

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC  
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

**HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ**

---



**Cao Trần Ngọc Tuấn**

**PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN QUỸ ĐẠO CỦA XE LĂN ĐIỆN  
ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT BẬC CAO**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT ĐIỆN, ĐIỆN TỬ VÀ VIỄN THÔNG**

**TPHCM, 2025**

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC

VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

Cao Trần Ngọc Tuấn

PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN QUỸ ĐẠO CỦA

XE LĂN ĐIỆN ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP

ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT BẬC CAO

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT ĐIỆN, ĐIỆN TỬ VÀ VIỄN THÔNG

Ngành: Kỹ thuật điều khiển và tự động hoá

Mã số: 9520216

Xác nhận của Học viện  
Khoa học và Công nghệ

Người hướng dẫn 1  
(Ký, ghi rõ họ tên)

Người hướng dẫn 2  
(Ký, ghi rõ họ tên)

TS. Trương Nguyên Vũ

PGS.TS. Hà Quang Phúc

TPHCM, 2025

## LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận án: “Phát triển phương pháp điều khiển quỹ đạo của xe lăn điện ứng dụng phương pháp điều khiển trượt bậc cao” là công trình nghiên cứu của chính mình dưới sự hướng dẫn khoa học của tập thể hướng dẫn. Luận án sử dụng thông tin trích dẫn từ nhiều nguồn tham khảo khác nhau và các thông tin trích dẫn được ghi rõ nguồn gốc. Các kết quả nghiên cứu của tôi được công bố chung với các tác giả khác đã được sự nhất trí của đồng tác giả khi đưa vào luận án. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận án là hoàn toàn trung thực và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác ngoài các công trình công bố của tác giả. Luận án được hoàn thành trong thời gian tôi làm nghiên cứu sinh tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

*TPHCM, ngày        tháng        năm 20*

**Tác giả luận án**  
**(Ký và ghi rõ họ tên)**

## LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên, tôi xin trân trọng cảm ơn đến Ban Lãnh đạo Học Viện Khoa Học và Công Nghệ - Viện Hàn Lâm Khoa Học và Công Nghệ Việt Nam đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tôi xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc đến Thầy hướng dẫn, Tiến sĩ Trương Nguyên Vũ và PGS.TS Hà Quang Phúc. Quý Thầy đã nhiệt tình định hướng, hỗ trợ tôi hoàn thành luận án.

Xin cảm ơn Anh (Chị) cán bộ các phòng ban đã tạo điều kiện, trao đổi kinh nghiệm chuyên môn và hỗ trợ để tôi hoàn thành thực nghiệm luận án với kết quả tốt nhất.

Cuối cùng, xin cảm ơn đến gia đình, bạn bè, người thân đã động viên và dành cho tôi những tình cảm, chia sẻ những lúc khó khăn.

*TPHCM, ngày.....tháng.....năm 2025*

**Tác giả luận án**  
**(Ký và ghi rõ họ tên)**

## MỤC LỤC

|                                                                          |      |
|--------------------------------------------------------------------------|------|
| LỜI CAM ĐOAN.....                                                        | I    |
| LỜI CẢM ƠN.....                                                          | II   |
| DANH MỤC VIẾT TẮT.....                                                   | VI   |
| DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU .....                                               | VII  |
| DANH MỤC HÌNH .....                                                      | VIII |
| DANH MỤC BẢNG .....                                                      | XII  |
| MỞ ĐẦU .....                                                             | 1    |
| CHƯƠNG 1: TỔNG QUAN .....                                                | 5    |
| 1.1 Giới thiệu .....                                                     | 5    |
| 1.2 Các nghiên cứu liên quan .....                                       | 8    |
| 1.2.1 Các nghiên cứu về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện truyền thống..... | 8    |
| 1.2.2 Các nghiên cứu về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện dùng SMC.....     | 12   |
| 1.2.3 Các nghiên cứu về khử chattering trong SMC .....                   | 14   |
| 1.3 Kết luận.....                                                        | 17   |
| 1.3.1 Tổng kết tình hình nghiên cứu hiện nay .....                       | 17   |
| 1.3.2 Các vấn đề nghiên cứu trong luận án .....                          | 18   |
| 1.3.3 Giới hạn phạm vi nghiên cứu .....                                  | 18   |
| CHƯƠNG 2. LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VÀ MÔ HÌNH HÓA HỆ THỐNG .....       | 19   |
| 2.1 Lý thuyết điều khiển trượt .....                                     | 19   |
| 2.1.1 Lịch sử hình thành .....                                           | 19   |
| 2.1.2 Các khái niệm về ổn định .....                                     | 19   |
| 2.1.3 Ý tưởng điều khiển trượt .....                                     | 25   |
| 2.1.4 Vấn đề chattering.....                                             | 36   |
| 2.2 Mô hình hóa hệ thống.....                                            | 37   |
| 2.2.1 Giới thiệu.....                                                    | 37   |
| 2.2.2 Mô hình động học (Kinematic) .....                                 | 39   |
| 2.2.3 Mô hình động lực học (Dynamic) .....                               | 40   |

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.2.4 Các bất định trong mô hình .....                                | 41  |
| 2.3 Kết luận.....                                                     | 43  |
| CHƯƠNG 3. THIẾT KẾ MẶT TRƯỢT BẬC CAO.....                             | 44  |
| 3.1 Các phương pháp loại bỏ “chattering” trong điều khiển trượt. .... | 44  |
| 3.1.1 Phương pháp sử dụng lớp biên (boundary layer) .....             | 44  |
| 3.1.2 Phương pháp trượt bậc cao.....                                  | 48  |
| 3.1.3 So sánh lựa chọn phương pháp.....                               | 54  |
| 3.2 Mặt trượt TSM bậc 2 .....                                         | 55  |
| 3.2.1 Thiết kế mặt trượt .....                                        | 55  |
| 3.2.2 Mô phỏng thời gian hội tụ của mặt trượt.....                    | 59  |
| 3.3 Kết luận.....                                                     | 63  |
| CHƯƠNG 4 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN QUỸ ĐẠO DỰA TRÊN MẶT TRƯỢT 2TSM ..... | 64  |
| 4.1 Phương pháp điều khiển quỹ đạo .....                              | 64  |
| 4.2 Sử dụng mặt trượt tuyến tính (LSM) .....                          | 67  |
| 4.2.1 Thiết kế bộ điều khiển (mặt trượt LSM) .....                    | 67  |
| 4.2.2 Mô phỏng.....                                                   | 68  |
| 4.3 Sử dụng mặt trượt phi tuyến (NTSM) .....                          | 75  |
| 4.3.1 Thiết kế bộ điều khiển (mặt trượt NTSM) .....                   | 75  |
| 4.3.2 Mô phỏng.....                                                   | 77  |
| 4.4 Sử dụng mặt trượt TSM bậc 2 .....                                 | 82  |
| 4.4.1 Thiết kế bộ điều khiển (mặt trượt 2TSM) .....                   | 82  |
| 4.4.2 Mô phỏng.....                                                   | 84  |
| 4.4.3 So sánh với các bộ điều khiển trượt truyền thống.....           | 86  |
| 4.5 Thực nghiệm.....                                                  | 88  |
| 4.5.1 Điều khiển động cơ DC.....                                      | 89  |
| 4.5.2 Điều khiển quỹ đạo.....                                         | 96  |
| 4.6 Kết luận:.....                                                    | 101 |
| KẾT LUẬN .....                                                        | 102 |

