho c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} - \lambda_{13} v_\eta s_{\alpha_2}) \\
& \approx \frac{haa}{2\sqrt{2}} v_\rho v_\eta \left( \frac{\lambda_6 \lambda_{12}}{\sqrt{V_{236}^2 + (\lambda_3 v_\rho^2 - \lambda_2 v_\eta^2) V_{236}}} \right. \\
& \quad \left. - \lambda_{13} \sqrt{V_{236} + \lambda_3 v_\rho^2 - \lambda_2 v_\eta^2} \right), \quad (3.59)
\end{aligned}$$

trong đó,  $V_{236} = \sqrt{(\lambda_2 v_\eta^2 - \lambda_3 v_\rho^2)^2 + \lambda_6^2 v_\eta^2 v_\rho^2}$ .

Hằng số tương tác của SMLHB  $h$  với hai hạt ALP  $a$  được xác định từ biểu thức (3.59) như sau:

$$g_{haa} \approx \frac{v_\rho v_\eta}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\lambda_6 \lambda_{12}}{\sqrt{V_{236}^2 + (\lambda_3 v_\rho^2 - \lambda_2 v_\eta^2) V_{236}}} - \lambda_{13} \sqrt{V_{236} + \lambda_3 v_\rho^2 - \lambda_2 v_\eta^2} \right). \quad (3.60)$$

Tương tự đối với hằng số tương tác giữa SMLHB  $h$  với hai trường giả vô hướng  $A_5$ , trong giới hạn  $v_\phi \gg v_\chi \gg v_\rho, v_\eta$  và  $\lambda_\phi \approx 0$ , ta có:

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}(h, A_5, A_5) & \approx \frac{hA_5 A_5}{2\sqrt{2}} v_\rho (2\lambda_3 v_\eta^2 + \lambda_6 v_\rho^2) \sqrt{\frac{V_{236} - \lambda_3 v_\rho^2 + \lambda_2 v_\eta^2}{V_{236}}} \\
& \quad - \frac{hA_5 A_5}{2\sqrt{2}} v_\eta (2\lambda_2 v_\rho^2 + \lambda_6 v_\eta^2) \sqrt{\frac{V_{236} + \lambda_3 v_\rho^2 - \lambda_2 v_\eta^2}{V_{236}}}. \quad (3.61)
\end{aligned}$$

Ta cũng thu được hằng số tương tác của SMLHB  $h$  với hai trường giả vô

hướng  $A_5$  từ biểu thức (3.61):

$$g_{hA_5A_5} \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( v_\rho(2\lambda_3v_\eta^2 + \lambda_6v_\rho^2) \sqrt{\frac{V_{236} - \lambda_3v_\rho^2 + \lambda_2v_\eta^2}{V_{236}}} - v_\eta(2\lambda_2v_\rho^2 + \lambda_6v_\eta^2) \sqrt{\frac{V_{236} + \lambda_3v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2}{V_{236}}} \right). \quad (3.62)$$

Hạt boson Higgs nhẹ mới  $h_5$  cũng có tương tác với ALP  $a$  và hạt giả vô hướng  $A_5$ . Thế của tương tác của  $(h_5, a, a)$  là:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(h_5, a, a) &\approx \frac{h_5aa}{2} c_{\theta_\phi}^2 (\lambda_{12}v_\rho c_{\alpha_3} s_{\alpha_2} + \lambda_{13}v_\eta c_{\alpha_2}) \\ &\approx \frac{h_5aa}{2\sqrt{2}} v_\rho \left( \lambda_{12} \sqrt{V_{236} + \lambda_3^2v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda_6\lambda_{13}v_\eta^2}{\sqrt{V_{236}^2 + V_{236}(\lambda_3^2v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2)}} \right). \end{aligned} \quad (3.63)$$

Hằng số tương tác của  $h_5$  với hai trường  $A_5$  được xác định từ số hạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(h_5, A_5, A_5) &\approx \frac{h_5A_5A_5v_\eta^4v_\rho(2\lambda_2v_\rho^2 + \lambda_6v_\eta^2)}{2\sqrt{2}(v_\eta^2 + v_\rho^2)(v_\eta^2 + 2v_\rho^2)^2} \sqrt{\frac{V_{236} + \lambda_2v_\eta^2 - \lambda_3v_\rho^2}{V_{236}}} \\ &\quad + \frac{h_5A_5A_5v_\eta^4v_\rho(2\lambda_3v_\eta^2 + \lambda_6v_\rho^2)}{2\sqrt{2}(v_\eta^2 + v_\rho^2)(v_\eta^2 + 2v_\rho^2)^2} \sqrt{\frac{V_{236} + \lambda_3v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2}{V_{236}}} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Một cách hoàn toàn tương tự khi xét với trường Higgs nhẹ  $h_5$ , ta sử dụng biểu thức (3.63) và biểu thức (3.64) thì thu được:

$$g_{h_5aa} \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} v_\rho \left( \lambda_{12} \sqrt{V_{236} + \lambda_3^2v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2} + \frac{\lambda_6\lambda_{13}v_\eta^2}{\sqrt{V_{236}^2 + V_{236}(\lambda_3^2v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2)}} \right), \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} g_{h_5A_5A_5} &\approx \frac{v_\eta^4}{2\sqrt{2}(v_\eta^2 + v_\rho^2)(v_\eta^2 + 2v_\rho^2)^2} \left( v_\eta(2v_\rho^2 + \lambda_6v_\eta^2) \sqrt{\frac{V_{236} + \lambda_2v_\eta^2 - \lambda_3v_\rho^2}{V_{236}}} \right. \\ &\quad \left. + v_\rho(2\lambda_3v_\eta^2 + \lambda_6v_\rho^2) \sqrt{\frac{V_{236} + \lambda_3v_\rho^2 - \lambda_2v_\eta^2}{V_{236}}} \right). \end{aligned} \quad (3.66)$$

Từ biểu thức (3.60) đến biểu thức (3.66), ta có thể thấy các hằng số tương tác  $g_{haa}$ ,  $g_{hA_5A_5}$ ,  $g_{h_5aa}$ ,  $g_{h_5A_5A_5}$  đều chỉ phụ thuộc vào các VEV  $v_\rho$ ,  $v_\eta$  ở thang điện-yếu.

### 3.5. Kết luận chương 3

Một số hiện tượng trong mô hình ALP331 như sự dao động meson, các kênh rã của quark *top* cũng như SMLHB gây ra bởi FCNC đã được khảo sát. Vùng không gian giá trị của một số tham số trong mô hình ALP331 cũng được giới hạn. Đối với dao động của meson, vùng giá trị dữ liệu lấy từ thực nghiệm được dùng để chạy số. Từ đó, mối liên hệ giữa sự tách khối lượng của các meson với meson và sự tách khối lượng của meson với trường vô hướng mới trong mô hình ALP331 được biểu diễn. Khi có sự so sánh các mối liên hệ này với các mối liên hệ như vậy trong SM thì thấy rằng phần vô hướng có đóng góp đáng kể vào sự tách khối lượng của các meson. Đồng thời, vùng nhận giá trị phù hợp với các điều kiện ràng buộc của sự tách khối lượng của các meson trong mặt phẳng  $m_{A_5} - m_{h_5}$  cũng được giới hạn.

Thông qua khảo sát các kênh rã của SMLHB, chúng tôi biểu diễn được mối tương quan giữa các góc trộn khối lượng giữa các hạt trong mô hình ALP331. Đối với các kênh rã hiếm của quark *top* thông qua FCNC, chúng tôi tính toán được tỉ số rã nhánh của các kênh này lớn hơn 4 tới 6 bậc so với các giá trị tương ứng trong SM nên chỉ nhỏ hơn vài bậc so với giới hạn trên của thực nghiệm. Chúng tôi cũng tìm được biểu thức cho phép xác định hằng số tương tác giữa ALP  $a$  và trường giả vô hướng  $A_5$  với các quark ngoại lai, SMLHB  $h$  và boson Higgs mới nhẹ  $h_5$ . Từ đó nhận thấy rằng các hằng số tương tác này đều phụ thuộc vào các VEV  $v_\eta, v_\rho$  ở thang EW.

## KẾT LUẬN

Mô hình ALP331 đã được trình bày hoàn chỉnh trong luận án từ sự sắp xếp các fermion dưới nhóm đối xứng chuẩn cho đến lý do đưa các đối xứng gián đoạn vào mô hình. Từ đó, phần vô hướng, phần các trường chuẩn, phần thế Higgs và tương tác Yukawa được phân tích chi tiết. Tất cả các hạt và các tương tác của SM đều có thể được đồng nhất với một số hạt trong mô hình ALP331 đang xét. Những hạt mới và các tương tác mới cho đóng góp vào một số quá trình đã biết. Đối chiếu với dữ liệu thực nghiệm, vùng giá trị thích hợp cho một vài tham số trong mô hình như các góc trộn khối lượng giữa các hạt và một số hằng số tương tác cũng được xác định và đánh giá. Ngoài ra, vấn đề số thế hệ fermion, vấn đề khối lượng rất nhỏ của neutrino và bài toán về DM cũng đã được thảo luận.

Mô hình ALP331 đang xét có hai loại trường vô hướng không trộn với nhau là: trường vô hướng bilepton mang số lepton bằng 2 và các trường vô hướng thông thường không mang số lepton. Mối quan hệ giữa các VEV có liên quan đến sự tự tương tác của các trường vô hướng. Trường vật lý của các hạt ALP  $a$  và hạt giả vô hướng  $A_5$  được xác định chính xác đã cho thấy hai trường này chỉ tương tác với các quark ngoại lai trong mô hình với cường độ cực nhỏ. Kết quả là hạt ALP  $a$  có gần như đầy đủ các tính chất của DM axion nhưng không phải là ứng cử viên cho CDM axion  $QCD$  mà có thể là ứng cử viên cho DM dạng khác.

Chú ý rằng mô hình ALP331 đã được đề xuất gần đây, nhưng việc chéo hóa các ma trận trộn khối lượng để tìm các trường vật lý vẫn là một vấn đề nan giải vì ma trận khối lượng chưa được xác định chính xác. Điều này làm cho việc nghiên cứu hiện tượng luận tiếp theo của mô hình gần như không tiến triển. Vì vậy kết quả của luận án này là bước mở đầu cho việc nghiên cứu chi tiết các hiện tượng luận của mô hình ALP331 trong thời gian tới.

Các phân tích số liệu trong phần vô hướng cũng cho phép xác định được vùng giá trị khối lượng của trường giả vô hướng  $A_5$  với giới hạn dưới khoảng 250GeV. Kết quả này là hoàn toàn khác với những kết quả đã được công bố trước đây. Phần vô hướng trung hòa  $CP$  chẵn của mô hình cũng được phân tích chi tiết. Các kết quả phân tích cho phép có sự tồn tại của một boson vô hướng không thuộc SM là  $h_5$  nhưng có khối lượng ở cùng cỡ khối lượng của trường giả vô hướng  $A_5$  và hạt SMLHB  $h$ . Các kết quả chạy số cũng chỉ ra được các điều kiện ràng buộc của các hằng số tương tác  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_\phi$  với  $\tan \alpha = \frac{v_\eta}{v_\rho}$  và các VEV của các trường vô hướng  $\phi, \chi, \eta, \rho$  để làm xuất hiện một boson Higgs mới có khối lượng cỡ thang TeV hoặc subTeV.

Trong giới hạn số lepton được bảo toàn, phần Higgs của mô hình ALP331 chứa tất cả các Goldstone boson tương ứng với các boson chuẩn có khối lượng và Higgs boson của SM.

Hơn nữa, khi phân tích hệ quả của mô hình trong các kênh rã FCNC của quark  $top$ , các kênh rã hiếm của quark  $top$ , các kênh rã thành hai lepton của SMLHB cũng như trong các dao động meson  $K^0 - \bar{K}^0, B_d^0 - \bar{B}_d^0$  và  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  thì các kết quả thu được là hoàn toàn phù hợp với các điều kiện thực nghiệm về các quá trình này.

Mô hình ALP331 không chỉ giải thích được vì sao số thế hệ fermion là 3 hay vấn đề khối lượng rất nhỏ của neutrino, mà còn có thể cho các ứng cử viên DM và giải thích được khối lượng rất lớn của lạm phát vũ trụ cũng như sự xuất hiện của hạt ALP có gần như đầy đủ các tính chất của DM mặc dù chưa giải quyết được vấn đề  $CP$  mạnh. Tất cả các kết quả nhận được đều rất tự nhiên. Vì vậy, ALP331 là BSM hợp lý và rất có thể cho các kết quả tin cậy. Việc tiếp tục đi sâu nghiên cứu theo hướng mở rộng này để giải quyết các vấn đề ngoài phạm vi SM đang tồn tại là khả thi và cần thiết.

## NHỮNG ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN

1. Phổ hạt của mô hình ALP331 đã được phân tích chi tiết để chỉ ra những thiếu sót và kết luận chưa hợp lý về một số hạt mới trong phần vô hướng của mô hình của một số bài báo đã được công bố trước đây của các tác giả khác. Những số hạng còn thiếu hoặc chưa chính xác trong các ma trận trộn khối lượng đã được bổ sung và chỉnh sửa. Những kết quả của việc chéo hóa các ma trận trộn khối lượng cho phép xác định chính xác biểu thức mô tả trạng thái vật lý cũng như biểu thức xác định khối lượng của các hạt trong phần vô hướng của mô hình ALP331.
2. Việc xác định một cách chính xác biểu thức mô tả trạng thái vật lý của các hạt trong phần vô hướng CP lẻ giúp chỉ ra rằng mô hình đang xét không chứa axion là ứng cử viên cho CDM axion  $QCD$ . Mô hình chỉ chứa hạt ALP nên không giải quyết được vấn đề  $CP$  mạnh do ALP không xuất hiện từ các tương tác trong  $QCD$ . Tuy nhiên, ALP vẫn có thể là ứng cử viên cho DM dạng khác. Vì vậy, mô hình  $\nu 331$  áp đối xứng gián đoạn  $Z_{11} \otimes Z_2$  hay mô hình A331 được đặt tên lại là mô hình ALP331.
3. Một số hiện tượng luận chưa từng được khảo sát trong mô hình ALP331 trước đây đã được nghiên cứu. Đó là những hiện tượng như hiện tượng dao động meson  $B$ , sự rã bảo toàn vị của SMLHB, các kênh rã của quark  $top$   $t \rightarrow hq, t \rightarrow q\gamma$  với  $q = u, c$  gây ra bởi FCNC, tương tác của các hạt giả vô hướng với các quark ngoại lai và các tương tác mới giữa các hạt  $h, h_5, a, A_5$ . Các kết quả nghiên cứu cho phép xác định những điều kiện ràng buộc của một số tham số như góc trộn khối lượng và hằng số tương tác trong mô hình để mô hình ALP331 có thể phù hợp với dữ liệu thực nghiệm.

