

**BỘ GIÁO DỤC  
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

**HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ**

---



**Phạm Văn Hoàn**

**PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN PANEL TRỤ VÀ VỠ  
TRỤ LÀM BẰNG VẬT LIỆU FGP CHỊU TẢI CƠ  
TRONG MÔI TRƯỜNG NHIỆT**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ  
CƠ KỸ THUẬT**

**Ngành: Cơ kỹ thuật**

**Mã số: 9520101**

*Hà Nội - Năm 2024*

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ,  
Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

Người hướng dẫn khoa học:

1. Người hướng dẫn: PGS.TS. Lê Khả Hòa, Học viện Hậu cần
2. Người hướng dẫn: PGS.TS. Đào Như Mai, Học viện Khoa học và Công nghệ

Phản biện 1: GS.TS. Nguyễn Việt Khoa

Phản biện 2: PGS.TS. Vũ Đỗ Long

Phản biện 3: PGS.TS. Trần Hữu Quốc

Luận án được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi 09 giờ 00, ngày 14 tháng 11 năm 2024

Có thể tìm hiểu luận án tại:

1. Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
2. Thư viện Quốc gia Việt Nam

## MỞ ĐẦU

### 1. Tính cấp thiết của luận án

Một trong những phát triển mới nhất gần đây của vật liệu FGM là vật liệu xốp hay vật liệu rỗng (porous materials) có các lỗ rỗng (hay bọt xốp) trong cấu trúc vật liệu. Các lỗ rỗng trong loại vật liệu này phân bố liên tục với qui luật xác định theo mong muốn của người thiết kế. Nhờ ưu điểm là nhẹ và khả năng hấp thụ năng lượng tốt nên vật liệu FGP được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khoa học kỹ thuật khác nhau.

Kết cấu dạng vỏ đóng vai trò quan trọng và ngày càng được sử dụng rộng rãi trong các ngành kỹ thuật hiện đại. Các nghiên cứu về ổn định và sau mất ổn định của các kết cấu dạng vỏ làm bằng vật liệu FGP đã nhận được sự quan tâm rất lớn của các nhà khoa học trong và ngoài nước.

Từ những phân tích trên, luận án nghiên cứu lựa chọn đề tài: “Phân tích ổn định phi tuyến panel trụ và vỏ trụ làm bằng vật liệu FGP chịu tải cơ trong môi trường nhiệt”.

### 2. Mục tiêu của luận án

Phân tích ổn định phi tuyến của kết cấu panel trụ và vỏ trụ làm bằng vật liệu FGP chịu nén dọc trục, áp lực ngoài, tải xoắn trong môi trường nhiệt, có kể đến độ không hoàn hảo hình học ban đầu, gân FGM gia cường, nền đàn hồi.

### 3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu của luận án

Đối tượng nghiên cứu của luận án là các panel trụ và vỏ trụ được làm từ vật liệu xốp có cơ tính biến đổi (FGP). Phạm vi nghiên cứu của luận án là kết cấu vỏ làm bằng vật liệu FGP chịu tác dụng của tải trọng cơ nhiệt.

### 4. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp giải tích: Luận án sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất và kỹ thuật san đều tác dụng gân của Lekhnitskii, kết hợp với phương pháp Galerkin được áp dụng để giải bài toán phi tuyến.

### 5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Bài toán phân tích ổn định và sau mất ổn định của kết cấu dạng vỏ có ý nghĩa quan trọng trong lĩnh vực cơ học kết cấu. Các kết quả nghiên cứu của luận án có đóng góp mới trong lĩnh vực phân tích kết cấu panel và vỏ trụ FGP, là tham khảo giá trị cho các nhà thiết kế và chế tạo kết cấu FGP.

## 6. Bộ cục của luận án

Luận án gồm mở đầu, bốn chương nội dung, kết luận, các công trình khoa học của tác giả, tài liệu tham khảo và phụ lục.

### Chương 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

Chương 1 (16 trang), trình bày các khái niệm, tính chất, các loại FGM, các quy luật phân bố xếp FG, tiêu chuẩn ổn định tĩnh, tình hình nghiên cứu về bài toán ổn định kết cấu vỏ làm bằng vật liệu FGM, vật liệu FGP không có gân gia cường và có gân gia cường. Từ đó, phân tích các vấn đề đã được nghiên cứu, các vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu trong luận án.

### Chương 2. PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN TUYẾN CỦA PANEL TRỤ FGP CHỊU NÉN ĐỌC TRỰC

#### 2.1. Đặt vấn đề

Chương 2 (31 trang) sử dụng lý thuyết vỏ Donnell và áp dụng phương pháp Galerkin giải quyết ba bài toán ổn định phi tuyến tĩnh của kết cấu.

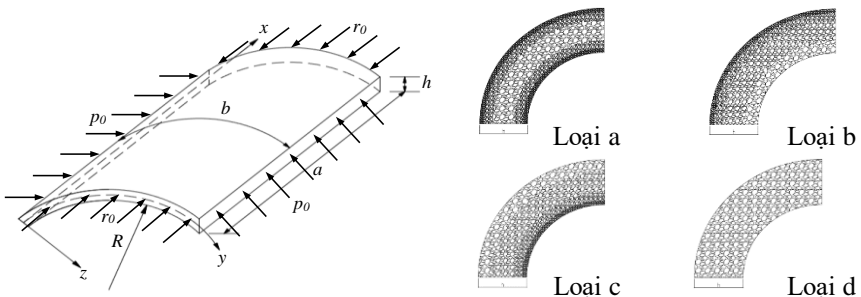
Bài toán 1: Phân tích ảnh hưởng của các mô hình phân bố độ xếp đến ổn định phi tuyến của panel trụ FGP.

Bài toán 2: Phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP với các điều kiện biên khác nhau.

Bài toán 3: Phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP đặt trên nền đàn hồi.

#### 2.2. Phân tích ảnh hưởng của các mô hình phân bố độ xếp đến ổn định phi tuyến của panel trụ FGP

Xét panel trụ FGP và hệ tọa độ  $xyz$  như được mô tả trên Hình 2.1.



Hình 2.1: Panel trụ FGP với bốn loại phân bố độ xếp khác nhau

**Loại a:** Phân bố xấp đối xứng

$$E_{sh}(z) = E_m \left[ 1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right] \quad (2.1a)$$

**Loại b,c:** Phân bố xấp không đối xứng

$$E_{sh}(z) = E_m \left[ 1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (2.1b)$$

$$E_{sh}(z) = E_m \left[ 1 - e_0 \sin\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (2.1c)$$

**Loại d:** phân bố xấp đồng đều

$$E_{sh}(z) = E_m (1 - e_0 \lambda) \quad (2.1d)$$

Các phương trình cân bằng phi tuyến của panel trụ FGP không hoàn hảo là

$$A_3 \nabla^4 f + \frac{1}{R} f_{,xx} + A_4 \nabla^4 w + f_{,yy} (w_{,xx} + w_{,xx}^*) - 2f_{,xy} (w_{,xy} + w_{,xy}^*) + f_{,xx} (w_{,yy} + w_{,yy}^*) = 0 \quad (2.18)$$

$$\nabla^4 f + A_1 \nabla^4 w - A_2 (w_{,xy}^2 - w_{,xx} w_{,yy} - w_{,xx} / R + 2w_{,xy} w_{,xy}^* - w_{,xx} w_{,yy}^* - w_{,yy} w_{,xx}^*) = 0 \quad (2.19)$$

Xét panel trụ bốn cạnh tựa đơn, chọn  $w, f$  có dạng

$$w = W \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}; \quad w^* = \xi h \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

$$f = F \left[ \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} - \beta(x) - \lambda(y) \right] \quad (2.21)$$

Thay biểu thức (2.21) vào (2.18; 2.19), sử dụng phương pháp Galerkin, được

$$S_1 W + S_2 W^2 + S_3 W \xi h + S_4 W (W + \xi h) (W + 2\xi h) +$$

$$+ S_5 h (W + \xi h) \left( r_0 \frac{m^2 b^2}{a^2} + p_0 n^2 \right) - \frac{16b^4}{mn\pi^2} \left( \frac{m^2 b^2}{a^2} + n^2 \right)^2 \frac{p_0 h}{R} \delta_1 \delta_2 = 0 \quad (2.24)$$

Xét panel chỉ chịu nén dọc trục ( $N_{x0} = -r_0 h$ ,  $N_{y0} = -p_0 h = 0$ ). Biểu thức (2.24) trở thành

$$r_0 = \frac{a^2}{-S_3 m^2 h b^2 (W + \xi h)} \left[ S_1 W + S_2 W^2 + S_3 W \xi h + S_4 W (W + \xi h) (W + 2\xi h) \right] \quad (2.25)$$

Biểu thức 2.25 được sử dụng để phân tích ảnh hưởng các mô hình phân bố xôp đến ổn định phi tuyến của panel trụ FGP không hoàn hảo.

### Khảo sát số

Bảng 2.3. Ảnh hưởng của mô hình phân bố độ xôp và  $e_0$  đến tải trọng tới hạn.