|                                                  |     |
|--------------------------------------------------|-----|
| Những nội dung nghiên cứu chính của luận án..... | 102 |
| Những đóng góp khoa học mới của luận án .....    | 102 |
| Hướng phát triển của luận án .....               | 102 |
| DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ .....         | 103 |
| TÀI LIỆU THAM KHẢO .....                         | 104 |

**DANH MỤC VIẾT TẮT**

| <b>Viết tắt</b> | <b>Ý nghĩa</b>                                                              |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <b>SMC</b>      | Sliding Mode Control – Điều khiển trượt                                     |
| <b>DDMR</b>     | Differential Drive Mobile Robot – Robot dẫn động vi sai                     |
| <b>LSM</b>      | Linear Sliding Mode – Điều khiển trượt tuyến tính                           |
| <b>TSM</b>      | Terminal Sliding Mode – Điều khiển trượt Terminal                           |
| <b>NTSM</b>     | Non-singular Terminal Sliding Mode – Điều khiển trượt Non-singular Terminal |
| <b>2TSM</b>     | Second-order Terminal Sliding Mode - Điều khiển trượt Terminal bậc 2        |

## DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU

| Ký hiệu    | Đơn vị  | Ý nghĩa                                                 |
|------------|---------|---------------------------------------------------------|
| $v$        | $m/s$   | Vận tốc dài của robot                                   |
| $\omega$   | $rad/s$ | Vận tốc góc của robot                                   |
| $\theta$   | $rad$   | Góc hướng của robot                                     |
| $L$        | $m$     | $\frac{1}{2}$ khoảng cách trục bánh robot               |
| $d$        | $m$     | Khoảng cách trọng tâm đến đến điểm đặt khối lượng robot |
| $R$        | $m$     | Đường kính bánh xe robot                                |
| $I$        | $kgm^2$ | Mô men quán tính                                        |
| $\tau$     | $Nm$    | Mô men xoắn                                             |
| $\theta_e$ | $rad$   | Sai số góc hướng của robot                              |
| $d_e$      | $m$     | Sai số vị trí của robot                                 |

## DANH MỤC HÌNH

|                                                                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Hình 1.1 Cấu trúc bộ điều khiển quỹ đạo [19] .....                                                                                                   | 5  |
| Hình 1.2 Cấu trúc bộ điều khiển quỹ đạo rút gọn.....                                                                                                 | 5  |
| Hình 1.3 Cấu trúc của xe lăn điện (a) và Robot di động vi sai – DDMR (b) .....                                                                       | 6  |
| Hình 1.4 Hiện tượng chattering .....                                                                                                                 | 8  |
| Hình 1.5 Kết quả mô phỏng điều khiển quỹ đạo của tác giả K. Maatoug.....                                                                             | 10 |
| Hình 1.6 Kết quả mô phỏng bám quỹ đạo theo phương Y (a) và kết quả thực nghiệm (b) của tác giả Shojaei.....                                          | 10 |
| Hình 1.7 Cấu trúc “ <i>Network</i> ” và kết quả mô phỏng điều khiển quỹ đạo của Li.Z .....                                                           | 11 |
| Hình 1.8 Kết quả mô phỏng bám quỹ đạo trong nghiên cứu của Trujillo.....                                                                             | 11 |
| Hình 1.9 Kết quả thực nghiệm điều khiển quỹ đạo của Solea.....                                                                                       | 13 |
| Hình 1.10 Tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu của B.B.Mevo .....                                                                                    | 13 |
| Hình 1.11 Tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu của L.T.T.Uyên [9] .....                                                                              | 14 |
| Hình 1.12 Sự biến đổi của hàm “sign” sang hàm “saturation” và hàm “sigmoid” .....                                                                    | 15 |
| Hình 1.13 Kết quả mô phỏng của tác giả Meng Luo [38] .....                                                                                           | 15 |
| Hình 1.14 Tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu [45] .....                                                                                            | 16 |
| Hình 1.15 Đáp ứng sai số trong nghiên cứu của Y.Feng [53] .....                                                                                      | 17 |
| Hình 2.1 Hội tụ tiệm cận của hệ thống khi có và không có nhiễu.....                                                                                  | 22 |
| Hình 2.2 Đáp ứng hệ thống (2.1) với sự xuất hiện của nhiễu giữa hệ thống hội tụ trong thời gian hữu hạn (nét liền) và hội tụ tiệm cận (nét đứt)..... | 24 |
| Hình 2.3 Đáp ứng trạng thái của hệ thống từ ban đầu về “0” trong SMC.....                                                                            | 25 |
| Hình 2.4 Biểu đồ pha (LSM) .....                                                                                                                     | 28 |
| Hình 2.5 Đáp ứng biến trượt (LSM) với các hệ số $k$ khác nhau .....                                                                                  | 29 |
| Hình 2.6 Tín hiệu điều khiển (LSM, $k = 5$ ) .....                                                                                                   | 29 |
| Hình 2.7 Đáp ứng biến trạng thái (LSM) với các hệ số khác nhau (a) $\gamma = 1, k = 5; 15; 30$ (b) $\gamma = 1; 1.5; 2, k = 5$ .....                 | 30 |
| Hình 2.8 Đáp ứng biến trạng thái của TSM.....                                                                                                        | 33 |
| Hình 2.9 Tín hiệu điều khiển $u$ (TSM) xuất hiện điểm kỳ dị .....                                                                                    | 33 |
| Hình 2.10 Biểu đồ pha giữa “NTSM” và “LSM” .....                                                                                                     | 35 |
| Hình 2.11 Đáp ứng biến trạng thái giữa mặt trượt NTSM và LSM .....                                                                                   | 35 |
| Hình 2.12 Tín hiệu điều khiển NTSM .....                                                                                                             | 35 |
| Hình 2.13 Đáp ứng biến trượt của mặt NTSM .....                                                                                                      | 36 |
| Hình 2.14 Hệ tọa độ của DDMR .....                                                                                                                   | 38 |