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

1. D. T. Binh, L. T. Hue, V. H. Binh, H. N. Long, *Neutrino energy-loss rate in  $331\beta$  model*, International Journal of Modern Physics A, Vol **36**, No. 26 (2021) 2150179.
2. Hoang Ngoc Long, Vo Van Vien, Vu Hoa Binh, *Effective Couplings between Two Photons and Axion in the 3-3-1 Model*, VNU Journal of Science: Mathematics - Physics, Vol. **37**, No. 4 (2021), 51-58.
3. V. H. Binh, D. T. Binh, A. E. Cárcamo Hernández, D. T. Huong, D. V. Soa, and H. N. Long, *Higgs sector phenomenology in the 3-3-1 model with an axionlike particle*, arXiv:2007.05004[hep-ph], Phys. Rev. D **107**, 095030 (2023), (28 pages), DOI: 10.1103/PhysRevD.107.095030, ISSN: 1550-7998, IF: 5.407 (SCI), h-5 index: 155.
4. L. T. Hue, H. N. Long, V. H. Binh, H. L. T. Mai, T. Phong Nguyen, *One-loop contributions to decays  $e_b \rightarrow e_a \gamma$  and  $(g - 2)_{e_a}$  anomalies and Ward identity*, arXiv:2301.05407 [hep-ph], Nuclear Physics B **992**, (2023), 116244. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2023.116244, IF: 3.045 (SCI), h index: 262.
5. V. H. Binh, D. T. Huong, H. N. Long, D. V. Soa, *New scalar fields in the 3-3-1 model with axion like particle*, The 48th Vietnam Conference on Theoretical Physics, (2023).

Luận án này sử dụng các kết quả của công trình thứ 3 và có liên quan đến công trình thứ 2 cùng báo cáo tại hội nghị Vật lý lý thuyết Việt Nam lần thứ 48.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] The CMS Collaboration (S. Chatrchyan, et al), *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, Physics Letters B **2012**, 716, 30.
- [2] G. Bellini *et al.* (BOREXINO), *Neutrinos from the primary proton-proton fusion process in the Sun*, Nature, **2014**, 512, No.7515, 383-386.
- [3] P.V. Dong, H. N. Long, *Neutrino masses and lepton flavor violation in the 3–3–1 model with right-handed neutrinos*, Physical Review D, **2008**, 77, 057302.
- [4] G. Bellini *et al.* (BOREXINO), *Neutrinos from the primary proton-proton fusion process in the Sun*, Nature, **2014**, 512, No.7515, 383386.
- [5] Weiss.A, *Bing Bang Nucleosynthesis Cooking up the first light elements*, Einstein Online, **2006**, Vol 2,p.1017.
- [6] Raine.D, Thomas.T (2001), *An introduction to the Science of Cosmology*, IOP Publishing, **2001**, pp.30. ISBN 978-0-7503-0405-4. OCLC 864166846
- [7] J. Beringer *et al.*, *Review of Particle Physics*, Physical Review D, **2012**, 86, 010001.
- [8] K. A. Olive *et al.* (Particle Data Group), *Review of Particle Physics*, Chinese Physics C, **2014**, 38, 090001.
- [9] V. Khachatryan *et al.* (CMS and LHCb Collaborations), *Observation of the rare  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  decay from the combined analysis of CMS and LHCb data*, Nature (London), **2015**, 522, 68.

- [10] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, *On the anomalous electroweak baryon number non-conservation in the early universe*, Physics Letters B, **1985**, 155, 36.
- [11] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), *Angular analysis of the  $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$  decay using  $3 \text{ fb}^{-1}$  of integrated luminosity*, Journal of High Energy Physics, **2016**, 02, 104.
- [12] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), *Angular analysis and differential branching fraction of the decay  $B_s^0 \rightarrow \varphi \mu^+ \mu^-$* , Journal of High Energy Physics, **2015**, 09, 179.
- [13] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), *Test of lepton universality using  $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$  decays*, Physical Review Letters , **2014**, 113, 151601.
- [14] S. Descotes-Genon, L. Hofer, J. Matias, and J. Virto, *Global analysis of  $b \rightarrow sll$  anomalies*, Journal of High Energy Physics, **2016**, 06, 092.
- [15] R. D. Peccei, *The Strong CP Problem and Axions*, **2006**, arXiv:hep-ph/0607268v1.
- [16] Juan Herrero-Garcia, Miguel Nebot, Nuria Rius, Arcadi Santamaria, *The Zee-Babu Model revisited in the light of new data*, Nucl.Phys. B885, **2014**, 542-570.
- [17] Honorez.L, Emmanuel, *The inert Doublet Model: an Archetype for Matter*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2007**, 0702, pp.028.
- [18] I. Affleck and M. Dine, *A New Mechanism for Baryogenesis*, Nuclear Physics B, **1985** 249, 361.
- [19] J.E.Kim, *Weak Interaction Singlet and Strong CP Invariance*, Physical Review Letters **1979**, 43, 103;  
M.Schifman, A.Vainstein and V.Zakharov, *Can Confinement Ensure Natural CP Invariance of Strong Interactions*, Nuclear Physics **1981**, 166, 493.
- [20] M.Dine, W.Fischler, and M.Srednicki, *A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion*, Physics Letters B **1981**, 104, 199-202;  
A.Zhitnitski, *On Possible Suppression of the Axion Hadron Interactions*, Sov. J. Nuclear Physics **1980**, 31, 260, Yad. Fiz. **1980**, 31, 497-504.

- [21] R. D. Peccei and H. Quinn, *CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles*, Physical Review Letters **1977**, 38, 1440.
- [22] R. D. Peccei and H. Quinn, *Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles*, Physical Review D **1977**, 16, 1791.
- [23] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, *The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*, Phys. Lett. B, **1998**, 429, 263.
- [24] L. Randall and R. Sundrum, *A large mass hierarchy from a small extra dimension*, Phys. Rev. Lett. **1999**, 83, 3370.
- [25] Csaba Csaki, *The Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)*, Modern Physics Letters A, **1996**, 11:599.
- [26] G. Beall, M. Bander, and A. Soni, *Constraint on the mass scale of a left-right symmetric electroweak theory from the  $K_L - K_S$  mass difference*, Physical Review Letters, **1982**, 48, 848.
- [27] R. N. Mohapatra, G. Senjanović, and M. Tran, *Strangeness changing processes and the limit on the right-handed gauge boson mass*, Physical Review D, **1983**, 28, 546.
- [28] G. Ecker and W. Grimus, *CP violation and left-right symmetry*, Nuclear Physics B, **1985**, 258, 328.
- [29] J.-M. Frere, J. Galand, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal,  *$K^0 - \bar{K}^0$  in the  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$  model of CP violation*, Physical Review D, **1992**, 46, 337.
- [30] M. E. Pospelov, *FCNCs in left-right symmetric theories and constraints on the right-handed scale*, Physical Review D, **1997**, 56, 259.
- [31] F. Pisano and V. Pleitez,  *$SU(3) \otimes U(1)$  model for electroweak interactions*, Physical Review D, **1992**, 46, 410.
- [32] P. H. Frampton, *Chiral dilepton model and the flavor question*, Physical Review Letters, **1992**, 69, 2889.
- [33] R. Foot, O. F. Hernandez, P. Pisano and V. Pleitez, *Lepton masses in an  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  gauge model*, Physical Review D, **1993**, 47, 4158.

- [34] J. C. Montero, F. Pisano, and V. Pleitez, *Neutral currents and Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism in  $SU(3)_L \times U(1)_N$  models for electroweak interactions*, Physical Review D, **1993**, 47, 2918.
- [35] R. Foot, H. N. Long, and T. A. Tran,  *$SU(3)_L \otimes U(1)_N$  and  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$  gauge models with right-handed neutrinos*, Physical Review D, **1994**, 50, R34.
- [36] H. N. Long,  *$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  model with right-handed neutrinos*, Physical Review D, **1996**, 53, 437.
- [37] H. N. Long,  *$SU(3)_L \otimes U(1)_N$  model for right-handed neutrino neutral currents*, Physical Review D, **1996**, 54, 4691.
- [38] J. C. Montero, V. Pleitez and O. Ravinez, *Soft superweak CP violation in a 3-3-1 model*, Physical Review D, **1999**, 60, 076003, [hep-ph/9811280].
- [39] J. C. Montero, C. C. Nishi, V. Pleitez, O. Ravinez and M. C. Rodriguez, *Soft CP violation in K-meson systems*, Physical Review D, **2006**, 73, 016003 [hep-ph/0511100].
- [40] V. H. Binh, D. T. Binh, A. E. Cárcamo Hernández, D. T. Huong, D. V. Soa, and H. N. Long, *Higgs sector phenomenology in the 3-3-1 model with axion like particle*, Physical Review D, **2023**, 107, 095030.
- [41] A. G. Dias, C. A. de S. Pires and P.S.Rodrigues da Silva, *Discrete symmetries, invisible axion and lepton number symmetry in an economic 3-3-1 model*, Physical Review D **2003**, 68, 115009.
- [42] J. G. Ferreira, C. A. de S. Pires, J. G. Rodrigues and P.S. Rodrigues da Silva, *Embedding cosmological inflation, axion dark matter and seesaw mechanism in a 3-3-1 gauge model*, Physics Letters B **2017**, 771, 199.
- [43] S. Weinberg, *A New Light Boson?*, Physics Letters B **1978**, 40, 223.
- [44] F. Wilczek, *Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons*, Physical Review Letters **1978**, 40, 279.
- [45] S. Heinemeyer, C. Li, F. Lika, G. Moortgat-Pick, S. Paasch, *A 96 GeV Higgs Boson in the 2HDM plus Singlet*, DESY 21-230, IFT-UAM/CSIC-21-158, arXiv:2112.11958 [hep-ph]

- [46] T. Biekotter, M. Chakraborti, S. Heinemeyer, *The "96 GeV excess" at the LHC*, International Journal of Modern Physics A, **2021**, 36, 22, 2142018, arXiv: 2003.05422 [hep-ph]
- [47] T. Biekotter, M. Chakraborti, S. Heinemeyer, *A 96 GeV Higgs Boson in the N2HDM*, arXiv:1903.11661 (and the subsequent arXiv:1910.06858, DOI: 10.1142/S0217751X21420185)
- [48] S. Heinemeyer, *A Higgs boson below 125 GeV?!*, International Journal of Modern Physics A, **2018**, 33, 31, 1844006.
- [49] P. V. Dong and T. D. Tham, H. T. Hung, *3 – 3 – 1 – 1 model for dark matter*, Physical Review D, **2013**, 87, 115003.
- [50] P. V. Dong, N. T. K. Ngan, D.V. Soa, *Simple 3 – 3 – 1 model and implication for dark matter*, Physical Review D, **2014**, 90, 075019.
- [51] P. V. Dong, H. N. Long, D. T. Nhung, and D. V. Soa,  *$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  model with two Higgs triplets*, Physical Review D, **2006**, 73, 035004, e-Print: hep-ph/0601046 [hep-ph].
- [52] P. V. Dong, H. N. Long, and D. V. Soa, *Higgs-gauge boson interactions in the economical 3-3-1 model*, Physical Review D **2006**, 73, 075005, e-Print: hep-ph/0603108.
- [53] P. V. Dong, H. N. Long, and D. V. Soa, *Neutrino masses in the economical 3-3-1 model*, Physical Review D **2007**, 75, 073006 , e-Print: hep-ph/0610381 [hep-ph].
- [54] P. V. Dong, D. T. Huong, Tr. T. Huong, H. N. Long, *Fermion masses in the economical 3-3-1 model*, Physical Review D, **2006**, 74, 053003 , e-Print: hep-ph/0607291 [hep-ph].
- [55] W. A. Ponce, Y. Giraldo and L. A. Sanchez, *Minimal scalar sector of 3-3-1 models without exotic electric charges*, Physical Review D, **2003**, 67, 075001.
- [56] Aprile.E, et al (2017), XENON Collaboration, *First Dark Matter Search Results from the XENON1T Experiment*, Physical Review Letters, **2017**, 181301.

- [57] E. Aprile, J. Aalbers, F. Agostini *et al.*, *Light Dark Matter Search with Ionization Signals in XENON1T*, Physical Review Letters **2019**, 123, 251801.
- [58] Sheldon L. Glashow, *Partial - symmetries of weak interactions*, Nuclear Physics, **1961**, 22, 579.
- [59] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford Science Publications, **1994**.
- [60] H. N. Long, *Cơ sở vật lý hạt cơ bản*, NXB Thống kê **2006**.
- [61] Marina Artuso, Elisabetta Barberio, Sheldon Stone, *B meson decays*, PMC Physics A, **2009**, Vol 3, No.3.
- [62] Particle Data Group Collaboration, R. L. Workman *et al.*, *Review of Particle Physics*, PTEP **2022**, 083C01.
- [63] CPLEAR Collaboration, A. Angelopoulos *et al.*, *Measurement of the  $K_{(L)} - K_{(S)}$  mass difference using semileptonic decays of tagged neutral kaons*, Phys. Lett. B **444** (1998) 38–42.
- [64] M. Artuso, G. Borissov, and A. Lenz, *CP violation in the  $B_s^0$  system*, Rev. Mod. Phys. **88** no. 4, (2016) 045002, arXiv:1511.09466 [hep-ph]. [Addendum: Rev. Mod. Phys. 91, 049901 (2019)].
- [65] A. E. Cárcamo Hernández, C. O. Dib, U. J. Saldana-Salazar, *When  $\tan \beta$  meets all the mixing angles*, Physics Letters B **2020**, 809, 135750.
- [66] Mark Thomson, *Modern Particle Physics*, Cambridge University Press, **2013**.
- [67] J. L. Diaz-Cruz, R. Martinez, M. A. Perez and A. Rosado, *Flavor changing radiative decay of the top quark*, Physical Review D, **1990**, 41, 891.
- [68] B. Mele, S. Petrarca, A. Soddu, *A new evaluation of the  $t \rightarrow cH$  decay width in the standard model*, Physics Letters B, **1998**, 435, 401.
- [69] M. Aaboud *et al.*, *Search for flavor-changing neutral currents in top quark decays  $t \rightarrow Hc$  and  $t \rightarrow Hu$  in multilepton final states in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector*, Physical Review D, **2018**, 98, 032002.

