

**BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



Phạm Tiến Dự

**LÝ THUYẾT KALUZA-KLEIN GIÁN ĐOẠN VÀ CÁC
KÊNH PHÂN RÃ TỐI CỦA NEUTRON**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ LÝ THUYẾT VÀ VẬT LÝ
TOÁN**

Mã số: 9440103

Hà Nội - 2025

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện
Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

Người hướng dẫn khoa học:

1. Người hướng dẫn chính: PGS.TS Nguyễn Ái Việt Cơ quan công tác: Đại học Quốc gia Hà Nội.
2. Người hướng dẫn phụ: GS.TS Nguyễn Toàn Thắng Cơ quan công tác: Viện Vật lý

Phản biện 1:.....

Phản biện 2:.....

Phản biện 3:.....

Luận án được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện
hợp tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công
nghệ Việt Nam vào hồi giờ, ngày tháng năm
.....

Có thể tìm hiểu luận án tại:

1. Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
2. Thư viện Quốc gia Việt Nam

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Mô hình Chuẩn (SM) đã mô tả rất thành công tương tác mạnh, tương tác yếu và tương tác điện từ với các tiên đoán phù hợp với thực nghiệm. Có ba xu hướng chính mở rộng SM để thống nhất các tương tác:

- *Mở rộng nhóm đối xứng gauge $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.*
- *Mở rộng không-thời gian 3+1 chiều với các chiều ngoại phụ.*
- *Mở rộng lý thuyết hấp dẫn hiệu dụng.*

Cartan đã phát triển một hình thức luận dựa trên hình học Riemann thay thế cho phương trình Einstein bởi hai phương trình Cartan.

Hình học không giao hoán (NCG) được Connes-Lott đưa ra là mở rộng của hình học Riemann. SM trong không-thời gian này tự động bao gồm trường vô hướng Higgs với thế năng bậc 4, gây ra cơ chế vi phạm tự phát đối xứng gauge. Mô hình này chứa ít tham số tự do hơn SM thông thường, do đó tiên đoán được góc Weinberg và khối lượng top quark.

Lý thuyết hấp dẫn mở rộng trong không-thời gian Connes-Lott bao gồm tương tác hấp dẫn và điện từ, tương tự như lý thuyết Kaluza-Klein truyền thống. Do đó, Viet-Wali đề xuất một lý thuyết gọi là "*Lý thuyết Kaluza-Klein với chiều phụ gián đoạn*" (DKKT) [1]. Nó dựa trên cấu trúc của NCG và lý thuyết Kaluza-Klein (KK) với chiều thứ 5 chỉ gồm các điểm gián đoạn để xây dựng lý thuyết hấp dẫn bằng hình thức luận Cartan. Như vậy, DKKT khắc phục được nhược điểm của lý thuyết KK là nó chỉ chứa hữu hạn các trường đối tác KK. Trong DKKT, tất cả các tương tác đã biết đều là thành phần của tương tác hấp dẫn trong không-thời gian mở rộng với chiều phụ gián đoạn.

Một phương hướng khác cần được ưu tiên phát triển là đưa ra một lý thuyết cho các hạt vật chất tối có thể được nghiên cứu trên máy gia tốc Pelletron của Khoa Vật lý, trường Đại học Khoa học Tự nhiên. Các nhà khoa học tại trung tâm Vật lý hạt nhân đã tiến hành các đo đạc kiểm chứng độc lập

dựa trên một phát hiện về dị thường X17 tại ATOMKI năm 2019 và đã thu được các kết quả khảo quan [2].

Với mong muốn áp dụng DKKT để thống nhất các tương tác và giải thích các vấn đề thực nghiệm, tôi quyết định lựa chọn đề tài “**Lý thuyết Kaluza-Klein gián đoạn và các kênh phân rã tối của neutron**” để nghiên cứu.

2. Mục đích nghiên cứu

Lý thuyết DKKT đã bao gồm cả tương tác hấp dẫn và tương tác điện từ nhưng chưa bao gồm tương tác mạnh và tương tác yếu. Do đó cần phải đưa trường gauge phi Abel vào trong mô hình. Luận án này tập chung vào việc xem xét các trường hợp các trường gauge phi Abel trên hai lá tương ứng với hạt tay phải và tay trái.

Mục tiêu tiếp theo, chúng tôi sẽ xem xét bài toán phân rã neutron trong mô hình hạt sơ cấp mới. Từ đó, đồng thời giải thích được câu đố về thời gian sống của neutron và thiết lập điều kiện cho các tham số của mô hình.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Mở rộng lý thuyết DKKT cho trường hợp bao gồm các trường gauge phi Abel. Các trường Yang-Mills phi Abel với mục tiêu mô tả tương tác mạnh và tương tác điện-yếu xuất hiện với tư cách là thành phần của metric trong không-thời gian mở rộng đó.

Xây dựng lý thuyết cho vật chất tối và vector boson X17 được phát hiện tại ATOMKI để giải quyết bài toán phân rã neutron thông qua việc xem xét các kênh rã tối mới.

4. Nội dung nghiên cứu

Chúng tôi xem xét dạng tổng quát của các đại lượng hình học là liên thông, độ xoắn và độ cong của lý thuyết hấp dẫn mở rộng trong biểu diễn Cartan. Áp dụng lý thuyết DKKT trong trường hợp các thành phần của metric là các trường gauge phi Abel.

Dựa trên mô hình hạt sơ cấp mở rộng với các bạn đồng hành Kaluza-Klein trong lý thuyết DKKT, chúng tôi xem xét các kênh phân rã khác với kênh rã β của neutron.

5. Phương pháp nghiên cứu

Lý thuyết DKKT dựa trên NCG và hình thức luận Cartan của lý thuyết hấp dẫn tổng quát.

Lý thuyết trường lượng tử và các quy tắc giản đồ Feymann để tính toán bề rộng phân rã của các kênh rã neutron trong mô hình.

Sử dụng các công cụ toán học như phần mềm Mathematica để tính toán số.

6. Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận và phụ lục, nội dung chính của Luận án được trình bày trong 4 chương

Chương 1. Tổng quan nghiên cứu: Giới thiệu sơ lược về cơ sở khoa học và thực tiễn của đề tài. Giới thiệu vắn tắt hai nền tảng của lý thuyết DKKT là hình thức luận Cartan và hình học không giao hoán.

Chương 2. Lý thuyết Kaluza-Klein gián đoạn DKKT: Trình bày khái quát về lý thuyết DKKT và mô hình hạt sơ cấp mới của nó.

Chương 3. Trường gauge phi Abel như thành phần của hấp dẫn trong lý thuyết DKKT: Các trường gauge phi Abel xuất hiện như là thành phần trên hai lá của vierbien tổng quát. Tương tác mạnh và yếu có thể kết hợp với hấp dẫn trong tác dụng Hilbert-Einstein.

Chương 4. Độ rộng phân rã của Neutron trong các kênh rã mới của lý thuyết DKKT: Giải thích bài toán câu đố về thời gian sống của neutron. So sánh đóng góp của các kênh rã mới.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN NGHIÊN CỨU

1.1. Cơ sở khoa học và thực tiễn

1.1.1. Nền tảng của vật lý hiện đại và Lý thuyết trường thống nhất

Vật lý hiện đại dựa trên hai trụ cột là Thuyết tương đối và Thuyết lượng tử. Việc thống nhất Cơ học lượng tử với Thuyết tương đối hẹp thành Cơ học tương đối tính và Lý thuyết trường lượng tử đã diễn ra tương đối thuận lợi.