|                                                                                              |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Hình 2.15 Bánh xe bên phải của DDMR.....                                                     | 39 |
| Hình 2.16 Khối lượng lớn gây bất định mô hình.....                                           | 42 |
| Hình 2.17 Bất định về trọng tâm .....                                                        | 42 |
| Hình 3.1 Tín hiệu điều khiển khi sử dụng hàm $sat(s/\varepsilon)$ (màu đỏ).....              | 45 |
| Hình 3.2 Đáp ứng của biến trượt khi dùng hàm $sat(s/\varepsilon)$ .....                      | 45 |
| Hình 3.3 Đáp ứng của biến trạng thái giữa hàm $sign(s)$ và $sat(s/\varepsilon)$ .....        | 46 |
| Hình 3.4 Tín hiệu điều khiển giữa hàm $sat(s/\varepsilon)$ và $sigmoid(s/\varepsilon)$ ..... | 47 |
| Hình 3.5 Đáp ứng biến trượt khi sử dụng hàm $sigmoid(s/\varepsilon)$ .....                   | 47 |
| Hình 3.6 Biểu đồ pha khi sử dụng hàm $sigmoid(s/\varepsilon)$ .....                          | 47 |
| Hình 3.7 Tín hiệu điều khiển .....                                                           | 49 |
| Hình 3.8 Đáp ứng biến trượt.....                                                             | 50 |
| Hình 3.9 Đáp ứng biến trạng thái .....                                                       | 50 |
| Hình 3.10 Biểu đồ pha .....                                                                  | 51 |
| Hình 3.11 Tín hiệu điều khiển FOTSM.....                                                     | 52 |
| Hình 3.12 Đáp ứng biến trượt FOTSM .....                                                     | 53 |
| Hình 3.13 Đáp ứng biến trạng thái FOTSM .....                                                | 53 |
| Hình 3.14 Biểu đồ pha FOTSM.....                                                             | 53 |
| Hình 3.15 Đáp ứng trạng thái của hệ thống FOTSM với hệ số thay đổi.....                      | 54 |
| Hình 3.16 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.5).....                        | 60 |
| Hình 3.17 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.6).....                        | 61 |
| Hình 3.18 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.7).....                        | 61 |
| Hình 3.19 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.8).....                        | 62 |
| Hình 4.1 Phương pháp điều khiển bám đuôi .....                                               | 64 |
| Hình 4.2 Sơ đồ cấu trúc điều khiển quỹ đạo.....                                              | 65 |
| Hình 4.3 Tương quan vị trí giữa DDMR thực và DDMR tham chiếu .....                           | 65 |
| Hình 4.4 Lưu đồ điều khiển quỹ đạo trong mô phỏng.....                                       | 66 |
| Hình 4.5 Lưu đồ điều khiển quỹ đạo trên DDMR thực.....                                       | 66 |
| Hình 4.6 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên) .....                            | 69 |
| Hình 4.7 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên).....                                 | 70 |
| Hình 4.8 Đáp ứng biến trượt quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên).....                              | 70 |
| Hình 4.9 Sai số xác lập quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên) .....                                 | 70 |
| Hình 4.10 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên) .....                         | 71 |
| Hình 4.11 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (LSM không lớp biên).....                                | 71 |
| Hình 4.12 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (LSM không lớp biên) .....                         | 72 |
| Hình 4.13 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (LSM có lớp biên) .....                              | 72 |
| Hình 4.14 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (LSM có lớp biên) .....                                  | 73 |

|                                                                                                                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Hình 4.15 So sánh kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 giữa tín hiệu điều khiển có hàm sign (màu đỏ) so với tín hiệu điều khiển có hàm saturation (màu đen)..... | 73 |
| Hình 4.16 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (LSM có lớp biên) .....                                                                                                 | 74 |
| Hình 4.17 So sánh kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 giữa tín hiệu điều khiển có hàm sign (màu đỏ) so với tín hiệu điều khiển có hàm saturation (màu đen)..... | 74 |
| Hình 4.18 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên) .....                                                                                         | 77 |
| Hình 4.19 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên) .....                                                                                             | 78 |
| Hình 4.20 Sai số trạng thái quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên).....                                                                                            | 78 |
| Hình 4.21 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên).....                                                                                        | 78 |
| Hình 4.22 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (NTSM không lớp biên) .....                                                                                             | 79 |
| Hình 4.23 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (NTSM không lớp biên).....                                                                                        | 79 |
| Hình 4.24 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (NTSM có lớp biên).....                                                                                             | 80 |
| Hình 4.25 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (NTSM có lớp biên) .....                                                                                                | 80 |
| Hình 4.26 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (NTSM có lớp biên) .....                                                                                                | 80 |
| Hình 4.27 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (NTSM có lớp biên).....                                                                                           | 81 |
| Hình 4.28 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (NTSM có lớp biên).....                                                                                           | 81 |
| Hình 4.29 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (2TSM) .....                                                                                                        | 84 |
| Hình 4.30 Đáp ứng vận tốc theo quỹ đạo 1 (2TSM) .....                                                                                                       | 85 |
| Hình 4.31 Sai số bám vận tốc ( $v, \omega$ ) theo quỹ đạo 1 (2TSM).....                                                                                     | 85 |
| Hình 4.32 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (2TSM).....                                                                                                       | 85 |
| Hình 4.33 Đáp ứng vận tốc theo quỹ đạo 2 (2TSM) .....                                                                                                       | 86 |
| Hình 4.34 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (2TSM).....                                                                                                       | 86 |
| Hình 4.35 Kết quả đáp ứng vận tốc dài giữa 3 phương pháp .....                                                                                              | 87 |
| Hình 4.36 Đáp ứng vận tốc góc (Rad/s) .....                                                                                                                 | 87 |
| Hình 4.37 DDMR được sử dụng trong thực nghiệm .....                                                                                                         | 89 |
| Hình 4.38 Sơ đồ điều khiển tốc độ động cơ .....                                                                                                             | 89 |
| Hình 4.39 Đáp ứng vận tốc của động cơ (PID) .....                                                                                                           | 91 |
| Hình 4.40 Đáp ứng vận tốc của động cơ (LSM) .....                                                                                                           | 91 |
| Hình 4.41 Đáp ứng vận tốc của động cơ (2TSM) .....                                                                                                          | 92 |
| Hình 4.42 Mô hình thử nghiệm động cơ DC .....                                                                                                               | 93 |
| Hình 4.43 Bộ điều khiển PID (4.27).....                                                                                                                     | 93 |
| Hình 4.44 Bộ điều khiển LSM (4.28) với lớp biên ( $\varepsilon = 0.01$ ) .....                                                                              | 94 |
| Hình 4.45 Bộ điều khiển 2TSM (4.29) .....                                                                                                                   | 94 |
| Hình 4.46 Đáp ứng bộ điều khiển PID sau khi hiệu chỉnh .....                                                                                                | 95 |
| Hình 4.47 Đáp ứng bộ điều khiển PID với vận tốc tham chiếu thay đổi.....                                                                                    | 95 |
| Hình 4.48 Đáp ứng của bộ điều khiển 2TSM với vận tốc tham chiếu thay đổi ...                                                                                | 96 |