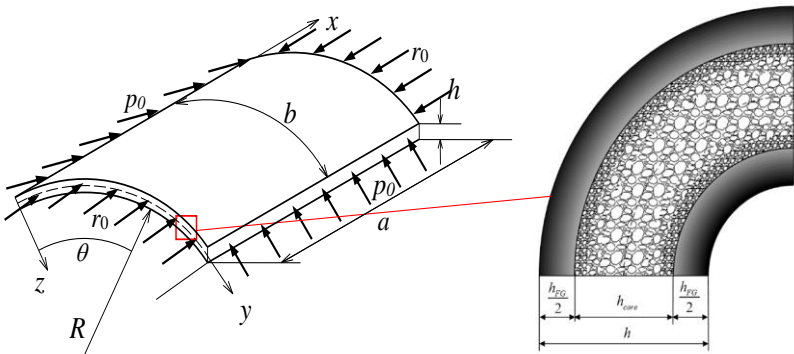
$$E=2.0779 \times 10^{11} \text{Pa}, h=0.01 \text{m}, b/h=80, a/b=2, a/R=0.5, \zeta=0$$

$r_c$ (MPa)	$e_0=0$	$e_0=0.3$	$e_0=0.5$	$e_0=0.7$
Loại a	393.9363(1,1)	333.8215(1,1)	293.7449(1,1)	253.6684(1,1)
Loại b	393.9363(1,1)	319.9092(1,1)	267.5390(1,1)	210.8125(1,1)
Loại c	393.9363(1,1)	319.9092(1,1)	267.5390(1,1)	210.8125(1,1)
Loại d	393.9363(1,1)	316.2687(1,1)	260.7247(1,1)	199.7436(1,1)

Bảng 2.3 cho thấy, tải trọng nén tới hạn của panel trụ phân bố xôp đối xứng (Loại a) là lớn nhất, thứ hai là tải trọng nén tới hạn của panel trụ phân bố xôp không đối xứng (Loại b và Loại c), và tải trọng tới hạn của panel trụ phân bố xôp đều (Loại d) là nhỏ nhất.

### 2.3. Phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP với các điều kiện biên khác nhau

Xét panel trụ sandwich FGP đối xứng và hệ tọa độ  $xyz$  như mô tả Hình 2.6.



Hình 2.6. Mô hình panel trụ sandwich FGP

Mô đun Young và hệ số Poisson là

$$(E_{sh}, \nu_{sh}) = \begin{cases} (E_c, \nu_c) + (E_{mc}, \nu_{mc}) \left( \frac{2z + h_{FG} + h_{core}}{h_{FG}} \right)^k, & \text{khi } \frac{h_{FG} + h_{core}}{2} \leq z \leq -\frac{h_{core}}{2} \\ (E_m, \nu_m) \left[ 1 - e_0 \cos \left( \frac{\pi z}{h_{core}} \right) \right], & \text{khi } -\frac{h_{core}}{2} \leq z \leq \frac{h_{core}}{2} \\ (E_c, \nu_c) + (E_{mc}, \nu_{mc}) \left( \frac{-2z + h_{FG} + h_{core}}{h_{FG}} \right)^k, & \text{khi } \frac{h_{core}}{2} \leq z \leq \frac{h_{FG} + h_{core}}{2} \end{cases} \quad (2.29)$$

**Trường hợp 1:** Bốn cạnh tựa đơn (SSSS). Biểu thức (2.25) được thiết lập để phân tích ổn định của panel trụ sandwich FGP không hoàn hảo chịu nén dọc trục.

**Trường hợp 2:** hai cạnh thẳng ngàm, hai cạnh còn lại tựa đơn. Chọn  $w, f$  là

$$\begin{aligned} w &= W \sin \frac{m\pi x}{a} \left( 1 - \cos \frac{2n\pi y}{b} \right) \\ f &= F \left[ \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} - \lambda(y) \right], \quad F \frac{d^2 \lambda(y)}{dy^2} = r_0 h \\ w^* &= \xi h \sin \frac{m\pi x}{a} \left( 1 - \cos \frac{2n\pi y}{b} \right), \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.31)$$

Thế (2.31) vào (2.18-2.19), và sử dụng phương pháp Galerkin, được

$$r_0 = \frac{-4a}{3bh m^2 \pi^2} \left[ C_1 \frac{W}{(W + \xi h)} + C_2 \frac{W(W + 2\xi h)}{(W + \xi h)} + C_3 W + C_4 W(W + 2\xi h) \right] \quad (2.34)$$

Biểu thức (2.34) được sử dụng để phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP với các điều kiện biên khác nhau.

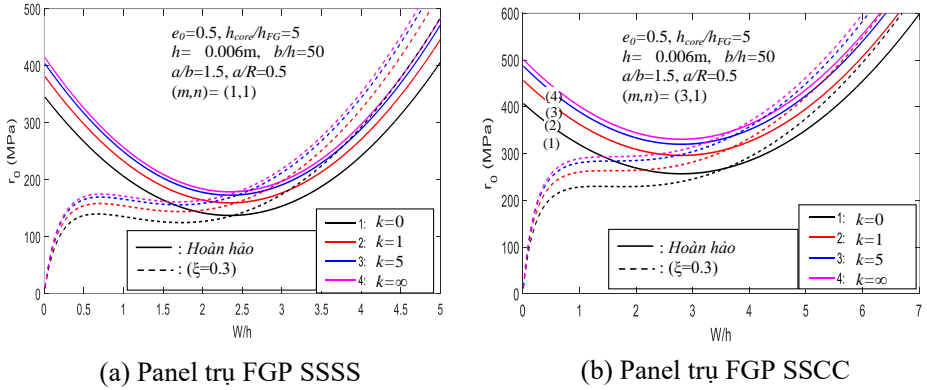
### Khảo sát số

Bảng 2.6. Ảnh hưởng của  $e_0$  và  $h_{core}/h_{FG}$  đến tải trọng tới hạn.  $k=1$ ,  $h=0.006\text{m}$ ,  $a/b=1.5$ ,  $b/h=50$ ,  $a/R=0.5$ ,  $\zeta=0$ .

$r_{cr}$ (MPa)	Điều kiện biên	$e_0=0$	$e_0=0.5$	$e_0=0.8$
$h_{core}/h_{FG}=0$	SSSS	587.0261(1,1)	587.0261(1,1)	587.0261(1,1)
	SSCC	677.8399(3,1)	677.8399(3,1)	677.8399(3,1)
$h_{core}/h_{FG}=5$	SSSS	468.9710(1,1)	382.9550(1,1)	331.3454(1,1)
	SSCC	537.8872(3,1)	457.3689(3,1)	409.0579(3,1)
$h_{core}/h_{FG}=10$	SSSS	452.4019(3,1)	355.5114(1,1)	296.8736(1,1)
	SSCC	516.6474(3,1)	422.1734(3,1)	365.4889(3,1)

Bảng 2.6 cho thấy tải trọng dọc trục tới hạn giảm khi hệ số độ rỗng  $e_0$  hoặc tỉ lệ  $h_{core}/h_{FG}$  tăng. Bảng 2.6 cũng cho thấy ảnh hưởng của hai loại điều kiện biên đến tải nén dọc trục tới hạn của panel trụ sandwich FGP, ta thấy rằng tải trọng dọc trục tới hạn trường hợp panel trụ bốn cạnh tựa đơn nhỏ hơn trường hợp panel trụ có hai cạnh cong tựa đơn và hai cạnh thẳng ngàm.

Hình 2.10 mô tả ảnh hưởng của chỉ số phần thể tích đến đường cong quan hệ tải - độ võng, ta thấy khi giá trị chỉ số phần thể tích  $k$  tăng thì tải trọng tới hạn cũng tăng.



Hình 2.10. Ảnh hưởng của  $k$  đối với  $r_0 - W/h$

## 2.4. Phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP trên nền đàn hồi

Xét panel trụ sandwich FGP đối xứng và hệ tọa độ  $xyz$  như mô tả Hình 2.6. Mô đun Young và hệ số Poisson được xác định là (2.29).