Việc mở rộng Lý thuyết trường lượng tử để phù hợp với GR đã vấp phải hai khó khăn chưa thể vượt qua bao gồm: lượng tử hóa được trường hấp dẫn và xây dựng một cấu trúc toán học chung cho SM và GR.

1.1.2. Mô hình Chuẩn

SM [3, 4, 5] do Salam, Weinberg và Glashow xây dựng cho 3 thế hệ quark lepton, mỗi thế hệ gồm quark-lepton $(q_{LC}, u_{RC}, d_{RC}, l_L, e_R)_A$, các chỉ số thế hệ $A=1,2,3$ và chỉ số màu $c = r, y, b$. Các lưỡng tuyến $SU(2)_L$ quark $q_{LA} = (u_L, d_L)_A$ và lepton $l_{LA} = (e_L, \nu_L)_A$ có xoắn (helicity) tay trái. Việc sắp xếp các quark và lepton tay trái và tay phải dựa trên sự vi phạm tính chẵn lẻ của tương tác yếu [6, 7].

Trong SM, tương tác giữa các hạt quark và lepton được xây dựng từ các trường gauge của nhóm đối xứng $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Lý thuyết cho các trường gauge này là kết hợp của hai lý thuyết gauge độc lập là: lý thuyết Yang-Mills thống nhất tương tác yếu và tương tác điện từ ; QCD mô tả tương tác mạnh giữa các quark.

1.1.3. Lý thuyết không gian nhiều chiều

Lý thuyết Kaluza-Klein là lý thuyết tương đối rộng mở rộng trong không gian 4+1 chiều. Kết quả của lý thuyết này là tương tác điện từ và tương tác hấp dẫn được thống nhất vào trong metric của không gian 5 chiều [8] và xuất hiện vô hạn các bạn đồng hành có khối lượng của các hạt đã biết [9].

1.1.4. Vật chất tối

Vật chất “sáng” bao gồm quark, lepton của SM chỉ chiếm chưa tới 5% vật chất của vũ trụ, trong khi đó vật chất tối chiếm 25%, còn lại là năng lượng tối [10]. Do đó, ta cần mở rộng của SM để có một lý thuyết bao gồm vật chất tối. Các bản đồng hành Kaluza-Klein có thể được xem là một ứng cử viên tiềm năng.

1.2. Cơ sở toán học**1.2.1. Hình học Riemann và hình thức luận Cartan**

Hình học Riemann dựa trên các đa tạp và hình thức luận Cartan dựa trên vierbein [11].

Đại số các dạng vi phân trên đa tạp Riemann 3+1 chiều $\mathcal{M}^4$ được định nghĩa như sau:

- Các dạng 0 là các hàm vô hướng khả vi vô hạn lần

$$f(x): \mathcal{M}^4 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) \in C^\infty(\mathcal{M}^4). \quad (1.1)$$

- Đạo hàm ngoài d được định nghĩa trên các dạng 0 như sau

$$df = dx^\mu \partial_\mu f(x), \quad (1.2)$$

- Module các dạng 1 là mở rộng của df bao gồm các dạng

$$A = dx^\mu A_\mu(x). \quad (1.3)$$

- Tích xen của hai dạng 1 được định nghĩa là dạng 2 sau đây

$$A \wedge B = dx^\mu \wedge dx^\nu \frac{1}{2} (A_\mu(x) B_\nu(x) - A_\nu(x) B_\mu(x)). \quad (1.4)$$

$$dx^\mu \wedge dx^\nu = -dx^\nu \wedge dx^\mu. \quad (1.5)$$

- Đặc biệt, ta có thể định nghĩa tác động của đạo hàm ngoài d trên các dạng 1 như sau:

$$dA = dx^\mu \wedge dx^\nu F_{\mu\nu}(x), \quad F_{\mu\nu}(x) = \frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x)). \quad (1.6)$$

Điều đó có nghĩa là đạo hàm ngoài thỏa mãn điều kiện de Rham $d^2 = 0$

- Vierbein là các hệ số biến đổi trong phép quay Lorentz địa phương

biến đổi hệ tọa độ cong $x_\mu, (\mu = 0, 1, 2, 3)$ thành hệ tọa độ phẳng địa phương $x_a, (a = \dot{0}, \dot{1}, \dot{2}, \dot{3})$

$$x_a = e_\mu^a(x) x_\mu, \quad x_\mu = e_\mu^a(x) x_a, \quad (1.7)$$

với $e_\mu^a(x)$ là nghịch đảo của $e_\mu^a(x)$

$$e_b^\mu(x) e_\mu^a = \delta_b^a \quad (1.8)$$

- Metric thông thường được biểu thị qua vierbein như sau

$$g_{\mu\nu}(x) = e_\mu^a(x) \eta_{ab} e_\nu^b(x), \quad \eta_{ab} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1). \quad (1.9)$$

Như vậy vierbein có thể biểu thị dưới dạng các dạng 1 như sau

$$e^a = dx^\mu e_\mu^a(x). \quad (1.10)$$

Các đại lượng hình học là liên thông, độ cong Ricci và độ xoắn được xác định bởi các phương trình sau đây:

- Phương trình Cartan thứ nhất

$$T^a = de^a - e^b \wedge \omega_b^a, \quad (1.11)$$

với các dạng 1 $\omega_{ab} = \eta_{bc} \omega_a^c = dx^\mu \omega_{ab\mu}(x)$ là các liên thông thỏa mãn điều kiện

$$\omega_{ab} = -\omega_{ba}. \quad (1.12)$$

- Phương trình Cartan thứ hai

$$R_{ab} = d\omega_{ab} + \omega_{ac} \wedge \omega_b^c, \quad (1.13)$$

được sử dụng để tính các thành phần của độ cong Ricci dạng 2 theo các thành phần của liên thông.

- Độ cong vô hướng Ricci được tính bởi

$$R = \eta^{ac} R_{ab\mu\nu}(x) e_c^\mu(x) e_d^\nu(x) \eta^{bd}, \quad (1.14)$$

- Tác dụng bất biến tương đối Einstein-Hilbert là

$$S = \int dx^4 \sqrt{-\det g} R. \quad (1.15)$$

1.2.2. Hình học không giao hoán

Alain Connes đề xuất mở rộng hình học Riemann và khái niệm đa tạp thành hình học không giao hoán (NCG) bằng cách thay thế đại số $C^\infty(\mathcal{M})$

bằng một đại số bất kỳ [12, 13]. Như vậy, các thành phần cơ bản để xây dựng NCG theo Connes là bộ ba $(\mathcal{H}, D, A)$, với $\mathcal{H}$ là không gian Hilbert các hàm sóng, D là toán tử Dirac thỏa mãn điều kiện de Rham $D^2 = 0$, tác động trên các hàm sóng và A là một đại số bất kỳ có thể không giao hoán là mở rộng của đại số $C^\infty(\mathcal{M})$ [14].