- [70] A. M. Sirunyan, *et al.*, *Search for flavor-changing neutral current interactions of the top quark and the Higgs boson which decays into a pair of  $b$  quarks at  $\sqrt{s} = 13$  TeV*, *Journal of High Energy Physics*, **2018**, 06, 102.
- [71] R. Gaitán and J. H. Montes de Oca, E. A. Garcés, R. Martinez, *Rare top decay  $t \rightarrow c\gamma$  with flavor changing neutral scalar interactions in two Higgs doublet model*, arXiv: 1503.04391.
- [72] G. 'tHooft, *Naturalness, chiral symmetry and spontaneous chiral symmetry breaking*, *NATO Science Series B*, **1980**, 59, 135 - 157.
- [73] I. I. Bigi, A. I. Sanda, *CP violation*, Cambridge University Press, **2009** <https://doi.org/10.1017/CBO9780511581014>.
- [74] C. A. Baker, D. D. Doyle, P. Geltenbort, K. Green, M. G. D. van der Grinten, P. G. Harris, P. Iaydjiev, S. N. Ivanov, D. J. R. May, J. M. Pendlebury, J. D. Richardson, D. Shiers, K. F. Smith, *An Improved Experimental Limit on the Electric Dipole Moment of the Neutron*, **2006**, arXiv:hep-ex/0602020.
- [75] NEDM Collaboration, C. Abel *et al.*, *Measurement of the permanent electric dipole moment of the neutron*, *Physical Review Letters* **2020**, 124, 081803 [2001.11966].
- [76] C. B. Adams *et al.*, *Snowmass 2021 White Paper Axion Dark Matter*, **2023**, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2203.14923>.
- [77] M. Gorghetto and G. Villadoro, *Topological Susceptibility and QCD Axion Mass: QED and NNLO corrections*, *Journal of High Energy Physics* **2019**, 03, 033 [1812.01008].
- [78] R. T. Co, L. J. Hall and K. Harigaya, *Axion Kinetic Misalignment Mechanism*, *Physical Review Letters* **2020**, 124, 251802 [1910.14152].
- [79] M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, *Canonical neutral-current predictions from the weak-electromagnetic gauge group  $SU(3) \times U(1)$* , *Physical Review D*, **1980**, 22, 738.
- [80] R. Foot, H. N. Long and Tuan A. Tran,  *$SU(3)_L \times U(1)_N$  and  $SU(4)_L \times U(1)_N$  gauge models with right-handed neutrinos*, *Physical Review D*, **1994**, 50, 34 (R) [arXiv:hep-ph/9402243].

- [81] J. C. Montero, F. Pisano and V. Pleitez, *Neutral currents and Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism in  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  models for electroweak interactions*, Physical Review D, **1993**, 47, 2918.
- [82] H. N. Long,  *$SU(3)_L \otimes U(1)_N$  model for right-handed neutrino neutral currents*, Physical Review D, **1996**, 54, 4691.
- [83] H. N. Long,  *$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  model with right-handed neutrinos*, Physical Review D, **1996**, 53, 437.
- [84] M. Ozer,  *$SU(3)_L \otimes U(1)_X$  model of electroweak interactions without exotic quarks*, Physical Review D, **1996**, 54, 1143-1149, DOI: 10.1103/PhysRevD.54.1143.
- [85] P. V. Dong, H. N. Long, *Electric charge quantization in  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  models*, International Journal of Modern Physics A, **2006**, 21, 6677.
- [86] R. A. Diaz, R. Martinez, F. Ochoa,  *$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  models for  $\beta$  arbitrary and families with mirror fermions*, Physical Review D, **2005**, 72, 035018.
- [87] C. A. de S. Pires, Carlos Antonio and O. P. Ravinez, *Electric charge quantization in a chiral bilepton gauge model*, Physical Review D **1998**, 58, 03500, DOI: 10.1103/PhysRevD.58.035008, eprint: hep-ph/9803409.
- [88] P. V. Dong, H. N. Long, *Electric charge quantization in  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  models*, International Journal of Modern Physics A **2006**, 21, 6677, DOI: 10.1142/S0217751X06035191, eprint: hep-ph/0507155.
- [89] A. G. Dias, *Evading the few TeV perturbative limit in 3-3-1 models*, Physical Review D, **2005**, 71, 015009, hep-ph/0412163.
- [90] A. Doff, C. A. de S. Pires, *Evading the Landau pole in the minimal 3-3-1 model with leptoquarks*, arXiv:2302.08578 [hep-ph].
- [91] A. E. Cárcamo Hernández, S. Kovalenko, H. N. Long and I. Schmidt, *A variant of 3-3-1 model for the generation of the SM fermion mass and mixing pattern*, Journal of High Energy Physics **2018**, 1807, 144, arXiv:1705.09169.

- [92] H.N. Long, N. V. Hop, L. T. Hue, N. H. Thao and A. E. Cárcamo Hernández, *Higgs and gauge boson phenomenology of the 3-3-1 model with CKS mechanism*, Physical Review D **2019**, 100, no.1, 015004, arXiv:1810.00605.
- [93] H. N. Long and N. Q. Lan, *Self-interacting dark matter and Higgs bosons in the  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  model with right handed neutrinos*, Europhysics Letters, **2003**, 64, 571.
- [94] P. V. Dong and H. N. Long, *The economical  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  model*, Advance in High Energy Physics, **2008**, 2008, 739492.
- [95] E. J. Chun, A. Lukas, *Discrete Gauge Symmetries in Axionic Extensions of the SSM*, Physics Letters B, **1992**, Vol 297, 298-304 DOI: 10.48550/arXiv.hep-ph/9209208.
- [96] H. N. Long and T. Inami, *S, T, U parameters in an  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  model with right-handed neutrinos*, Physical Review D, **2000**, 61, 075002, arXiv: hep-ph/9902475.
- [97] D. V. Loi, P. V. Dong, *Novel effects of the W-boson mass shift in the 3-3-1 model*, The European Physical Journal C **2023**, 83, 56, DOI: 10.1140/epjc/s10052-023-11203-9, arXiv: 2206.10100 [hep-ph].
- [98] M. B. Tully and G. C. Joshi, *Generating Neutrino Mass in the 331 Model*, Physical Review D, **2001**, 64, 011301(R).
- [99] D. Chang and H. N. Long, *Interesting radiative patterns of neutrino mass in an  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  model with right-handed neutrinos*, Physical Review D, **2006** 73, 053006, arXiv:hep-ph/0603098.
- [100] H. N. Long and D. V. Soa, *Trilinear gauge boson couplings and bilepton production in the  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$  models*, Nuclear Physics B, **2001**, 601, 361, arXiv: hep-ph/0104150.
- [101] D. T. Binh, D. T. Huong, Tr. T. Huong, H. N. Long, and D. V. Soa, *Quartic Gauge Boson Couplings and Tree Unitarity in the  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$  Models*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, **2003**, 29, 1213, arXiv: hep-ph/0211072.

- [102] J. T. Liu, *Generation nonuniversality and flavor-changing neutral currents in the  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  model*, Physical Review D, **1994**, 50, 542.
- [103] D. G. Dumm, F. Pisano, and V. Pleitez, *Flavor changing neutral currents in  $SU(3)_L \otimes U(1)_Y$  models*, Mod. Physics Letters A, **1994**, 9, 1609.
- [104] T. H. Lee and D. S. Hwang, *CP Violation in  $SU(3) \times U(1)$  Electroweak Model*, International Journal of Modern Physics A, **1997**, 12, 4411.
- [105] H. N. Long, V. T. Van, *Quark Family Discrimination and Flavour-Changing Neutral Currents in the  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)$  Model with Right-Handed Neutrinos*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, **1999**, 25, 2319-2324, e-Print: hep-ph/9909302 [hep-ph]
- [106] V. Oliveira and C. A. de S. Pires, *PandaX-4T limits on  $Z'$  mass in 3-3-1LHN model*, Physical Review D, **2022**, 106, No. 1, p. 015031.
- [107] H. N. Long and P. B. Pal, *Nucleon instability in a supersymmetric  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)$  model*, Modern Physics Letters A, **1998**, A 13, 2355, arXiv: hep-ph/9711455.
- [108] A. E. Cárcamo Hernández, Sergey Kovalenko, Iván Schmidt, *Precision measurements constraints on the number of Higgs doublets*, Physical Review D, **2015**, 91, 095014 • e-Print: 1503.03026 [hep-ph].
- [109] S. Chatrchyan et al. (CMS), *Study of the mass and spin-parity of the Higgs boson candidate via its decays to Z boson pairs*, Physical Review Letters **2013**, 110, 081803, arXiv: 1212.6639.
- [110] G. Aad et al. (ATLAS), *Evidence for the spin-0 nature of the Higgs boson using ATLAS data*, Physics Letters B, **2013**, 726, 120, arXiv: 1307.1432.
- [111] S. von Buddenbrock, A. S. Cornell, A. Fadol, M. Kumar, B. Mellado, and X. Ruan, *Multi-lepton signatures of additional scalar bosons beyond the Standard Model at the LHC*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, **2018**, 45, 115003, arXiv: 1711.07874.
- [112] S. Buddenbrock, A. S. Cornell, Y. Fang, A. Fadol Mohammed, M. Kumar, B. Mellado, and K. G. Tomiwa, *Journal of High Energy Physics* **2019**, 10, 157, arXiv: 1901.05300.

- [113] S. von Buddenbrock, R. Ruiz, and B. Mellado, *The emergence of multi-lepton anomalies at the LHC and their compatibility with new physics at the EW scale*, Physics Letters B, **2020**, 811, 135964, arXiv: 2009.00032.
- [114] Y. Hernandez, M. Kumar, A. S. Cornell, S.E. Dahbi, Y. Fang, B. Lieberman, B. Mellado, K. Monnakgotla, X. Ruan, and S. Xin, *The anomalous production of multi-lepton and its impact on the measurement of Wh production at the LHC*, The European Physical Journal C **2021**, 81, 365, arXiv: 1912.00699
- [115] A. Crivellin, Y. Fang, O. Fischer, Abhaya Kumar, Mukesh Kumar, Elias Malwa, Bruce Mellado, Ntsoko Rapheeha, Xifeng Ruan, Qiyu Sha, *Accumulating Evidence for the Associate Production of a Neutral Scalar with Mass around 151 GeV*, ICPP-057, PSI-PR-21-21, ZU-TH 38/21, CERN-TH-2021-129, LTH 1267, arXiv:2109.02650 [hep-ph].
- [116] The ATLAS Collaboration, *Search for top-quark decays  $t \rightarrow Hq$  with  $36\text{fb}^{-1}$  of  $pp$  collision data at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector* Journal of High Energy Physics, **2019**, 123 DOI:10.1007/Journal of High Energy Physics05(2019)123.
- [117] A. E. Cárcamo Hernández, I. de Mederios Varzielas and E. Schumacher, *Fermion and scalar phenomenology of a two-Higgs-doublet model with  $S_3$* , Physical Review D, **2016**, 93, 016003.
- [118] P.A. Zyla *et al.* [Particle Data Group], *Review of Particle Physics*, Progress of Theoretical and Experimental Physics (PTEP)**2020**, No.8, 083C01, DOI:10.1093/ptep/ptaa104.
- [119] Steven Weinberg, *A model of leptons*, Physical Review Letters , **1967**, 19, 1264.
- [120] David J. Gross and Frank Wilczek, *Ultraviolet behavior of non-Abelian gauge theories*, Physical Review Letters , **1973**, 30, 1343.
- [121] H. Fritzsch, M. Gell-Mann and H. Leutwyler, *Advantages of the color octet gluon picture*, Physics Letters B, **1973**, 47, 365.
- [122] H. David Politzer, *Reliable perturbative results for strong interactions?*, Physical Review Letters , **1973**, 30, 1346.

- [123] David Griffiths, *Introduction to elementary particles*, **2008**.
- [124] Pankaj Agrawal, Manimala Mitra, Saurabh Niyogi, Sujay Shil, Michael Spannowsky, *Probing the type-II seesaw mechanism through the production of Higgs bosons at a lepton collider*, Physical Review D **2018**, 98, 015024.
- [125] Saiyad Ashanujjaman, Kirtiman Ghosh, *Type-III see-saw: Phenomenological implications of the information lost in decoupling from high-energy to low-energy*, Physics Letters B, **2021**, Vol 819, 136403 DOI: 10.1016/j.physletb.2021.136403.

## CHƯƠNG A. Mô hình chuẩn (SM)

### A.1. Sự sắp xếp các hạt trong SM

Nhóm đối xứng của SM là  $G = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  (3 – 2 – 1) [58, 119–122]. Trong đó,  $SU(3)_C$  là nhóm đối xứng chuẩn không giao hoán mô tả tương tác mạnh và tác động lên các quark mang tích màu. Có tám hạt truyền tương tác mạnh là các boson chuẩn không khối lượng (gluon).  $SU(2)_L$  là nhóm spin đồng vị không giao hoán và tác động lên các fermion.  $U(1)_Y$  là nhóm chuẩn gắn với số lượng tử siêu tích yếu  $Y$ . Nhóm đối xứng  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  mô tả tương tác điện yếu với bốn hạt truyền tương tác là các boson chuẩn gồm hai hạt mang điện ( $W^\pm$ ) và một hạt trung hòa ( $Z$ ) có khối lượng và hạt còn lại (photon  $A$ ) là hạt trung hòa và không có khối lượng.

Trong SM, vật chất thông thường được cấu tạo từ các lepton và quark với 3 thế hệ sắp xếp theo khối lượng tăng dần: thế hệ thứ nhất gồm  $\nu_e, e, u, d$ ; thế hệ thứ hai gồm  $\nu_\mu, \mu, c, s$ ; và thế hệ thứ ba gồm  $\nu_\tau, \tau, t, b$  [7]. Do dòng mang điện của các lepton có dạng V-A nên các fermion được tách thành fermion phân cực trái và fermion phân cực phải. Các fermion phân cực trái được xếp vào lưỡng tuyến và các fermion phân cực phải được xếp vào đơn tuyến của nhóm  $SU(2)_L$ . Không có neutrino phân cực phải trong SM vì thực nghiệm cho thấy trong tương tác yếu chỉ có sự xuất hiện của neutrino phân cực trái. Để các dòng tương tác yếu  $j_\mu^{lep}$  mang điện thì phải đưa neutrino vào lưỡng tuyến của lepton *trái* [60]. Do đó, 3 thế hệ lepton cùng các neutrino của nó được sắp xếp vào lưỡng tuyến của nhóm  $SU(2)_L$  như sau:

$$\psi_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ l_{iL} \end{pmatrix} \sim (1, 2, -1), \quad l_{iR} \sim (1, 1, -2). \quad (\text{A.1})$$

Còn các quark được sắp xếp là:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_{iL} \\ d_{iL} \end{pmatrix} \sim \left( 3, 2, \frac{1}{3} \right),$$

$$u_{iR} \sim \left(3, 1, \frac{4}{3}\right), \quad d_{iR} \sim \left(3, 1, -\frac{2}{3}\right), \quad (\text{A.2})$$

trong đó  $i = 1, 2, 3$  là chỉ số thế hệ. Các giá trị trong ngoặc đơn lần lượt biểu thị số lượng tử tương ứng với nhóm đối xứng thành phần trong  $3 - 2 - 1$ .

Qui luật biến đổi của các đa tuyến dưới phép biến đổi  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  như sau:

$$\psi_{(x)} \rightarrow \psi'(x) = e^{-iT_\alpha \theta(x)} e^{-iT_a \omega(x)} e^{-iY \omega'(x)} \psi_{(x)}, \quad (\text{A.3})$$

với  $\alpha = 1, 2, 3, \dots, 8, \quad a = 1, 2, 3,$

trong đó  $T_\alpha, T_a, Y$  là vi tử của ba nhóm con trong SM, còn  $\theta, \omega, \omega'$  là các số thực bất kỳ [60].