Các phương trình cân bằng phi tuyến của panel trụ sandwich FGP không hoàn hảo trên nền đàn hồi là (2.19) và (2.38)

$$\begin{aligned}
 & A_3 \nabla^4 f + \frac{1}{R} f_{,xx} + A_4 \nabla^4 w + f_{,yy} (w_{,xx} + w_{,xx}^*) - 2f_{,xy} (w_{,xy} + w_{,xy}^*) + \\
 & + f_{,xx} (w_{,yy} + w_{,yy}^*) + K_2 (w_{,xx} + w_{,yy}) - K_1 w = 0
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Giả sử bốn cạnh được đỡ đơn giản. Chọn  $w$  dạng



$$w = W \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad w^* = \xi h \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y, \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.39)$$

Thay (2.39) vào (2.19; 2.38), rồi dùng phương pháp Galerkin, được

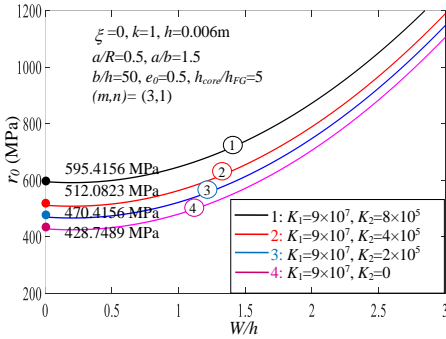
$$S_1^* W + S_2^* (W^2 + 2\xi h W) + S_3^* W (\xi h + W) - S_4^* (\xi h + W) (W^2 + 2\xi h W) - \frac{1}{4} \left[ K_2 \left( \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) + K_1 \right] W = (\xi h + W) \frac{1}{4} \left( N_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + N_y \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) - \frac{N_y}{R} \frac{4}{mn\pi^2} \delta_1 \delta_2 \quad (2.41)$$

Xét panel trụ FGP chịu tải trọng dọc trục với, (2.41) trở thành

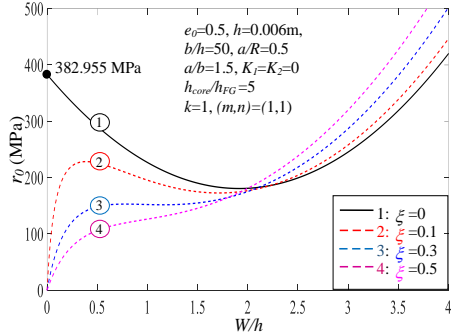
$$r_0 = \frac{-4a^2}{hm^2 \pi^2 (\xi h + W)} \left\{ S_1 W + S_2 W (W + 2\xi h) + S_3 W (\xi h + W) - S_4 W (\xi h + W) (W + 2\xi h) - \frac{1}{4} \left[ K_2 \left( \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) + K_1 \right] W \right\} \quad (2.42)$$

Biểu thức (2.45) được dùng để phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP trên nền đàn hồi.

### Khảo sát số



Hình 2.17. Ảnh hưởng của  $K_1$  và  $K_2$  đối với  $r_0 - W/h$



Hình 2.20. Ảnh hưởng của  $\xi$  đối với  $r_0 - W/h$

Hình 2.17 mô tả ảnh hưởng của  $K_1$  và  $K_2$  đối với  $r_0 - W/h$ . Hình 2.17 cho thấy, tải trọng trục trên tăng khi hệ số nền tăng. Hình 2.20 mô tả ảnh hưởng của  $\xi$  đối với  $r_0 - W/h$ . Hình 2.20 cho thấy, các đường cong của panel trụ FGP không hoàn hảo bắt đầu từ gốc tọa độ và đường cong của panel trụ FGP hoàn hảo bắt đầu tại một điểm trên trục tọa độ thẳng đứng, tức là độ võng của panel trụ FGP hoàn hảo chỉ xuất hiện khi tải đạt tới hạn.

## **Kết luận chương 2**

Chương 2 đã giải quyết những nội dung chủ yếu sau

1. Nghiên cứu ảnh hưởng của bốn mô hình phân bố độ xốp đến ổn định phi tuyến của panel trụ xốp FG chịu nén đều dọc trục.
2. Phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP không hoàn hảo với hai điều kiện biên khác nhau chịu tải trọng nén đều dọc trục.
3. Phân tích ổn định của panel trụ sandwich FGP không hoàn hảo chịu tải trọng nén đều dọc trục trên nền đàn hồi (mô hình nền Pasternak).

### **Từ các kết quả số, rút ra một số nhận xét đáng chú ý sau**

1. Trong bốn mô hình phân bố độ xốp được xem xét, panel trụ FGP có mô hình phân bố xốp đối xứng chịu nén dọc trục tốt nhất.
2. Hệ số độ xốp, nền đàn hồi ảnh hưởng đáng kể đến khả năng chịu nén dọc trục của panel trụ FGP.
3. Panel trụ sandwich FGP hai cạnh cong tựa đơn, hai cạnh thẳng ngàm chịu nén dọc trục tốt hơn panel trụ sandwich FGP bốn biên tựa đơn.
4. Panel trụ FGP càng mảnh khả năng chịu nén dọc trục càng kém.
5. Panel trụ FGP giàu gốm chịu nén dọc trục tốt hơn giàu kim loại.

## **Chương 3. PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ FGP CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU NÉN TRỤC HOẶC ÁP LỰC NGOÀI**

### **3.1. Đặt vấn đề**

Chương 3 (37 trang) sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, kỹ thuật san gân, phương pháp Galerkin giải quyết các bài toán ổn định phi tuyến sau

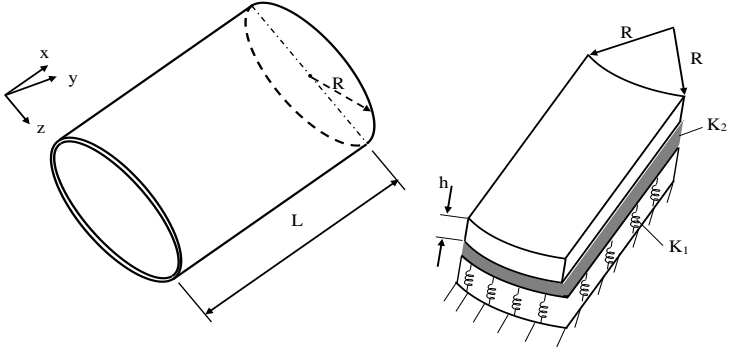
Bài toán 1: Phân tích ảnh hưởng của các mô hình phân bố độ xốp đến ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGP.

Bài toán 2: Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường chịu nén dọc trục.

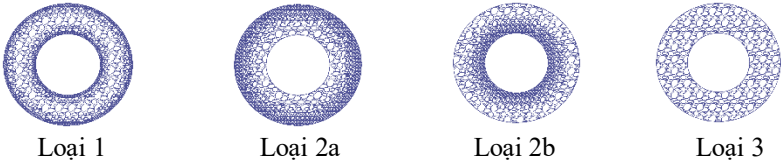
Bài toán 3: Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường chịu áp lực ngoài.

### **3.2. Phân tích ảnh hưởng của các mô hình phân bố độ xốp đến ổn định của vỏ trụ FGP**

Xét vỏ trụ FGP và hệ trục tọa độ  $xyz$  như Hình 3.1. Vỏ trụ FGP được nghiên cứu với bốn kiểu phân bố độ xốp như mô tả trên Hình 3.2.



Hình 3.1. Mô hình vỏ trụ xoắn FG được bao quanh bởi nền đàn hồi



Hình 3.2. Các mô hình phân bố xoắn của vỏ trụ FGP

Mô đun Young và hệ số giãn nở nhiệt của vỏ là

Loại 1: Phân bố xoắn đối xứng

$$E_{sh}(z) = E_m \left[ 1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right]; \quad \alpha_{sh}(z) = \alpha_m \left[ 1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right] \quad (3.1)$$

Loại 2a,b: Phân bố xoắn không đối xứng

$$E_{sh}(z) = E_m \left[ 1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right]; \quad \alpha_{sh}(z) = \alpha_m \left[ 1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (3.2a)$$

$$E_{sh}(z) = E_m \left[ 1 - e_0 \sin\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right]; \quad \alpha_{sh}(z) = \alpha_m \left[ 1 - e_0 \sin\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (3.2b)$$

Loại 3: phân bố xoắn đồng đều

$$E_{sh}(z) = E_m (1 - e_0 \lambda); \quad \alpha_{sh}(z) = \alpha_m (1 - e_0 \lambda) \quad (3.3)$$

Các phương trình cân bằng phi tuyến của vỏ trụ FGP trong môi trường nhiệt trên nền đàn hồi là

$$A_3 \nabla^4 \varphi + \frac{1}{R} \varphi_{,xx} + A_4 \nabla^4 w + \varphi_{,yy} w_{,xx} - 2\varphi_{,xy} w_{,xy} + K_2 (w_{,xx} + w_{,yy}) - K_1 w = 0 \quad (3.4)$$

$$\nabla^4 \varphi + A_1 \nabla^4 w - A_2 (w_{,xy}^2 - w_{,xx} w_{,yy} - w_{,xx} / R) = 0 \quad (3.5)$$

Giả sử vỏ trụ được đỡ đơn giản ở các cạnh  $x = 0, x = L$ . Độ võng của vỏ là

$$w = w(x, y) = f_0 + f_1 \sin \alpha x \cdot \sin \beta y + f_2 \sin^2 \alpha x \quad (3.6)$$

Thế (3.6) vào (3.4; 3.5), áp dụng phương pháp Galerkin, thu được

$$-\frac{2\sigma_{0y}h}{R} - K_1(f_2 + 2f_0) = 0 \quad (3.9)$$

$$f_1^2 = \frac{ph\alpha^2 + \sigma_{0y}h\beta^2 - [H_{01} + H_{04}f_2^2 + H_{05}f_2 + K_2(\alpha^2 + \beta^2) + K_1]}{H_{03}} \quad (3.10)$$

$$H_{06}f_2 + 8\alpha^2 f_2 ph + H_{07}f_1^2 + H_{08}f_1^2 f_2 - 8\frac{\sigma_{0y}h}{R} - 8K_2\alpha^2 f_2 - 6K_1f_2 - 8K_1f_0 = 0 \quad (3.11)$$

