

**BỘ GIÁO DỤC  
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

**HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ**

-----



**Cao Văn Đoàn**

**ỔN ĐỊNH TÍNH ĐÀN HỒI PHI TUYẾN  
CỦA MỘT SỐ TẤM VÀ VỎ COMPOSITE  
GIA CƯỜNG GRAPHENE CHỊU TẢI CƠ  
TRONG MÔI TRƯỜNG NHIỆT**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ KỸ THUẬT**

**Mã số: 9 52 01 01**

**Hà Nội - 2024**

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Người hướng dẫn khoa học 1: PGS.TS. Vũ Hoài Nam

Người hướng dẫn khoa học 2: PGS.TS. Đào Như Mai

Phản biện 1: GS.TS. Hoàng Xuân Lượng

Phản biện 2: GS.TS. Trần Văn Liên

Phản biện 3: TS. Trần Quốc Quân

Luận án được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện, họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi 9 giờ 00, ngày 17 tháng 9 năm 2024.

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
- Thư viện Quốc gia Việt Nam

## MỞ ĐẦU

### 1. Tính cấp thiết của luận án

Graphene là loại vật liệu có những tính chất cơ học và vật lý đặc biệt như tính dẫn điện, dẫn nhiệt rất tốt, độ cứng và độ bền cực kỳ cao. Khi gia cường graphene sheet (dải graphene) vào từng lớp nền polymer theo tỷ phần thể tích nhất định ta thu được composite có tên gọi quốc tế là Functionally graded graphene reinforced composites (viết tắt là FG-GRC). Sự ra đời của các loại composite tiên tiến như FG-GRC đã thúc đẩy tính cấp thiết cần phải nghiên cứu bài toán ổn định của các kết cấu chế tạo từ vật liệu này. Các vấn đề ổn định đàn hồi phi tuyến các panel FG-GRC có độ cong phức tạp và ổn định đàn hồi phi tuyến của tấm, vỏ FG-GRC có gân gia cường hoặc lõi Auxetic là những bài toán quan trọng nhưng vẫn còn rất ít các công bố. Vì vậy luận án này tập trung nghiên cứu “*Ổn định tĩnh đàn hồi phi tuyến của một số tấm và vỏ composite gia cường graphene chịu tải cơ trong môi trường nhiệt*” có xét đến gân gia cường, lõi auxetic và độ cong phức tạp các panel được chế tạo từ FG-GRC.

### 2. Mục tiêu của luận án

Phân tích ổn định tĩnh của một số loại tấm vỏ FG-GRC có gân gia cường hoặc lõi auxetic và các panel có độ cong phức tạp chịu tải xoắn, nén dọc trục, áp lực ngoài trong môi trường nhiệt dựa trên các lý thuyết tấm, vỏ Donnell, và HSDT. Luận án khảo sát chi tiết ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường, các đặc trưng hình học, các kiểu phân bố và tỷ phần Graphene, nền đàn hồi, nhiệt độ môi trường đến sự ổn định tĩnh của các tấm, vỏ FG-GRC.

### 3. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu lý thuyết dựa trên tiếp cận giải tích.

### 4. Các nội dung nghiên cứu chính của luận án

Bao gồm mở đầu, 4 chương, kết luận, danh mục các công trình khoa học của tác giả và tài liệu tham khảo.

## **CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN**

Chương này trình bày tổng quan các nghiên cứu về các loại composite có cơ tính biến thiên như FGM, FG-CNTRC, FG-GRMMC, FG-GPLRC và FG-GRC. Các nghiên cứu cho thấy graphene làm tăng khả năng chịu tải của các kết cấu composite, nhất là khi tỷ phần thể tích của graphene được phân bố nhiều ở mặt trên và mặt dưới của tấm vỏ. Dựa trên kết quả bước đầu về kỹ thuật san tác dụng gân dị hướng cho vật liệu FG-GRC của tác giả luận án và nhóm nghiên cứu trong công trình [135], có thể thấy rằng:

- Cần tiếp tục áp dụng và phát triển tiếp kỹ thuật này cho các kết cấu tấm, panel và vỏ trống FG-GRC có gân FG-GRC gia cường chịu tải trọng trong môi trường nhiệt theo lý thuyết vỏ Donnell và HSDT.

- Hiện chưa nghiên cứu ổn định đàn hồi phi tuyến của các kết cấu vỏ trống và vỏ trụ FG-GRC có gân gia cường FG-GRC, có lõi Auxetic có nền đàn hồi bao quanh chịu tải trọng trong môi trường nhiệt.

- Hiện chưa có nghiên cứu về ổn định đàn hồi phi tuyến của các kết cấu tấm, panel trụ FG-GRC có gân gia cường FG-GRC và ổn định của panel Prabol và panel hình Sin trên nền đàn hồi phi tuyến chịu tải nén dọc trục và áp lực ngoài trong môi trường nhiệt theo HSDT

Luận án sẽ tập trung nghiên cứu để giải quyết các vấn đề trên

## **CHƯƠNG 2. ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ VÀ VỎ TRỐNG FG-GRC CÓ GÂN GIA CƯỜNG, CÓ LỖI AUXETIC**

Chương này nghiên cứu 5 bài toán dựa trên lý thuyết vỏ Donnell. Cụ thể: 1) Vỏ trống FG-GRC có gân gia cường và nền đàn hồi bao quanh chịu tải trọng xoắn trong môi trường nhiệt. 2) Vỏ trống FG-GRC lõi Auxetic có nền đàn hồi bao quanh chịu tải xoắn. 3) Vỏ trống FG-GRC lõi Auxetic có nền đàn hồi bao quanh chịu tải dọc trục. 4) Vỏ trụ FG-GRC có gân gia cường và nền đàn hồi bao quanh chịu tải xoắn trong môi trường nhiệt. 5) Vỏ trụ FG-GRC có gân gia cường và nền đàn hồi bao quanh chịu nén dọc trục trong môi

trường nhiệt. Điểm mới quan trọng của chương này là các kết cấu vỏ trống, vỏ trụ FG-GRC phân lớp được gia cường bởi hệ thống gân lệch tâm và vỏ trống FG-GRC phân lớp có lõi Auxetic. Trong quá trình tính các bài toán về vỏ trống chịu tải xoắn có nền đàn hồi bao quanh, lần đầu tiên ứng suất trung bình theo chu vi được xét đến trong hàm ứng suất.

Các thành phần nội lực xác định theo biểu thức

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & B_{21} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Phi_{1x} \\ \Phi_{1y} \\ 0 \\ \Phi_{2x} \\ \Phi_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.15)$$

trong đó  $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  xác định theo công thức

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = (A_{ijs}, B_{ijs}, D_{ijs})_{[k]} + (A_{ijx}, B_{ijx}, D_{ijx})_{[k]} + (A_{ijy}, B_{ijy}, D_{ijy})_{[k]}, \quad (2.16)$$

và các thành phần độ cứng của lớp GRC xác định như sau

$$(A_{ijs}, B_{ijs}, D_{ijs})_{[k]} = \sum_{k=1}^{10} \int_{\Pi_k} Q_{ijs}(k)(1, z, z^2) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6), \quad (2.17)$$

với  $\Pi_k$  là miền lấy tích phân của các lớp GRC,  $(A_{ijy}, B_{ijy}, D_{ijy})_{[k]}$  là thành

phần độ cứng của gân vòng theo hướng  $x$ , với

$$\begin{bmatrix} A_{11x} & B_{11x} \\ B_{11x} & D_{11x} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{10} \left[ \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{B}_{11} \\ \hat{B}_{11} & \hat{D}_{11} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{A}_{12} & 0 & \hat{B}_{12} & 0 \\ \hat{B}_{12} & 0 & \hat{D}_{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{22} & 0 & \hat{B}_{22} & 0 \\ 0 & \hat{A}_{66} & 0 & \hat{B}_{66} \\ \hat{B}_{22} & 0 & \hat{D}_{22} & 0 \\ 0 & \hat{B}_{66} & 0 & \hat{D}_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{A}_{12} & \hat{B}_{12} \\ 0 & 0 \\ \hat{B}_{12} & \hat{D}_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \quad (2.18)$$

trong đó

$$\left( \hat{A}_{ij}, \hat{B}_{ij}, \hat{D}_{ij} \right)_{(k)} = \frac{b_x}{d_x} \int_{\Delta(k)} Q_{ij}(k) (1, z, z^2) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6). \quad (2.19)$$

### 2.3.1. Bài toán vỏ trống và vỏ trụ chịu tải xoắn

Nghiệm độ võng của vỏ trống chịu tải xoắn là [146]

$$w = \xi_0 + \xi_1 \sin[\beta(y - \lambda x)] \sin(\alpha x) + \xi_2 \sin^2(\alpha x). \quad (2.29)$$

Thay (2.30) vào phương trình tương thích biến dạng, dẫn tới

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = & I_1 \cos(2\alpha x) + I_2 \cos[2\beta(-\lambda x + y)] + I_3 \cos[\beta y + (\alpha - \lambda\beta)x] \\ & + I_4 \cos[\beta y - (\beta\lambda + \alpha)x] + I_5 \cos[\beta y - (3\alpha + \lambda\beta)x] \\ & + I_6 \cos[\beta y + (3\alpha - \lambda\beta)x] + \sigma_{0y} h x^2 / 2 - \tau h x y, \end{aligned} \quad (2.30)$$

trong đó  $\sigma_{0y}$  là ứng suất trung bình theo hướng chu vi vỏ.