## A.2. Lagrangian toàn phần của SM

Bỏ qua số hạng ma FP, Lagrangian toàn phần của SM được viết dưới dạng [60]:

$$\mathcal{L}_{tot}^{SM} = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_{Yuk} + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{gf}. \quad (\text{A.4})$$

Trong (A.4),  $\mathcal{L}_K$  là số hạng động năng, cho phép sự xuất hiện của các hàm truyền tương tác thông qua việc đưa thêm các trường chuẩn vào đạo hàm hiệp biến để chỉnh Lagrangian sao cho Lagrangian bất biến dưới phép biến đổi của nhóm đối xứng  $G = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Số trường chuẩn đưa vào để chỉnh đúng bằng số vi tử bị phá vỡ của nhóm đối xứng  $G$ . Số hạng động năng này còn cho phép xác định tương tác giữa các dòng (mang điện và trung hòa) với các hạt  $W_\mu^\pm, Z_\mu, A_\mu$ .

Số hạng  $\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} B_\mu B^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$  là số hạng cho phép xác định sự tự tương tác của các trường chuẩn  $W^\pm, Z, A$  với  $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu]$  là tensor cường độ trường.

Số hạng  $\mathcal{L}_H = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi)$  mô tả tương tác của hạt Higgs với các trường chuẩn (hoặc hạt tổ hợp của các trường chuẩn là các boson chuẩn) từ đó sinh khối lượng cho các boson chuẩn  $W^\pm, Z$  thông qua cơ chế Higgs; giải thích sự xuất hiện của các hạt Goldstone boson không khối lượng và hạt Higgs có khối lượng.

Số hạng  $\mathcal{L}_{Yuk}$  là Lagrangian mô tả tương tác Yukawa - tương tác giữa các fermion với hạt Higgs để sinh khối lượng cho các fermion (lepton và quark).

Số hạng  $\mathcal{L}_{gf}$  là Lagrangian cố định chuẩn cho các số hạng cố định chuẩn có dạng  $\frac{1}{2\xi}(\partial^\mu A_\mu)^2$  và các số hạng trộn lẫn giữa các trường chuẩn với các Goldstone boson. Số hạng này giúp cho mô hình tái chuẩn hóa được. [60]

### A.3. Phá vỡ đối xứng tự phát trong SM

Trong SM, số hạng khối lượng của các trường chuẩn có dạng  $m_G^2 G_{a\mu} G_a^\mu + m_A^2 A_{a\mu} A_a^\mu + m_B^2 B_\mu B^\mu$  và không bất biến dưới phép biến đổi của nhóm  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Vì vậy, điều kiện ban đầu để Lagrangian bất biến là các trường chuẩn phải không có khối lượng. Trong thực tế, hạt truyền tương tác mạnh là các gluon  $G_{a\mu}$  không có khối lượng và hạt truyền tương tác điện từ là các photon cũng không có khối lượng; điều này phù hợp với lý thuyết. Tuy nhiên, hạt truyền tương tác yếu là các hạt  $W^\pm, Z$  có khối lượng. Điều này mâu thuẫn với điều kiện ban đầu mà lý thuyết đưa ra để Lagrangian bất biến. Vì vậy cần phải đưa cơ chế phá vỡ đối xứng tự phát (SSB) vào lý thuyết để sinh khối lượng cho các hạt này.

Vì tương tác điện yếu được mô tả bởi nhóm  $G_w = SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  nên muốn sinh khối lượng cho các hạt truyền tương tác yếu thì phải SSB của nhóm  $G_w$ . Nhóm  $G_w$  có 4 vi tử nên cần phá vỡ ít nhất 3 vi tử để sinh khối lượng cho 3 trường chuẩn  $W^\pm, Z$ . Sau khi bị phá vỡ, nhóm còn lại phải là tổ hợp của các vi tử không bị phá vỡ. Điều này có nghĩa là phải có một đại lượng vật lý được bảo toàn, đại lượng này là điện tích. Như vậy, nhóm còn lại sau khi SSB nhóm  $G_w$  phải là nhóm  $U(1)_Q$ .

Tương tác mạnh được mô tả bằng nhóm đối xứng màu  $SU(3)_C$ , mà hạt gluon không có khối lượng nên không có sự phá vỡ nhóm  $SU(3)_C$ .

Để có SSB trong SM, ta cần phải đưa vào mô hình một lưỡng tuyến Higgs  $\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}$  là một hạt vô hướng và không mang màu (để không phá vỡ  $SU(3)_C$ ) và có qui luật biến đổi là

$$\phi \rightarrow \phi' = G_w \phi = e^{-igT_a \theta^a} e^{-ig' Y_H \omega(x)} \phi, \quad \text{với} \quad Y_H = 1. \quad (\text{A.5})$$

Khi đó, Lagrangian của trường Higgs là:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi), \quad (\text{A.6})$$

với  $V(\phi)$  là thế vô hướng Higgs và có dạng:

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (\text{A.7})$$

trong đó,  $\mu$  là tham số khối lượng của hạt Higgs. Và qui luật biến đổi của đạo hàm hiệp biến dưới phép biến đổi của nhóm  $G_w$  [60] là:

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_a A_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu; \quad a = 1, 2, 3, \quad (\text{A.8})$$

với  $g$  là hằng số tương tác ứng với nhóm  $SU(2)_L$  và  $g'$  là hằng số tương tác ứng với nhóm  $U(1)_Y$ . Vi tử của nhóm  $SU(2)_L$  là  $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$  với  $\sigma_a$  là các ma trận Pauli. Còn  $A_\mu^a$  và  $B_\mu$  là các trường chuẩn được đưa vào để chỉnh sao cho đạo hàm hiệp biến bất biến dưới qui luật của phép biến đổi  $G_w$ .

Điều kiện cực tiểu của thế  $V(\phi)$  trong (A.7) cho ta xác định được VEV của  $\phi$ . Với điều kiện  $\lambda > 0$  thì ta có  $\langle \varphi^0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$  ứng với phần không mang điện nên VEV của Higgs được chọn là:

$$\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \text{với} \quad v = \left( \frac{\mu^2}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Khi đó,

$$\begin{aligned} \langle \phi' \rangle &= G_w \langle \phi \rangle = (1 - igT_a \theta^a - ig' \omega(x)) \langle \phi \rangle \\ &= \langle \phi \rangle - (igT_a \theta^a + ig' \omega(x)) \langle \phi \rangle \neq \langle \phi \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Như vậy, với cách chọn  $\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$  thì nhóm đối xứng  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  bị phá vỡ. Nhóm  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  có 4 vi tử là  $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$  với  $a = 1, 2, 3$  và  $T_0 = \frac{Y}{2}$ . Khi tác động các vi tử này lên  $\langle \phi \rangle$  thì:

1.  $T_1$  bị phá vỡ vì:

$$T_1 \langle \phi \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq \langle \phi \rangle.$$

2.  $T_2$  bị phá vỡ vì:

$$T_2 \langle \phi \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -iv \\ 0 \end{pmatrix} \neq \langle \phi \rangle.$$

3.  $T_3$  bị phá vỡ vì:

$$T_3 \langle \phi \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -v \end{pmatrix} \neq \langle \phi \rangle.$$

4.  $T_0$  bị phá vỡ vì:

$$T_0 \langle \phi \rangle = \frac{Y}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{Y}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \neq \langle \phi \rangle.$$

Như vậy, cả 4 vi tử của nhóm  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  đều bị SSB nếu chọn  $\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ . Tuy nhiên, tổ hợp  $Q = T_3 + T_0 = T_3 + \frac{Y}{2}$  là toán tử điện tích và được xác định là:

$$Q = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{Y}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{Y}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} + \frac{Y}{2} \end{pmatrix},$$

với hạt Higgs đưa vào có siêu tích  $Y_H = 1$  thì  $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  nên:

$$Q \langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0.$$

Điều này cho thấy toán tử điện tích  $Q = T_3 + T_0$  không bị phá vỡ. Đây là vi tử của nhóm  $U(1)_Q$ . Sơ đồ SSB trong SM là  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ . Sau khi SSB, đối xứng còn lại trong SM không bị phá vỡ là  $U(1)_Q$  và  $SU(3)_C$ . Sau SSB, lưỡng tuyến Higgs được viết theo các trạng thái vật lý như sau:

$$\phi^T = \left( G_W \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h + G_Z) \right), \quad (\text{A.10})$$

với  $G_W, G_Z$  được đồng nhất là các hạt Goldstone boson bị ăn bởi hạt vector  $W, Z$ , còn  $h$  được đồng nhất là hạt Higgs tìm thấy tại máy gia tốc lớn (LHC).

Vì  $SU(3)_C$  không bị phá vỡ nên các gluon không có khối lượng; còn  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$  nên các trường chuẩn  $W^\pm$  và  $Z$  trở nên có khối lượng. Ta xác định khối lượng của các trường chuẩn này dựa vào số hạng động năng của trường Higgs khi khai triển trường Higgs xung quanh VEV  $\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$  là:

$$\mathcal{L}_{mass}^{gauge} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_w} Z_\mu Z^\mu. \quad (\text{A.11})$$

Các trường chuẩn mang điện  $W^\pm$  có khối lượng là  $m_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v^2}{4}$  [60]. Còn các trường chuẩn trung hòa  $Z$  có khối lượng là:  $m_Z^2 = \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_w}$

Trong thực nghiệm, góc trộn  $\theta_W$  (góc Weinberg) phụ thuộc vào các hằng số tương tác  $g, g'$  như sau:

$$\cos \theta_W = c_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + (g')^2}}, \quad \sin \theta_W = s_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + (g')^2}}. \quad (\text{A.12})$$

#### A.4. Phổ khối lượng của các hạt fermion trong SM

Lagrangian khối lượng của fermion trong SM [60] là:

$$\mathcal{L}_{mass}^{fermion} = m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L). \quad (\text{A.13})$$

Trong đó,

$$\psi = \psi_L + \psi_R \quad \left\{ \begin{array}{l} \psi_L = P_L\psi = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi : \vec{s} \uparrow \downarrow \vec{p} \\ \psi_R = P_R\psi = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi : \vec{s} \uparrow \uparrow \vec{p} \end{array} \right., \quad (\text{A.14})$$

với  $\psi_L$  là các fermion phân cực trái,  $\psi_R$  là các fermion phân cực phải,  $P_L, P_R$  là các toán tử tác động lên fermion làm cho fermion trở thành hạt phân cực trái hoặc phân cực phải và thỏa mãn  $P_L^2 = P_L, P_R^2 = P_R, P_L P_R = 0, P_L + P_R = 1$  do tính chất của ma trận  $\gamma_5$  là:  $\{\gamma_5, \gamma_\mu\} = 0$  và  $\gamma_5^2 = 1 = \gamma_5 \gamma_5^\dagger$ . Do đó,  $\mathcal{L}_{mass}^{fermion}$  trong (A.13) là:

$$\mathcal{L}_{mass}^{fermion} = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \quad (\text{A.15})$$

Phân cực trái của các quark và lepton biến đổi như lưỡng tuyến của nhóm  $SU(2)$ , còn phân cực phải của quark và lepton biến đổi như đơn tuyến của nhóm  $SU(2)$  nên số hạng khối lượng của các quark và lepton là không bất biến dưới phép biến đổi của nhóm  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Để Lagrangian bất biến thì các quark và lepton trong SM phải không có khối lượng. Tuy nhiên, trong thực tế, các fermion có khối lượng nên cần phải xây dựng tương tác để sinh khối lượng cho các quark và lepton của SM. Tương tác này là tương tác Yukawa và có dạng:

$$-\mathcal{L}_Y^{SM} = h_{ij}^e \bar{\psi}_L^i \phi_L^j + h_{ij}^d \bar{Q}_L^i \phi d_R^j + h_{ij}^u \bar{Q}_L^i (i\sigma_2 \phi^*) u_R^j + H.c., \quad (\text{A.16})$$

trong đó  $h_{ij}$  là các hằng số tương tác. Khai triển tương tác Yukawa trong (A.16), ta nhận được  $\mathcal{M}_{ij}^l = h_{ij}^l \frac{v}{\sqrt{2}}$ ,  $\mathcal{M}_{ij}^d = h_{ij}^d \frac{v}{\sqrt{2}}$ , và  $\mathcal{M}_{ij}^u = h_{ij}^u \frac{v}{\sqrt{2}}$  lần lượt là các ma trận trộn khối lượng của lepton, quark loại  $d$  và quark loại  $u$ . Các ma trận này chưa ở dạng chéo nên để xác định được các trạng thái vật lý

cùng khối lượng tương ứng của các fermion, ta phải tiến hành chéo hóa các ma trận này. Với các quark, ta có

$$d_{L,R} = V_{L,R}^d d'_{L,R}, \quad (V_L^d)^\dagger \mathcal{M}^d V_R^d = \text{diag}(m_{d'}, m_{s'}, m_{b'}), \quad (\text{A.17})$$

$$u_{L,R} = V_{L,R}^u u'_{L,R}, \quad (V_L^u)^\dagger \mathcal{M}^u V_R^u = \text{diag}(m_{u'}, m_{c'}, m_{t'}), \quad (\text{A.18})$$

ở đây  $d, s, b$  và  $u, c, t$  là các trạng thái chuẩn còn  $d', s', b'$  và  $u', c', t'$  là các trạng thái vật lý với các khối lượng tương ứng là  $m_{d'}, m_{s'}, m_{b'}$  và  $m_{u'}, m_{c'}, m_{t'}$ ;  $V_{L,R}^{d,u}$  là các ma trận chuyển cơ sở. Ma trận trộn các quark được định nghĩa là  $V_{CKM} = (V^u)_L^\dagger V_L^d$  và ta có nhiều cách để tham số hóa ma trận này như: tham số hóa bằng các góc Euler, tham số hóa Wolfenstein,... Đến nay, các yếu tố của ma trận này cũng như khối lượng của các quark đã được xác định từ thực nghiệm [8].

Đối với các lepton, ta có:

$$(\nu_a)'_{L,R} = U_{PNMS}(\nu_a)_{L,R}, \quad (\text{A.19})$$

với  $U_{PNMS}$  là ma trận trộn lepton và có thể tham số hóa theo các cách: tham số hóa Kobayashi - Maskawa, tham số hóa Chau - Keung,...  $(\nu_a)'_{L,R}$  là các trạng thái vật lý của lepton và  $(\nu_a)_{L,R}$  là các trạng thái chuẩn của lepton. Các yếu tố của ma trận  $U_{PNMS}$  và độ chênh lệch khối lượng giữa các vị lepton cũng được thực nghiệm kiểm chứng.