|                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| Hình 4.49 Sơ đồ kết nối các thành phần DDMR.....                          | 97  |
| Hình 4.50 DDMR di chuyển theo quỹ đạo 1 .....                             | 98  |
| Hình 4.51 Vận tốc thực bánh trái/phải của DDMR theo quỹ đạo 1(rpm) .....  | 98  |
| Hình 4.52 DDMR di chuyển theo quỹ đạo 2 .....                             | 98  |
| Hình 4.53 Vận tốc thực bánh trái/phải của DDMR theo quỹ đạo 2 (rpm) ..... | 99  |
| Hình 4.54 Kết quả DDMR theo quỹ đạo 1 (Kịch bản 2&3).....                 | 100 |
| Hình 4.55 Kết quả DDMR theo quỹ đạo 2 (Kịch bản 2&3).....                 | 100 |

## DANH MỤC BẢNG

|                                                                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Bảng 2.1 Giới hạn vật lý của DDMR .....                                                                           | 43  |
| Bảng 3.1 So sánh các phương pháp khử chattering.....                                                              | 54  |
| Bảng 4.1 Thông số DDMR.....                                                                                       | 69  |
| Bảng 4.2 Bảng so sánh kết quả đáp ứng của phương pháp điều khiển LSM với trường hợp có và không có lớp biên.....  | 74  |
| Bảng 4.3 Bảng so sánh kết quả đáp ứng của phương pháp điều khiển NTSM với trường hợp có và không có lớp biên..... | 81  |
| Bảng 4.4 Đáp ứng sai số vận tốc dài giữa các phương pháp.....                                                     | 87  |
| Bảng 4.5 Đáp ứng sai số vận tốc góc giữa các phương pháp.....                                                     | 88  |
| Bảng 4.6 Sai số vị trí kết quả thực nghiệm theo quỹ đạo 1 (kịch bản 1).....                                       | 97  |
| Bảng 4.7 Sai số vị trí kết quả thực nghiệm theo quỹ đạo 2 (kịch bản 1).....                                       | 99  |
| Bảng 4.8 Sai số vị trí giữa thực nghiệm và mô phỏng theo quỹ đạo 1.....                                           | 99  |
| Bảng 4.9 Sai số vị trí giữa thực nghiệm và mô phỏng theo quỹ đạo 2.....                                           | 101 |

## MỞ ĐẦU

### Tính cấp thiết

Nhu cầu sử dụng xe lăn điện ngày càng tăng cao do rất nhiều nguyên nhân. Cụ thể theo thống kê, hiện nay (năm 2025) có khoảng 12% người trưởng thành tại Hoa Kỳ gặp phải vấn đề hạn chế vận động dẫn đến khó khăn nghiêm trọng trong việc đi bộ hoặc leo cầu thang, và xấp xỉ 5.5 đến 6 triệu người trưởng thành sử dụng xe lăn để di chuyển [1].

Trong tổng số người sử dụng thì có đến 10% phản ánh gặp khó khăn nghiêm trọng hoặc không thể sử dụng xe lăn điện để thực hiện các hoạt động sinh hoạt hàng ngày và 40% người dùng xe lăn điện gặp vấn đề trong việc điều khiển, đặc biệt là khi di chuyển trong không gian hẹp, địa hình phức tạp [2]. Từ việc khó khăn trong điều khiển dẫn đến nhiều tai nạn nghiêm trọng xảy ra, trong đó từ 65-80% số vụ tai nạn liên quan đến lật xe hoặc ngã [3]. Để giải quyết vấn đề này, xe lăn điện tự động hoặc bán tự động đã nổi lên như một giải pháp giúp người sử dụng có thể điều khiển xe lăn điện tốt hơn, nhất là đối với những người bệnh lý nặng, không đảm bảo sức khỏe và sự linh hoạt để có thể tự điều khiển và đảm bảo an toàn.

Để phát triển các hệ thống xe lăn điện tự động, bên cạnh các nghiên cứu về tích hợp hệ thống cảm biến dẫn đường, hoặc phát triển các hệ giao tiếp như: Giao diện người-máy tính (Human-Computer Interface - HCI), hoặc giao diện não – máy tính (Brain-Computer Interface - BCI), thì vấn đề cốt lõi được nghiên cứu rộng rãi trong nhiều năm qua đó là điều khiển quỹ đạo (Trajectory tracking control).

Lý do việc điều khiển quỹ đạo đóng vai trò rất quan trọng bởi vì xe lăn điện phải hoạt động trong điều kiện tương đối phức tạp, tồn tại nhiều bất định, từ các bất định trong chính mô hình động lực học của nó như: khối lượng thay đổi, trọng tâm thay đổi, cho đến các nhiễu loạn bên ngoài như: bề mặt di chuyển (trơn trượt), độ dốc thay đổi, v.v.. Vì vậy cần phải có phương pháp điều khiển quỹ đạo đáng tin cậy để đảm bảo sự ổn định, chính xác và an toàn khi di chuyển qua các địa hình phức tạp.

Với các vấn đề nan giải ở trên, điều khiển trượt (SMC) được xem là một giải pháp thích hợp để giải quyết thay vì các phương pháp điều khiển truyền thống. Tuy nhiên bên cạnh ưu điểm, điều khiển trượt tồn tại một nhược điểm cố hữu đó là hiện tượng “chattering”, có nghĩa là tín hiệu điều khiển sẽ xuất hiện sự dao động mạnh với tần số lớn quanh giá trị mong muốn, điều này sẽ làm giảm độ chính xác hoặc gây ra hư hỏng cho các thiết bị cơ điện.

Chính vì vậy, cho dù những năm gần đây xuất hiện tương đối nhiều các nghiên cứu ứng dụng SMC trong điều khiển quỹ đạo [4]-[18] có xét đến các yếu tố bất định và nhiễu, tuy nhiên các nghiên cứu này chỉ dừng lại ở mô phỏng hoặc thử nghiệm hạn chế trong môi trường thí nghiệm vì sự xuất hiện của chattering.