Điều kiện chu vi kín của vỏ trụ, suy ra

$$8C_{12}^* ph - 8\frac{1}{A_2} \sigma_{0y} h + \frac{4}{R} (2f_0 + f_2) - \beta^2 f_1^2 + 8C_{26}^* \phi_1 = 0 \quad (3.12)$$

Sử dụng các phương trình (3.9-3.12), ta được

$$p = -\frac{1}{[H_{07}L_{11} + (8\alpha^2 + H_{08}L_{11})f_2]h} [H_{07}L_{12} + (H_{06} + H_{07}L_{13} + H_{08}L_{12} - 8K_2\alpha^2 - 4K_1)f_2 + (H_{07}L_{14} + H_{08}L_{13})f_2^2 + H_{08}L_{14}f_2^3 - 8RK_1\beta^2L_0 \left(\frac{H_{07}}{H_{03}} + \frac{H_{08}}{H_{03}}f_2\right) C_{26}^*\phi_1] \quad (3.17)$$

Cho  $f_2 \rightarrow 0$ , ta thu được tải trọng tới hạn trên

$$p_{upper} = -\frac{1}{H_{03}L_{11}h} [H_{03}L_{12} - 8RK_1\beta^2L_0C_{26}^*\phi_1] \quad (3.18)$$

Độ võng lớn nhất của vỏ

$$W_{max} = L_{01}ph + L_{02} + (L_{03} + 1)f_2 + L_{04}f_2^2 + 8L_{05}C_{26}^*\phi_1 + \left[ L_{11}ph + L_{12} + L_{13}f_2 + L_{14}f_2^2 - \frac{8RK_1\beta^2L_0}{H_{03}} C_{26}^*\phi_1 \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

Biểu thức (3.17), (3.18) và (3.20) dùng để phân tích ảnh hưởng của các mô hình phân bố độ xoắn đến ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGP

### Khảo sát số

Bảng 3.3 cho thấy, tải trọng nén dọc trục tới hạn của vỏ trụ FGP phân bố xoắn không đối xứng Loại 2a là lớn nhất, thứ hai là vỏ trụ phân bố xoắn đối xứng Loại 1 và thứ ba là vỏ trụ phân bố xoắn không đối xứng Loại 2b, và nhỏ

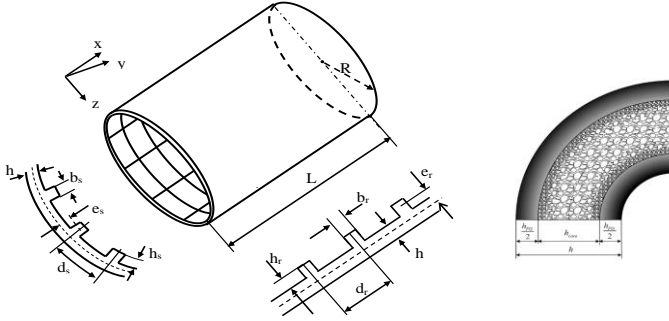
nhất là vỏ trụ phân bố xấp đều Loại 3. Bảng 3 cũng cho thấy, tải trọng tới hạn của vỏ trụ giảm khi  $\Delta T$  tăng.

Bảng 3.3. Ảnh hưởng của kiểu phân bố độ xấp và  $\Delta T$  đến tải trọng tới hạn của vỏ trụ FGP.  $h=0.01\text{m}$ ,  $R/h=100$ ,  $L/R=1.5$ ,  $e_0=0.4$ ,  $K_I=2\times 107\text{N/m}^3$ ,  $K_2=1.5\times 105\text{N/m}$

$p_{cr}$ (MPa)	$\Delta T=0\text{K}$	$\Delta T=200\text{K}$	$\Delta T=400\text{K}$
Loại 1	1026.9885(8,4)	984.9455(8,4)	892.0460(8,4)
Loại 2a	1884.2215(12,2)	1806.6467(12,2)	1634.6992(12,2)
Loại 2b	962.2595(8,5)	922.7552(8,5)	835.6489(8,5)
Loại 3	945.7243(8,5)	906.9270(8,5)	821.3684(8,5)

### 3.3. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường chịu nén dọc trục

Xét vỏ trụ sandwich FGP có gân trực giao gia cường như mô tả Hình 3.7.



Hình 3.7. Mô hình vỏ trụ sandwich FGP có gân trực giao gia cường  
Mô đun Young và hệ số giãn nở nhiệt của vỏ

$$\left( \begin{array}{c} E_{sh} \\ \alpha_{sh} \end{array} \right) = \begin{cases} \left( \begin{array}{c} E_c \\ \alpha_c \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} E_{mc} \\ \alpha_{mc} \end{array} \right) \left( \frac{2z + h_{FG} + h_{core}}{h_{FG}} \right)^k, & -\frac{h_{FG} + h_{core}}{2} \leq z \leq -\frac{h_{core}}{2} \\ \left( \begin{array}{c} E_m \\ \alpha_m \end{array} \right) \left[ 1 - e_0 \cos \left( \frac{\pi z}{h_{core}} \right) \right], & -\frac{h_{core}}{2} \leq z \leq \frac{h_{core}}{2} \\ \left( \begin{array}{c} E_c \\ \alpha_c \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} E_{mc} \\ \alpha_{mc} \end{array} \right) \left( \frac{-2z + h_{FG} + h_{core}}{h_{FG}} \right)^k, & \frac{h_{core}}{2} \leq z \leq \frac{h_{FG} + h_{core}}{2} \end{cases} \quad (3.21)$$

**Trường hợp 1:** Gân trong

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} E_s \\ \alpha_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_c \\ \alpha_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{mc} \\ \alpha_{mc} \end{pmatrix} \left( \frac{2z-h}{2h_s} \right)^{k_2}, & \frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} + h_s \\ \begin{pmatrix} E_r \\ \alpha_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_c \\ \alpha_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{mc} \\ \alpha_{mc} \end{pmatrix} \left( \frac{2z-h}{2h_r} \right)^{k_3}, & \frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} + h_r \end{cases} \quad (3.22)$$

**Trường hợp 2:** Gân ngoài

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} E_s \\ \alpha_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_c \\ \alpha_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{mc} \\ \alpha_{mc} \end{pmatrix} \left( -\frac{2z+h}{2h_s} \right)^{k_2} & -\frac{h}{2} - h_s \leq z \leq -\frac{h}{2} \\ \begin{pmatrix} E_r \\ \alpha_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_c \\ \alpha_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{mc} \\ \alpha_{mc} \end{pmatrix} \left( -\frac{2z+h}{2h_r} \right)^{k_3} & -\frac{h}{2} - h_r \leq z \leq -\frac{h}{2} \end{cases} \quad (3.23)$$

Các phương trình cân bằng phi tuyến của vỏ trụ FGP trong môi trường nhiệt bao quanh bởi nền đàn hồi là

$$\begin{aligned} & \alpha_{11}w_{,xxxx} + \alpha_{12}w_{,xxyy} + \alpha_{13}w_{,yyyy} + \alpha_{14}\varphi_{,xxxx} + \alpha_{15}\varphi_{,xxyy} + \alpha_{16}\varphi_{,yyyy} \\ & + \frac{1}{R}\varphi_{,xx} + \varphi_{,yy}w_{,xx} + \varphi_{,xx}w_{,yy} - 2\varphi_{,xy}w_{,xy} + K_2(w_{,xx} + w_{,yy}) - K_1w = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\beta_{11}\varphi_{,xxxx} + \beta_{12}\varphi_{,xxyy} + \beta_{13}\varphi_{,yyyy} + \beta_{14}w_{,xxxx} + \beta_{15}w_{,xxyy} + \beta_{16}w_{,yyyy} - w_{,xy}^2 + w_{,xx}w_{,yy} + \frac{1}{R}w_{,xx} = 0 \quad (3.36)$$

Với vỏ chịu nén dọc trục và hai cạnh tựa đơn. Độ võng vỏ là (3.6)

Thế (3.6) vào (3.35-3.36), và áp dụng phương pháp Galerkin, thu được

$$\sigma_{0,y} = -\frac{RK_1(f_2 + 2f_0)}{2h} \quad (3.38)$$

$$f_1^2 = \frac{pha^2 + \sigma_{0,y}h\beta^2 - [H_{01} + H_{04}f_2^2 + H_{05}f_2 + K_2(\alpha^2 + \beta^2) + K_1]}{H_{03}} \quad (3.39)$$

$$H_{06}f_2 + 8\alpha^2 f_2 ph + H_{07}f_1^2 + H_{08}f_1^2 f_2 - 8\frac{\sigma_{0,y}h}{R} - 8K_2\alpha^2 f_2 - 6K_1f_2 - 8K_1f_0 = 0 \quad (3.40)$$