### A.5. VEV được chọn để phá vỡ đối xứng tự phát trong SM

Xét quá trình tán xạ  $e + \tilde{\nu} \rightarrow e + \tilde{\nu}$  trong lý thuyết của SM và lý thuyết Fermi mô tả tương tác yếu (lý thuyết V - A). Trong lý thuyết SM, số hạng động năng của các hạt mang điện là

$$\mathcal{L}_{kinertic}^{charge} = -\frac{ig}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_{iL}\gamma_\mu l_{iL}W_\mu^+ + \bar{l}_{iL}\gamma_\mu \nu_{iL}W_\mu^-). \quad (\text{A.20})$$

Nếu lepton là electron mang điện thì

$$\mathcal{L}_{kinertic}^e = -\frac{ig}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_{eL}\gamma_\mu e_LW_\mu^+ + \bar{e}_L\gamma_\mu \nu_{eL}W_\mu^-). \quad (\text{A.21})$$

Biên độ tán xạ của quá trình là

$$M_{fi}^{SM} \sim \frac{g^2}{8(k^2 - m_W^2)}. \quad (\text{A.22})$$

Trong giới hạn rất nhỏ thì  $s = k^2 \ll m_W^2$  nên  $M_{fi}^{SM} \sim -\frac{g^2}{8m_W^2}$ . Mặt khác, trong lý thuyết Fermi, Lagrangian mô tả tương tác yếu có dạng:

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{2} (J_L \gamma^\mu l_L) (J_L \gamma_\mu l_L)^\dagger, \quad (\text{A.23})$$

nên biên độ tán xạ của quá trình là  $M_{fi}^{Fermi} \sim -\frac{G_F}{\sqrt{2}}$  với  $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ . Để các tính toán phù hợp với thực nghiệm thì

$$\begin{aligned} M_{fi}^{SM} = M_{fi}^{Fermi} &\Leftrightarrow -\frac{g^2}{8m_W^2} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \text{ mà } m_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4} \\ \Rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{g^2}{8 \frac{g^2 v^2}{4}} = \frac{1}{2v^2} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{\sqrt{2} G_F} = 246^2 \text{GeV}^2. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Như vậy, tham số phá vỡ đối xứng điện - yếu là VEV của trường Higgs nhận giá trị  $v = 246 \text{GeV}$ . Với giá trị VEV này, khối lượng của các hạt truyền tương tác (boson chuẩn) là

$$m_W = \frac{gv}{2} \sim 80 \text{GeV}, \quad m_Z = \frac{gv}{2c_W} \sim 90 \text{GeV}. \quad (\text{A.25})$$

## A.6. Tương tác giữa các boson chuẩn với các fermion trong SM

SM tiên đoán ba hạt boson chuẩn  $W^\pm, Z$  có khối lượng và tham gia vào quá trình truyền tương tác yếu và hạt vector  $A$  không có khối lượng tham gia vào quá trình truyền tương tác điện từ. Tương tác của các boson chuẩn với các fermion được xác định qua việc nghiên cứu số hạng động năng của các trường fermion:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{current}} &= i\bar{\psi}_{iL} \gamma_\mu D^\mu \psi_{iL} + i\bar{Q}_{iL} \gamma_\mu D^\mu Q_{iL}, \\ &+ i\bar{l}_{iR} \gamma_\mu D^\mu l_{iR} + i\bar{q}_{iR} \gamma_\mu D^\mu q_{iR}, \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

với  $q = u_i, d_i, i = 1, 2, 3$  và  $D^\mu$  là đạo hàm hiệp biến có dạng xác định như biểu thức (A.8). Để tìm các dòng tương tác điện từ và tương tác yếu, chúng ta biến đổi Lagrangian trong (A.26) thành Lagrangian sau:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^- W^{\mu+} + J_\mu^+ W^{\mu-}) + g_{SW} J_\mu^{em} A^\mu + \frac{g}{2c_W} J_\mu^0 Z^\mu. \quad (\text{A.27})$$

Trong đó, dòng mang điện là

$$J_\mu^- = \frac{1}{2} \bar{\nu}_i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l_i + \frac{1}{2} \bar{u}_i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_i, \quad J_\mu^+ = (J_\mu^-)^\dagger, \quad (\text{A.28})$$

dòng tương tác điện từ là:

$$J_\mu^{em} = Q(f)\bar{f}\gamma_\mu f, \quad (\text{A.29})$$

và dòng trung hòa là:

$$J_\mu^0 = \bar{f}\gamma_\mu \left[ g_V^{Z^\mu}(f) - g_A^{Z^\mu}(f)\gamma_5 \right] f, \quad (\text{A.30})$$

với  $f$  là các fermion  $l_i, u_i, d_i$  và  $g_V^{Z^\mu}(f) = T_3(f_L) - 2s_W^2 Q(f)$ ,  $g_A^{Z^\mu}(f) = T_3(f_L)$  là các hằng số tương tác của dòng yếu trung hòa. Ta thấy rằng các dòng mang điện có dạng  $V - A$  như trong tương tác yếu và chỉ có các fermion phân cực trái tham gia. Ở gần đúng cây, các dòng mang điện nối fermion trên và fermion dưới trong cùng một lưỡng tuyến nên SM có dòng mang điện thay đổi vị. Còn dòng trung hòa và dòng điện từ nối các fermion cùng loại nên SM không có dòng trung hòa thay đổi vị (FCNC) ở gần đúng cây.

## CHƯƠNG B. Vi phạm $CP$

Các phép đối xứng thường có mối liên quan với các đại lượng vật lý cơ bản. Với mục đích tìm hiểu về vi phạm  $CP$  trong  $QCD$  để nghiên cứu về DM axion của luận án, ta sẽ tập trung vào ba loại đối xứng gián đoạn là đối xứng liên hợp điện tích  $C$  (Charge conjugation), đối xứng nghịch đảo không gian  $P$  (Parity transformation) và đối xứng đảo ngược thời gian  $T$  (Time reversal). Từ các đối xứng cơ bản này, ta có thể nghiên cứu đối xứng  $CP$ ,  $PT$  trong  $QCD$  như trong phần chính của luận án.

### B.1. Đối xứng liên hợp điện tích $C$

Đối xứng liên hợp điện tích được cho là một đối xứng gián đoạn quan trọng. Dưới phép biến đổi của đối xứng liên hợp điện tích, hạt biến đổi thành phản hạt và ngược lại. Mặc dù tên của đối xứng là "liên hợp điện tích" nhưng dưới qui luật biến đổi của đối xứng  $C$ , hạt không chỉ biến đổi về dấu của điện tích mà còn thay đổi cả các thông số lượng tử khác như số baryon  $B$ , số lepton  $L$ , ... Toán tử liên hợp điện tích  $C$  được định nghĩa là:

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle, \quad (\text{B.1})$$

trong đó,  $|p\rangle$  là hạt và  $|\bar{p}\rangle$  là phản hạt. Nếu ta tiếp tục tác động toán tử  $C$  lên (B.1) thì có:

$$C(C|p\rangle) = C|\bar{p}\rangle = |p\rangle \Rightarrow C^2 = I. \quad (\text{B.2})$$

Từ (B.2), ta rút được các trị riêng của toán tử  $C$  là  $\pm 1$ . Do đó, ta có thể viết được như sau:

$$C|p\rangle = \pm|p\rangle = |\bar{p}\rangle. \quad (\text{B.3})$$

Trong (B.3), ta có thể thấy rằng  $|p\rangle$  và  $|\bar{p}\rangle$  biểu diễn cùng một trạng thái vật lý vì chúng chỉ khác dấu. Điều này có nghĩa là có những hạt mà phản hạt

của chúng cũng ở trạng thái riêng của  $C$  [123] và những hạt này được gọi là các hạt Majorana. Đối xứng liên hợp điện tích được bảo toàn trong  $QCD$  và  $QED$  nhưng lại không được bảo toàn trong tương tác yếu (ta sẽ chỉ ra trong các phần sau).

Vì  $C$  là toán tử unitary có tính hermite nên  $C = C^{-1} = C^\dagger$  và trong biểu diễn Dirac có dạng tường minh là:

$$C = \gamma_0 \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

với  $\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ ,  $\gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix}$ . Các ma trận Dirac  $\gamma$  thỏa mãn:

$$C\gamma_\mu C^{-1} = \gamma_\mu^T, \quad (\text{B.5})$$

$$C(\gamma_5)^T C^{-1} = \gamma_5, \quad (\text{B.6})$$

$$C(\gamma_0 \gamma_5) C^{-1} = (\gamma_0 \gamma_5)^T \quad (\text{B.7})$$

$$C(\gamma_\mu \gamma_5) C^{-1} = -\gamma_\mu \gamma_5. \quad (\text{B.8})$$

Tác động của toán tử  $C$  lên các trường như sau:

$$\text{Trường vô hướng } \phi(x): C\phi(x)C^{-1} = \phi^\dagger(x). \quad (\text{B.9})$$

$$\text{Trường vector } A_\mu(x): CA_\mu(x)C^{-1} = -A_\mu^\dagger(x). \quad (\text{B.10})$$

Trường spinor Dirac  $\psi(x)$ :

$$C\psi(x)C^{-1} = C\bar{\psi}^T(x) = C\gamma_0\psi^* = -\gamma_2\psi^*, \quad (\text{B.11})$$

$$C\bar{\psi}(x)C^{-1} = \psi^T(x)C = \psi^T(x)\gamma_0\gamma_2. \quad (\text{B.12})$$

Xét phương trình Dirac cho một trường  $\psi$  có điện tích  $q$  và có khối lượng  $m$  liên kết với trường điện từ ngoài  $A_\mu$ :

$$i\gamma_\mu(\partial^\mu + iqA^\mu)\psi - m\psi = 0. \quad (\text{B.13})$$

Lấy liên hợp phức phương trình (B.13) rồi nhân với  $-\gamma_2$  và đặt  $\psi^C = -\gamma_2\psi^*$  thì

$$(-\gamma_2)(-i\gamma_\mu)^*(\partial^\mu - iqA^\mu)\psi^* - m(-\gamma_2)\psi^* = 0$$

(chú ý rằng:  $\gamma_0^* = \gamma_0$ ;  $\gamma_1^* = \gamma_1$ ;  $\gamma_2^* = -\gamma_2$ ;  $\gamma_3^* = \gamma_3$  và  $\gamma_2\gamma_\mu = -\gamma_\mu\gamma_2$  với  $\mu \neq 2$ )

$$\Leftrightarrow -i\gamma_\mu(\partial^\mu - iqA^\mu)(-\gamma_2\psi^*) + m(-\gamma_2\psi^*) = 0$$

$$\Leftrightarrow i\gamma_\mu(\partial^\mu - iqA^\mu)(-\gamma_2\psi^*) - m(-\gamma_2\psi^*) = 0 \quad (\text{B.14})$$

Đặt  $\psi^C = -\gamma_2\psi^*$  thì phương trình (B.13) trở thành:

$$i\gamma_\mu(\partial^\mu - iqA^\mu)\psi^C - m\psi^C = 0. \quad (\text{B.15})$$

Phương trình (B.15) được gọi là phương trình Dirac của trường  $\psi^C$  có khối lượng  $m$  và mang điện tích  $-q$ . Trường  $\psi^C$  được cho là phản hạt của  $\psi$  ban đầu vì cả hai có cùng khối lượng  $m$  nhưng mang điện tích trái dấu.

Bây giờ, ta sẽ kiểm tra tính bất biến Lorentz cho Lagrangian tự do của trường Dirac  $\mathcal{L}_0^D = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$  dưới biến đổi của toán tử  $C$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0^D \rightarrow C\mathcal{L}_0^D C^{-1} &= C(i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi)C^{-1} \\ &= iC\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi C^{-1} - mC\bar{\psi}\psi C^{-1} \\ &= iC\bar{\psi}C^{-1}C\gamma_\mu C^{-1}C\partial^\mu C^{-1}C\psi C^{-1} - mC\bar{\psi}C^{-1}C\psi C^{-1} \\ &\quad (\text{Sử dụng (B.11) và (B.12) và } \bar{\psi}\psi = -\psi\bar{\psi}; \bar{\psi}\partial^\mu\psi = -\psi\partial^\mu\bar{\psi}) \\ &= i(-\psi^T C^{-1})(-\gamma_\mu^T)C\partial^\mu C^{-1}C\bar{\psi}^T - m(-\psi^T C^{-1})C\bar{\psi}^T \\ &= i(\psi^T C^{-1})_\alpha(\gamma_\mu^T)_{\alpha\beta}(C\partial^\mu\bar{\psi}^T)_\beta - m(-\psi\bar{\psi}) \\ &= i\psi_{\alpha'}(C^{-1}\gamma C)_{\alpha'\beta'}(C\partial^\mu\bar{\psi})_{\beta'} - m\bar{\psi}\psi \\ &= i\psi_{\alpha'}(\gamma^T)_{\alpha'\beta'}(\partial^\mu\bar{\psi})_{\beta'} - m\bar{\psi}\psi \\ &= i\psi_{\alpha'}(\gamma)_{\beta'\alpha'}(\partial^\mu\bar{\psi})_{\beta'} - m\bar{\psi}\psi = i\bar{\psi}_{\beta'}(\gamma)_{\beta'\alpha'}(\partial^\mu\psi)_{\alpha'} - m\bar{\psi}\psi \\ &= i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = \mathcal{L}_0^D. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Do đó, Lagrangian tự do của trường spinor Dirac bất biến dưới quy luật biến đổi của phép đối xứng  $C$ .

Nếu chọn trị riêng của toán tử  $C$  là 1 thì trong biểu diễn Majorana, các song tuyến fermion-phản fermion có tính chất biến đổi như sau:

$$\begin{aligned} C\bar{\psi}\psi C^{-1} &= C\psi_\alpha^\dagger(\gamma_0)_{\alpha\beta}\psi_\beta C^{-1} = \psi_\alpha(\gamma_0)_{\alpha\beta}\psi_\beta^\dagger \\ &= -\psi_\beta^\dagger(\gamma_0)_{\alpha\beta}\psi_\alpha = \psi_\beta^\dagger(\gamma_0)_{\beta\alpha}^T\psi_\alpha = \bar{\psi}\psi. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Trong các trường hợp song tuyến khác, ta có các kết quả là:

$$\text{Trường vô hướng: } C\bar{\psi}\psi C^{-1} = \bar{\psi}\psi. \quad (\text{B.18})$$

$$\text{Trường giả vô hướng: } C\bar{\psi}i\gamma_5\psi C^{-1} = \bar{\psi}i\gamma_5\psi. \quad (\text{B.19})$$

$$\text{Trường vector: } C\bar{\psi}\gamma_\mu\psi C^{-1} = -\bar{\psi}\gamma_\mu\psi. \quad (\text{B.20})$$

$$\text{Trường giả vector: } C\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi C^{-1} = \bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi. \quad (\text{B.21})$$

Với các kết quả này, ta thu được các hệ quả là:

- Hệ quả 1: Tương tác điện từ bất biến dưới phép biến đổi liên hợp điện tích vì cả  $A^\mu$  và dòng điện từ  $j_V^\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi$  đều đổi dấu theo  $C$ . Từ (B.10) và (B.20) ta có:

$$S_{int}^{em} = \int d^4x e A^\mu \bar{\psi}\gamma_\mu\psi \rightarrow S_{int}^{em}. \quad (\text{B.22})$$

- Hệ quả 2: Tương tác mạnh bất biến dưới phép biến đổi liên hợp điện tích. Xét dòng tương tác mạnh trong nhóm  $SU(3)_C$  là  $j_a^\mu = \bar{q}\gamma_\mu\frac{\lambda_a}{2}q$  dưới biến đổi của phép biến đổi liên hợp điện tích:

$$C\bar{q}\gamma_\mu\frac{\lambda_a}{2}qC^{-1} = -\bar{q}\gamma_\mu\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^T q. \quad (\text{B.23})$$