Với lý do và hiện trạng như trên, luận án sẽ tập trung phát triển một giải thuật điều khiển quỹ đạo mới cho xe lăn điện dựa trên phương pháp trượt bậc cao nhằm giải quyết vấn đề chattering. Cụ thể luận án sẽ lựa chọn phương pháp trượt Terminal bậc 2 với các ưu điểm như: bền vững trước nhiễu và bất định, độ chính xác cao và có khả năng điều khiển hội tụ trong thời gian hữu hạn. Hơn nữa, ưu điểm nổi trội nhất là có khả năng triệt tiêu hiện tượng chattering, giúp giải thuật có thể được áp dụng trực tiếp lên hệ cơ điện (xe lăn điện).

## **Mục tiêu, đối tượng, phạm vi và phương pháp nghiên cứu**

### **Mục tiêu nghiên cứu**

Phát triển một phương pháp điều khiển quỹ đạo cho xe lăn điện áp dụng trượt bậc cao nhằm giải quyết vấn đề “chattering” trong điều khiển trượt để có thể áp dụng trực tiếp vào thực tế.

### **Đối tượng nghiên cứu**

Nội dung nghiên cứu chính trong luận án là điều khiển quỹ đạo xe lăn điện có cơ cấu truyền động dạng vi sai (Differential Drive). Xét về khía cạnh mô hình hóa, xe lăn điện có mô hình hoàn toàn tương tự robot di động vi sai (Differential Drive Mobile Robot – DDMR). Điểm khác biệt lớn nhất là các bất định khi vận hành thực tế giữa xe lăn điện và DDMR.

Vì vậy, đối tượng nghiên cứu trong luận án là Robot di động truyền động vi sai (DDMR) có xét đến bất định mô hình và nhiễu loạn môi trường.

### **Phạm vi nghiên cứu**

Luận án tập trung vào ứng dụng phương pháp trượt bậc cao để phát triển giải thuật điều khiển quỹ đạo cho DDMR có xét đến bất định mô hình và nhiễu loạn môi trường. Phương pháp điều khiển sẽ được kiểm chứng bằng mô phỏng và thử nghiệm thực tế trên DDMR.

### **Phương pháp nghiên cứu**

Luận án tập trung vào việc ứng dụng trượt bậc cao cho bài toán điều khiển quỹ đạo của xe lăn điện. Đầu tiên, tác giả nghiên cứu tổng quan các phương pháp trượt và phương pháp khử chattering, từ đó chọn được phương pháp trượt phù hợp cho nghiên cứu. Sau đó, mô hình động học (kinematic model) và động lực học (dynamic model) của DDMR được xây dựng, trong đó có xét đến các yếu tố bất định cần giải quyết (các yếu tố bất định được giới hạn). Từ mô hình đã có, tác giả phát triển một phương pháp điều khiển quỹ đạo ứng dụng phương pháp trượt mới đã được xây dựng, đáp ứng được các yêu cầu về độ chính xác và tính bền vững thông qua chứng minh bằng toán học. Cuối cùng, kết quả được kiểm chứng bằng mô phỏng và sau đó thử nghiệm trên thực tế.

## **Ý nghĩa khoa học và thực tiễn**

**Ý nghĩa khoa học:** Đầu tiên là giải pháp thiết kế mặt trượt Terminal Sliding Mode bậc cao giúp triệt tiêu “chattering” nhưng vẫn đảm bảo tính bền vững và độ

chính xác. Thứ hai là giải thuật điều khiển quỹ đạo cho hệ DDMR với các bất định mô hình dựa trên phương pháp trượt bậc cao.

**Ý nghĩa thực tiễn:** áp dụng phương pháp điều khiển quỹ đạo mới lên hệ DDMR thực tế, đảm bảo độ chính xác và tính bền vững trước các yếu tố bất định và nhiễu loạn.

### **Các đóng góp mới của luận án**

- Thiết kế mặt trượt Terminal Sliding Mode bậc 2, bao gồm khả năng tính toán thiết kế các thông số bộ điều khiển cũng như tính toán thời gian hội tụ các biến trạng thái, có thể ứng dụng vào hệ cơ điện thực tế.

- Thiết kế một bộ điều khiển quỹ đạo cho DDMR dựa trên Terminal Sliding Mode bậc 2, có thể ứng dụng vào thực tế.

### **Cấu trúc nội dung luận án**

Bố cục luận án gồm 4 chương:

- **Chương 1:** Trình bày tổng quan về những nghiên cứu điều khiển quỹ đạo xe lăn điện, DDMR, và các nghiên cứu chuyên sâu về điều khiển trượt, từ đó định hướng đến nội dung nghiên cứu trong luận án.
- **Chương 2:** Trình bày lý thuyết về điều khiển trượt và mô hình hóa hệ thống DDMR. Chương này làm nền tảng để xây dựng các lý thuyết mới của luận án trong Chương 3 và Chương 4.
- **Chương 3:** Trình bày lý thuyết trượt mới (2TSM) bao gồm thiết kế hoàn chỉnh mặt trượt và mô phỏng kiểm chứng.
- **Chương 4:** Thiết kế bộ điều khiển quỹ đạo cho DDMR dựa trên mặt trượt 2TSM (được xây dựng trong Chương 3). Hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất sẽ được đánh giá thông qua việc so sánh với các phương pháp điều khiển truyền thống, đồng thời được kiểm chứng bằng các thí nghiệm thực tế.
- **Kết luận**

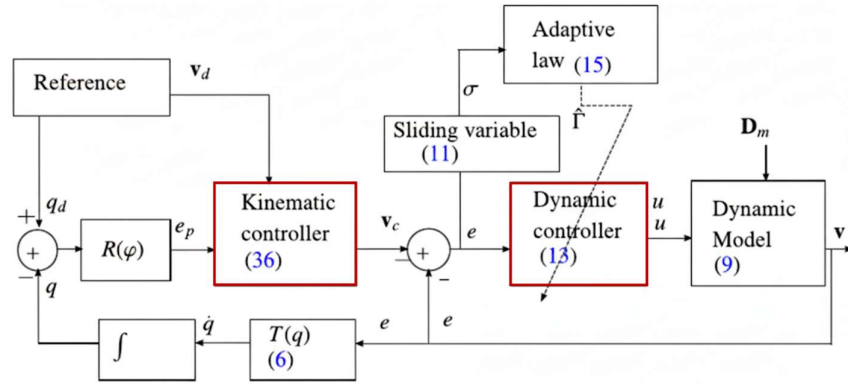
## CHƯƠNG 1: TỔNG QUAN

### 1.1 Giới thiệu

Điều khiển quỹ đạo (trajectory tracking control) là một phương pháp điều khiển được sử dụng rộng rãi trong lĩnh vực robot và các hệ thống tự hành, nhằm đảm bảo cho đối tượng di chuyển theo đúng quỹ đạo đã được xác định trước, bao gồm cả vị trí và hướng di chuyển.