Phương trình tải xoắn và độ võng lớn nhất tìm được là

$$\tau = \frac{1}{8} \frac{T_1 \xi_1^6 + T_2 \xi_1^4 + T_3 \xi_1^2 + T_4}{T_5 (K_1 L \pi a + 2V_7 \xi_1^2 + 2V_9)^2}, \quad (2.41)$$

$$W_{\max} = \frac{T_6 \xi_1^4 + T_7 \xi_1^3 + T_8 \xi_1^2 + T_9 \xi_1 + T_{10}}{8 (K_1 L \pi a + 2V_7 \xi_1^2 + 2V_9) T_{11}}, \quad (2.44)$$

Kết hợp các phương trình (2.41) và (2.44) luận án sẽ khảo sát được mối quan hệ giữa tải trọng và độ võng của vỏ trống chịu tải xoắn.

### 2.3.2. Bài toán vỏ trống và vỏ trụ FG-GRC chịu tải dọc trục

Nghiệm độ võng của vỏ trống chịu nén dọc trục được chọn là

$$w(x, y) = \xi_0 + \xi_1 \sin \alpha x \sin \beta y + \xi_2 \sin^2 \alpha x. \quad (2.47)$$

Thay dạng nghiệm độ võng (2.45) vào phương trình tương thích biến dạng, dẫn tới hàm ứng suất như sau

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = & \varphi_1 \cos 2\alpha x + \varphi_2 \cos 2\beta y - \varphi_3 \sin \alpha x \sin \beta y \\ & + \varphi_4 \sin 3\alpha x \sin \beta y - \sigma_{0y} h x^2 / 2 - p h y^2 / 2, \end{aligned} \quad (2.49)$$

Phương trình tải nén (kéo) với thành phần độ võng phi tuyến

$$p = \frac{J_{43} \xi_2^3 + J_{44} \xi_2^2 + J_{45} \xi_2 + J_{46}}{J_{41} \xi_2 + J_{42}}, \quad (2.58)$$

Phương trình độ võng không thứ nguyên  $W_{\max}/h$

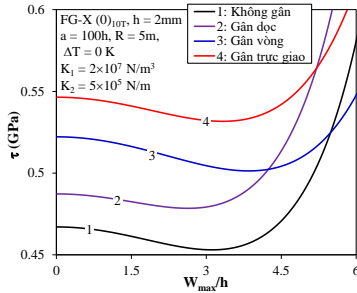
$$\frac{W_{\max}}{h} = \frac{1}{h} \left[ \frac{J_{38}P + \frac{\xi_2}{2} + \frac{J_{37}((J_{40} - 2J_{34}P)\xi_2 + J_{39}P)}{2J_{32}\xi_2 + 2J_{33}} + J_{36}}{\sqrt{\frac{(J_{40} - 2J_{34}P)\xi_2 + J_{39}P}{2J_{32}\xi_2 + 2J_{33}}}} \right], \quad (2.60)$$

Kết hợp các phương trình (2.58) và (2.60) luận án khảo sát mối quan hệ của của tải nén (hoặc kéo) với độ võng của vỏ trống.

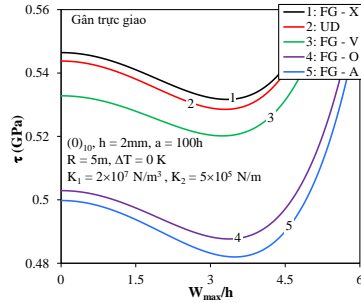
## 2.5. Khảo sát số và thảo luận

Trong phần này, luận án lần lượt tiến hành khảo sát năm bài toán đã đề cập bên trên.

Hình 2.10 cho thấy ảnh hưởng của gân gia cường đến các đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống FG-GRC chịu tải xoắn. Gân trục giao giúp vỏ trống có tải tới hạn lớn nhất và làm đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  cao nhất trong miền độ võng nhỏ. Hình 2.12 cho thấy đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống FG-X là cao nhất và khả năng chịu tải của vỏ trống này là lớn nhất.



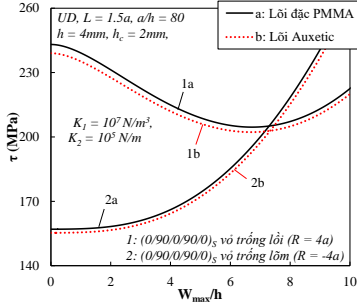
**Hình 2.10.** Ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường đến đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống FG-GRC



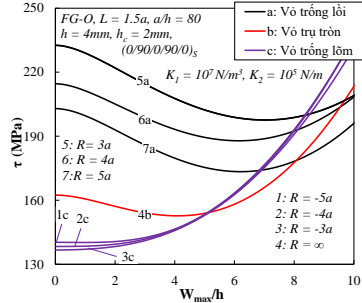
**Hình 2.12.** Đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của năm loại vỏ trống FG-GRC

Hình 2.22 so sánh ảnh hưởng của lớp lõi Auxetic và lớp lõi đặc đến đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống lõi và vỏ trống lõm FG-GRC. Mặc dù có sự khác biệt nhỏ về tải xoắn tới hạn (tải tại điểm rẽ nhánh) nhưng có thể

thấy xu hướng các đường cong của vỏ trống lõi đặc và lõi Auxitic là giống nhau. Hình 2.27 trình bày ảnh hưởng của bán kính dọc  $R$  đến đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống lõi và vỏ trống lõm FG-GRC lõi Auxetic. Rõ ràng là khả năng chịu tải xoắn của vỏ trống lõi cao hơn nhiều so với vỏ trống lõm.



**Hình 2.22.** Ảnh hưởng của các lớp lõi đến các đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống lõi và vỏ trống lõm FG-GRC



**Hình 2.27.** Ảnh hưởng của bán kính dọc  $R$  đến các đường cong  $\tau - W_{\max}/h$  của vỏ trống lõi và vỏ trống lõm FG-GRC

**Bảng 2.16.** Tải xoắn tới hạn  $\tau_{cr}$  (GPa) của vỏ trụ tròn FG-GRC trong trường hợp có và không có gân gia cường ( $L = 1.5a$ ,  $a/h = 80$ )

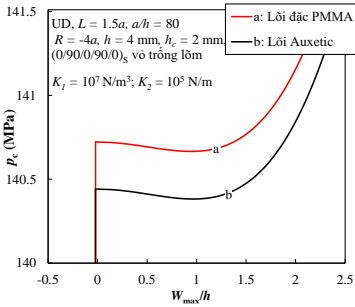
| T = 300K |                    |                |                |                       |
|----------|--------------------|----------------|----------------|-----------------------|
| Vỏ       | Hướng bố trí GRC   | Không gân      | Có gân         | Ảnh hưởng của gân (%) |
| UD       | (0) <sub>10T</sub> | 0.287 (8;0.57) | 0.536 (6;0.64) | 86.76                 |
| FG-X     | (0) <sub>10T</sub> | 0.299 (8;0.57) | 0.526 (6;0.64) | 75.92                 |
| FG-V     | (0) <sub>10T</sub> | 0.257 (9;0.58) | 0.548 (6;0.65) | 113.23                |
| FG-A     | (0) <sub>10T</sub> | 0.257 (9;0.58) | 0.442 (6;0.63) | 71.98                 |
| FG-O     | (0) <sub>10T</sub> | 0.242 (9;0.58) | 0.478 (6;0.64) | 97.52                 |

Các kết quả số trong Bảng 2.16 chỉ ra rằng, khi không có gân gia cường, tải xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-X là lớn nhất. Tuy nhiên khi vỏ trụ được gia cường hệ thống gân, tải xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-V lại lớn nhất, và tải xoắn tới hạn của vỏ trụ FG-X nhỏ hơn tải xoắn tới hạn của vỏ trụ UD, điều này cho thấy sự ảnh hưởng mạnh mẽ của hệ thống gân đến khả năng làm việc và chịu tải xoắn của vỏ trụ được gia cường gân.