Với  $\lambda_a$  là các ma trận Gellmann:  $\lambda_1, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_6, \lambda_8$  là đối xứng và  $\lambda_2, \lambda_5, \lambda_7$  là phản đối xứng nên dưới phép biến đổi liên hợp điện tích thì:

$$j_a^\mu \rightarrow -\eta(a)j_a^\mu, \quad (\text{B.24})$$

trong đó,

$$\eta(a) = \begin{cases} +1 \text{ nếu } a = 1, 3, 4, 6, 8 \\ -1 \text{ nếu } a = 2, 5, 7 \end{cases}. \quad (\text{B.25})$$

Trong  $QCD$ , Lagrangian tương tác có dạng:

$$\mathcal{L}_{int}^{QCD} = ig_s \bar{q}\gamma_\mu G_{\mu a} \frac{\lambda_a}{2} q = ig_s j_a^\mu G_{\mu a}, \quad (\text{B.26})$$

với gluon  $G_{\mu a}$  được đưa vào đạo hàm hiệp biến  $D_\mu = \partial_\mu + ig_s \Sigma G_{\mu a} I_a$  và Tác động toán tử liên hợp điện tích  $C$  lên (B.68) thì có:

$$\begin{aligned} CG_a^{\mu\nu}C^{-1} &= C(\partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu + gf_{abc}A_b^\mu A_c^\nu)C^{-1} \\ &= -\partial^\mu (A_a^\nu)^\dagger + \partial^\nu (A_a^\mu)^\dagger + gf_{abc}(-A_b^\nu)^\dagger (-A_c^\mu)^\dagger \\ &= -\eta(a)G_a^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

Tác dụng trong  $QCD$  dưới biến đổi của phép liên hợp điện tích  $C$  là:

$$S^{QCD} = \int d^4x \left[ -\bar{q} \left( \gamma_\mu \frac{1}{i} D_\mu + m_q \right) q - \frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \right] \rightarrow S^{QCD} \quad (\text{B.28})$$

Điều này dẫn đến biến đổi của  $G_{\mu a}$  dưới tác dụng của toán tử liên hợp điện tích  $C$  giống biến đổi của dòng tương tác mạnh vì  $G_{\mu a}$  cũng phụ thuộc vào các ma trận Gellmann:

$$G_{\mu a} \rightarrow CG_{\mu a}C^{-1} = -\eta(a)G_{\mu a}. \quad (\text{B.29})$$

Thay (B.24) và (B.29) vào (B.26) thì dưới phép biến đổi liên hợp điện tích  $C$  có:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^{QCD} \rightarrow C\mathcal{L}_{int}^{QCD}C^{-1} &= ig_s[-\eta(a)j_a^\mu][-\eta(a)G_{\mu a}] \\ &= ig_s\eta^2(a)j_a^\mu G_{\mu a} = \mathcal{L}_{int}^{QCD}. \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Chúng tỏ QCD bất biến dưới quy luật biến đổi của phép đối xứng  $C$ .

- Hệ quả 3: Tương tác yếu không bất biến dưới quy luật biến đổi của phép đối xứng  $C$  vì dòng V-A có dạng  $j_{\mu V} \cdot j_{\mu A}$  biến đổi như sau:

$$j_{\mu V} \cdot j_{\mu A} \rightarrow Cj_{\mu V} \cdot j_{\mu A}C^{-1} = Cj_{\mu V}C^{-1} \cdot Cj_{\mu A}C^{-1} = -j_{\mu V} \cdot j_{\mu A}. \quad (\text{B.31})$$

## B.2. Phép nghịch đảo không gian $P$

Phép nghịch đảo không gian còn được gọi là đối xứng chẵn - lẻ (parity) hoặc đối xứng gương (mirror symmetry). Phép nghịch đảo không gian được định nghĩa như sau:

$$(t, x, y, z) \rightarrow (t, -x, -y, -z). \quad (\text{B.32})$$

Nếu kí hiệu toán tử nghịch đảo không gian là  $P$  thì ta viết được là:

$$P|\psi_{(t, \vec{x})}\rangle = |\psi_{(t, -\vec{x})}\rangle. \quad (\text{B.33})$$

Tiếp tục tác động toán tử  $P$  lên (B.33) thì ta thu được trạng thái ban đầu:

$$P^2|\psi_{(t, \vec{x})}\rangle = P|\psi_{(t, -\vec{x})}\rangle = |\psi_{(t, \vec{x})}\rangle. \quad (\text{B.34})$$

Điều này cho thấy  $P$  là toán tử unitary và có tính chất hermite với trị riêng là  $\pm 1$ . Tác động của toán tử  $P$  lên các trường như sau:

$$\text{Trường vô hướng } \phi(t, \vec{x}): P\phi(t, \vec{x})P^{-1} = \phi(t, -\vec{x}). \quad (\text{B.35})$$

$$\text{Trường vector } A_\mu(t, \vec{x}): PA_\mu(t, \vec{x})P^{-1} = \eta_{(\mu)}A_\mu(-x), \quad (\text{B.36})$$

$$\text{với } \eta_{(\mu)} = \begin{cases} -1 \text{ khi } \mu \neq 0 \\ +1 \text{ khi } \mu = 0 \end{cases} .$$

Trường spinor Dirac  $\psi_{(t,\vec{x})}$ :

$$P\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} = \gamma_0\psi_{(t,-\vec{x})}, \quad (\text{B.37})$$

$$P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}P^{-1} = \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0. \quad (\text{B.38})$$

Ma trận  $\gamma_0$  được gọi là nghịch đảo nội tại của trường Dirac và có tính chất là:  $\gamma_0\gamma_0\gamma_0 = \gamma_0$ ;  $\gamma_0\gamma_i\gamma_0 = -\gamma_i$ ;  $\gamma_0\gamma_5\gamma_0 = -\gamma_5$ . Do quan tâm đến các dòng tương tác nên ta xét các song tuyến fermion - phản fermion. Nếu chọn trị riêng của  $P$  là 1 thì ta có tác động của toán tử  $P$  lên các song tuyến là:

- Trường vô hướng:

$$\begin{aligned} P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} &= P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}P^{-1}P\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} = \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0\gamma_0\psi_{(t,-\vec{x})} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\psi_{(t,-\vec{x})}. \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

- Trường giả vô hướng:

$$\begin{aligned} P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}i\gamma_5\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} &= \underbrace{P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}P^{-1}} P i \gamma_5 P^{-1} \underbrace{P\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1}} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})} \underbrace{\gamma_0 i \gamma_5 \gamma_0}_{-i\gamma_5} \psi_{(t,-\vec{x})} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}(-i\gamma_5)\psi_{(t,-\vec{x})} \\ &= -\bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}i\gamma_5\psi_{(t,-\vec{x})}. \end{aligned} \quad (\text{B.40})$$

- Trường vector:

$$\begin{aligned} P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}\gamma_\mu\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} &= P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}P^{-1}P\gamma_\mu P^{-1}P\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0\gamma_\mu\gamma_0\psi_{(t,-\vec{x})} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0\psi_{(t,-\vec{x})} - \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_i\psi_{(t,-\vec{x})} \\ &= j_{0V} - j_{iV} = j_{\mu V}. \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

- Trường giả vector:

$$\begin{aligned} P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}\gamma_\mu\gamma_5\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} &= P\bar{\psi}_{(t,\vec{x})}P^{-1}P\gamma_\mu\gamma_5 P^{-1}P\psi_{(t,\vec{x})}P^{-1} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0\gamma_\mu\gamma_5\gamma_0\psi_{(t,-\vec{x})} \\ &= \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0 \underbrace{\gamma_0\gamma_5\gamma_0}_{-\gamma_5} \psi_{(t,-\vec{x})} + \bar{\psi}_{(t,-\vec{x})}\gamma_0\gamma_i\gamma_5\gamma_0\psi_{(t,-\vec{x})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{\psi}(t, -\vec{x})\gamma_0(-\gamma_5)\psi(t, -\vec{x}) - \bar{\psi}(t, -\vec{x})\underbrace{\gamma_0\gamma_i\gamma_0}_{\gamma_5}\psi(t, -\vec{x}) \\
&= -\bar{\psi}(t, -\vec{x})\gamma_0\gamma_5\psi(t, -\vec{x}) + \bar{\psi}(t, -\vec{x})\gamma_i\gamma_5\psi(t, -\vec{x}) \\
&= -j_{0A} + j_{iA} = -j_{\mu A}. \tag{B.42}
\end{aligned}$$

$$\text{với } \eta_{(\mu)} = \begin{cases} -1 \text{ nếu } \mu \neq 0 \\ +1 \text{ nếu } \mu = 0 \end{cases}.$$

Sử dụng (B.36) và (B.41) thì thấy sự biến đổi của tương tác điện từ dưới quy luật biến đổi của phép nghịch đảo không gian  $P$  là:

$$\begin{aligned}
S_{int}^{em} = \int d^4x eA^\mu j_{\mu V} &\rightarrow \int d^4x eP[A^\mu j_{\mu V}]P^{-1} = \int d^4x ePA^\mu(x)P^{-1}Pj_{\mu V}P^{-1} \\
&= \int d^4x e\eta_{(\mu)}A^\mu(-x)j_{\mu V} \\
&= \int d^4x eA^\mu j_{\mu V} = S_{int}^{em}.
\end{aligned}$$

Điều này cho thấy tương tác điện từ bất biến dưới quy luật biến đổi của đối xứng  $P$ .

Trong QCD, quy luật biến đổi của  $G_{\mu a}$  dưới quy luật biến đổi của đối xứng  $P$  là:

$$G_{\mu a} \rightarrow PG_{\mu a}P^{-1} = \eta_{(\mu)}G_{\mu a}. \tag{B.43}$$

Thay (B.41) và (B.43) vào (B.26) thì có:

$$\mathcal{L}_{int}^{QCD} \rightarrow P\mathcal{L}_{int}^{QCD}P^{-1} = ig_s[\eta_{(\mu)}j_a^\mu][\eta_{(\mu)}G_{\mu a}] = ig_s\eta^2(\mu)j_a^\mu G_{\mu a} = \mathcal{L}_{int}^{QCD} \tag{B.44}$$

cho thấy QCD bất biến dưới phép nghịch đảo không gian  $P$ .

Sử dụng (B.41) và (B.42) thì thu được kết quả về sự biến đổi của tương tác giữa các dòng  $j_{\mu V}$  và  $j_{\mu A}$  dưới phép nghịch đảo không gian  $P$  là:

$$j_{\mu V} \cdot j_{\mu V} \rightarrow j_{\mu V} \cdot j_{\mu V}, \tag{B.45}$$

$$j_{\mu A} \cdot j_{\mu A} \rightarrow (-j_{\mu A}) \cdot (-j_{\mu A}) = j_{\mu A} \cdot j_{\mu A}, \tag{B.46}$$

$$j_{\mu V} \cdot j_{\mu A} \rightarrow j_{\mu V} \cdot (-j_{\mu A}) = -j_{\mu V} \cdot j_{\mu A}. \tag{B.47}$$

Phương trình (B.47) cho thấy có sự vi phạm  $P$  trong tương tác yếu vì tương tác yếu là sự tổ hợp của dòng vector và dòng trục có dạng V - A.

### B.3. Phép đảo ngược thời gian $T$

Đảo ngược thời gian là phép biến đổi khiến cho dấu của thời gian đảo ngược:

$$(t, x, y, z) \rightarrow (-t, x, y, z). \quad (\text{B.48})$$

Toán tử đảo ngược thời gian là một toán tử vừa thỏa mãn tính chất unita vừa hermitic vì  $T = T^{-1} = T^\dagger$ .

$$T|\psi_{(t, \vec{x})}\rangle = |\psi_{(-t, \vec{x})}\rangle. \quad (\text{B.49})$$

Toán tử  $T$  là phản tuyến tính vì dưới tác dụng của  $T$ , số ảo  $i$  chuyển thành  $-i$ . Phép đảo ngược thời gian cho các trường vô hướng  $\phi_{(t, \vec{x})}$ , trường vector  $A_\mu(t, \vec{x})$  và trường Dirac  $\psi_{(t, \vec{x})}$  lần lượt là:

$$T\phi_{(t, \vec{x})}T^{-1} = \phi_{(-t, \vec{x})}, \quad (\text{B.50})$$

$$TA_\mu(t, \vec{x})T^{-1} = A^\mu(-t, \vec{x}), \quad (\text{B.51})$$

$$T\psi_{(t, \vec{x})}T^{-1} = \gamma^1\gamma^3\psi_{(-t, \vec{x})}, \quad (\text{B.52})$$

$$T\bar{\psi}_{(t, \vec{x})}T^{-1} = \bar{\psi}_{(-t, \vec{x})}\gamma^3\gamma^1. \quad (\text{B.53})$$

Biến đổi của dòng vector và dòng trục dưới phép đảo ngược thời gian là

$$\begin{aligned} j_V^\mu \rightarrow T\bar{\psi}_{(t)}\gamma^\mu\psi_{(t)}T^{-1} &= T\bar{\psi}_{(t)}T^{-1}T\gamma^\mu T^{-1}T\psi_{(t)}T^{-1} \\ &= \bar{\psi}(-t)\gamma^3\gamma^1(\gamma^\mu)^*\gamma^1\gamma^3\psi(-t) \\ &= (\bar{\psi}\gamma^0\psi, -\bar{\psi}\gamma^i\psi) \\ &= (j_V^0, -j_V^i) = j_{\mu V}, \end{aligned} \quad (\text{B.54})$$

$$\begin{aligned} j_A^\mu \rightarrow T\bar{\psi}_{(t)}\gamma^\mu\gamma^5\psi_{(t)}T^{-1} &= T\bar{\psi}_{(t)}T^{-1}T\gamma^\mu T^{-1}T\gamma^5 T^{-1}T\psi_{(t)}T^{-1} \\ &= \bar{\psi}(-t)\gamma^3\gamma^1(\gamma^\mu)^*(\gamma^5)^*\gamma^1\gamma^3\psi(-t) \\ &= \bar{\psi}(-t)\gamma^3\gamma^1\gamma^\mu\gamma^5\gamma^1\gamma^3\psi(-t) \\ &= (\bar{\psi}\gamma^0\gamma^5\psi, -\bar{\psi}\gamma^i\gamma^5\psi) \\ &= (j_A^0, -j_A^i) = j_{\mu A}. \end{aligned} \quad (\text{B.55})$$

### B.4. Đối xứng $CP$

Đối xứng  $CP$  là sự kết hợp của phép biến đổi liên hợp điện tích  $C$  và phép nghịch đảo không gian  $P$ . Từ công thức (B.1) và (B.33) thì toán tử  $CP$

thỏa mãn tính chất:

$$CP|\psi_{(x)}\rangle = C(P|\psi_{(x)}\rangle) = C|\psi_{(-x)}\rangle = |\bar{\psi}_{(-x)}\rangle. \quad (\text{B.56})$$