Điều kiện chu vi kín, suy ra

$$8C_{12}^* ph - 8C_{11}^* \sigma_{0,y} h + \frac{4}{R}(2f_0 + f_2) - \beta^2 f_1^2 + 8(C_{26}^* \phi_1 - C_{12}^* \phi_{1,x}^T + C_{11}^* \phi_{1,y}^T) = 0 \quad (3.41)$$

Sử dụng phương trình (3.38-3.41), ta được

$$\begin{aligned}
p = & -\frac{1}{\left[ H_{07}L_{11} + (8\alpha^2 + H_{08}L_{11})f_2 \right]h} \left[ H_{07}L_{12} \right. \\
& + (H_{06} + H_{07}L_{13} + H_{08}L_{12} - 8K_2\alpha^2 - 4K_1)f_2 + (H_{07}L_{14} + H_{08}L_{13})f_2^2 \\
& \left. + H_{08}L_{14}f_2^3 - 8RK_1\beta^2L_0 \left( \frac{H_{07}}{H_{03}} + \frac{H_{08}}{H_{03}}f_2 \right) (C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T) \right]
\end{aligned} \quad (3.46)$$

Cho  $f_2 \rightarrow 0$  ta được tải tới hạn trên

$$p_{upper} = -\frac{1}{H_{03}L_{11}h} \left[ H_{03}L_{12} - 8RK_1\beta^2L_0 (C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T) \right] \quad (3.47)$$

Độ võng lớn nhất của vỏ

$$\begin{aligned}
W_{max} = & L_{01}ph + L_{02} + (L_{03} + 1)f_2 + L_{04}f_2^2 + 8L_0 (C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T) \\
& + \left[ L_{11}ph + L_{12} + L_{13}f_2 + L_{14}f_2^2 - \frac{8RK_1\beta^2L_0}{H_{03}} (C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T) \right]^{1/2}
\end{aligned} \quad (3.48)$$

Khi  $f_1 = 0$  và  $f_2 = 0$ , độ co  $\bar{\Delta}_x$  của vỏ là

$$\bar{\Delta}_x = \left[ C_{22}^* - \frac{C_{12}^{*2}R^2K_1}{C_{11}^*K_1R^2 + 1} \right] ph - \frac{C_{12}^*R^2K_1}{C_{11}^*K_1R^2 + 1} (C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T) - (C_{16}^*\phi_1 + C_{22}^*\phi_{1x}^T - C_{12}^*\phi_{1y}^T) \quad (3.53)$$

Biểu thức (3.46), (3.48) và (3.53) dùng để phân tích ảnh hưởng của các tham của các các thông số vật liệu và hình học đối với quan hệ tải – độ võng và quan hệ tải – độ co

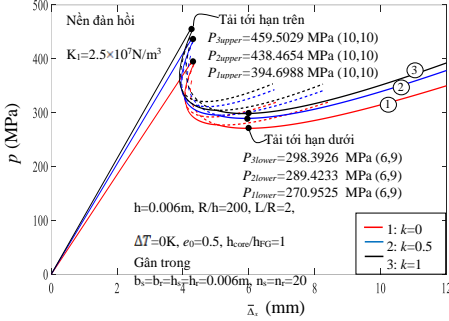
### Khảo sát số

Hình 3.11 cho thấy, điểm bắt đầu của các đường thẳng với  $\Delta T \neq 0K$  không xuất phát từ gốc tọa độ. Điều này cho thấy, trường nhiệt độ làm cho vỏ lệch ra ngoài (lệch tâm) trước khi chịu nén. Khi vỏ chịu nén dọc trục thì độ lệch tâm của nó giảm đi. Khi vượt qua điểm phân nhánh của tải trọng (điểm mất ổn định) độ lệch hướng vào trong. Khi  $\Delta T$  tăng, tải tới hạn của vỏ giảm.

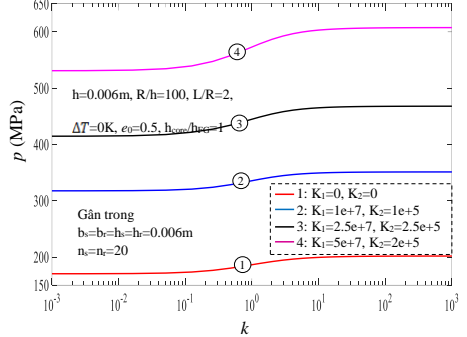
Hình 3.12 cho ta thấy, khi  $e_0$  tăng các đường quan hệ  $p-W_{max}/h$  sẽ thấp hơn, tức khả năng chịu nén của vỏ trụ giảm đi. Hình 3.16 cho thấy, tải nén tới hạn của vỏ trụ giảm khi chỉ số tỉ phần thể tích  $k$  giảm. Hình 3.17 cho thấy, khi các tham số nền  $K_1$  và  $K_2$  tăng thì tải nén tới hạn của vỏ cũng tăng.

Bảng 3.12 cho thấy, với các trường hợp bố trí gân gia cường được xem xét thì tải trọng nén dọc trục tới hạn trong trường hợp vỏ có gân ngoài là lớn nhất, thứ hai là vỏ có gân trong gia cường và nhỏ nhất khi vỏ không có gân gia

cường. Ngoài ra, Bảng 3.12 cũng cho thấy khi vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường bên trong thì tải nén dọc trục tối hạn của vỏ có các gân dọc là lớn nhất, thứ hai là vỏ có các gân trục giao và nhỏ nhất khi vỏ gia cường gân vòng.



Hình 3.16. Ảnh hưởng của  $k$  đối với  $p - \bar{\Delta}_x$



Hình 3.17. Ảnh hưởng của nền đối với  $p_{\text{lower}} - k$

Bảng 3.12. Ảnh hưởng của gân đến tải trọng tối hạn.  $e_0=0.5$ ,  $h_{\text{core}}/h_{\text{FG}}=1$ ,  $k=1$ ,  $\Delta T=300^\circ\text{C}$ ,  $h=0.006\text{m}$ ,  $L/R=2$ ,  $b_s=b_r=0.006\text{m}$ ,  $h_s=h_r=0.006\text{m}$ ,  $K_1=2.5 \times 10^7 \text{N/m}^3$ ,  $K_2=2.5 \times 10^5 \text{N/m}$ .

$p_{\text{cr}}$ (MPa)		$R/h=100$	$R/h=200$	$R/h=300$
Không gân ( $n_s=n_r=0$ )		630.2644 (11,1)*	343.7590 (16,1)	250.9132 (19,5)
$n_s=40, n_r=0$	Gân trong	708.2389 (5,8)	378.9682 (10,12)	263.3646 (13,15)
	Gân ngoài	745.4105 (6,8)	381.2173 (13,8)	266.0357 (14,14)
$n_s=20, n_r=20$	Gân trong	698.5920 (7,8)	367.6248 (12,10)	258.7624 (14,14)
	Gân ngoài	749.6283 (10,2)	373.9650 (15,1)	264.8245 (19,3)
$n_s=0, n_r=40$	Gân trong	644.5673 (9,7)	350.7274 (13,9)	251.3729 (16,13)
	Gân ngoài	703.1807 (12,1)	361.1648 (16,1)	258.5777 (20,1)

### 3.4. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường chịu áp lực ngoài

Xét vỏ trụ sandwich FGP có gân trục giao gia cường như mô tả trong Hình 3.7. Mô đun Young của vỏ và gân FGM xác định theo (3.21) và (3.22).

Hệ phương trình cân bằng phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP chịu áp lực ngoài được bao quanh bởi nền đàn hồi là (3.56) và (3.36)



$$\begin{aligned} & \alpha_{11}w_{,xxxx} + \alpha_{12}w_{,xxyy} + \alpha_{13}w_{,yyyy} + \alpha_{14}\varphi_{,xxxx} + \alpha_{15}\varphi_{,xxyy} + \alpha_{16}\varphi_{,yyyy} \\ & + \varphi_{,xx} / R + \varphi_{,xx}w_{,yy} + \varphi_{,yy}w_{,xx} - 2\varphi_{,xy}w_{,xy} + K_2(w_{,xx} + w_{,yy}) - K_1w + q = 0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

Với vỏ có hai cạnh tựa đơn chịu áp lực ngoài. Độ võng của vỏ là (3.6)

Áp lực bên ngoài vỏ được xác định

$$q = -\frac{1}{(D_{07}L_{A11} + D_{08}L_{A11}f_2)} \times \left[ \begin{aligned} & D_{07}L_{A12} + (D_{06} + D_{07}L_{A13} + L_{A12}D_{08} - 8K_2\alpha^2 - 2K_1)f_2 \\ & + (D_{07}L_{A14} + L_{A13}D_{08})f_2^2 + L_{A14}D_{08}f_2^3 \end{aligned} \right] \quad (3.64)$$

Cho  $f_2 \rightarrow 0$  được tải tới hạn trên

$$q_{upper} = -\frac{L_{A12}}{L_{A11}} = \frac{\beta^2 RK_1 L_{A02} + 2D_{01} + K_2(\alpha^2 + \beta^2) + K_1}{R\beta^2(1 - K_1 L_{A01})} \quad (3.65)$$

Độ võng lớn nhất của vỏ là

$$W_{max} = L_{A01}q + L_{A02} + (L_{A03} + 1)f_2 + L_{A04}f_2^2 + (L_{A11}q + L_{A12} + L_{A13}f_2 + L_{A14}f_2^2)^{1/2} \quad (3.66)$$

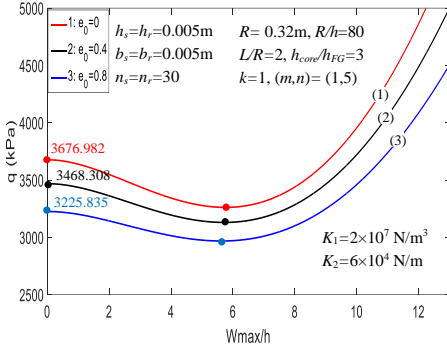
Biểu thức (3.64-3.66) dùng để phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường chịu áp lực ngoài.