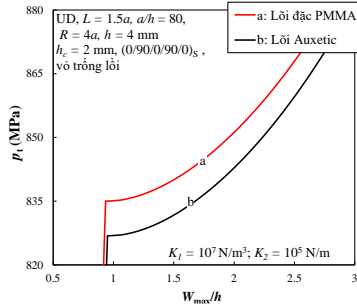


**Bảng 2.21.** Ảnh hưởng của các thông số hình học lớp lõi Auxetic đến tải nén và kéo tới hạn của vỏ trống FG-GRC (MPa,  $L=1.5a$ ,  $a/h=80$ ,  $R=4a$ ,  $h=4$  mm,  $(0/90)_5T$ )

| FG-GRC              |      | Tải nén tới hạn | Tải kéo tới hạn |
|---------------------|------|-----------------|-----------------|
| $\chi_1 = 1$        | UD   | 429.80 (7;1)    | 827.40 (1;9)    |
| $\chi_2 = 0.1$      | FG-X | 411.37 (7;1)    | 813.45 (1;9)    |
| $\gamma = 15^\circ$ | FG-O | 369.36 (7;1)    | 716.31 (1;10)   |
| $\chi_1 = 2$        | UD   | 429.37 (7;1)    | 827.39 (1;9)    |
| $\chi_2 = 0.1$      | FG-X | 410.94 (7;1)    | 813.45 (1;9)    |
| $\gamma = 30^\circ$ | FG-O | 368.93 (7;1)    | 716.26 (1;10)   |



**Hình 2.42.** Ảnh hưởng của các lớp lõi đến các đường cong  $p_c - W_{\max}/h$  của vỏ trống FG-GRC chịu nén dọc trục



**Hình 2.43.** Ảnh hưởng của các lớp lõi đến các đường cong  $p_t - W_{\max}/h$  của vỏ trống FG-GRC chịu kéo dọc trục

Ảnh hưởng của các thông số hình học lớp lõi Auxetic đến tải nén và tải kéo tới hạn của vỏ trống FG-GRC được trình bày trong Bảng 2.21. Do độ cứng của lớp lõi Auxetic rất nhỏ so với độ cứng của hai lớp mặt GRC nên ảnh hưởng do các thông số hình học lớp lõi đến tải trọng nén và kéo tới hạn của vỏ trống là không đáng kể. Đây là cơ sở để thiết kế kết cấu tiên tiến có lõi nhẹ nhằm làm giảm khối lượng kết cấu sandwich.

Ảnh hưởng của các lớp lõi đến đường cong sau mất ổn định  $p_c - W_{\max}/h$  và  $p_t - W_{\max}/h$  của vỏ trống FG-GRC được trình bày trên Hình 2.42 và Hình 2.43. Tải rẽ nhánh của vỏ trống lõi Auxetic luôn nhỏ hơn

tải tới hạn của vỏ trống lõi đặc, tuy nhiên xu hướng các đường cong là khá giống nhau.

Bảng 2.25 cho thấy hiệu quả của gân đến tải nén tới hạn của vỏ trụ FG-GRC. Đối với vỏ trụ không gân, tải tới hạn của vỏ FG-X lớn nhất trong khi tải tới hạn của vỏ FG-O là nhỏ nhất. Khi có gân gia cường, tải tới hạn của vỏ UD lớn hơn tải tới hạn của vỏ FG-X.

**Bảng 2.25.** Tải nén tới hạn  $p_{cr}$  (GPa) của vỏ trụ FG-GRC trong trường hợp có và không có gân gia cường ( $L=1.5a$ ,  $a=80h$ ,  $h=2$  mm,  $m=1$ )

| Vỏ   |                            | T = 300 K   |             |              |
|------|----------------------------|-------------|-------------|--------------|
|      |                            | Không gân   | Có gân      | Hiệu quả (%) |
| UD   | (0) <sub>10T</sub>         | 0.657(6;7)  | 1.060 (3;6) | 61.34        |
|      | (0/90/0/90/0) <sub>s</sub> | 0.657(6;7)  | 1.059 (3;6) | 61.19        |
|      | (0/90) <sub>5T</sub>       | 0.656 (6;7) | 1.059 (3;6) | 61.43        |
| FG-X | (0) <sub>10T</sub>         | 0.681 (6;6) | 1.050 (3;6) | 54.19        |
|      | (0/90/0/90/0) <sub>s</sub> | 0.682 (6;6) | 1.051 (3;6) | 54.11        |
|      | (0/90) <sub>5T</sub>       | 0.680 (6;6) | 1.050 (3;6) | 54.41        |
| FG-V | (0) <sub>10T</sub>         | 0.566 (6;7) | 1.047 (3;6) | 84.98        |
|      | (0/90/0/90/0) <sub>s</sub> | 0.566 (6;7) | 1.048 (3;6) | 85.16        |
|      | (0/90) <sub>5T</sub>       | 0.565 (6;7) | 1.047 (3;6) | 85.31        |
| FG-A | (0) <sub>10T</sub>         | 0.585 (8;1) | 0.915 (3;6) | 56.41        |
|      | (0/90/0/90/0) <sub>s</sub> | 0.585 (8;1) | 0.916 (3;6) | 56.58        |
|      | (0/90) <sub>5T</sub>       | 0.584 (8;1) | 0.915 (3;6) | 56.68        |
| FG-O | (0) <sub>10T</sub>         | 0.541 (7;6) | 0.945 (3;6) | 74.68        |
|      | (0/90/0/90/0) <sub>s</sub> | 0.540 (7;6) | 0.946 (3;6) | 75.19        |
|      | (0/90) <sub>5T</sub>       | 0.540 (7;6) | 0.945 (3;6) | 75.00        |

## Kết luận chương 2

Điểm mới quan trọng trong chương này là luận án đã tiếp tục áp dụng kỹ thuật san tác dụng gân cải tiến cho gân FG-GRC dựa trên ý tưởng san tác dụng gân của Lekhnitskii và lý thuyết dầm cô điển dị hướng. Đặc biệt là ứng suất trung bình theo hướng chu vi lần đầu tiên được xem xét đến trong hàm ứng suất khi tính toán vỏ trống FG-GRC có gân gia cường và nền đàn

hồi bao quanh chịu tải xoắn. Từ các kết quả số, luận án đưa ra một số nhận xét đáng lưu ý như sau:

1. Hệ thống gân gia cường làm tăng tải tới hạn xoắn hoặc nén kéo dọc trục của các vỏ kín (gọi chung cho vỏ trống và vỏ trụ).

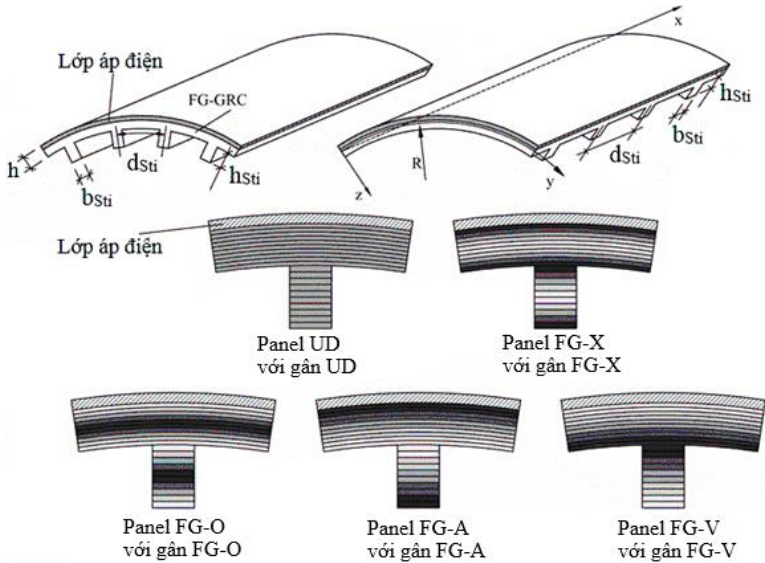
2. Tải tới hạn xoắn và nén kéo dọc trục của vỏ trống lồi cao hơn so với vỏ trống lõm. Hiện tượng hóp có thể quan sát rất rõ với vỏ trống, vỏ trụ chịu tải xoắn hoặc vỏ trụ chịu nén dọc trục. Tuy nhiên không quan sát được trong trường hợp vỏ trống lồi lõm auxetic chịu tải nén dọc trục.

3. Lớp lõi Auxetic làm giảm đáng kể khối lượng kết cấu nhưng tải tới hạn giảm không đáng kể so với trường hợp lõi đặc. Đây là cơ sở để thiết kế các kết cấu tiên tiến có lõi nhẹ nhằm làm giảm khối lượng của các kết cấu sandwich.