Tiếp tục tác động toán tử  $CP$  lên (B.56) thì có:

$$CP(CP|\psi_{(x)}\rangle) = CP(|\bar{\psi}_{(-x)}\rangle) = |\psi_{(x)}\rangle \Rightarrow (CP)^2 = 1. \quad (\text{B.57})$$

Chọn trị riêng của toán tử  $CP$  là 1 thì tác động của toán tử  $CP$  lên các trường là:

- Trường vô hướng  $\phi_{(x)}$ :

$$\begin{aligned} CP\phi_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\phi_{(x)}P^{-1})C^{-1} = C(\phi_{(-x)})C^{-1} \\ &= \phi_{(-x)}^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{B.58})$$

- Trường vector  $A_\mu(x)$ :

$$\begin{aligned} CPA_\mu(x)(CP)^{-1} &= C(PA_\mu(x)P^{-1})C^{-1} = C(\eta_{(\mu)}A_\mu(-x))C^{-1} \\ &= -\eta_{(\mu)}A_\mu^\dagger(-x). \end{aligned} \quad (\text{B.59})$$

- Trường spinor Dirac  $\psi_{(x)}$

$$\begin{aligned} CP\psi_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\psi_{(x)}P^{-1})C^{-1} = C(\gamma_0\psi_{(-x)})C^{-1} \\ &= C\gamma_0C^{-1}C\psi_{(-x)}C^{-1} = (-\gamma_0)^T(-i\gamma_0\gamma_2\bar{\psi}_{(-x)}^T) \\ &= i\gamma_2\bar{\psi}_{(-x)}^T. \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

$$\begin{aligned} CP\bar{\psi}_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\bar{\psi}_{(x)}P^{-1})C^{-1} = C(\bar{\psi}_{(-x)}\gamma_0)C^{-1} \\ &= C\bar{\psi}_{(-x)}C^{-1}C\gamma_0C^{-1} = -\psi_{(-x)}^T(i\gamma_0\gamma_2)(-\gamma_0)^T \\ &= -i\psi_{(-x)}^T\gamma_2. \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Tác động của toán tử  $CP$  lên các song tuyến fermion - phản fermion là:

- Trường vô hướng:

$$\begin{aligned} CP\bar{\psi}_{(x)}\psi_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\bar{\psi}_{(x)}P^{-1}P\psi_{(x)}P^{-1})C^{-1} \\ &= C(\bar{\psi}_{(-x)}\psi_{(-x)})C^{-1} \\ &= C\bar{\psi}_{(-x)}C^{-1}C\psi_{(-x)}C^{-1} \\ &= -\psi_{(-x)}^T(i\gamma_0\gamma_2)(i\gamma_0\gamma_2\bar{\psi}_{(-x)}^T) \\ &= \psi_{(-x)}^T \underbrace{\gamma_0\gamma_2\gamma_0}_{=1} \gamma_2\bar{\psi}_{(-x)}^T \\ &= -\psi_{(-x)}^T\bar{\psi}_{(-x)}^T. \end{aligned} \quad (\text{B.62})$$

- Trường giả vô hướng:

$$\begin{aligned}
CP\bar{\psi}_{(x)}i\gamma_5\psi_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\bar{\psi}_{(x)}i\gamma_5\psi_{(x)}P^{-1})C^{-1} \\
&= C(-\bar{\psi}_{(-x)}i\gamma_5\psi_{(-x)})C^{-1} \\
&= -C\bar{\psi}_{(-x)}C^{-1}Ci\gamma_5C^{-1}C\psi_{(-x)}C^{-1} \\
&= i\psi_{(-x)}^T(i\gamma_0\gamma_2)\gamma_5^T(i\gamma_0\gamma_2)\bar{\psi}_{(-x)}^T \\
&= -i\psi_{(-x)}^T\gamma_0\gamma_2\gamma_5^T\gamma_0\gamma_2\bar{\psi}_{(-x)}^T \\
&= -i\psi_{(-x)}^T\gamma_5^T\bar{\psi}_{(-x)}^T. \tag{B.63}
\end{aligned}$$

- Trường vector:

$$\begin{aligned}
CP\bar{\psi}_{(x)}\gamma_\mu\psi_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\bar{\psi}_{(x)}P^{-1}P\gamma_\mu P^{-1}P\psi_{(x)}P^{-1})C^{-1} \\
&= C(\bar{\psi}_{(-x)}\gamma_0\psi_{(-x)} - \bar{\psi}_{(-x)}\gamma_i\psi_{(-x)})C^{-1} \\
&= C(j_{0V} - j_{iV})C^{-1} = -j_{\mu V}. \tag{B.64}
\end{aligned}$$

- Trường giả vector:

$$\begin{aligned}
CP\bar{\psi}_{(x)}\gamma_\mu\gamma_5\psi_{(x)}(CP)^{-1} &= C(P\bar{\psi}_{(x)}\gamma_\mu\gamma_5\psi_{(x)}P^{-1})C^{-1} \\
&= C(-\bar{\psi}_{(-x)}\gamma_0\gamma_5\psi_{(-x)} + \bar{\psi}_{(-x)}\gamma_i\gamma_5\psi_{(-x)})C^{-1} \\
&= C(-j_{0A} + j_{iA})C^{-1} = -j_{\mu A}. \tag{B.65}
\end{aligned}$$

Những hệ quả suy ra được từ các kết quả biến đổi trên là:

- Hệ quả 1: Sử dụng (B.59) và (B.64) thì thấy Lagrangian tương tác điện từ biến đổi dưới đối xứng CP là:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int}^{em} = eA^\mu j_{\mu V} \rightarrow CP(eA^\mu j_{\mu V})CP^{-1} &= eCP(A_\mu)(CP)^{-1}CP(j_{\mu V})(CP)^{-1} \\
&= e(-\eta_{(\mu)}A_\mu^\dagger(-x))(-j_{\mu V}) \\
&= e\eta_{(\mu)}A_\mu^\dagger(-x)j_{\mu V} \\
&= eA_\mu(x)j_{\mu V}. \tag{B.66}
\end{aligned}$$

Điều này cho phép rút ra kết luận rằng tương tác điện từ là bất biến dưới quy luật biến đổi của phép biến đổi CP.

- Hệ quả 2: Trong QCD, biến đổi của  $G_{\mu a}$  dưới phép biến đổi CP là:

$$G_{\mu a} \rightarrow CPG_{\mu a}(CP)^{-1} = C(PG_{\mu a}P^{-1})C^{-1}$$

$$\begin{aligned}
&= C(\eta_{(\mu)}G_{\mu a})C^{-1} \\
&= -\eta_{(\mu)}G_{\mu a}^\dagger. \tag{B.67}
\end{aligned}$$

Gluson  $G_{\mu a}$  có tensor cường độ trường là:

$$G_a^{\mu\nu} = \partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu + gf_{abc}A_b^\mu A_c^\mu, \tag{B.68}$$

với  $f_{abc} \neq 0$  là hằng số cấu trúc nhóm của nhóm  $SU(3)_C$ .

Và  $f_{abc}$  là hoàn toàn phản đối xứng theo ba chỉ số  $a, b, c$  (chỉ số của các ma trận Gellmann) nên  $f_{abc}$  nhận các giá trị như  $\eta_{(a)}$ . Sự biến đổi của tensor cường độ trường dưới tác động của phép biến đổi  $CP$  là:

$$\begin{aligned}
CPG_a^{\mu\nu}(CP)^{-1} &= C[P(\partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu + gf_{abc}A_b^\mu A_c^\mu)P^{-1}]C^{-1} \\
&= C[\partial^\mu \eta(\nu)A_a^\nu(-x) + \partial^\nu \eta_{(\mu)}A_a^\mu(-x) + gf_{abc}\eta(\nu)A_b^\nu(-x)\eta_{(\mu)}A_c^\mu(-x)]C^{-1} \\
&= -\eta(\nu)\partial^\mu A_a^{\nu\dagger}(-x) + \eta_{(\mu)}\partial^\nu A_a^{\mu\dagger}(-x) + gf_{abc}\eta(\nu)\partial^\mu A_b^{\nu\dagger}(-x)\eta_{(\mu)}\partial^\nu A_c^{\mu\dagger}(-x)
\end{aligned} \tag{B.69}$$

- Hệ quả 3: Sử dụng (B.64) và (B.65) thì thấy sự biến đổi của tương tác giữa các dòng  $j_{\mu V}$  và  $j_{\mu A}$  dưới phép biến đổi  $CP$  là:

$$\begin{aligned}
j_{\mu V} \cdot j_{\mu V} \rightarrow CP(j_{\mu V} \cdot j_{\mu V})(CP)^{-1} &= C[P(j_{\mu V} \cdot j_{\mu V})P^{-1}]C^{-1} \\
&= C[P(j_{\mu V}P^{-1}Pj_{\mu V})P^{-1}]C^{-1} \\
&= C(j_{\mu V}j_{\mu V})C^{-1} \\
&= C(j_{\mu V}C^{-1}Cj_{\mu V})C^{-1} \\
&= (-j_{\mu V})(-j_{\mu V}) \\
&= j_{\mu V} \cdot j_{\mu V}, \tag{B.70}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
j_{\mu A} \cdot j_{\mu A} \rightarrow CP(j_{\mu A} \cdot j_{\mu A})(CP)^{-1} &= C[P(j_{\mu A} \cdot j_{\mu A})P^{-1}]C^{-1} \\
&= C[P(j_{\mu A}P^{-1}Pj_{\mu A})P^{-1}]C^{-1} \\
&= C[(-j_{\mu A})(-j_{\mu A})]C^{-1} \\
&= C(j_{\mu A}j_{\mu A})C^{-1} \\
&= j_{\mu A} \cdot j_{\mu A}, \tag{B.71}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
j_{\mu V} \cdot j_{\mu A} \rightarrow CP(j_{\mu V} \cdot j_{\mu A})(CP)^{-1} &= C[P(j_{\mu V} \cdot j_{\mu A})P^{-1}]C^{-1} \\
&= C[P(j_{\mu V}P^{-1}Pj_{\mu A})P^{-1}]C^{-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= C[j_{\mu V}(-j_{\mu A})]C^{-1} \\
&= C[j_{\mu V}C^{-1}C(-j_{\mu A})]C^{-1} \\
&= -j_{\mu V}(-j_{\mu A}) \\
&= j_{\mu V} \cdot j_{\mu A}. \tag{B.72}
\end{aligned}$$

Các dòng  $j_{\mu V}$  và  $j_{\mu A}$  là bất biến dưới quy luật biến đổi của phép biến đổi  $CP$ .

## CHƯƠNG C. Vi phạm $CP$ trong tương tác mạnh

Sự xuất hiện của  $G \cdot \tilde{G}$  là nguyên nhân gây ra phá vỡ đối xứng chẵn - lẻ  $P$  (tương đương với sự vi phạm đối xứng  $CT$ ) hoặc vi phạm phép nghịch đảo thời gian  $T$  (tương đương với sự vi phạm đối xứng  $CP$ ). Ta sẽ làm rõ những nhận định này ngay sau đây. Trong lý thuyết trường cổ điển, dưới sự biến đổi của đối xứng  $T$ , lực Lorentz phải bất biến:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow T\vec{F}T^{-1} = \vec{F}. \quad (\text{C.1})$$

Từ qui luật biến đổi trong (C.1), ta suy ra được điện trường  $\vec{E}$  mang tích chẵn theo  $T$  và từ trường  $\vec{B}$  mang tích lẻ theo  $T$  [60]. Mặt khác, từ biểu thức xác định vector cường độ điện trường:

$$\vec{E} = \frac{k|q|}{\epsilon r^3} \vec{r}, \quad (\text{C.2})$$

thì ta suy ra được điện trường  $\vec{E}$  là lẻ theo  $P$ . Mặt khác, từ định luật Faraday cho từ trường:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{C.3})$$

ta suy ra được từ trường  $\vec{B}$  nhận tích  $P$  trái dấu với điện trường  $\vec{E}$ , nghĩa là từ trường  $\vec{B}$  mang tích chẵn  $P$ . Các kết quả vừa trình bày có thể hoàn toàn áp dụng cho điện trường mang màu  $\vec{E}_a$  và từ trường mang màu  $\vec{B}_a$  với  $a$  là chỉ số màu trong  $QCD$ , cụ thể là:

$$\begin{aligned} \vec{E}_a \rightarrow P(\vec{E}_a)P^{-1} &= -\vec{E}_a, & \vec{E}_a \rightarrow T(\vec{E}_a)T^{-1} &= \vec{E}_a, \\ \vec{B}_a \rightarrow P(\vec{B}_a)P^{-1} &= \vec{B}_a, & \vec{B}_a \rightarrow T(\vec{B}_a)T^{-1} &= -\vec{B}_a. \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Do đó, khai triển  $G_a^{\mu\nu}$  và  $\tilde{G}_{\mu\nu}^a$  thông qua các điện trường mang màu  $\vec{E}_a$  và từ trường mang màu  $\vec{B}_a$  rồi tác động các phép biến đổi  $P, T$  lên  $G \cdot \tilde{G}$  thì ta có [73]:

$$G \cdot \tilde{G} \propto \sum_a \vec{E}_a \vec{B}_a \rightarrow P\left(\sum_a \vec{E}_a \vec{B}_a\right)P^{-1} \propto -\sum_a \vec{E}_a \vec{B}_a, \quad (\text{C.5})$$

$$G \cdot \tilde{G} \propto \sum_a \vec{E}_a \vec{B}_a \rightarrow T \left( \sum_a \vec{E}_a \vec{B}_a \right) T^{-1} \propto - \sum_a \vec{E}_a \vec{B}_a. \quad (\text{C.6})$$

Lưu ý rằng sử dụng các biến đổi trong (C.4), ta cũng có thể chứng minh được số hạng thứ nhất trong  $\mathcal{L}_{int}^{QCD}$  ở (1.31) là một đại lượng bất biến dưới phép biến đổi  $CP$ . Vậy, với  $\mathcal{L}_{eff}^{QCD}$  thì cả đối xứng chẵn - lẻ  $P$  và phép đảo ngược thời gian  $T$  đều không được bảo toàn trong  $QCD$ . Theo định lý  $CPT$  "*Lý thuyết hạt cơ bản bất biến với biến đổi  $C, P, T$* " [60] nên ta có thể suy ra được hai trường hợp vi phạm đối xứng trong  $QCD$  là:

- Nếu  $G \cdot \tilde{G}$  vi phạm đối xứng  $P$  thì từ sự bảo toàn  $CPT$ , ta suy ra được đối xứng  $CT$  bị vi phạm. Trong trường hợp này,  $G \cdot \tilde{G}$  là một giả vô hướng nên tham số  $\theta$  gắn với  $G \cdot \tilde{G}$  cũng phải là một trường giả vô hướng để  $\theta G \cdot \tilde{G}$  bất biến như đã đề cập từ trước.
- Nếu đối xứng  $T$  bị vi phạm thì từ sự bảo toàn  $CPT$ , ta suy ra được đối xứng  $CP$  bị vi phạm.

Như vậy, đối xứng  $CT$  và  $CP$  có thể bị vi phạm trong  $QCD$  và điều này được gọi chung là vi phạm  $CP$  trong tương tác mạnh [15, 73].