CHƯƠNG 2. LÝ THUYẾT KALUZA-KLEIN GIÁN ĐOẠN DKKT

2.1. Lý thuyết DKKT với chiều phụ gồm hai chiều.

2.1.1. Không-thời gian với chiều ngoại phụ gián đoạn

Năm 1995, Viet, Landi và Wali đã xây dựng tác dụng Hilbert-Einstein mở rộng cho NCG đã thu được một lý thuyết bao gồm các trường giống như lý thuyết Kaluza-Klein cổ điển bao gồm hấp dẫn, trường điện từ và một trường vô hướng Brans-Dicke [15].

2.1.2. Đại số hàm khả vi và đạo hàm tổng quát trong DKKT

Trong DKKT, đại số thông thường của các hàm khả vi $C^\infty(M)$ được tổng quát thành $A = C^\infty(M) \oplus C^\infty(M)$ và một hàm tổng quát $F \in A$ bất kỳ nào, dạng-0, được cho bởi

$$F(x) = f_+(x)\mathbf{e} + f_-(x)\mathbf{r}, \quad (2.1)$$

với $e, r \in Z_2 = \{e, r \mid e^2 = e, r^2 = e, er = re = r\}$. Chúng tôi đề xuất một ma trận 2×2 đại diện cho hai cơ sở $\mathbf{e}, \mathbf{r}$ là

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Do đó, hàm $F(x)$ là một dạng ma trận 2×2 và có hàm ngã hoán vị liên hợp với nó $\tilde{F}(x)$ là

$$F(x) = f_+(x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + f_-(x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x) & 0 \\ 0 & f_2(x) \end{pmatrix}, \tilde{F}(x) = \begin{pmatrix} f_2(x) & 0 \\ 0 & f_1(x) \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

Tác động của đạo hàm ngoài lên một yếu tố dạng-0 là

$$D_N(F) = [D_N, F]. \quad (2.4)$$

Đạo hàm ngoài phải thỏa mãn quy tắc Newton-Leibniz

$$D_N(FG) = D_N(F)G + F D_N(G). \quad (2.5)$$

2.1.3. Cơ sở trực chuẩn và tổng quát của dạng-1

Bài báo [1] đã chọn một biểu diễn chéo hóa với cơ sở cong tuyến tính (curvi-linear) DX^μ và $DX^{\dot{5}}\sigma^+$ để tổng quát hóa cho dạng-1 và dạng cao hơn, tương tự với hình học Riemann thông thường. Tuy nhiên, nó thuận tiện hơn để tính toán trong một biểu diễn mà ở đó vielbein E^A được chéo hóa, với chỉ số $A = a, \dot{5} = 0, 1, 2, 3, \dot{5}$ là để chỉ hệ cơ sở địa phương. Tại hệ tọa độ địa phương, E^A được đưa ra như sau

$$E^a = \begin{pmatrix} e^a & 0 \\ 0 & e^a \end{pmatrix}, \quad E^{\dot{5}} = \begin{pmatrix} 0 & \theta \\ \theta & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

Dạng cơ bản của tích có hướng (tích xiên) có thể được định nghĩa là

$$E^A \wedge E^B = -E^B \wedge E^A. \quad (2.7)$$

Cả hai hệ cơ sở đều có thể dùng để biểu diễn không gian của dạng-1 tổng quát, do đó, dạng-1, U , bất kỳ trong NCG được cho bởi

$$U = E^A U_A = DX^M U_M, \quad (2.8)$$

mối liên hệ qua lại giữa chúng như sau

$$\begin{aligned} E^A &= DX^M E_M^A, \\ DX^M &= E^A E_A^M, \end{aligned} \quad (2.9)$$

Không mất tính tổng quát, chúng ta có thể chọn E_M^A như sau

$$\begin{aligned} E_\mu^a &= \begin{pmatrix} e_{1\mu}^a(x) & 0 \\ 0 & e_{2\mu}^a(x) \end{pmatrix}, \quad E_5^a = 0 \\ E_5^{\dot{5}} &= \begin{pmatrix} \phi_1(x) & 0 \\ 0 & \phi_2(x) \end{pmatrix} = \Phi, \quad E_\mu^{\dot{5}} = \begin{pmatrix} e_{1\mu}^{\dot{5}} & 0 \\ 0 & e_{2\mu}^{\dot{5}} \end{pmatrix} = -A_\mu \Phi. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ta thu được các thành phần của đạo hàm dạng-1 tổng quát là

$$(DU)_{bc} = \frac{1}{2} E_b^\mu E_c^\nu (\partial_\mu E_\nu^a - \partial_\nu E_\mu^a) U_a - \frac{1}{2} E_b^\mu E_c^\nu F_{\mu\nu} \Phi U_{\dot{5}} + \frac{1}{2} (E_b^\mu \partial_\mu U_c - E_c^\nu \partial_\nu U_b) + \frac{m}{2} \left[(A_b \cdot \tilde{E}_c^\nu - A_c \cdot \tilde{E}_b^\nu) E_\nu^\mu U_a + (A_c \tilde{U}_b - A_b \tilde{U}_c) \right] + \frac{m}{2} \left[(A_b \cdot \tilde{E}_c^\nu - A_c \cdot \tilde{E}_b^\nu) (\tilde{A}_\nu - A_\nu) \Phi U_{\dot{5}} \right], \quad (2.11)$$

$$(DU)_{b\dot{5}} = \frac{1}{2} \tilde{E}_b^\mu \left(\frac{\partial_\mu \Phi}{\Phi} U_{\dot{5}} + \partial_\mu U_{\dot{5}} \right) + \frac{m}{2} \left[\Phi^{-1} (\tilde{U}_b - \tilde{E}_b^\mu E_\mu^c U_c) \right] + \frac{m}{2} \left[\tilde{E}_b^\mu A_\mu U_{\dot{5}} - \tilde{A}_b (1 + \tilde{\Phi}^{-1} \Phi) U_{\dot{5}} + \tilde{A}_b \tilde{U}_{\dot{5}} \right]. \quad (2.12)$$

2.1.4. Metric tổng quát hoá

Các thành phần của tenxo metric G^{MN} và G_{MN} sẽ là

$$\begin{aligned} G^{\mu\nu} &= G^{\mu\nu} \doteq \begin{pmatrix} g_1^{\mu\nu} & 0 \\ 0 & g_2^{\mu\nu} \end{pmatrix}, \quad G_{\mu\nu} \doteq \begin{pmatrix} g_{1\mu\nu} & 0 \\ 0 & g_{2\mu\nu} \end{pmatrix} + A_\mu A_\nu, \\ G^{\mu 5} &= A^\mu = G^{5\mu}, & G_{\mu 5} &= G_{5\mu} = A_\mu \Phi, \\ G^{55} &= \Phi^{-2} + A^2, & G_{55} &= \Phi^2. \end{aligned} \quad (2.13)$$

ở đây $g_i^{\mu\nu} = e_{ia}^\mu \eta^{ab} e_{ib}^\nu, i=1,2$ là tensor metric trên hai tấm.