*Nội dung chương này đã được công bố trong 6 bài báo đăng trên tạp chí quốc tế uy tín, đó là các công trình 1 đến 6 trong danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án.*

### **CHƯƠNG 3. ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI PHI TUYẾN CỦA TẤM CHỮ NHẬT VÀ PANEL TRỤ FG-GRC CÓ GÂN GIA CƯỜNG THEO HSDT**

Trong chương này, luận án nghiên cứu ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel trụ FG-GRC chịu tải trọng nén dọc trục và áp lực ngoài trong môi trường nhiệt. Các bài toán cụ thể được nghiên cứu và khảo sát bao gồm: 1) Panel trụ áp điện FG-GRC có gân gia cường trên nền đàn hồi tuyến tính chịu áp nén dọc trục trong môi trường nhiệt. 2) Panel trụ FG-GRC có gân gia cường trên nền đàn hồi phi tuyến chịu nén dọc trục trong môi trường nhiệt. 3) Tấm chữ nhật áp điện FG-GRC có gân gia cường chịu nén một phương và áp lực ngoài. 4) Tấm chữ nhật FG-GRC có gân gia cường trên nền đàn hồi phi tuyến chịu nén một phương và áp lực ngoài.



**Hình 3.1.** Hình dạng và hệ tọa độ của Panel áp điện FG-GRC có gân gia cường

Điểm mới quan trọng của luận án so với các nghiên cứu trước đây là kỹ thuật san tác dụng gân cải tiến cho gân FG-GRC được phát triển để phù hợp với HSDT của tấm, bằng cách kết hợp giữa ý tưởng san tác dụng gân của Lekhnitskii và lý thuyết dầm biến dạng trượt bậc cao dị hướng.

Mô hình nền đàn hồi phi tuyến ba hệ số [154] được xét đến trong tính toán và nghiên cứu ổn định phi tuyến cho tấm và panel chịu tải nén dọc trục và áp lực ngoài. Các bài toán trong chương này được xây dựng theo HSDT có xét tính phi tuyến hình học của von Kármán.

Các nghiệm giải tích được lựa chọn để có thể thỏa mãn các điều kiện biên, đồng thời sử dụng phương pháp Galerkin để tìm được các liên hệ của tải và độ võng, từ đó các tải tới hạn của tấm và panel nếu có sẽ được xác định.

Biểu thức nội lực theo HSDT có dạng

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ T_x \\ T_y \\ T_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & C_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & \hat{E}_{11} & \hat{E}_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & \hat{E}_{12} & \hat{E}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 & \hat{E}_{66} \\ C_{11} & C_{12} & 0 & \hat{E}_{11} & \hat{E}_{12} & 0 & L_{11} & L_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & \hat{E}_{12} & \hat{E}_{22} & 0 & L_{12} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & \hat{E}_{66} & 0 & 0 & L_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \\ \phi_{x,x} \\ \phi_{y,y} \\ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} \\ -\lambda\Gamma_1 \\ -\lambda\Gamma_2 \\ -\lambda\Gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{1x} \\ \varphi_{1y} \\ 0 \\ \varphi_{2x} \\ \varphi_{2y} \\ 0 \\ \varphi_{4x} \\ \varphi_{4y} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

với các thành phần ma trận độ cứng là

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^S + A_{ij}^P + A_{ij}^{St}, \quad B_{ij} = B_{ij}^S + B_{ij}^P + B_{ij}^{St}, \quad D_{ij} = D_{ij}^S + D_{ij}^P + D_{ij}^{St} \\ C_{ij} &= C_{ij}^S + C_{ij}^P + C_{ij}^{St}, \quad \hat{E}_{ij} = E_{ij}^S + E_{ij}^P + E_{ij}^{St}, \quad L_{ij} = L_{ij}^S + L_{ij}^P + L_{ij}^{St}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

trong đó độ cứng của panel, lớp áp điện và gân gia cường được xác định là

$$\left( A_{ij}^S, B_{ij}^S, D_{ij}^S, C_{ij}^S, E_{ij}^S, L_{ij}^S \right) = \int_{-h/2+h_p}^{h/2} Q_{ijs} \left( 1, z, z^2, z^3, z^4, z^6 \right) dz, \quad (3.11)$$

$$\left( A_{ij}^P, B_{ij}^P, D_{ij}^P, C_{ij}^P, E_{ij}^P, L_{ij}^P \right) = \int_{-h/2}^{-h/2+h_p} Q_{ij}^P \left( 1, z, z^2, z^3, z^4, z^6 \right) dz, \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_{ij}^{St} & B_{ij}^{St} & C_{ij}^{St} \\ B_{ij}^{St} & D_{ij}^{St} & E_{ij}^{St} \\ C_{ij}^{St} & E_{ij}^{St} & L_{ij}^{St} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{B}_{11} & \bar{C}_{11} \\ \bar{B}_{11} & \bar{D}_{11} & \bar{E}_{11} \\ \bar{C}_{11} & \bar{E}_{11} & \bar{L}_{11} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{A}_{12} & 0 & \bar{B}_{12} & 0 & \bar{C}_{12} & 0 \\ \bar{B}_{12} & 0 & \bar{D}_{12} & 0 & \bar{E}_{12} & 0 \\ \bar{C}_{12} & 0 & \bar{E}_{12} & 0 & \bar{L}_{12} & 0 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} \bar{A}_{22} & 0 & \bar{B}_{22} & 0 & \bar{C}_{22} & 0 \\ 0 & \bar{A}_{66} & 0 & \bar{B}_{66} & 0 & \bar{C}_{66} \\ \bar{B}_{22} & 0 & \bar{D}_{22} & 0 & \bar{E}_{22} & 0 \\ 0 & \bar{B}_{66} & 0 & \bar{D}_{66} & 0 & \bar{E}_{66} \\ \bar{C}_{22} & 0 & \bar{E}_{22} & 0 & \bar{C}_{66} & 0 \\ 0 & \bar{L}_{22} & 0 & \bar{E}_{66} & 0 & \bar{L}_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{A}_{12} & \bar{B}_{12} & \bar{C}_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_{12} & \bar{D}_{12} & \bar{E}_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{12} & \bar{E}_{12} & \bar{L}_{12} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\left(\bar{A}_{ij}, \bar{B}_{ij}, \bar{D}_{ij}, \bar{C}_{ij}, \bar{E}_{ij}, \bar{L}_{ij}\right) = \frac{b_{Sti}}{d_{Sti}} \int_{h/2}^{h/2+h_{Sti}} Q_{ij}^{St} \left(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6\right) dz, \quad (3.14)$$

Phương trình tương thích biến dạng thu được

$$\begin{aligned} \psi \equiv & A_{11}^* f_{,xxxx} + d_1 f_{,xxyy} + A_{22}^* f_{,yyyy} + w_{,xx} / R - \left(w_{,xy}\right)^2 + d_3 \phi_{x,xxx} \\ & + w_{,xx} w_{,yy} + w_{,xx} w_{0,yy} - 2w_{,xy} w_{0,xy} + w_{,yy} w_{0,xx} + d_4 \phi_{x,xyy} \\ & - C_{21}^* \lambda w_{,xxxx} + d_2 w_{,xxyy} - C_{12}^* \lambda w_{,yyyy} + d_5 \phi_{y,xxxy} + d_6 \phi_{y,yyy} = 0, \end{aligned} \quad (3.34)$$

Dạng nghiệm cho hàm độ võng, hàm góc xoay và hàm ứng suất được lựa chọn như sau [145]

$$\begin{aligned} w &= W \sin \alpha x \sin \beta y, \quad w_0 = \xi h \sin \alpha x \sin \beta y, \\ \phi_x &= \Phi_x \cos \alpha x \sin \beta y, \quad \phi_y = \Phi_y \sin \alpha x \cos \beta y, \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$f = f_1 \cos 2\alpha x + f_2 \cos 2\beta y + f_3 \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2, \quad (3.36)$$

### 3.3.1. Ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel FG-GRC có gân gia cường chịu tải áp lực ngoài

Biểu thức giữa tải áp lực ngoài  $q$  với  $\bar{W} = W/h$  thu được như sau

$$\begin{aligned} q = & q_1 (2\xi + \bar{W}) \bar{W} (\xi + \bar{W}) + q_2 (2\xi + \bar{W}) \bar{W} + q_3 \bar{W} (\xi + \bar{W}) + q_4 \bar{W}^3 \\ & + q_5 \bar{W} + \mu_2 \frac{\varphi_{1y}}{R} + \left( \mu_1 \frac{a_1 \varphi_{1x}}{a_2} + \mu_2 \frac{a_3 \varphi_{1y}}{a_2} \right) (\xi + \bar{W}) h, \end{aligned} \quad (3.49)$$

Phương trình (3.49) được sử dụng để khảo sát đường cong sau mất ổn định của panel trụ và tấm FG-GRC có gân gia cường chịu tác dụng của áp lực ngoài trong môi trường nhiệt độ.