## CHƯƠNG D. Cơ chế cầu bập bênh

Trước những năm 1960, mọi kết quả thực nghiệm cho thấy rằng các hạt neutrino không có khối lượng. Muốn giải thích được kết quả thực nghiệm này, lý thuyết SM phải không có sự xuất hiện của neutrino phân cực phải để không làm xuất hiện số hạng tương tác Yukawa sinh khối lượng cho neutrino. Tuy nhiên, đến những năm cuối của thế kỉ XX, các số liệu thực nghiệm cho thấy có sự dao động neutrino (các neutrino khác thể hệ có sự chuyển hóa lẫn nhau) nên có thể giúp các nhà vật lý khẳng định rằng neutrino có khối lượng và khối lượng của neutrino phải rất nhỏ, vào cỡ  $\mathcal{O}(10^{-10})$  GeV. Việc neutrino có khối lượng nhỏ không thể giải thích được bằng cơ chế Higgs chỉ trong phạm vi SM nên cần đề xuất cơ chế sinh khối lượng cho neutrino.

Phương pháp đơn giản nhất để sinh khối lượng cho neutrino là mở rộng SM bằng cách thêm các neutrino phân cực phải  $\nu_{aR}$  vào SM. Việc mở rộng SM theo cách này cho ta một mô hình mở rộng tối thiểu từ SM. Trong mô hình này, neutrino nhận khối lượng Dirac theo cơ chế tương tự cơ chế Higgs. Số hạng Lagrangian khối lượng của neutrino có dạng:

$$-\mathcal{L}_{Yuk}^{\nu} = h_{ab}^{\nu} \bar{\psi}_{aL} \tilde{\phi} \nu_{bR} + h.c = h_{ab}^{\nu} \bar{\nu}_{aL} \frac{v}{\sqrt{2}} \nu_{bR} + h.c. \quad (D.1)$$

Lúc này, khối lượng Dirac của neutrino được xác định là:

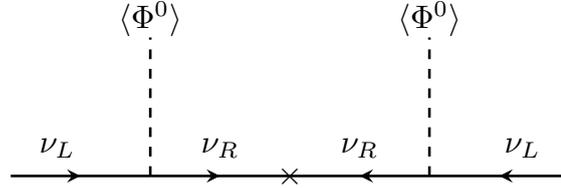
$$(m_D^{\nu})_{ab} = \frac{h_{ab}^{\nu}}{\sqrt{2}} v. \quad (D.2)$$

Biểu thức (D.2) cho phép giải quyết được vấn đề khối lượng rất nhỏ của neutrino với điều kiện hằng số tương tác  $h_{ab}^{\nu}$  phải vô cùng nhỏ.

Giả thiết rằng: ở gần đúng cây, neutrino không có khối lượng. Với giả thiết này, ta có ít nhất là hai cách để sinh khối lượng cho neutrino. Cách thứ nhất là sử dụng mô hình Zee- Babur với các hiệu chỉnh bức xạ (radiative corrections) để sinh khối lượng cho neutrino thông qua đóng góp bổ đính một vòng. Cách thứ hai là đưa vào SM các neutrino nặng phân cực phải  $\nu_{bR}$  tron

với các neutrino phân cực trái của SM  $\nu_{aL}$ . Cơ chế này được gọi là cơ chế cầu bập bênh loại I (type I seesaw mechanism). Với  $a, b = e, \mu, \tau$ , Lagrangian khối lượng của neutrino được viết như sau:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{mass}^\nu &= m_{\nu D} \bar{\nu}_{aL} \nu_{bR} + m_{\nu D}^T \bar{\nu}_{aL}^c \nu_{bR}^c + M_{\nu L} \bar{\nu}_{aL} \nu_{bR}^c + M_{\nu R} \bar{\nu}_{aL}^c \nu_{bR} + h.c \\ &= \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{aL} & \bar{\nu}_{aL}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\nu L} & m_{\nu D} \\ m_{\nu D}^T & M_{\nu R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{bR}^c \\ \nu_{bR} \end{pmatrix} + h.c, \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$



Hình D.1: Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh loại I.

Các số hạng trong biểu thức (D.3) xuất hiện từ tương tác Yukawa nhưng bị phá vỡ đối xứng ở những thang năng lượng khác nhau. Số hạng khối lượng Dirac ( $m_{\nu D} \bar{\nu}_{aL} \nu_{bR} + m_{\nu D}^T \bar{\nu}_{aL}^c \nu_{bR}^c + h.c$ ) phá vỡ đối xứng ở thang điện yếu (EW scale). Số hạng khối lượng Majorana ( $M_{\nu L} \bar{\nu}_{aL} \nu_{bR}^c + M_{\nu R} \bar{\nu}_{aL}^c \nu_{bR} + h.c$ ) phá vỡ đối xứng ở thang năng lượng cao.

Ma trận trộn khối lượng của neutrino là:

$$m_\nu = \begin{pmatrix} M_{\nu L} & m_{\nu D} \\ m_{\nu D}^T & M_{\nu R} \end{pmatrix}, \quad (\text{D.4})$$

và cơ chế cầu bập bênh loại I được xét trong hai trường hợp dựa trên đặc điểm của  $M_{\nu L}$ :

- Trường hợp 1:  $M_{\nu L} = 0$ .

Đối với cơ chế cầu bập bênh loại I, ma trận trộn khối lượng của neutrino có dạng:

$$m_\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_{\nu D} \\ m_{\nu D}^T & M_{\nu R} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.5})$$

Giả sử ma trận trong biểu thức (D.5) chéo hóa được bằng ma trận:

$$U_\nu = \begin{pmatrix} 1 & B \\ -B^T & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{D.6})$$

thì khối lượng của neutrino ở trạng thái vật lý được xác định như sau:

$$\begin{aligned}
m_\nu^{diag} &= \begin{pmatrix} 1 & B \\ -B^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_{\nu D} \\ m_{\nu D}^T & M_{\nu R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -B \\ B^T & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & B \\ -B^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{\nu D} B^T & m_{\nu D} \\ m_{\nu D}^T + M_{\nu R} B^T & M_{\nu R} - m_{\nu D}^T B \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} m_{\nu D} B^T + m_{\nu D}^T B + B M_{\nu R} B^T & m_{\nu D} + B M_{\nu R} - B m_{\nu D}^T B \\ m_{\nu D}^T + M_{\nu R} B^T - B^T m_{\nu D} B^T & M_{\nu R} - m_{\nu D}^T B \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{D.7}$$

Để ma trận  $m_\nu^{diag}$  trong (D.7) có dạng chéo thì cần phải có điều kiện:

$$\begin{cases} m_{\nu D} + B M_{\nu R} - B m_{\nu D}^T B = 0 \\ m_{\nu D}^T + M_{\nu R} B^T - B^T m_{\nu D} B^T = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình (D.8) thì ta thu được kết quả:

$$B = -m_{\nu D} M_{\nu R}. \tag{D.8}$$

Thay điều kiện (D.8) vào biểu thức (D.7) thì ta thu được dạng chéo của ma trận trộn khối lượng của các neutrino như sau:

$$(m_\nu^{diag})_1 = \begin{pmatrix} -m_{\nu D} M_{\nu R}^{-1} m_{\nu D}^T & 0 \\ 0 & M_{\nu R} \end{pmatrix}. \tag{D.9}$$

Nếu  $m_{\nu D}$  ở thang điện yếu và  $|m_{\nu D}| \ll |M_{\nu R}|$  thì thông qua cơ chế cầu bập bênh loại I, ta có thể giải thích được trạng thái vật lý với khối lượng  $(-m_{\nu D} M_{\nu R}^{-1} m_{\nu D}^T)$  rất nhẹ ở thang EW của các neutrino Dirac và một trạng thái vật lý có khối lượng  $(M_{\nu R})$  rất nặng của neutrino Majorana. Khối lượng của neutrino nặng này vào cỡ  $10^{11} \div 10^{12}$  GeV và hoàn toàn phù hợp với nhiệt độ hâm nóng vũ trụ.

- Trường hợp 2:  $M_{\nu L} \neq 0$ .

Trong trường hợp này, ma trận trộn khối lượng của neutrino có dạng như trong biểu thức (D.4). Chéo hóa ma trận này hoàn toàn giống như cách làm trong trường hợp 1 đã trình bày ở trên. Dạng chéo của ma trận khối lượng của các neutrino là:

$$(m_\nu^{diag})_2 = \begin{pmatrix} M_{\nu L} - m_{\nu D} M_{\nu R}^{-1} m_{\nu D}^T & 0 \\ 0 & M_{\nu R} \end{pmatrix}. \tag{D.10}$$

Ngoài cơ chế cầu bập bênh loại I đưa vào SM các neutrino nặng phân cực phải để sinh khối lượng cho neutrino thì ta còn có những cách khác để sinh khối lượng cho neutrino:

1. Cơ chế cầu bập bênh loại II: đưa vào SM một tam tuyến  $SU(2)_L$  có chứa thành phần trung hòa  $\Delta^0$  có  $\langle \Delta^0 \rangle \neq 0$  sau khi bị phá vỡ đối xứng điện-yếu [124].

$$\Delta = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{D.11})$$

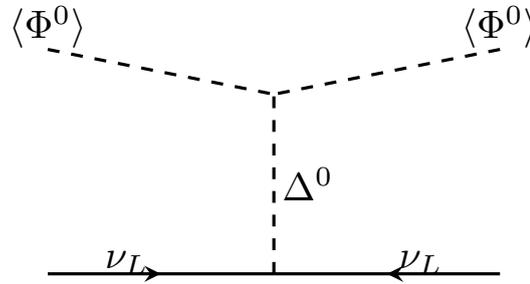
Thành phần trung hòa khai triển quanh VEV của lưỡng tuyến Higgs trong SM và tam tuyến Higgs  $\Delta$  lần lượt là:

$$\Phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\Phi^2 + \phi^0 + i\chi^0), \Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\Delta^2 + \delta^0 + i\eta^0), \quad (\text{D.12})$$

và các VEV phải thỏa mãn:

$$v_\Phi^2 + v_\Delta^2 = (246\text{GeV})^2. \quad (\text{D.13})$$

Khối lượng của neutrino được sinh ra thông qua tương tác Yukawa của  $\Delta^0$  với các lưỡng tuyến  $SU(2)_L$  của SM.

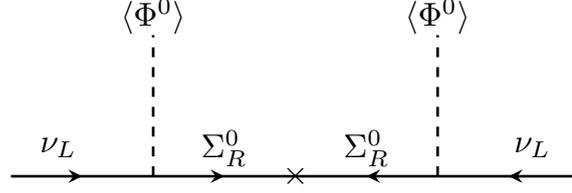


Hình D.2: Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh loại II.

2. Cơ chế cầu bập bênh loại III: đưa vào SM ít nhất là ba tam tuyến  $SU(2)_L$  phân cực phải không mang siêu tích [125] có dạng:

$$\Sigma_R = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma_R^0}{\sqrt{2}} & \Sigma_R^+ \\ \Sigma_R^- & -\frac{\Sigma_R^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

Tương tự như trong cơ chế cầu bập bênh loại I, khối lượng của neutrino được sinh ra thông qua tương tác Yukawa của  $\Sigma_R^0$  với các lưỡng tuyến  $SU(2)_L$  của SM.

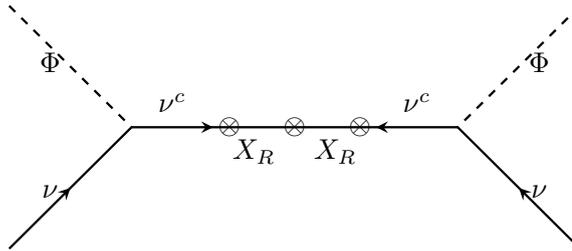


Hình D.3: Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh loại III.

3. Cơ chế cầu bập bênh đảo (Inverse seesaw mechanism): đưa vào SM hai thành phần phân cực phải  $N_{aR}, X_{aR}$  với  $a = 1, 2, 3$ . Lagrangian khối lượng của neutrino được viết như sau:

$$-\mathcal{L}_{mass}^{\nu} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{N}_{bL}^c & \bar{X}_{bL}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_{\nu D} & 0 \\ m_{\nu D}^T & 0 & M_R \\ 0 & M_R^T & \mu_X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_{aR} \\ X_{aR} \end{pmatrix} + h.c, \quad (\text{D.15})$$

trong đó,  $\nu_L = (\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L})$  là ba thế hệ neutrino đã được thực nghiệm kiểm chứng và  $\nu_R = (\nu_{1R}, \nu_{2R}, \nu_{3R})$  là các neutrino mới được thêm vào SM. Ma trận trộn khối lượng của neutrino là một ma trận đối xứng



Hình D.4: Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh đảo.

$9 \times 9$ . Để viết gọn ma trận trộn khối lượng này, ta đặt một số kí hiệu

như sau:

$$M_D = \begin{pmatrix} m_{\nu D} & 0 \end{pmatrix}, \quad M_N = \begin{pmatrix} 0 & M_R \\ M_R^T & \mu_X \end{pmatrix}, \quad (\text{D.16})$$

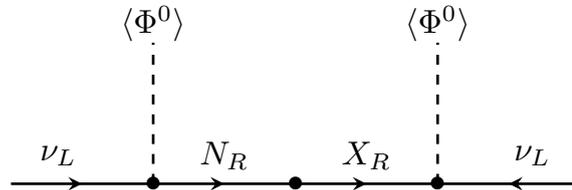
trong đó,  $M_D$  là ma trận khối lượng của neutrino Dirac và  $M_N$  là ma trận khối lượng của neutrino Majorana phân cực phải. Khi đó, ma trận trộn khối lượng sẽ có dạng:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_N \end{pmatrix}. \quad (\text{D.17})$$

Dạng của ma trận trộn khối lượng trong (D.17) giống với dạng của ma trận trộn khối lượng trong (D.5) nên các kết quả tính toán của ma trận (D.5) có thể được áp dụng để khảo sát ma trận (D.17). Khối lượng của neutrino nhẹ được sinh ra theo cơ chế cầu bập bênh đảo và được xác định dựa trên công thức (D.9):

$$\begin{aligned} m_\nu &= -M_D(M_N)^{-1}M_D^T \\ &= -\begin{pmatrix} m_{\nu D} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(M_R^T)^{-1}\mu_X M_R^{-1} & (M_R^T)^{-1} \\ M_R^{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{\nu D}^T \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= -m_{\nu D}(M_R^T)^{-1}\mu_X M_R^{-1}m_{\nu D}^T. \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

4. Cơ chế cầu bập bênh tuyến tính (Linear seesaw): là sự đơn giản hóa của cơ chế cầu bập bênh đảo với giả sử rằng  $\mu_X = 0$ . Khi đó, khối lượng của các neutrino được sinh ra thông qua tương tác Yukawa giữa các thành phần phân cực phải mới được thêm vào với các neutrino trong lưỡng tuyến của SM.



Hình D.5: Giản đồ Feynman cho đóng góp vào khối lượng của neutrino theo cơ chế cầu bập bênh tuyến tính.