2.2. Mô hình hạt của tương tác photon-fermion

Trong không thời gian này, mỗi fermion chỉ có một bạn đồng hành. Do đó, để thuận tiện ta biểu diễn trường fermion mở rộng để biểu diễn hai hạt cặp KK fermion như là một spinor hai hàng

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

và toán tử Dirac $\not{\partial}$ được mở rộng thành ma trận

$$\not{D} = \Gamma^M D_M = \begin{bmatrix} \not{D} & -m\lambda^{-2} \\ m\lambda^{-2} & \not{D} \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

Với thể năng 4 chiều của photon $\not{A}(x) = g\gamma^\mu A_\mu(x)$ được mở rộng thành ma trận

$$\not{B} = \begin{bmatrix} \gamma^\mu g A_\mu(x) & \sqrt{2}gH(x) - m\lambda^{-2} \\ \sqrt{2}gH(x) - m\lambda^{-2} & \gamma^\mu (gA_\mu(x)Q - g'X_\mu(x)Q_X) \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

ở đó $A_\mu(x)$ là vector điện từ 4 chiều thông thường, cặp vector và vô hướng Kaluza-Klein của photon là $X_\mu(x)$ và $H(x)$, cuối cùng Q và Q_X tương ứng là toán tử điện tích của electron và của electron tối.

Lagrange cho vector trường mở rộng của photon là

$$L_g = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{g'^2}{4g^2}X^{\mu\nu}X_{\mu\nu} + g'^2\lambda^4 X_\mu^2(x)H^2(x) + L_H, \quad (2.17)$$

Trong mô hình này, ta lấy $g = g'$, photon tối H có một giá trị kỳ vọng chân không $v_0 = m / \sqrt{2}g\lambda^2$ và khối lượng $m_H = \sqrt{2}m\lambda^{-2}$ do thể năng bậc 4, tạo ra khối lượng photon X là $m_X = m / \sqrt{2}$. Do đó dựa vào thí nghiệm tại ATOMKI, ta định nghĩa khối lượng của X là 17 MeV. Vậy khối lượng của X-photon và H-photon liên hệ với hằng số khối lượng bằng biểu thức

$$m_X = m / \sqrt{2} = 17 \text{ MeV}, m_H = 2m_X / \lambda^2, m = 24 \text{ MeV} \quad (2.18)$$

Ta có Lagrange tổng cộng của tất cả các fermion tổng quát từ $\bar{\psi}(x)(i\not{D} + m_0\not{A}(x))\psi(x)$ là

$$L_{f-A} = \text{Tr}[\bar{\Psi}(x)(i\not{D} + M_0 + \not{B}(x))\Psi(x)] = L_f + L_{int}, \quad (2.19)$$

Các ma trận khối lượng lần lượt là

$$M_0 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} m_1 & -m(1+i)\lambda^{-2} \\ -m(1-i)\lambda^{-2} & m_2 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Ta có thể sử dụng phép biến đổi unita dưới đây để chéo hóa ma trận khối lượng và thu được khối lượng riêng của cặp Kaluza-Klein của fermion

$$U_f = \begin{bmatrix} \cos \theta_f & -e^{i\alpha_f} \sin \theta_f \\ e^{-i\alpha_f} \sin \theta_f & \cos \theta_f \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Nếu chọn $\alpha_f = \pi / 4$, ta có

$$M_f = \begin{bmatrix} M_1^f + (M_2^f - M_1^f) \sin^2 \theta_f & -\frac{1}{2\sqrt{2}} (M_2^f - M_1^f) \sin 2\theta_f (1+i) \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} (M_2^f - M_1^f) \sin 2\theta_f (1-i) & M_1^f + (M_2^f - M_1^f) \cos^2 \theta_f \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Đối chiếu với (2.20) ta thu được công thức độ chênh lệch khối lượng giữa một hạt fermion thông thường ψ và hạt cặp Kaluza-Klein của chúng ψ_x theo góc trộn là

$$M_2^f - M_1^f = m_f - m_{f_x} = \frac{2\sqrt{2}m}{\sin 2\theta_f \lambda^2} = \frac{4m_x}{\sin 2\theta_f \lambda^2}. \quad (2.23)$$

Lagrange tương tác về mặt khối lượng riêng của các fermion hay tương tác photon-fermion là

$$\begin{aligned} L_{f-A} &= g(\bar{\psi}(x)\not{A}(x)\psi(x) + \bar{\psi}_x(x)\not{A}(x)\psi_x(x)), \\ L_{f-X} &= g(\sin^2 \theta_f \bar{\psi} \not{X}(x)\psi + \cos^2 \theta_f \bar{\psi}_x \not{X}(x)\psi_x \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin 2\theta_f \bar{\psi}_x \not{X}(x)\psi + \frac{1}{2} \sin 2\theta_f \bar{\psi} \not{X}(x)\psi_x), \\ L_{f-H} &= g \sin 2\theta_f H(x)(-\bar{\psi}\psi + \bar{\psi}_x\psi_x) \\ &\quad + g \cos^2 \theta_f H(x)(-\bar{\psi}\psi_x + \bar{\psi}_x\psi). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Như vậy, chúng ta dễ dàng thu được hằng số tương tác giữa photon tối H và photon tối X với các fermion. Trong luận án này, tôi sẽ xem xét bài toán phân rã neutron, do đó tôi chỉ viết tường minh các hằng số tương tác giữa photon X và H với neutrino, neutron và các hạt cặp Kaluza-Klein của chúng như sau [16]

$$\begin{aligned}
 g_{Xnn} &= g \sin^2 \theta_n, \quad g_{Xn_X n_X} = g \cos^2 \theta_n, \quad g_{Xnn_X} = 1/2 g \sin 2\theta_n, \\
 g_{X\nu\nu} &= g \sin^2 \theta_\nu, \quad g_{X\nu_X \nu_X} = g \cos^2 \theta_\nu, \quad g_{X\nu\nu_X} = 1/2 g \sin 2\theta_\nu, \\
 g_{Hnn} &= g_{Hn_X n_X} = g \sin^2 \theta_n, \quad g_{Hnn_X} = g \cos^2 \theta_n, \\
 g_{H\nu\nu} &= g_{X\nu_X \nu_X} = g \sin^2 \theta_\nu, \quad g_{H\nu\nu_X} = g \cos^2 \theta_\nu,
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

với θ_n, θ_ν tương ứng là góc trộn của neutron và neutrino với bạn đồng hành Kaluza-Klein của chúng.

Dựa vào mô hình hạt sơ cấp mới và việc loại trừ kênh rã ra cặp electron và phản electron, phù hợp với kết quả thực nghiệm của Tang và cộng sự [17], ta đưa ra giả định bổ xung sau

$$m_n - m_{n_X} < 1,102 \text{ MeV}. \tag{2.26}$$

CHƯƠNG 3. TRƯỜNG GAUGE PHI ABEL NHƯ THÀNH PHẦN CỦA HẤP DẪN TRONG LÝ THUYẾT DKKT

3.1. Liên thông, độ xoắn và độ cong

3.1.1. Liên thông Hermitian và metric tương thích dạng-1

Liên thông Levi-Civita dạng-1 Ω_{AB} thỏa mãn

$$\Omega_{AB}^+ = -\Omega_{BA}, \quad \Omega_{AB}^+ = \Omega_{AB}. \quad (3.1)$$

3.1.2. Phương trình cấu trúc thứ nhất và độ xoắn dạng-2

Phương trình cấu trúc Cartan thứ nhất xác định độ xoắn dạng-2 T^A cho bởi biểu thức

$$T_A = DE_A - E^B \wedge \Omega_{AB}. \quad (3.2)$$

Ở đây, chúng ta sẽ giả định

$$T_{abc} = T_{ab\dot{5}} = T_{a\dot{5}b} = 0, \quad T_{\dot{5}AB} = t_{\dot{5}AB}r. \quad (3.3)$$