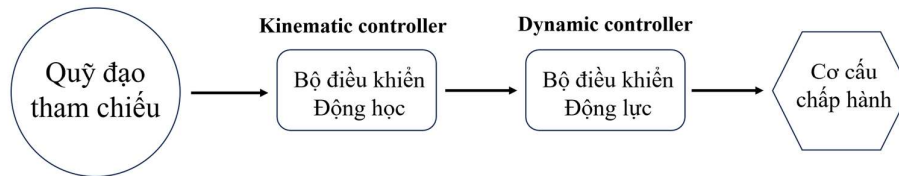
Nói cách khác, thay vì chỉ yêu cầu đạt đến một điểm đích, điều khiển quỹ đạo đảm bảo rằng đối tượng di chuyển liên tục theo quỹ đạo mong muốn. Điều khiển quỹ đạo cho xe lăn điện nói riêng và các thiết bị di chuyển thông minh khác như robot di động nói chung là lĩnh vực thu hút nhiều hoạt động tiềm năng. Trong đó, đặc biệt là các nghiên cứu về sự ảnh hưởng của các yếu tố bất định, nhiều đến độ chính xác của bộ điều khiển. Và xe lăn điện chính là đối tượng chịu ảnh hưởng điển hình của nhiều yếu tố bất định như: sự thay đổi về khối lượng, độ lệch trọng tâm, bề mặt, v.v..

Để giải quyết bài toán điều khiển quỹ đạo có xét đến các yếu tố bất định, cấu trúc bộ điều khiển thường được xây dựng như sau:



Hình 1.1 Cấu trúc bộ điều khiển quỹ đạo [19]

Sơ đồ điều khiển trên có thể được cấu trúc gọn lại như sau:



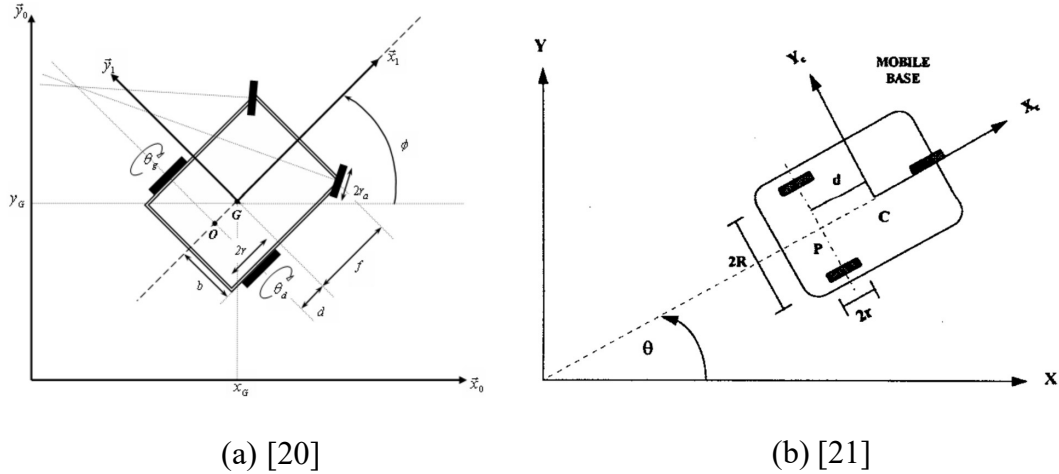
Hình 1.2 Cấu trúc bộ điều khiển quỹ đạo rút gọn

Trong sơ đồ này, hai thành phần chính đó là “bộ điều khiển động học” (Kinematic controller) và “bộ điều khiển động lực” (Dynamic controller).

❖ **Bộ điều khiển động học:** Bộ điều khiển động học dựa trên nền tảng cấu tạo (Hình 1.3) và mô hình động học (Kinematic model) của xe lăn điện, có vai trò như thành phần điều hướng trong cấu trúc tổng thể, cụ thể như sau:

- Nhận đầu vào là quỹ đạo mong muốn (desired trajectory) dưới dạng vị trí hoặc tư thế  $p\{x, y, \theta\}$ .
- Dựa vào mô hình động học tính toán ra các thành phần vận tốc cần thiết ( $v_{ref}, \omega_{ref}$ ) để robot bám theo quỹ đạo.
- Giữ cho robot không bị lệch hướng hoặc sai vị trí so với đường tham chiếu.

Bộ điều khiển động học chỉ đưa ra tín hiệu điều khiển dựa trên công thức toán (từ kinematic model) mà không xét đến các thành phần lực hay nhiễu.



Hình 1.3 Cấu trúc của xe lăn điện (a) và Robot di động vi sai – DDMR (b)

Từ Hình 1.3 thể hiện rõ cấu trúc của xe lăn điện và robot di động vi sai gần như hoàn toàn giống nhau, cụ thể bao gồm:

- Cơ cấu dẫn động: Hai động cơ dẫn động độc lập ở hai bên trái, phải.
- Bánh xe tự do: Gồm từ một đến hai bánh xe tự do (caster wheel) có nhiệm vụ giữ thăng bằng.

Vì vậy, trong các phần tiếp theo của luận án, tác giả sẽ sử dụng thuật ngữ “DDMR” bên cạnh thuật ngữ “xe lăn điện” nhằm mở rộng phạm vi nghiên cứu, không chỉ hạn chế trong các công bố liên quan đến xe lăn điện.

❖ **Bộ điều khiển động lực:** có vai trò thực thi, đảm bảo các tín hiệu vận tốc  $v_{ref}, \omega_{ref}$  được truyền đạt chính xác đến cơ cấu chấp bằng cách tính toán ra

mô men cần thiết ( $\tau_{left}, \tau_{right}$ ) cho từng động cơ dẫn động, có xét đến các thành phần lực và yếu tố bất định khác.

Như vậy có thể thấy bộ điều khiển động lực là thành phần chính, quan trọng trong cấu trúc điều khiển quỹ đạo. Để thiết kế bộ điều khiển động lực đáp ứng được yêu cầu thực tế thì cần xét đầy đủ các thành phần lực, và quan trọng hơn là các bất định, nhiều môi trường mà không được thể hiện đầy đủ thông qua mô hình toán.