### Khảo sát số

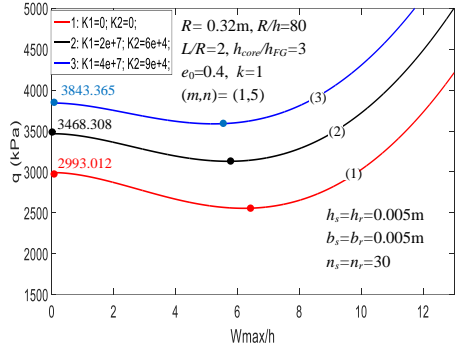
Bảng 3.16. Ảnh hưởng của gân gia cường và chỉ số tỉ phần thể tích đối với tải tới hạn.  $h=4\text{mm}$ ,  $R/h=80$ ,  $L/R=2$ ,  $h_{core}/h_{FG}=3$ ,  $h_s=5\text{mm}$ ,  $h_r=5\text{mm}$ ,  $b_s=5\text{mm}$ ,  $b_r=5\text{mm}$ ,  $n_s=30$ ,  $n_r=30$ ,  $\Delta T=0\text{K}$ ,  $K_w=2 \times 10^7 \text{ N/m}^3$ ,  $K_s=6 \times 10^4 \text{ N/m}$ ,  $e_0=0.4$

$q_{cr}$ (kPa)	Không gân	Gân dọc ( $n_s=60$ )	Gân vòng ( $n_r=60$ )	Gân trục giao ( $n_s=n_r=30$ )
k=0	1237.277 (1,6)	1244.460 (1,6)	4687.754 (1,4)	3761.575 (1,5)
k=1	1393.725 (1,6)	1400.241 (1,6)	4516.512 (1,4)	3468.308 (1,5)
k=5	1485.786 (1,6)	1491.131 (1,6)	4534.340 (1,4)	3407.016 (1,5)
k= $\infty$	1524.934 (1,6)	1529.547 (1,6)	4552.000 (1,4)	3385.620 (1,5)

Bảng 3.16 cho thấy, khi chịu áp lực ngoài, vỏ có gân vòng gia cường là tốt nhất, thứ hai là vỏ có gân trục giao gia cường, thứ ba là vỏ có gân dọc gia cường, và nhỏ nhất là khi vỏ không có gân gia cường. Bảng 3.16 cũng cho thấy, áp lực tới hạn của vỏ trụ tăng khi chỉ số tỉ phần thể tích  $k$  tăng.



Hình 3.20. Ảnh hưởng  $e_0$  đối với  $q - W_{max}/h$



Hình 3.21. Ảnh hưởng của nền đối với  $q - W_{max}/h$

Hình 3.20 cho thấy, khả năng chịu áp lực của vỏ giảm khi  $e_0$  tăng. Hình 3.21 cho thấy, áp lực ngoài tới hạn tăng khi  $K_1$  và  $K_2$  tăng riêng lẻ hoặc cùng nhau.

### 3.5. Kết luận chương 3

Chương 3 đã giải quyết những nội dung chủ yếu sau

1. Đã nghiên cứu ảnh hưởng của bốn mô hình phân bố độ xấp đến ổn định phi tuyến của kết cấu vỏ trụ xấp FG chịu nén đều dọc trục, trong môi trường nhiệt bao quanh bởi nền đàn hồi Pasternak.

2. Đã phân tích ổn định của vỏ trụ sandwich FGP có gân trực giao gia cường chịu nén dọc trục, trong môi trường nhiệt bao quanh bởi nền đàn hồi Pasternak.

3. Đã phân tích ổn định của vỏ trụ sandwich FGP có gân trực giao gia cường chịu áp lực ngoài bao quanh bởi nền đàn hồi Pasternak.

Từ các kết quả số, luận án đưa ra một số nhận xét đáng chú ý sau

1. Trong bốn mô hình phân bố độ xấp được xem xét, vỏ trụ xấp FGP mô hình phân bố xấp không đối xứng Loại 2a là có khả năng chịu nén dọc trục tốt nhất.

2. Hệ số độ xấp  $e_0$  và trường nhiệt độ ảnh hưởng đáng kể đến khả năng chịu lực của vỏ trụ.

3. Gân gia cường, nền đàn hồi làm tăng đáng kể khả năng chịu nén dọc trục (hoặc áp lực ngoài) của vỏ trụ sandwich FGP.

4. Vỏ trụ sandwich FGP có gân gia cường bên ngoài chịu nén dọc trục tốt hơn vỏ trụ có gân gia cường bên trong.

5. Khi chịu áp lực ngoài, vỏ trụ sandwich FGP có gân vòng gia cường chịu áp lực ngoài tốt nhất.

6. Vỏ trụ FGP càng mảnh khả năng chịu lực càng kém.

7. Vỏ trụ FGP giàu gốm chịu lực tốt hơn vỏ giàu kim loại.

## **Chương 4. PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ TRỤ FGP CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI XOẮN**

### **4.1. Đặt vấn đề**

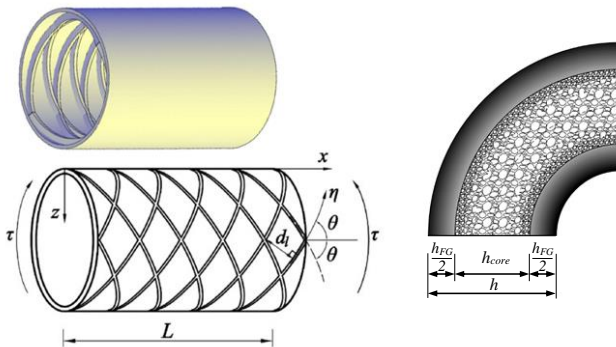
Chương 4 (30 trang) sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, kỹ thuật san gân của Lekhnitskii, phương pháp Galerkin giải quyết hai bài toán phi tuyến của vỏ có gân gia cường chịu tải xoắn

Bài toán 1: Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân xiên gia cường chịu tải xoắn.

Bài toán 2: Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân trục giao gia cường chịu tải xoắn.

### **4.2. phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân xiên gia cường chịu tải xoắn**

Xét vỏ trụ sandwich FGP có gân xiên FGM gia cường và hệ tọa độ  $xyz$  như được mô tả trong Hình 4.1.



Hình 4.1. Vỏ trụ sandwich FGP có gân xiên gia cường chịu tải xoắn

Môđun đàn hồi Young và hệ số giãn nở nhiệt của vỏ trụ sandwich FGP và

gân FGM gia cường lần lượt được xác định bởi biểu thức (3.21) và (4.1).

Hệ phương trình cân bằng phi tuyến của vỏ bao quanh bởi nền đàn hồi là

$$\begin{aligned} & \alpha_{11}w_{,xxxx} + \alpha_{12}w_{,xxyy} + \alpha_{13}w_{,yyyy} + \alpha_{14}A_{,xxxx} + \alpha_{15}A_{,xxyy} + \alpha_{16}A_{,yyyy} \\ & + \frac{1}{R}A_{,xx} + A_{,yy}w_{,xx} + A_{,xx}w_{,yy} - 2A_{,xy}w_{,xy} - K_1w + K_2(w_{,xx} + w_{,yy}) = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} & \beta_{11}A_{,xxxx} + \beta_{12}A_{,xxyy} + \beta_{13}A_{,yyyy} + \beta_{14}w_{,xxxx} + \beta_{15}w_{,xxyy} + \beta_{16}w_{,yyyy} - (w_{,xy})^2 + \\ & + w_{,xx}w_{,yy} + \frac{w_{,xx}}{R} = 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Biểu thức (4.10-4.11) được sử dụng để phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân xiên gia cường chịu xoắn.