### 3.3.2. Ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel trụ FG-GRC có gân gia cường chịu nén một phương và áp lực ngoài

Lực nén một phương  $P_x$  đặt trên cạnh  $x=0, x=a$  nên  $N_{x0} = -hP_x$ , phương trình liên hệ giữa tải trọng và độ võng thu được là

$$\begin{aligned}
& a_{10}\bar{W}^3h^2 + \frac{a_2q}{h} + (2\xi + \bar{W})\bar{W}(\xi + \bar{W})z_5 + z_6(2\xi + \bar{W})\bar{W} + z_7\bar{W} \\
& + \mu_2z_4\left(\frac{a_2}{hR} + (\xi + \bar{W})a_3\right)\varphi_{1x} - \mu_2\left(\frac{a_2}{hR} + (\xi + \bar{W})a_3\right)\varphi_{1y} \\
& + z_8\bar{W}(\xi + \bar{W}) + \left(\frac{a_2\mu_2z_1}{hR} + (\xi + \bar{W})(a_3\mu_2z_1 - ha_1)\right)P_x = 0,
\end{aligned} \tag{3.51}$$

### 3.3.3. Ổn định phi tuyến của tấm chữ nhật và panel trụ FG-GRC có gân gia cường chỉ chịu nén một phương

Trong trường hợp bài toán chỉ chịu nén dọc trục thì tải áp lực ngoài  $q=0$ , với bài toán tấm thì  $R \rightarrow \infty$ . Ở điều kiện biên FFFF ( $\mu_2=0$ ), khi đó từ phương trình (3.51) ta rút ra được

$$P_x = \frac{1}{(\xi + \bar{W})ha_1} \left[ (2\xi + \bar{W})\bar{W}(\xi + \bar{W})z_5 + z_6(2\xi + \bar{W})\bar{W} \right]. \tag{3.52}$$

Ở điều kiện biên FIFI ( $\mu_2=1$ ). Tấm và panel hoàn hảo ( $\xi=0$ ), phương trình (3.51) được viết lại

$$P_x = \frac{\left[ (a_{10}h^2 + z_5)\bar{W}^3 + (z_6 + z_8)\bar{W}^2 + z_7\bar{W} \right] + \left( \frac{a_2}{hR} + \bar{W}a_3 \right) (z_4\varphi_{1x} - \varphi_{1y})}{-\left( \frac{a_2z_1}{hR} + \bar{W}(a_3z_1 - ha_1) \right)}. \tag{3.54}$$

Phương trình (3.51), (3.52) và (3.54) được sử dụng để khảo sát đường cong sau mất ổn định và đánh giá khả năng chịu tải sau mất ổn định của tấm và panel trụ FG-GRC có gân gia cường chịu tác dụng tải nén dọc trục trong môi trường nhiệt độ.

### 3.5. Kết quả khảo sát và thảo luận

Ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường, hướng bố trí GRC và các kiểu gia cường graphene đến tải tới hạn của tấm FG-GRC được thể hiện trong Bảng 3.3. Các khảo sát số cho thấy tải tới hạn của của tấm có gân gia cường

theo phương  $x$  bằng với tải tới hạn của tấm có gân gia cường theo phương  $y$ , tấm FG-X có tải tới hạn lớn nhất trong các trường hợp khảo sát.

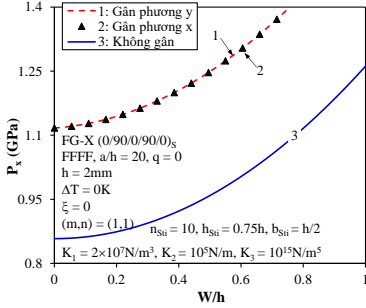
**Bảng 3.3.** Ảnh hưởng của các kiểu gia cường graphene, hướng bố trí GRC và hệ thống gân gia cường đến tải tới hạn  $P_{cr}$  (MPa) của tấm FG-GRC (FFFF,  $a/b=1$ ,  $\Delta T=0K$ ,  $\xi=0$ ,  $q=0$ ,  $(m;n)=(1;1)$ )

| Tấm FG-GRC $a/h=20$ |                | $(0)_{10T}$ | $(0/90/0/90/0)_S$ | $(0/90)_{5T}$ |
|---------------------|----------------|-------------|-------------------|---------------|
| UD                  | Không gân      | 758.339     | 758.340           | 758.339       |
|                     | Gân phương $x$ | 1029.794    | 1029.995          | 1029.713      |
|                     | Gân phương $y$ | 1029.794    | 1029.995          | 1029.713      |
| FG-X                | Không gân      | 857.851     | 857.852           | 857.848       |
|                     | Gân phương $x$ | 1116.673    | 1116.951          | 1116.439      |
|                     | Gân phương $y$ | 1116.673    | 1116.951          | 1116.439      |
| FG-O                | Không gân      | 546.615     | 546.616           | 546.616       |
|                     | Gân phương $x$ | 782.857     | 783.098           | 783.214       |
|                     | Gân phương $y$ | 782.857     | 783.098           | 783.214       |
| FG-V                | Không gân      | 627.087     | 627.077           | 627.053       |
|                     | Gân phương $x$ | 953.010     | 952.950           | 952.397       |
|                     | Gân phương $y$ | 953.010     | 952.950           | 952.397       |
| FG-A                | Không gân      | 627.087     | 627.077           | 627.085       |
|                     | Gân phương $x$ | 797.062     | 797.469           | 797.253       |
|                     | Gân phương $y$ | 797.062     | 797.469           | 797.253       |

Ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường đến các đường cong  $P_x - W/h$  của tấm khi chỉ chịu tải nén một phương được trình bày trong Hình 3.5. Khi tấm có gân gia cường, các đường cong  $P_x - W/h$  được nâng cao hơn so với trường hợp tấm không có gân gia cường.

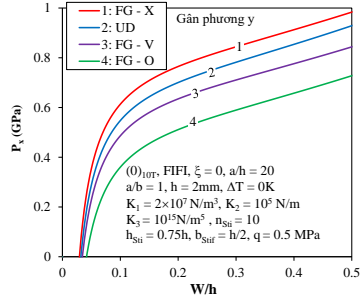
Ảnh hưởng của các kiểu phân bố graphene đến đường cong  $P_x - W/h$  của tấm FG-GRC( $y$ ) khi chịu tải nén một phương và áp lực ngoài có thể lần lượt quan sát trong Hình 3.7. Hiện tượng rẽ nhánh không xuất hiện khi tấm chịu đồng thời tải nén dọc trục và tải áp lực ngoài. Tương tự như khi quan sát tải tới hạn, các đường cong tải - độ võng của tấm FG-X cao nhất trong khi các đường cong của tấm FG-O là thấp nhất.





(a) Tấm FG-GRC

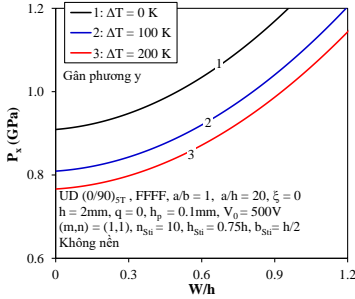
**Hình 3.5.** Ảnh hưởng của hệ thống gâi gia cường đến đường cong  $P_x - W/h$  của tấm chịu nén một phương



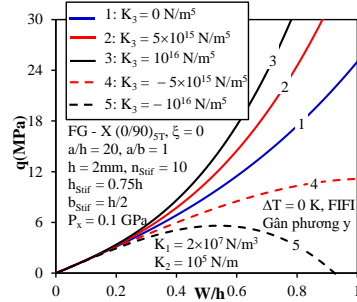
(a) Tấm FG-GRC(y)

**Hình 3.7.** Ảnh hưởng của các kiểu phân bố graphene đến đường cong  $P_x - W/h$  của tấm chịu nén một phương và áp lực ngoài

Khi nhiệt độ tăng, quan sát thấy khả năng chịu tải của tấm bị giảm và các đường cong  $P_x - W/h$  trên Hình 3.9 bị hạ thấp đáng kể. Quan sát Hình 3.16 thấy rằng hệ số nền phi tuyến  $K_3$  ảnh hưởng mạnh đến xu hướng của các đường cong  $P_x - W/h$ .



**Hình 3.9.** Ảnh hưởng của nhiệt độ đến đường cong  $P_x - W/h$  của tấm chịu nén một phương



**Hình 3.16.** Ảnh hưởng của hệ số nền  $K_3$  đến đường cong  $q - W/h$  của tấm FG-GRC(y) chịu nén và áp lực ngoài

Ảnh hưởng của hệ thống gâi gia cường, hướng bố trí GRC và các kiểu gia cường graphene đến khả năng chịu tải của panel trụ FG-GRC được

trình bày trong Bảng 3.8. Trong trường hợp panel trụ không có gân gia cường, tải tới hạn của panel trụ FG-X là cao nhất và tải tới hạn của panel trụ FG-O là nhỏ nhất. Tuy nhiên trong trường hợp panel trụ được gia cường hệ thống gân thì tải tới hạn của panel trụ FG-V lớn nhất. Điều này cho thấy sự phân bố graphen trong hệ thống gân gia cường ảnh hưởng rất lớn đến khả năng chịu tải của panel trụ.