Trong thực tế để xác định hoặc đo lường chính xác các yếu tố bất định và nhiễu là rất phức tạp và cần những cảm biến đắt tiền làm cho việc ứng dụng vào điều khiển xe lăn điện là bất khả thi. Vì vậy, một số nghiên cứu đã sử dụng giải pháp thay thế như các bộ quan sát nhiễu (Disturbance observer) kết hợp với một phương pháp điều khiển truyền thống để giải quyết vấn đề này [22]-[24]. Tuy nhiên, việc xây dựng những bộ quan sát cũng tồn tại nhiều nhược điểm, đó là khó khăn trong việc xác định mô hình nhưng lại nhạy cảm với các nhiễu phức tạp hoặc thay đổi quá nhanh, khiến cho kết quả khi áp dụng thực tế chưa thực sự hiệu quả.

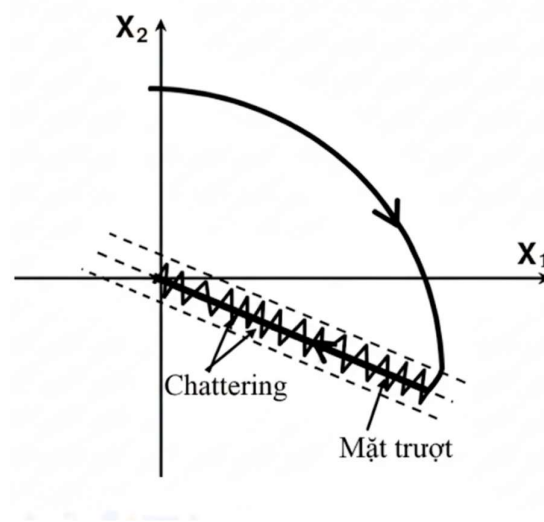
Chính vì vậy, vấn đề đặt ra là liệu có phương pháp điều khiển nào có thể xử lý các yếu tố nhiễu, bất định này một cách đơn giản hơn nhưng phải bền vững, không làm giảm độ chính xác khi có những thay đổi phức tạp. Trong bối cảnh đó, điều khiển trượt được đánh giá là giải pháp phù hợp với các yêu cầu trên nhờ vào đặc tính bền vững trước các nhiễu và bất định phức tạp như trong trường hợp điều khiển quỹ đạo xe lăn điện, hơn nữa việc thiết kế khá đơn giản so với phương pháp dùng các bộ quan sát nhiễu.

Thiết kế bộ điều khiển trượt gồm hai giai đoạn: trước hết lựa chọn mặt trượt là một hàm của các trạng thái hệ thống, sau đó xây dựng luật điều khiển để bảo đảm hệ thống nằm ngoài mặt trượt sẽ được đưa về và duy trì trên mặt trượt, từ đó tiến dần tiệm cận đến điểm cân bằng đối với mặt trượt tuyến tính hoặc tiến về chính xác điểm cân bằng trong thời gian hữu hạn đối với mặt trượt phi tuyến (Mặt trượt Terminal).

Dù có ưu điểm vượt trội như vậy nhưng đi kèm với nó là một nhược điểm cố hữu của điều khiển trượt, đó là hiện tượng chattering gây ra do tín hiệu điều khiển tồn tại hàm " $sign()$ ". Đây là một hàm không liên tục, nó vừa chống lại các yếu tố nhiễu hoặc sự thay đổi các bất định nhưng vừa gây ra sự chuyển đổi với tần số cao quanh giá trị điều khiển (Hình 1.4).

Để giải quyết vấn đề chattering, người ta thường đơn giản là sử dụng hàm saturation hay hàm sigmoid thay cho hàm sign trong tín hiệu điều khiển, kết quả làm giảm hiện tượng chattering nhưng vẫn lại gây ra sai số xác lập lớn hơn, mất đi tính bền vững của điều khiển trượt. Một số phương pháp khác nhằm làm giảm biên độ của

chattering như: kết hợp bộ quan sát nhiễu (Disturbance Observer), điều khiển thích nghi (Adaptive switching gain law), các phương pháp này có nhược điểm là thiết kế phức tạp, khó hiệu chỉnh và nhạy cảm với các nhiễu phức tạp. Các giải pháp gần như tối ưu hiện nay là nâng bậc cho mặt trượt (Full order SMC hoặc Higher order SMC) với ưu điểm và dễ sử dụng và đảm bảo tính bền vững, độ chính xác cao bên cạnh nhược điểm là phức tạp trong tính toán và chứng minh, đồng thời có thể yêu cầu tài nguyên tính toán lớn hơn (ví xử lý cao cấp). Tuy nhiên những nhược điểm này là vấn đề có thể giải quyết được và đây là hướng đi trọng tâm của luận án.



Hình 1.4 Hiện tượng chattering

## 1.2 Các nghiên cứu liên quan

Để có sự nhìn nhận tổng thể về quá trình phát triển các phương pháp điều khiển quỹ đạo của xe lăn điện, trong phần này luận án sẽ đi qua ba phần chính. Đầu tiên luận án sẽ trình bày những nghiên cứu sớm nhất về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện, áp dụng các phương pháp truyền thống [21],[25]-[36]. Thứ hai, từ những nhược điểm tồn tại, luận án sẽ trình bày những nghiên cứu ở giai đoạn sau, nơi mà các phương pháp điều khiển mới được đề xuất nhằm giải quyết chúng [4]-[18], đặc biệt là ứng dụng điều khiển trượt. Cuối cùng là những nghiên cứu về các phương pháp khử “chattering” trong điều khiển trượt được xét đến để lựa chọn phương án tối ưu cho luận án.

### 1.2.1 Các nghiên cứu về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện truyền thống

Như đã trình bày ở phần trên, trong sơ đồ điều khiển Hình 1.2 có thể thấy hai bộ điều khiển được đề xuất trong cấu trúc tổng thể. Trong đó, nếu không xét đến các

thành phần lực, nhiễu và các yếu tố bất định thì người ta có thể bỏ qua bộ điều khiển động lực. Lúc này, các tín hiệu vận tốc  $v_{ref}$  và  $\omega_{ref}$  được giả sử như luôn đạt được trong thực tế. Điều này có thể thực hiện được nếu đảm bảo công suất động cơ dư thừa và thiết bị được vận hành trong môi trường phòng thí nghiệm. Đây cũng chính là phương pháp được đa số các nghiên cứu về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện truyền thống sử dụng.