Xét vỏ trụ sandwich FGP có điều kiện biên tựa đơn ở hai đầu  $x = 0$ ;  $x = L$  chịu tải xoắn. Độ võng của vỏ là

$$w = w(x, y) = f_0 + f_1 \sin \alpha x \sin \beta(y - \lambda x) + f_2 \sin^2 \alpha x \quad (4.3)$$

Sử dụng phương pháp Galerkin, ta được

$$\left[ 2\tau h\beta^2\lambda + D_1 + D_2f_2 + D_3f_1^2 + D_4f_2^2 - K_1 - K_2(\alpha^2 + \beta^2\lambda^2 + \beta^2) \right] f_1 = 0 \quad (4.6)$$

$$D_5f_2 - D_6f_1^2 + D_7f_1^2f_2 - 4K_1f_0 - 3K_1f_2 - 4K_2\alpha^2f_2 = 0 \quad (4.7)$$

$$2f_0 + f_2 - \frac{1}{4}Rf_1^2\beta^2 + 2R\left(C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T\right) = 0 \quad (4.8)$$

Từ các biểu thức (4.6)-(4.8), suy ra

$$\begin{aligned} \tau = & -\frac{1}{2h\beta^2\lambda} \left\{ D_1 + D_2 \frac{2D_6f_1^2 + K_1Rf_1^2\beta^2 - 8K_1R\left(C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T\right)}{2\left(D_5 + D_7f_1^2 - K_1 - 4K_2\alpha^2\right)} + D_3f_1^2 \right. \\ & \left. + D_4 \left[ \frac{2D_6f_1^2 + K_1Rf_1^2\beta^2 - 8K_1R\left(C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T\right)}{2\left(D_5 + D_7f_1^2 - K_1 - 4K_2\alpha^2\right)} \right]^2 - K_1 - K_2\left(\alpha^2 + \beta^2\lambda^2 + \beta^2\right) \right\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Khi bỏ qua thành phần nhiệt, phương trình (4.9) được viết lại là

$$\tau = -\frac{1}{2h\beta^2\lambda} \left\{ D_1 + D_2 \frac{2D_6f_1^2 + K_1Rf_1^2\beta^2}{2(D_5 + D_7f_1^2 - K_1 - 4K_2\alpha^2)} + D_3f_1^2 \right. \\ \left. + D_4 \left[ \frac{2D_6f_1^2 + K_1Rf_1^2\beta^2}{2(D_5 + D_7f_1^2 - K_1 - 4K_2\alpha^2)} \right]^2 - K_1 - K_2(\alpha^2 + \beta^2\lambda^2 + \beta^2) \right\} \quad (4.10)$$

Độ võng lớn nhất của các vỏ trụ được xác định

$$W_{\max} = \frac{1}{8} Rf_1^2\beta^2 - R(C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T) + f_1 \\ + \frac{2D_6f_1^2 + K_1Rf_1^2\beta^2 - 8K_1R(C_{26}^*\phi_1 - C_{12}^*\phi_{1x}^T + C_{11}^*\phi_{1y}^T)}{4(D_5 + D_7f_1^2 - K_1 - 4K_2\alpha^2)} \quad (4.15)$$

Hệ hai phương trình (4.9) và (4.15) được sử dụng để vẽ đường cong quan hệ tải trọng xoắn - độ võng lớn nhất của vỏ trụ sandwich FGP chịu tải trọng xoắn.

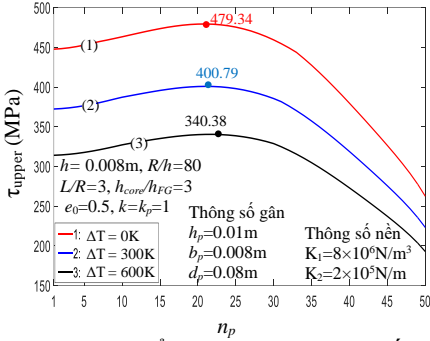
Góc xoắn  $\psi$  của vỏ trụ

$$\psi = C_{33}^*\tau h + \frac{n^2\lambda}{4R^2} f_1^2 \quad (4.18)$$

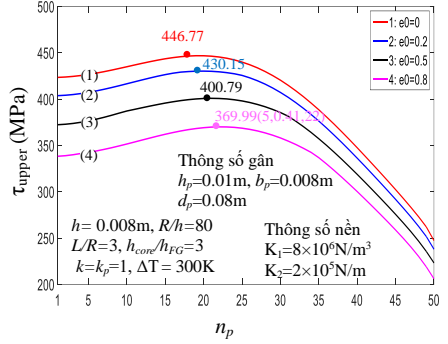
Biểu thức (4.18) mô tả quan hệ giữa tải xoắn  $\tau$  và góc xoắn  $\psi$ , được dùng để vẽ đường cong quan hệ  $\tau - \psi$  của vỏ trụ sandwich FGP. Biểu thức (4.18) cho thấy: khi  $f_1 = 0$  thì quan hệ giữa  $\tau - \psi$  là tuyến tính; khi  $\psi = 0$  thì  $f_1 = 0$  và  $\tau = 0$ , đường cong  $\tau - \psi$  sẽ đi qua tọa độ ban đầu.

### Khảo sát số

Hình 4.2a,b cho thấy, tồn tại các giá trị  $n_p$  (số gân) tối ưu mà tại đó tải xoắn tới hạn là lớn nhất. Ngoài ra, Hình 4.2a,b cũng cho thấy khi  $e_0$  (hoặc  $\Delta T$ ) tăng dẫn đến giảm tải xoắn tới hạn của vỏ.

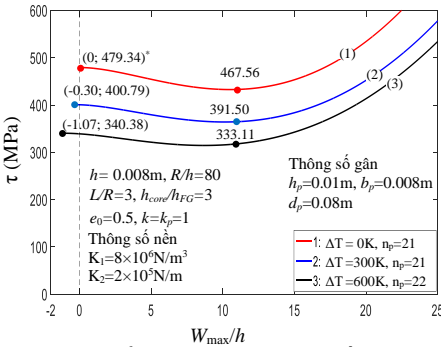


Hình 4.2a. Ảnh hưởng của  $\Delta T$  đối với đường cong  $\tau - n_p$

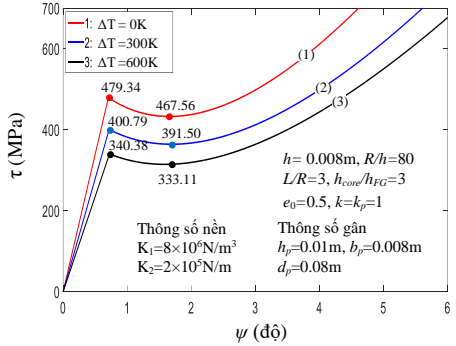


Hình 4.2b. Ảnh hưởng của  $e_0$  đối với đường cong  $\tau - n_p$

Hình 4.3a ta thấy, trường nhiệt độ làm võ lênh ra ngoài trước khi nó chịu tải xoắn. Hình 4.3a ta thấy, khi vỏ chịu xoắn, giai đoạn đầu quan hệ  $\tau - \psi$  là tuyến tính, và khi tải vượt tải tới hạn quan hệ  $\tau - \psi$  là phi tuyến



Hình 4.3a. Ảnh hưởng của  $\Delta T$  đối với đường cong  $\tau - W_{max}/h$ . \* Tọa độ  $(W_{max}/h; \tau)$



Hình 4.3b. Ảnh hưởng của  $\Delta T$  đối với đường cong  $\tau - \psi$

### 4.3. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân trực giao gia cường chịu tải xoắn

Xét vỏ trụ sandwich FGP và hệ trục tọa độ xyz như hình 3.7.

Theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, các phương trình cân bằng phi tuyến của vỏ trụ được bao quanh bởi nền đàn hồi là (4.28-4.32)

Xét vỏ trụ sandwich FGP chịu tải xoắn, điều kiện biên tựa đơn tại

$x=0$ ;  $x=L$ . Độ võng của vỏ

$$u = U \sin\left(\frac{m\pi x}{L} + \frac{ny}{R}\right); v = V \sin\left(\frac{m\pi x}{L} + \frac{ny}{R}\right); w = W \cos\left(\frac{m\pi x}{L} + \frac{ny}{R}\right) \quad (4.33)$$

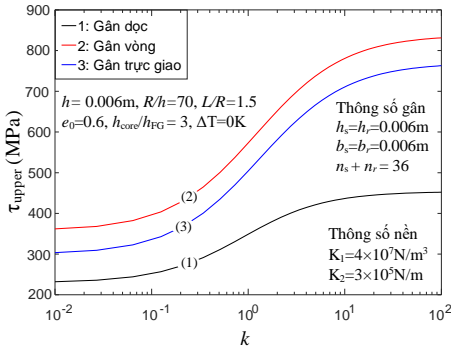
$$\phi_x = \Phi_x \sin\left(\frac{m\pi x}{L} + \frac{ny}{R}\right); \phi_y = \Phi_y \sin\left(\frac{m\pi x}{L} + \frac{ny}{R}\right)$$

Sử dụng phương pháp Galerkin (4.28)-(4.33), thu được

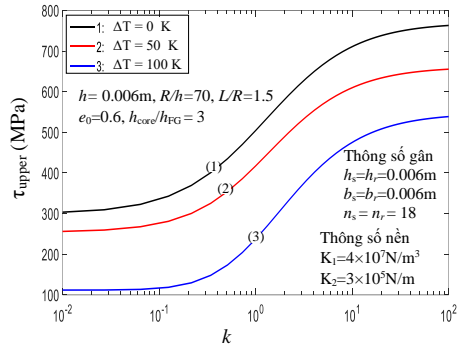
$$\tau = -\frac{LR}{2m\pi h} \left[ \begin{array}{l} a_{31} \frac{D_1}{D} + a_{32} \frac{D_2}{D} + a_{33} + (\phi_1 + \phi_{1x}^T) \frac{m^2 \pi^2}{L^2} + (\phi_1 + \phi_{1y}^T) \frac{n^2}{R^2} \\ -K_1 - K_2 \left( \frac{m^2 \pi^2}{L^2} + \frac{n^2}{R^2} \right) + a_{34} \frac{D_3}{D} + a_{35} \frac{D_4}{D} + a_{36} W^2 \end{array} \right] \quad (4.40)$$

Phương trình (4.40) thiết lập quan hệ  $\tau$  và  $W$ , sử dụng để phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ FGP chịu tải xoắn có gân gia cường.