**Bảng 3.8.** Ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường, các kiểu bố trí graphen và hướng GRC đến tải tới hạn  $P_{cr}$  (MPa) của panel trụ FG-GRC (FFFF,  $a/b=1$ ,  $a=20h$ ,  $R=0.1$  m,  $\Delta T=0$  K)

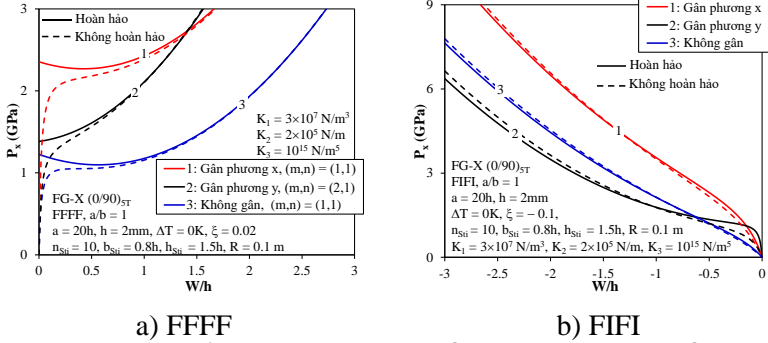
| Vỏ panel FG-GRC |                               | (0) <sub>10T</sub> | (0/90/0/90/0) <sub>s</sub> | (0/90) <sub>5T</sub> |
|-----------------|-------------------------------|--------------------|----------------------------|----------------------|
| UD              | Không gân                     | 1132.730           | 1132.735                   | 1132.923             |
|                 | Gân phương $x$ <sup>(a)</sup> | 2334.774           | 2331.225                   | 2331.428             |
|                 | Gân phương $y$ <sup>(b)</sup> | 1305.782           | 1303.347                   | 1301.835             |
| FG-X            | Không gân                     | 1225.054           | 1225.065                   | 1225.394             |
|                 | Gân phương $x$ <sup>(a)</sup> | 2358.357           | 2353.463                   | 2354.648             |
|                 | Gân phương $y$ <sup>(b)</sup> | 1389.467           | 1387.049                   | 1384.129             |
| FG-O            | Không gân                     | 913.819            | 913.829                    | 913.735              |
|                 | Gân phương $x$ <sup>(a)</sup> | 1937.087           | 1932.230                   | 1931.244             |
|                 | Gân phương $y$ <sup>(b)</sup> | 974.272            | 969.954                    | 970.228              |
| FG-V            | Không gân                     | 973.794            | 973.976                    | 974.296              |
|                 | Gân phương $x$ <sup>(a)</sup> | 2377.846           | 2372.953                   | 2373.693             |
|                 | Gân phương $y$ <sup>(b)</sup> | 1173.034           | 1168.950                   | 1166.382             |
| FG-A            | Không gân                     | 1014.785           | 1014.602                   | 1014.769             |
|                 | Gân phương $x$ <sup>(a)</sup> | 1769.637           | 1765.366                   | 1765.552             |
|                 | Gân phương $y$ <sup>(b)</sup> | 1039.823           | 1037.312                   | 1035.730             |

(a) Mode mất ổn định  $(m;n)=(1;1)$

(b) Mode mất ổn định  $(m;n)=(2;1)$

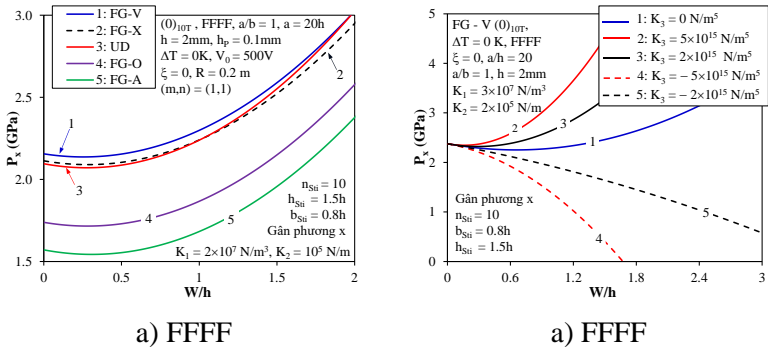
Ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel FG-GRC chịu nén dọc trục ở điều kiện biên FFFF và FIFI có thể quan sát trên Hình 3.19. Có thể thấy ở điều kiện biên FFFF, các đường cong  $P_x - W/h$  của panel FG-GRC( $x$ ) cao hơn các đường cong của panel FG-

GRC( $y$ ) và panel FG-GRC không gân gia cường trong miền độ võng nhỏ. Hiện tượng hóp có thể quan sát với panel FG-GRC không gân gia cường và panel FG-GRC( $x$ ) và dường như không xảy ra với panel FG-GRC( $y$ ). Ở điều kiện biên FIFI, không quan sát thấy hiện tượng hóp và điểm rẽ nhánh của panel trong miền độ võng âm.



**Hình 3.19.** Ảnh hưởng của hệ thống gân gia cường đến

đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel trụ FG-GRC chịu nén dọc trục



**Hình 3.22.** Ảnh hưởng của các kiểu gia cường graphene đến đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel trụ áp điện FG-GRC( $x$ ) chịu nén dọc trục

**Hình 3.29.** Ảnh hưởng của hệ số nền phi tuyến  $K_3$  đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel trụ FG-GRC( $x$ ) chịu nén dọc trục

Hình 3.22 cho thấy ảnh hưởng của các kiểu gia cường graphene đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel áp điện FG-GRC( $x$ ) chịu nén dọc trục ở

điều kiện biên FFFF. Có thể thấy ở điều kiện biên FFFF, đường cong  $P_x - W/h$  và điểm rẽ nhánh của panel trụ FG-V( $x$ ) là cao nhất, điều này tương ứng với tải tới hạn của panel FG-V( $x$ ) sẽ lớn nhất.

Ảnh hưởng độ cứng nền phi tuyến  $K_3$  đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel trụ FG-GRC( $x$ ) chịu nén dọc trục ở điều kiện biên FFFF có thể quan sát trên Hình 3.29. Rõ ràng độ cứng nền phi tuyến ảnh hưởng đáng kể và làm thay đổi xu hướng đường cong sau mất ổn định  $P_x - W/h$  nhưng không ảnh hưởng đến điểm rẽ nhánh (tải tới hạn) của panel trụ.

### **Kết luận chương 3**

Từ các kết quả phân tích bên trên, luận án đưa ra một số nhận xét tổng hợp như sau:

Hệ thống gân gia cường giúp tăng độ cứng của tấm và panel, từ đó tải tới hạn của tấm và panel được tăng đáng kể.

Hiện tượng phân nhánh quan sát được trong trường hợp tấm và panel FG-GRC hoàn hảo chỉ chịu nén dọc trục mà không chịu đồng thời áp lực ngoài.

Độ cứng nền phi tuyến  $K_3$  không làm thay đổi tải tới hạn của tấm và panel trụ FG-GRC, tuy nhiên lại ảnh hưởng lớn đến xu hướng đường cong sau mất ổn định  $P_x - W/h$ .

*Nội dung chương này đã được công bố trong 4 bài báo đăng trên tạp chí quốc tế, đó là các công trình số 7 đến 10 trong danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án.*

## **CHƯƠNG 4. ỔN ĐỊNH ĐÀN HỒI PHI TUYẾN CỦA PANEL PARABOL VÀ PANEL HÌNH SIN FG – GRC THEO HSDT**

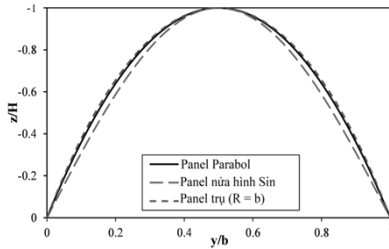
Chương này luận án trình bày nghiên cứu hai loại panel là panel Parabol và panel hình Sin (panel có phương trình đường cong là Parabol và panel có phương trình đường cong nửa chu kỳ hình Sin) chịu áp lực ngoài, chịu tải nén dọc trục trong môi trường nhiệt. Các bài toán được xây dựng

theo HSDT có xét tính phi tuyến hình học của von Kármán. Các dạng nghiệm độ võng và góc xoay được lựa chọn để có thể thỏa mãn các điều kiện biên, đồng thời sử dụng phương pháp Galerkin để tìm được các liên hệ của tải và độ võng, từ đó các tải tới hạn của panel nếu có sẽ được xác định.

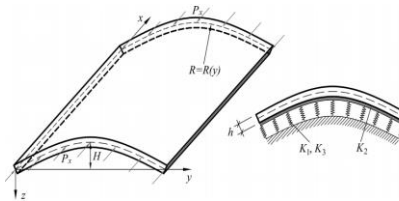
Bán kính cong của vỏ panel parabol và panel hình sin có dạng

$$R_1 = \frac{\left(b^4 + 16H^2(b-2y)^2\right)^{3/2}}{8b^4H}, R_2 = \frac{\left(H^2\pi^2(\cos(y\pi/b))^2 + b^2\right)^{3/2}}{bH\pi^2 \sin(y\pi/b)}, \quad (4.2)$$

trong đó  $H$  là độ nâng của Panel.