Ta thu được các thành phần của liên thông là

$$\begin{aligned} \Omega_{abc} &= \frac{1}{2} \left[E_b^\mu E_c^\nu (\partial_\mu E_{a\nu} - \partial_\nu E_{a\mu}) + E_c^\mu E_a^\nu (\partial_\mu E_{b\nu} - \partial_\nu E_{b\mu}) \right. \\ &\quad \left. - E_a^\mu E_b^\nu (\partial_\mu E_{c\nu} - \partial_\nu E_{c\mu}) \right] \\ &\quad + \frac{m}{2} \left[(A_b \cdot \tilde{E}_c^\nu - A_c \cdot \tilde{E}_b^\nu) E_\nu^a + (A_c \cdot \tilde{E}_a^\nu - A_a \cdot \tilde{E}_c^\nu) E_\nu^b \right. \\ &\quad \left. - (A_a \cdot \tilde{E}_b^\nu - A_b \cdot \tilde{E}_a^\nu) E_\nu^c + 2(A_a \eta_{bc} - A_b \eta_{ac}) \right]. \\ \Omega_{ab\dot{5}} &= \frac{1}{4} (E_a^\mu E_b^\nu F_{\mu\nu} \Phi + \tilde{E}_a^\mu \tilde{E}_b^\nu \tilde{F}_{\mu\nu} \tilde{\Phi}) + \frac{m}{4} \left[\Phi^{-1} (\tilde{E}_a^\mu E_{b\mu} - \tilde{E}_b^\mu E_{a\mu}) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{\Phi}^{-1} (E_a^\mu \tilde{E}_{b\mu} - E_b^\mu \tilde{E}_{a\mu}) \right] \\ &\quad + \frac{m}{4} \left[(\tilde{A}_a \cdot E_b^\nu - \tilde{A}_b \cdot E_a^\nu) \tilde{\Phi} - (A_a \cdot \tilde{E}_b^\nu - A_b \cdot \tilde{E}_a^\nu) \Phi \right] (\tilde{A}_\nu - A_\nu). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Omega_{\dot{5}ab} &= -\frac{1}{4} \left(E_a^\mu E_b^\nu F_{\mu\nu} \Phi + \tilde{E}_a^\mu \tilde{E}_b^\nu \tilde{F}_{\mu\nu} \tilde{\Phi} \right) + \frac{m}{4} \left[\Phi^{-1} \left(4\eta_{ab} - 3\tilde{E}_b^\mu E_{a\mu} - \tilde{E}_a^\mu E_{b\mu} \right) \right. \\
&\quad \left. + \tilde{\Phi}^{-1} \left(E_b^\mu \tilde{E}_{a\mu} - E_a^\mu \tilde{E}_{b\mu} \right) - \left[\left(\tilde{A}_a \cdot E_b^\nu - \tilde{A}_b \cdot E_a^\nu \right) \tilde{\Phi} - \left(A_a \cdot \tilde{E}_b^\nu - A_b \cdot \tilde{E}_a^\nu \right) \Phi \right] \left(\tilde{A}_\nu - A_\nu \right) \right]. \\
\Omega_{\dot{5}b\dot{5}} &= \left(\tilde{D}E_{\dot{5}} \right)_{b\dot{5}} - \left(DE_{\dot{5}} \right)_{b\dot{5}} = \frac{1}{2} \left(\tilde{E}_b^\mu \frac{\partial_\mu \Phi}{\Phi} + E_b^\mu \frac{\partial_\mu \tilde{\Phi}}{\tilde{\Phi}} \right) \\
&\quad + \frac{m}{2} \left[\tilde{E}_b^\mu \left(A_\mu - \tilde{A}_\mu \tilde{\Phi}^{-1} \Phi \right) + E_b^\mu \left(\tilde{A}_\mu - A_\mu \Phi^{-1} \tilde{\Phi} \right) \right]. \\
\Omega_{\dot{5}\dot{5}a} &= \Omega_{\dot{5}\dot{5}\dot{5}} = 0.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

3.1.3. Phương trình cấu trúc thứ hai và tensor độ cong Ricci

Phương trình cấu trúc Cartan thứ hai xác định độ cong dạng-2 như sau

$$R_{AB} = D\Omega_{AB} + \Omega_{AC} \wedge \Omega_B^C. \tag{3.5}$$

Ta có biểu thức của tensor độ cong Ricci trong trường hợp đặc biệt Abel là

$$\begin{aligned}
R &= R_4 + \frac{m^2}{16} \left(-152 + 16E^{a\mu} \tilde{E}_{a\mu} + 64\tilde{E}^{a\mu} E_{a\mu} - G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu} - \tilde{G}_{\mu\nu} G^{\mu\nu} - 8 \left(\tilde{E}^{a\mu} E_{a\mu} \right)^2 \right) \\
&\quad + \frac{m^2}{16} \left[-7E_{a\nu} \tilde{E}^{a\mu} E_{b\mu} \tilde{E}^{b\nu} + E^{a\mu} \tilde{E}_{a\nu} E^{b\nu} \tilde{E}_{b\mu} - 2\tilde{E}^{a\mu} E_a^\nu \tilde{E}_{b\nu} E_\mu^b \right].
\end{aligned} \tag{3.6}$$

3.2. Trường gauge phi Abel như thành phần của hấp dẫn

Để đơn giản nhất khi xem xét trường hợp phi Abel, tôi chọn

$$\begin{aligned}
E_\mu^a &= \begin{pmatrix} e_\mu^a(x) & 0 \\ 0 & e_\mu^a(x) \end{pmatrix} = e_\mu^a(x) \mathbf{e}, & E_5^a &= 0, \\
E_\mu^{\dot{5}} &= \begin{pmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \phi \end{pmatrix} = \Phi, & E_\mu^{\dot{5}} &= - \begin{pmatrix} a_{\mu L} \phi & 0 \\ 0 & a_{\mu R} \phi \end{pmatrix} = -A_\mu \Phi.
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Ta thu được công thức cuối cùng của tenxơ độ cong Ricci là

$$R = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix} - g^{\mu\nu} \frac{\partial_\mu \partial_\nu \phi}{\phi} - g^{\alpha\nu} e^{a\mu} \partial_\alpha e_{a\mu} \frac{\partial_\nu \phi}{\phi} - \frac{1}{8} \phi^2 g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \left(f_{+\mu\nu} + 2m[a_{-\mu}, a_{-\nu}] \right) \left(f_{+\alpha\beta} + 2m[a_{-\alpha}, a_{-\beta}] \right). \quad (3.8)$$

Số hạng thứ 3 trong biểu thức không cho đóng góp vào Lagrange nên ta bỏ qua. Tenxơ độ cong có thể bỏ qua một hệ số nên ta thu được dạng rút gọn sau

$$R = R_4 - \frac{2\Box\phi}{\phi} - \frac{1}{4} \phi^2 g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \hat{f}_{\mu\nu} \hat{f}_{\alpha\beta}. \quad (3.9)$$

Trong đó số hạng đầu tiên là độ cong 4-chiều như đã biết, và số hạng cuối cùng chứa thành phần phi Abel.