### Khảo sát số



Hình 4.20. Ảnh hưởng của gân và  $k$  đối với tải tới hạn trên  $\tau_{upper}$



Hình 4.21. Ảnh hưởng của  $\Delta T$  và  $k$  đối với tải tới hạn trên  $\tau_{upper}$

Hình 4.20 mô tả ảnh hưởng của gân và  $k$  đối với tải tới hạn trên  $\tau_{upper}$ . Hình 4.20 cho ta thấy, tải xoắn tới hạn của vỏ trụ sandwich FGP tăng khi chỉ số tỉ phần thể tích  $k$  tăng. Hình 4.20 cũng cho ta thấy ảnh hưởng của gân gia cường đến tải xoắn tới hạn. Cụ thể, cùng với 36 gân gia cường, tải xoắn tới hạn của vỏ trụ được thiết kế 36 gân dọc gia cường là nhỏ nhất, thứ hai là vỏ trụ được thiết kế gia cường gân trực giao ( $n_s = n_r = 18$ ) và lớn nhất khi vỏ được thiết kế gia cường bằng 36 gân vòng.

Hình 4.21 mô tả ảnh hưởng của  $\Delta T$  và  $k$  đối với tải tới hạn trên  $\tau_{upper}$ . Quan sát thấy, tải trọng xoắn tới hạn của vỏ trụ giảm khi nhiệt độ  $\Delta T$  tăng.

#### 4.5. Kết luận chương 4

Kết quả chương 4 đã giải quyết những nội dung chủ yếu sau

1. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân xiên gia cường chịu tải xoắn,.
2. Phân tích ổn định của vỏ trụ sandwich FGP có gân trục giao gia cường chịu tải xoắn.

#### Từ các kết quả số, rút ra một số nhận xét đáng chú ý sau

1. Khả năng chịu tải trọng xoắn của vỏ giảm khi  $e_0$  và  $\Delta T$  tăng riêng biệt hoặc tăng đồng thời.
2. Gân gia cường, nền đàn hồi làm tăng đáng kể khả năng chịu tải xoắn của vỏ trụ sandwich FGP.
3. Với vỏ chịu xoắn, việc thay đổi số lượng gân xiên sẽ làm thay đổi khả năng chịu lực của vỏ. Do đó, để tối ưu hóa kết cấu cần tính toán chọn được giá trị số gân  $n_p$  tối ưu sao cho tải trọng tới hạn của kết cấu là lớn nhất.
4. Với ba dạng gân gia cường, khả năng chịu tải xoắn của vỏ trụ sandwich FGP được gia cường bằng gân dọc là nhỏ nhất, thứ hai là gia cường gân trục giao, và lớn nhất khi được gia cường bằng gân vòng.
5. Mặc dù sử dụng lõi xốp sẽ làm nhẹ kết cấu và tăng khả năng hấp thụ năng lượng, nhưng nó làm giảm độ cứng của kết cấu nên trong tính toán, thiết kế cần được quan tâm.

Kết quả chính của chương 4 đã được công bố trong 2 bài báo [8], [9] trong danh mục công trình công bố liên quan đến luận án. Trong đó có 1 bài đăng trên các tạp chí quốc tế danh mục ISI, 1 bài báo đăng trên tạp chí uy tín trong nước.



## KẾT LUẬN

Luận án có những đóng góp mới nổi bật sau

1. Bằng cách tiếp cận giải tích luận án đã xây dựng được các biểu thức để phân tích ảnh hưởng của bốn mô hình phân bố độ xốp đến ổn định phi tuyến của kết cấu panel trụ và vỏ trụ FGP chịu nén dọc trục.

2. Sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, luận án đã thiết lập các biểu thức để phân tích ổn định phi tuyến của panel trụ sandwich FGP chịu nén dọc trục có và không xét đến tương tác panel - nền Pasternak. Sau đó, sử dụng phương pháp Galerkin thu được biểu thức để xác định tải tới hạn và vẽ đường cong tải - độ võng mô tả đáp ứng sau tới hạn của kết cấu.

3. Sử dụng lý thuyết vỏ Donnell, lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, kỹ thuật san gân Lekhnitskii và phương pháp Galerkin với nghiệm độ võng ba số hạng, luận án đã xây dựng được biểu thức để xác định tải tới hạn và vẽ đường cong tải - độ võng sau tới hạn của vỏ trụ sandwich FGP có gân FGM gia cường chịu tải cơ trong môi trường nhiệt bao quanh bởi nền đàn hồi.

4. Khảo sát số ảnh hưởng của các tham số đầu vào như: các mô hình phân bố xốp, hệ số độ xốp, chỉ số tỉ phần thể tích, độ không hoàn hảo, điều kiện biên, kích thước hình học, tỉ lệ độ dày lớp lõi xốp/lớp phủ, gân gia cường, hệ số nền, nhiệt độ đến ổn định phi tuyến của panel trụ và vỏ trụ FGP.

5. Thông qua các kết quả số đã khảo sát, tại mỗi chương của luận án đã rút ra một số nhận xét có ý nghĩa khoa học và thực tiễn cho các tính toán trong tương lai và giúp ích cho các nhà thiết kế, chế tạo có thể lựa chọn các thông số kết cấu phù hợp với điều kiện làm việc thực tế của kết cấu.

## DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Do Quang Chan, **Pham Van Hoan**, Nguyen Thoi Trung, Le Kha Hoa, Duong Thanh Huan, 2021, Nonlinear buckling and post-buckling of imperfect FG porous sandwich cylindrical panels subjected to axial loading under various boundary conditions, *Acta Mechanica*, 232, pp. 1163-1179. (ISI, Q2).
2. **Phạm Văn Hoàn**, Đào Như Mai và Lê Khả Hòa, 2021, Phân tích ảnh hưởng mô hình phân bố độ xốp đến sự ổn định của panel trụ làm bằng vật liệu FGP, *Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn lần thứ XV Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên TP. Thái Nguyên, ngày 24, 25 tháng 9 năm 2021*, pp. 412-421.
3. **Pham Van Hoan**, Dao Nhu Mai, Khuc Van Phu, Le Kha Hoa, 2022, Nonlinear buckling and post-buckling of imperfect FG porous sandwich cylindrical panels subjected to axial loading on elastic foundation, *Vietnam Journal of Mechanics*, 44(4), pp. 514-525.
4. Le Kha Hoa, **Pham Van Hoan**, Bui Thi Thu Hoai & Do Quang Chan, 2021, Nonlinear Buckling and Postbuckling of ES-FG Porous Cylindrical Shells Under External Pressure, *Modern Mechanics and Applications*, pp. 743-754. (Scopus Q4).
5. Le Kha Hoa, **Pham Van Hoan**, and Dao Nhu Mai, 2022, Influence of porosity distribution pattern on the nonlinear stability of porous cylindrical shells under axial compression, *Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI. Tập 1, Cơ học vật rắn biến dạng. Hà Nội, 02-03/12/2022*, pp. 380-390.
6. **Pham Van Hoan**, Le Kha Hoa, 2024, Nonlinear stability of ES-FG porous sandwich cylindrical shells subjected to axial compression in thermal environment, *Structures*, 63, 106280. (ISI, Q1).
7. **Phạm Văn Hoàn**, Đào Như Mai, Khúc Văn Phú và Lê Khả Hòa, 2024, Ổn định phi tuyến của vỏ trụ sandwich FGP có gân FGM gia cường chịu nén dọc trục, *Hội nghị Cơ học toàn quốc Kỷ niệm 45 năm thành lập Viện Cơ học 09/4/2024*, pp. 256-265.
8. Tran Minh Tu, Duc-Kien Thai, **Pham Van Hoan** & Le Kha Hoa, 2022, *Nonlinear behavior of FG porous cylindrical sandwich shells reinforced by spiral stiffeners under torsional load including thermal effect*, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 29(27), pp. 5860-5875. (ISI, Q2).
9. **Pham Van Hoan**, Dao Nhu Mai, Phan Van Ba and Le Kha Hoa, 2024, Analyzing the nonlinear torsional buckling and post-buckling of ES - FG Porous cylindrical shells in thermal environment using FSDT in terms of the displacement components, *Vietnam Journal of Mechanics*, 46(1), pp. 67-79.