**Hình 4.1.** Mô hình panel trụ, panel Parabol và panel hình Sin FG-GRC



**Hình 4.2.** Hệ tọa độ của panel FG-GRC trên nền đàn hồi phi tuyến chịu nén dọc trục

Bán kính cong của panel Parabol và panel hình Sin là một hàm phức tạp theo  $y$ , dẫn tới việc xác định hàm ứng suất gặp rất nhiều khó khăn về mặt toán học. Vì vậy luận án đề xuất một cách xác định hàm ứng suất theo nghĩa trung bình. Dạng hàm ứng suất được lựa chọn dạng như sau

$$f = f_{1(c,p,s)} \cos 2\alpha x + f_{2(c,p,s)} \cos 2\beta y + f_{3(c,p,s)} \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{1}{2} N_{y0} x^2 + \frac{1}{2} N_{x0} y^2, \quad (4.3)$$

Để tìm được các biên độ hàm ứng suất theo nghĩa trung bình trong biểu thức (4.3) cho panel Parabol và panel Sin, ta thay các dạng nghiệm của độ võng và góc xoay ở phương trình (3.35) vào phương trình (3.34) và áp dụng phương pháp Galerkin như sau

$$\int_0^a \int_0^b \psi \cdot \cos 2\alpha x \, dydx = 0, \int_0^a \int_0^b \psi \cdot \cos 2\beta y \, dydx = 0, \int_0^a \int_0^b \psi \cdot \sin \alpha x \sin \beta y \, dydx = 0. \quad (4.4)$$

trong đó  $\psi$  là biểu thức xác định như phương trình (3.34)

#### 4.3.1. Panel chịu nén dọc trục

Phương trình liên hệ giữa tải nén dọc trục và độ võng có dạng

$$P_x = \frac{\left( z_{5(c,p,s)}(2\xi + \bar{W})\bar{W} + z_{6(c,p,s)}(2\xi + \bar{W})\bar{W}(\xi + \bar{W}) \right. \\ \left. + \mu_2 \left( z_{4(c,p,s)}\phi_{1x} - \phi_{1y} \right) \left( (\xi + \bar{W})x_{2(c,p,s)} + \frac{x_{11(c,p,s)}}{h} \right) + \right. \\ \left. x_{7(c,p,s)}\bar{W}^3 h^2 + z_{8(c,p,s)}\bar{W} + z_{7(c,p,s)}\bar{W}(\xi + \bar{W}) \right)}{\left( \mu_2 x_{2(c,p,s)} z_{1(c,p,s)} - h x_{1(c,p,s)} \right) (\xi + W_n) + \frac{\mu_2 x_{11(c,p,s)} z_{1(c,p,s)}}{h}}, \quad (4.10)$$

#### 4.3.2. Panel chịu áp lực ngoài

Biểu thức liên hệ giữa tải áp lực ngoài với độ võng như sau

$$q = \frac{\left( q_{2(c,p,s)}\bar{W}(\xi + \bar{W}) + q_{1(c,p,s)}(2\xi + \bar{W})\bar{W}(\xi + \bar{W}) \right. \\ \left. - h \left( \bar{W}c_{8(c,p,s)} + q_{4(c,p,s)}\bar{W} + (2\xi + \bar{W})\bar{W}c_{7(c,p,s)} + \right. \right. \\ \left. \left. \bar{W}^3 h^2 x_{7(c,p,s)} + q_{3(c,p,s)}(2\xi + \bar{W})\bar{W} \right) \right)}{x_{13(c,p,s)}}, \quad (4.15)$$

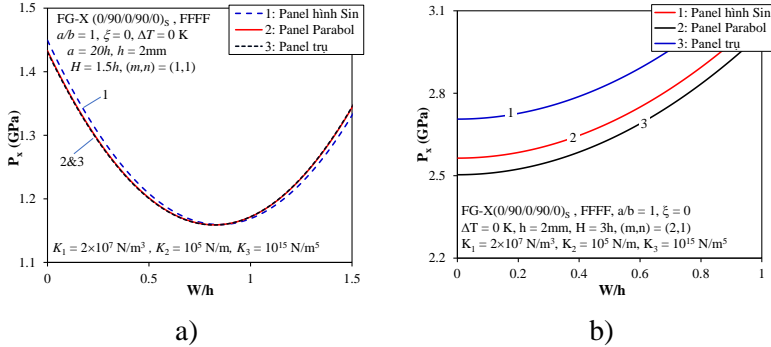
### 4.5. Các kết quả khảo sát và thảo luận

**Bảng 4.3.** Ảnh hưởng kiểu phân bố graphene và nhiệt độ đến tải tới hạn  $P_{cr}$  (MPa) của ba loại panel FG-GRC chịu nén dọc trục (FFFF,  $a/b=1$ ,  $h=2mm$ ,  $a=20h$ ,  $H=1.5h$ ,  $R=0.068167m$ ,  $(m;n)=(1;1)$ )

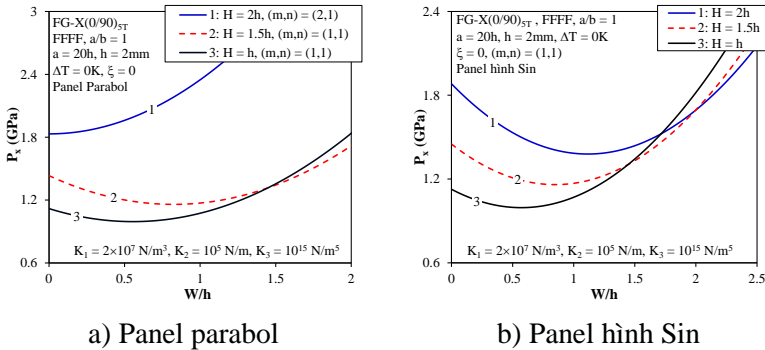
| (0) <sub>10T</sub> | FG-X            | UD       | FG-O     | FG-V     | FG-A     |
|--------------------|-----------------|----------|----------|----------|----------|
|                    | $\Delta T = 0K$ |          |          |          |          |
| Panel Parabol      | 1433.138        | 1349.139 | 1121.902 | 1152.995 | 1253.432 |
| Panel hình Sin     | 1449.595        | 1365.970 | 1138.359 | 1168.504 | 1270.834 |
| Panel trụ          | 1431.146        | 1347.102 | 1119.911 | 1151.111 | 1251.333 |

Tải tới hạn của panel Parabol, panel hình Sin và panel trụ tương ứng với năm kiểu phân bố graphene (FG-X, UD, FG-O, FG-V và FG-A) được

trình bày và so sánh trong Bảng 4.3. Quan sát thấy tải tới hạn của panel hình Sin là lớn nhất và tải tới hạn của panel trụ là nhỏ nhất. Tải tới hạn của các panel gia cường graphene theo kiểu FG-X là lớn nhất và tải tới hạn của các panel gia cường graphene theo kiểu FG-O là nhỏ nhất.



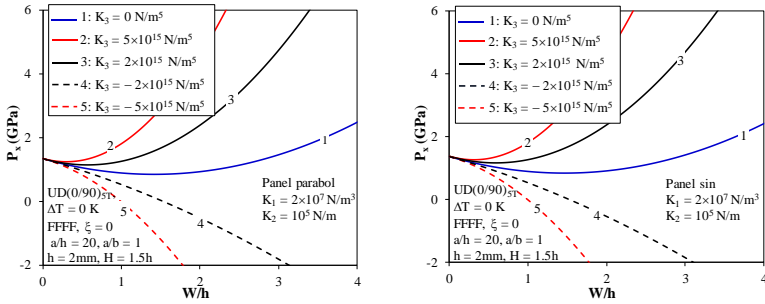
**Hình 4.5.** So sánh đường cong  $P_x - W/h$  của ba kiểu panel chịu nén dọc trục



**Hình 4.8.** Ảnh hưởng của độ nâng  $H$  đến đường cong  $P_x - W/h$  của các panel chịu nén dọc trục.

Đường cong sau mất ổn định  $P_x - W/h$  của các loại panel chịu nén dọc trục được so sánh trong Hình 4.5. Có thể thấy xu hướng của các đường cong là như nhau và hiện tượng hợp quan sát rất rõ trong Hình 4.5a. Khi các panel có độ nâng  $H$  nhỏ, các đường cong  $P_x - W/h$  rất sát nhau và có sự giao cắt trong miền độ võng lớn (Hình 4.5a). Ngược lại khi panel có độ nâng