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\mu\nu}(x) &= f_{+\mu\nu} + 2m[a_{-\mu}, a_{-\nu}] \\ &= \partial_\mu a_{+\nu}(x) - \partial_\nu a_{+\mu}(x) + 2m[a_{-\mu}(x), a_{-\nu}(x)]. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Viết dưới dạng thành phần trái phải trên hai lá là

$$\hat{f}_{\mu\nu}(x) = \frac{1}{2} \left\{ g_{\mu\nu L} + g_{\mu\nu R} - \frac{m}{2} \left([a_{\mu L}, a_{\nu R}] + [a_{\mu R}, a_{\nu L}] \right) \right\}. \quad (3.11)$$

Với cường độ trường hiệp biến được định nghĩa là

$$g_{\mu\nu L,R} = \partial_\mu a_{\nu L,R} - \partial_\nu a_{\mu L,R} + m[a_{\mu L,R}, a_{\nu L,R}]. \quad (3.12)$$

Độ cong vô hướng Ricci trong (3.9) là bất biến gauge chỉ khi các thành phần không hiệp biến trong phương trình (3.11) tiêu biến hoặc đóng góp vào trong cường độ trường hiệp biến. Vậy nên ta chỉ có hai trường hợp khả dĩ dưới đây:

a) *Trường hợp 1: Một trường gauge phải là Abel.*

Không mất tính tổng quát, ta đưa vào các trường vectơ Abel vật lý $B_\mu(x)$ và cả trường phi Abel $W_\mu(x)$ như sau

$$a_{\mu R} = \frac{g'}{m} B_{\mu}(x) Y_R, \quad a_{\mu L} = \frac{g'}{m} B_{\mu}(x) Y_L - \frac{g}{m} W_{\mu}(x). \quad (3.13)$$

Ở đây $B_{\mu}(x)$ là một trường gauge Abel và $W_{\mu}(x) = W_{\mu}^i(x) T^i$ là trường gauge phi Abel, m là tham số khối lượng, Y_L, Y_R là tổng của các phần tử sinh của nhóm gauge Abel tay trái và phải. Suy ra

$$\hat{f}_{\mu\nu} = \frac{g'}{2m} (Y_L + Y_R) B_{\mu\nu} + \frac{g}{2m} W_{\mu\nu}, \quad (3.14)$$

Ta có tác dụng Hilbert-Einstein là

$$S = \frac{1}{16\pi G_N} \int dx^4 \sqrt{-\det|g|} \phi(x) \frac{1}{2N} \text{Tr}(R). \quad (3.15)$$

Với G_N là hằng số Newton, thay các công thức trên vào (3.15) ta có

$$\begin{aligned} S_g &= -\frac{1}{64N\pi G_N} \int dx^4 \sqrt{-\det g} \phi^3 g^{\mu\rho} g^{\nu\tau} \text{Tr}(\hat{f}_{\mu\nu} \hat{f}_{\rho\tau}) \\ &= \frac{1}{4} \int dx^4 \sqrt{-\det g} \phi^3 \left(\frac{g'^2}{m^2} \frac{\sum (Y_L + Y_R)^2}{64N\pi G_N} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} + \frac{g^2}{64N\pi G_N m^2} \text{Tr} W^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \right). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Để giữ lại các số hạng động lực chính xác cho trường gauge B_{μ} và W_{μ} , ta phải có mối quan hệ phụ thuộc giữa các tham số g', g, m và G_N . Trong SM, ta có $N=8$, nhóm gauge Abel $U(1)$ và phi Abel là $SU(2) \times U(1)$. Mối liên hệ giữa các tham số là

$$g = 16m\sqrt{2\pi G_N}, \quad g' \sum (Y_L + Y_R)^2 = 16m\sqrt{\pi G_N}. \quad (3.17)$$

Trong bất kỳ trường hợp nào, tác dụng Hilbert-Einstein cũng được rút thành một lý thuyết vật lý bất biến gauge nếu các trường gauge trên một tầm không-thời gian là Abel.

b) *Trường hợp 2: Hai trường gauge phi Abel phải có dạng giống nhau*

Ta giới thiệu một trường gauge phi Abel $C_\mu(x) = C_\mu^i(x)\lambda^i$ đặc trưng cho nhóm màu. Ta có các thành phần

$$a_{\mu L} = \frac{\alpha g_s}{m} C_\mu, \quad a_{\mu R} = \frac{g_s}{m} C_\mu, \quad a_{\pm\mu} = (\alpha \pm 1) \frac{g_s}{2m} C_\mu. \quad (3.18)$$

Cường độ trường bây giờ có dạng hiệp biến

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\mu\nu} &= (\alpha + 1) \frac{g_s}{2m} C_{\mu\nu}, \\ C_{\mu\nu} &= \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu + g_s [C_\mu, C_\nu]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nếu $\alpha = 3$, số hạng động học của trường vector C_μ sẽ có thừa số đúng nếu ta chọn

$$g_s = 2\sqrt{\pi G_N} m. \quad (3.20)$$

Do đó, tác dụng Hilbert-Einstein là bất biến gauge

$$S_g = -\frac{1}{2} \int dx^4 \sqrt{-\det g} \phi^3 C^{\mu\nu} C_{\mu\nu}. \quad (3.21)$$

Nếu ta chọn nhóm màu SU(3) là một nhóm gauge phi Abel, thì tác dụng (3.21) trở thành tác dụng của QCD kết hợp với hấp dẫn.

CHƯƠNG 4. ĐỘ RỘNG PHÂN RÃ CỦA NEUTRON TRONG LÝ THUYẾT DKKT

4.1. Câu đố về thời gian sống và các kênh phân rã tối của neutron trong DKKT

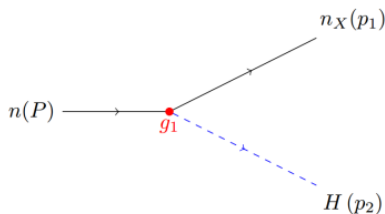
Theo SM, thời gian sống của neutron với kênh rã β là $\tau_{SM} = 878,7 \pm 0,6$ [18]. Giá trị này là rất phù hợp với thực nghiệm khi đo bằng phương pháp “bottle”, $\tau_{bottle} = 879,4 \pm 0,6$ [19]. Tuy nhiên, khi đo bằng phương pháp “beam” thì thời gian sống của neutron tăng lên 8 giây, cỡ 1% với $\tau_{beam} = 888 \pm 0,2$ [20].

Trong lý thuyết DKKT với mô hình hạt mở rộng, chúng tôi giả định rằng có tất cả 6 kênh rã khả dĩ của neutron bao gồm

- i) $n \xrightarrow{W} p + e^- + \bar{\nu}_e$, iv) $n \rightarrow n_X + \nu + \bar{\nu}_X$,
- ii) $n \rightarrow n_X + H$, v) $n \rightarrow n_X + \nu_X + \bar{\nu}$,
- iii) $n \xrightarrow{X^{17}} n_X + \nu + \bar{\nu}$, vi) $n \rightarrow n_X + \nu_X + \bar{\nu}_X$.

4.2. Kênh rã của neutron sinh ra hạt photon tối vô hướng

Ta có giản đồ Feynman sau



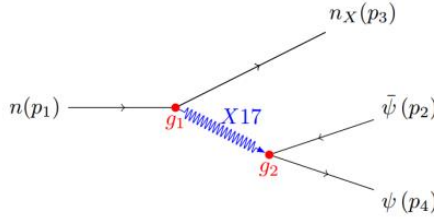
Hình 1. Giản đồ phân rã neutron ra neutron tối và vô hướng H .