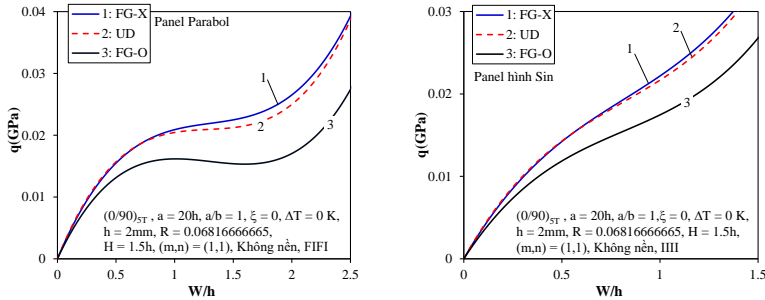
$H$  lớn các đường cong  $P_x - W/h$  của các panel tách biệt hoàn toàn, hiện tượng hóp khó quan sát hơn trong Hình 4.5b, khả năng chịu tải sau mất ổn định của panel tăng khi độ võng tăng và đường cong  $P_x - W/h$  của panel hình Sin cao nhất và gần như song song với các đường cong  $P_x - W/h$  của panel trụ và panel Parabol (Hình 4.5b). Ảnh hưởng của độ nâng  $H$  đến tải tới hạn và các đường cong  $P_x - W/h$  của các loại panel được trình bày trong Hình 4.8. Độ nâng  $H$  tăng lên làm tăng tải tới hạn và nâng cao đường cong  $P_x - W/h$  của các loại panel.



a) Panel parabol

b) Panel hình Sin

**Hình 4.11.** Ảnh hưởng độ cứng nền phi tuyến  $K_3$  đến đường cong  $P_x - W/h$  của panel Parabol và panel hình Sin chịu nén dọc trục.



a) Panel parabol

b) Panel hình Sin

**Hình 4.14.** Ảnh hưởng của các kiểu phân bố graphene đến đường cong  $q - W/h$  của các panel chịu áp lực ngoài



Ảnh hưởng của hệ số nền phi tuyến  $K_3$  đến đường cong sau mất ổn định  $P_x - W/h$  của panel Parabol và panel hình Sin chịu nén dọc trục được trình bày trên Hình 4.11. Các giá trị  $K_3$  không làm thay đổi tải rẽ nhánh, tuy nhiên lại làm thay đổi đáng kể xu hướng đường cong sau mất ổn định  $P_x - W/h$  của các loại panel trong miền độ võng lớn.

Ảnh hưởng của các kiểu phân bố graphene đến đường cong  $q - W/h$  của panel Parabol và panel hình Sin chịu áp lực ngoài được trình bày trong Hình 4.14. Rõ ràng là khả năng chịu tải của panel tốt nhất khi graphene phân bố theo kiểu FG-X.

#### **Kết luận chương 4**

Từ các kết quả khảo sát, luận án đưa ra một số nhận xét sau:

1. Hiện tượng hóp xảy ra trong miền độ võng dương với cả ba loại vỏ panels. Xu hướng Đường cong  $P_x - W/h$  của các vỏ panel là giống nhau trong tất cả các khảo sát.
2. Trong trường hợp các panel chịu áp lực ngoài, hiện tượng hóp và điểm rẽ nhánh không quan sát được trong tất cả các trường hợp khảo sát.
3. Khi cùng độ nâng  $H$ , khả năng chịu tải nén của panel hình Sin là cao nhất và khả năng chịu tải nén của panel Parabol là thấp nhất.

*Nội dung chương này đã được công bố trong 02 bài báo, trong đó 01 bài báo trong nước và 01 bài báo trên tạp chí quốc tế đó là các công trình 11 và 12 trong danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án.*

### **KẾT LUẬN**

Luận án đã có những đóng góp mới nổi bật như sau:

1. Luận án đã phân tích ổn định phi tuyến của các loại tấm vỏ FG-GRC có gân gia cường FG-GRC hoặc có lõi Auxetic chịu tải trọng xoắn, nén dọc trục, áp lực ngoài trong môi trường nhiệt.

2. Luận án phát triển kỹ thuật san đều tác dụng gân dị hướng, áp dụng cho gân làm bằng FG-GRC trong khuôn khổ lý thuyết vỏ Donell và HSDT, có xét đến các thành phần ứng suất nhiệt trong gân.

3. Trong quá trình tính bài toán về vỏ trống FG-GRC chịu tải xoắn có nền đàn hồi bao quanh, lần đầu tiên ứng suất theo chu vi  $\sigma_{\theta y}$  được xét đến trong hàm ứng suất để nhằm sử dụng đầy đủ các phương trình tính toán sau Galerkin, từ đó liên hệ giữa tải trọng và độ võng được thể hiện chính xác hơn.

4. Luận án cũng đề xuất phương pháp để tìm được hàm ứng suất theo nghĩa trung bình bao gồm các thành phần tuyến tính và phi tuyến của hàm ứng suất trong phân tích ổn định phi tuyến của hai loại panel Parabol và panel hình Sin chịu áp lực ngoài, chịu nén dọc trục trong môi trường nhiệt.

5. Nền đàn hồi phi tuyến được xem xét trong phân tích các bài toán tẩm, panel trụ FG-GRC có gân gia cường chịu tải cơ kết hợp, và trong các bài toán panel Parabol và panel Sin chịu nén dọc trục trong môi trường nhiệt.

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ

### LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Cao Van Doan, Vu Tho Hung, Nguyen Thi Phuong, Vu Hoai Nam, “*Torsional buckling and postbuckling behavior of stiffened FG-GRC toroidal shell segments surrounded by elastic foundation*”. International Journal of Computational Materials Science and Engineering, 2023, 12, 2350001.

2. Nguyen Thi Phuong, Vu Minh Duc, Dang Thuy Dong, Cao Van Doan, Pham Thanh Hieu, Vu Hoai Nam, “*An analytical approach of nonlinear buckling behavior of torsionally loaded auxetic core toroidal shell segments with graphene reinforced polymer coatings*”. Advanced Composite Materials, 2023, 32, 400–418.

3. Nguyen Thi Phuong, Vu Minh Duc, Cao Van Doan, Vu Hoai Nam, “*Nonlinear torsional buckling of functionally graded graphene-reinforced composite (FG-GRC) laminated cylindrical shells stiffened by FG-GRC laminated stiffeners in thermal environment*”. Polymer Composites, 2021, 42, 3051–3063.

4. Vu Hoai Nam, Vu Minh Duc, **Cao Van Doan**, Nguyen Thi Thanh Xuan, Nguyen Thi Phuong, “*Nonlinear postbuckling behavior of auxetic-core toroidal shell segments with Graphene reinforced face sheets under axial loads*”. Archives of Mechanics, 2022, 74, 89–108.
5. Vu Hoai Nam., Nguyen Thi Phuong, Ho Si Lanh, Vu Minh Duc, **Cao Van Doan**, “*Nonlinear buckling analysis of stiffened FG-GRC laminated cylindrical shells subjected to axial compressive load in thermal environment*”. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2023, 51, 3678–3694.
6. **Cao Van Doan**, Vu Hoai Nam, Nguyen Thi Phuong, “*Nonlinear Electro-Thermo-Torsional Buckling Analysis of Stiffened Functionally Graded Graphene-Reinforced Composite Laminated Toroidal Shell Segments*”. Journal of Engineering Mechanics, 2023, 149, 04022106.
7. Nguyen Thi Phuong, Dang Thuy Dong, **Cao Van Doan**, Vu Hoai Nam, “*Nonlinear buckling of higher-order shear deformable stiffened FG-GRC laminated plates with nonlinear elastic foundation subjected to combined loads*”. Aerospace Science and Technology, 2023, 127, 107736.
8. Vu Hoai Nam, Dang Thuy Dong, **Cao Van Doan**, Nguyen Thi Phuong, “*Nonlinear Thermo-Electro-Mechanical Buckling of Higher-Order Shear Deformable Stiffened FG-GRC Laminated Plates*”. International Journal of Applied Mechanics, 2022, 14, 2250051.
9. Nguyen Thi Phuong, Dang Thuy Dong, **Cao Van Doan**, Vu Hoai Nam, “*Nonlinear buckling of stiffened FG-GRC cylindrical panels under axial compression with the uniformly distributed temperature variation*”. The European Physical Journal Plus, 2023, 138.
10. Vu Hoai Nam, Dang Thuy Dong, **Cao Van Doan**, Nguyen Thi Phuong, “*Nonlinear buckling of axially compressed FG-GRC stiffened cylindrical panels with a piezoelectric layer by using Reddy’s higher-order shear deformation theory*”. Polymer Composites, 2022, 43,7952-7966.
11. Vu Hoai Nam, **Cao Van Doan**, Nguyen Thi Phuong, “*A new analytical approach to the nonlinear buckling and postbuckling behavior of functionally graded graphene reinforced composite laminated cylindrical, parabolic, and half-sinusoid shallow imperfect panels*”. Polymer Composites, 2023, 1-18.
12. Nguyen Thi Phuong, **Cao Van Doan**, Vu Hoai Nam, “*Postbuckling analysis of externally pressured parabola, sinusoidal and cylindrical FG-GRCL panels using HSDT*”. Journal of Science and Transport Technology, 2023, 3(2), 34-42.