Độ rộng phân rã của neutron với kênh rã tạo ra hạt vô hướng H là

$$\Gamma_H = \frac{2g^2 \cos^4 \theta_n m_X}{\pi \lambda^2} \left(\frac{4}{\sin^2 2\theta_n} - 1 \right)^{1/2} \sim \frac{2g^2 m_X \cos^3 \theta_n}{\pi \lambda^2 \sin \theta_n}. \quad (4.1)$$

4.3. Các kênh rã của neutron qua $X17$ ra neutron tới.

Ta thấy tất cả các kênh rã của neutron qua hạt truyền tương tác $X17$ (iii, iv, v và vi) đều được mô tả bằng giản đồ sau.



Hình 2. Giản đồ phân rã neutron qua $X17$ ra cặp lepton.

Áp dụng các quy tắc tính toán giản đồ Feynmann trong lý thuyết trường, ta thu được biểu thức của vi phân độ rộng phân rã theo năng lượng của các hạt neutrino bay ra là

$$d\Gamma = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{(4\pi)^3 \hbar m_1} dE_2 dE_4. \quad (4.2)$$

Để tính được độ rộng phân rã, ta đặt thêm các tham số không có thứ nguyên là các vô cùng bé cùng bậc sau đây

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{m_n - m_{n_X}}{m_n}, & \delta &= \frac{m_4}{m_1} = \frac{m_f}{m_n}, \\ \eta &= \frac{E_4}{m_1} = \frac{E_4}{m_n}, & \phi &= \sqrt{\eta^2 - \delta^2} = \frac{|\vec{p}_4|}{m_n}, \\ \gamma &= \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_{\bar{f}}}{m_n}, & E &= \frac{E_2}{m_1} = \frac{E_2}{m_n}, & X &= \frac{M_X^2}{m_1^2} = \left(\frac{M_X}{m_n} \right)^2. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Với chú ý điều kiện về cận của E là

$$E_{\pm} \approx \varepsilon - \eta + \frac{\gamma^2 + \delta^2 - \varepsilon^2}{2} + \eta\varepsilon - \eta^2 \pm \phi\sqrt{(\varepsilon - \eta)^2 - \gamma^2}. \quad (4.4)$$

Điều kiện của E_4 là $\Delta' > 0$ tương ứng với điều kiện của η là

$$\delta < \eta < \varepsilon - \gamma. \quad (4.5)$$

Ta đã thu được biểu thức tổng quát của vi phân biên độ tán xạ theo năng lượng của hạt thứ 4 là

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{d\eta} \left(\frac{g_1^2 g_2^2 m_n}{4\pi^3 \hbar X^2} \right)^{-1} &= -4\phi^2 \left[(\varepsilon - \eta)^2 - \gamma^2 \right] \\ &- \phi \sqrt{(\varepsilon - \eta)^2 - \gamma^2} (8\eta^2 - 8\eta\varepsilon - 2\delta^2 - 2\gamma^2 - 12\gamma\delta). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ta sẽ tính tích phân này trong từng trường hợp phân rã qua X17.

4.3.1. Quá trình rã neutron thành cặp neutrino và phản neutrino

$$\Gamma_3 = \frac{g_1^2 g_2^2 m_n}{30\pi^3 \hbar X^2} \varepsilon^5 = \frac{g_1^2 g_2^2}{30\pi^3 \hbar M_X^4} (m_n - m_{n_X})^5. \quad (4.7)$$

4.3.2. Quá trình rã neutron thành cặp neutrino tối và phản neutrino

$$\begin{aligned} \Gamma_4 &= \frac{g_1^2 g_2^2}{30\pi^3 \hbar M_X^4} (m_n - m_{n_X})^5 \left[\begin{aligned} &-1 + 10a^2 - 20a^3 + 15a^4 - 4a^5 - \frac{15}{2}a^4 \ln a \\ &+ \frac{\sqrt{1-a^2}}{2} (4 - 13a^2 - 6a^4) + \frac{15}{2}a^4 \ln(1 + \sqrt{1-a^2}) \end{aligned} \right] \\ &= \frac{g_1^2 g_2^2}{30\pi^3 \hbar M_X^4} (m_n - m_{n_X})^5 J_4(a). \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\text{Trong đó } a = \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{m}{m_n - m_{n_X}} = \frac{m_{\nu_X}}{m_n - m_{n_X}}.$$

Sử dụng phần mềm Mathematica với điều kiện $0 \leq a < 1$ ta có giá trị cực đại của J_4 là xấp xỉ 1,009 tại $a \approx 0,11186243786270342$.

4.3.3. Quá trình rã neutron thành cặp neutrino và phản neutrino tối

$$\Gamma_5 = \Gamma_4. \quad (4.9)$$

4.3.4. Quá trình rã neutron thành cặp neutrino tối và phản neutrino tối

Tóm lại ta thu được biểu thức cuối cùng của độ rộng phân rã của kênh (vi) là:

$$\Gamma_6 = \Gamma_3 \cdot J_6(a) \approx \frac{g_1^2 g_2^2}{30\pi^3 \hbar M_x^4} (m_n - m_{n_x})^5 \begin{pmatrix} 1 + 21,435a^2 - 65,94a^3 \\ -74,94a^4 + 209,235a^5 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Giá trị cực đại của J_6 là xấp xỉ 1,28 khi $a \approx 0,198477$.

4.4. So sánh các kênh phân rã mới của neutron

Ta có, độ rộng phân rã tổng cộng của các kênh rã qua X17 là

$$\Gamma_x = \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 < 1,28 \frac{16g^4 m_x}{15\pi^3 \lambda^{10} \sin^3 \theta_n \cos^3 \theta_n}. \quad (4.11)$$

Tỉ lệ của độ rộng phân rã giữa hai trường hợp phân rã ra hạt vô hướng H và phân rã thông qua X17 là

$$\frac{\Gamma_x}{\Gamma_H} < \frac{256g^2}{15\pi^2 \sin^4 2\theta_n \lambda^8} < \frac{256g^2}{15\pi^2 61,7^4} < 1,2 \cdot 10^{-7} g^2 \ll 1. \quad (4.12)$$

Như vậy, chúng ta thấy rằng nếu kênh rã vô hướng (ii) tồn tại, nghĩa là điều kiện khối lượng $m_H < 1,102\text{MeV}$ thỏa mãn, thì kênh rã (ii) đóng vai trò chính trong các kênh rã tối khác kênh rã β và ta có thể bỏ qua các kênh rã qua X17.

4.5. Vấn đề phân rã neutron và lời giải trong lý thuyết DKKT

Như vậy, trong mô hình hạt mới của DKKT, neutron có thêm các kênh rã mới, để đơn giản ta bỏ qua các kênh rã qua $X17$, và chỉ xét kênh rã β và kênh rã ra H. Thời gian sống hay chu kỳ bán rã đo được trong thí nghiệm bottle chính là chu kỳ bán rã toàn phần của neutron, còn thời gian sống trong thí nghiệm beam chính là thời gian để số hạt proton sinh ra bằng một nửa số hạt neutron ban đầu. Nên ta có mối liên hệ giữa chu kỳ bán rã của kênh (i) và (ii) là

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - e^{-\ln 2 \frac{\tau_{beam}}{\tau_{bottle}}} \right) = \frac{1}{2}. \quad (4.13)$$

Như vậy ta thu được tỷ lệ hằng số phân rã hay độ rộng phân rã theo hai kênh là

$$\frac{\Gamma_H}{\Gamma_w} = \frac{\Gamma_{ii}}{\Gamma_i} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - 2e^{-\ln 2 \frac{\tau_{beam}}{\tau_{bottle}}} = 1 - 2^{1 - \frac{\tau_{beam}}{\tau_{bottle}}} \sim 6,756 \cdot 10^{-3}. \quad (4.14)$$

Ta thu được phương trình liên hệ giữa tham số của lý thuyết DKKT dựa trên hai thí nghiệm beam và bottle là

$$\frac{\cos^3 \theta_n}{\lambda^2 \sin \theta_n} = \left(1 - 2^{1 - \frac{\tau_{beam}}{\tau_{bottle}}} \right) \frac{4,752 g^2 m_e^5}{64 \pi^2 m_X m_W^4 \sin^4 \theta_W} \sim \frac{g^2 m_e^5 10^{-3}}{2 \pi^2 m_X m_W^4 \sin^4 \theta_W}. \quad (4.15)$$

Như vậy, bài toán về sự chênh lệch thời gian sống của neutron khi đo bằng hai phương pháp beam và bottle đã có lời giải trong DKKT.

KẾT LUẬN

- ❖ Chúng tôi đã kết hợp thành công các trường gauge phi Abel vào veilbien, chúng đã xuất hiện như thành phần của trường hấp dẫn khi tồn tại trong tenxơ độ cong Ricci. Đây là cơ sở toán học để lý thuyết DKKT có thể thống nhất các tương tác trong một lý thuyết hình học.
- ❖ Kết quả thu được tính chất rất mạnh đó là tác dụng Hilbert-Einstein chỉ bất biến chuẩn khi trường gauge trên hai lá của hạt tay trái- hạt tay phải phải thỏa mãn một trong hai trường hợp:
 - Trường gauge phải là Abel trên một lá, điều này phù hợp với tính chất của tương tác yếu.
 - Trường gauge phi Abel thì phải có dạng giống nhau trên cả hai lá, phù hợp với tương tác mạnh.
- ❖ Chúng tôi đã đề xuất các kênh phân rã mới của neutron dựa trên các bạn đồng hành Kaluza-Klein của các hạt sơ cấp trong DKKT và các bằng chứng thực nghiệm.
- ❖ Xây dựng quy trình và kỹ thuật tính toán độ rộng phân rã của các kênh rã mới của neutron.
- ❖ Độ rộng phân rã của các kênh rã qua $X17$ rất nhỏ so với kênh rã ra vô hướng H , nên chúng ta có thể bỏ qua nếu kênh rã ra H tồn tại.
- ❖ Giải quyết hoàn toàn bài toán thời gian sống của neutron trong DKKT bằng cách sử dụng số liệu trong hai thí nghiệm “beam” và “bottle” để thu được mối liên hệ giữa các tham số của mô hình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Giovanni Landi, Nguyen Ai Viet, Kameshwar C. Wali, 1994, Gravity and electromagnetism in noncommutative geometry, *Physics Letters B*, Volume 326, Issues 1–2, Pages 45-50.
2. Tran The Anh, Tran Dinh Trong, Attila J. Krasznahorkay, Attila Krasznahorkay, József Molnár, Zoltán Pintye, Nguyen Ai Viet, Nguyen The Nghia, Do Thi Khanh Linh, Bui Thi Hoa, Le Xuan Chung and Nguyen Tuan Anh, 2024, Checking the 8Be Anomaly with a Two-Arm Electron Positron Pair Spectrometer, *Universe*. 10. 168. 10.3390.
3. S.L. Glashow, 1961, Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*. 22 (4): 579 588.
4. S. Weinberg, 1967, A Model of Leptons. *Physical Review Letters*. 19 (21): 1264-1266.
5. A. Salam, N. Svartholm, 1968, Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity. Eighth Nobel Symposium. Stockholm: *Almqvist and Wiksell*. tr. 367
6. Lee, T.D. Yang, C.N, 1956. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. *Physical Review*. 104 (1): 254–258.
7. Wu, C.S. Ambler, E; Hayward, R.W.; Hoppes, D.D.; Hudson, R.P., 1957, Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical Review*. 105 (4): 1413–1415.
8. Kaluza, Theodor, 1921, "Zum Unitätsproblem in der Physik". Sitzungsber. *Preuss. Akad. Wiss. Berlin. (Math. Phys.) (in German)*: 966–972.
9. Klein, Oskar, 1926, "Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie". *Zeitschrift für Physik A* . 37 (12): 895–906.
10. Zwicky, F. , 1937, On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae. *The Astrophysical Journal*. 86: 217–246.

11. M.Nakahara, 2003, Geometry, Topology and Physics, *Institute of Physics Publishin*, ISBN 0 7503 0606
12. A.Connes, 1994, Noncommutative Geometry, *Academic Press*.
13. A.Connes (IHES, Bures-sur-Yvette), 1995, Noncommutative geometry and reality , *J.Math.Phys.* 36, 6194-6231
14. A. Connes & J. Lott, 1989, Particle models and noncommutative geometry, *Nucl. Phys.Proc. Suppl. B*18 29
15. Ai Viet, N. and Wali, K.C, 1995, Magnetic monopole solutions in a modified Einstein-Yang-Mills-Higgs system. *Physical Review D* 51.1664.
16. Nguyen Ai Viet, 2019, Extra dimension of space-time exposed by anomalies at low energy, *arXiv preprint*, arXiv:1907.04517.
17. Z. Tang, et al, 2018, Search for the Neutron Decay $n \rightarrow X + \gamma$, Where X is a Dark Matter Particle, *Physical Review Letters*, 121 022505.
18. Berezhiani, Z, 2019, Neutron lifetime puzzle and neutron–mirror neutron oscillatio, *Eur. Phys. J. C* 79, 484.
19. S. Arzumanov, L. Bondarenko, S. Chernyavsky, P. Geltenbort, V. Morozov, V. V. Nesvizhevsky, Yu. Panin, and A. Strepetov, “A measurement of the neutron lifetime using the method of storage of ultracold neutrons and detection of inelastically upscattered neutrons”, *Physics Letters B*, 2015, Vol. 745, pp. 79–89.
20. J. Byrne and P. G. Dawber, “A revised value for neutron lifetime measured using a Penning trap”, *Europhysics Letters*, 1996, Vol. 33, pp. 187–192.

**DANH MỤC CÁC BÀI BÁO ĐÃ XUẤT BẢN
LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN**

1. Nguyen Ai Viet, **Pham Tien Du**, 2017, *Non-abelian gauge fields as components of gravity in the discretized Kaluza-Klein theory*, Modern Physics Letters A, Vol. 32, No. 18 (2017) 1750095.
2. **Pham Tien Du**, Nguyen Ai Viet, Nguyen Van Dat, 2020, *Decay of neutron with participation of the light vector boson X17*, J. Phys.: Conf. Ser. 1506 012004
3. **Pham Tien Du**, Nguyen Ai Viet, Nguyen Van Dat, 2021, *Comparison of the contribution of the photon's vector and scalar Kaluza-Klein partners in the neutron lifetime*, J. Phys.: Conf. Ser. 1932 012002