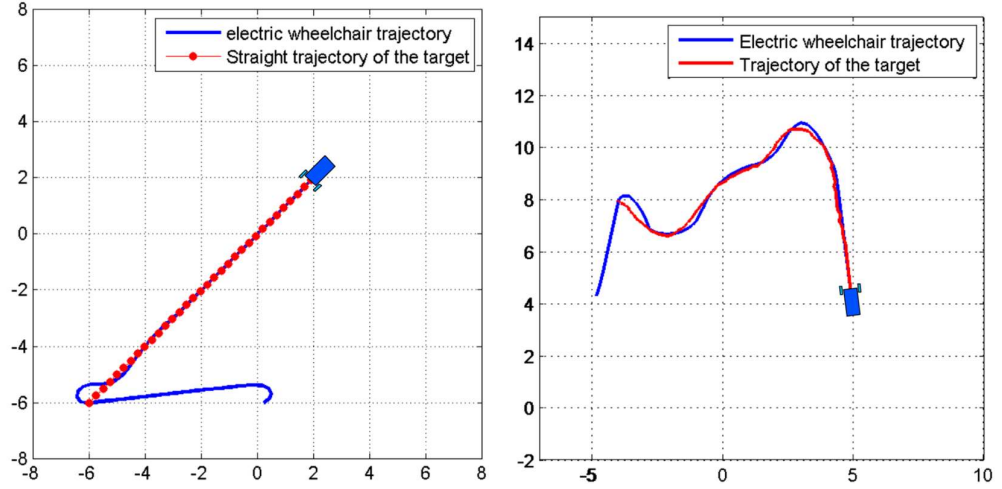
Những nghiên cứu đầu tiên về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện xuất hiện vào cuối những năm 1990. Năm 1999 Caracciolo [27] và Sun.S [28] vào năm 2005 đã sử dụng phương pháp “linearization feedback control” để điều khiển quỹ đạo cho robot di động. Cụ thể, trong nghiên cứu của mình, Sun.S đã sử dụng phương pháp điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa (Feedback Linearization) chỉ dựa trên mô hình động học.

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{cases} -\frac{1}{\omega_r - x_4} \begin{bmatrix} (\dot{v}_r \sin x_3 + 2v_r x_4 \cos x_3 - v_r \omega_r \cos x_3) \\ -x_2(\omega_r - x_4)^2 - \lambda_1) + x_1(\lambda_2 - \dot{\omega}_r), \\ (\omega_r - x_4)(\lambda_2 - \omega_r) \end{bmatrix}, & |\omega| \geq \varepsilon, \\ -\frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} (\dot{v}_r \sin x_3 + 2v_r x_4 \cos x_3 - v_r \omega_r \cos x_3) \\ -x_2 \varepsilon^2 - \lambda_1) + x_1(\lambda_2 - \dot{\omega}_r), \\ \varepsilon(\lambda_2 - \omega_r) \end{bmatrix}, & |\omega| < \varepsilon, \end{cases} \quad (1.1)$$

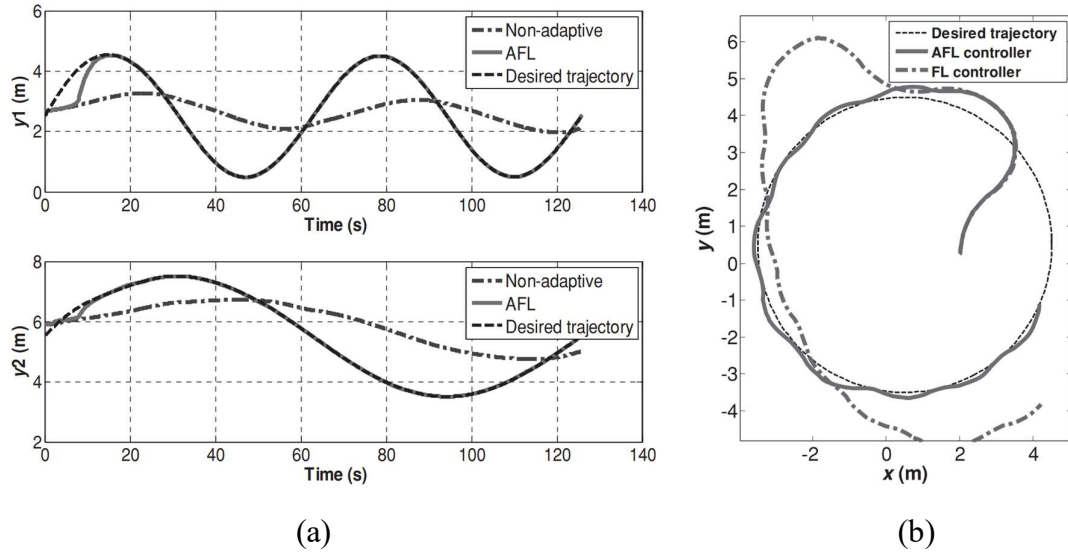
Ta có thể thấy trong luật điều khiển của Sun.S (1.1) tác giả chỉ xét đến các yếu tố động học, trong đó như  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  tương ứng là các sai số vị trí theo phương  $x, y$ , sai số góc và sai số vận tốc góc của robot,  $\lambda_i$  là các hệ số điều khiển,  $v_r$  và  $\omega_r$  là vận tốc dài và vận tốc góc tham chiếu tương ứng,  $\varepsilon$  là số dương nhỏ bất kỳ. Tương tự, vào năm 2019, K. Maatoug [29] đã đề xuất phương pháp điều khiển quỹ đạo dựa trên bộ điều khiển Fuzzy, năm 2023, tác giả A. Amrane [30] có đề xuất phương pháp điều khiển dựa trên bộ điều khiển PID. Điểm chung của các nghiên cứu này khi chỉ xét mô hình động học mà không xét động lực học đó là làm cho quá trình thiết kế bộ điều khiển đơn giản hơn, tập trung vào vị trí và hướng để theo dõi quỹ đạo, phù hợp với môi trường lý tưởng như sàn phẳng, công suất động cơ và năng lượng luôn đáp ứng đầy đủ, tức thời. Tuy nhiên, việc bỏ qua các thành phần lực, quán tính, ma sát khiến hiệu suất giảm trong điều kiện thực tế phức tạp (đường dốc, tải nặng), có thể gây sai số lớn, lệnh điều khiển không khả thi, hoặc mất ổn định. Hình 1.5 thể hiện kết quả mô phỏng bộ điều khiển của K. Maatoug, ta có thể thấy với quỹ đạo thẳng, bộ điều khiển đáp ứng khá tốt, tuy nhiên khi quỹ đạo thay đổi thì sai số đã xuất hiện khá lớn.

Để tăng tính chính xác cho bộ điều khiển, một vài nghiên cứu đã xét đến cả mô hình động lực, như nghiên cứu của tác giả T. Fukao và các cộng sự [31], tác giả Shojaei và các cộng sự [32] đã sử dụng điều khiển thích nghi (Adaptive control) áp dụng vào điều khiển quỹ đạo, có tính đến mô hình động lực và cả sự xuất hiện của

tham số chưa biết (uncertainties). Ta có thể thấy trong kết quả mô phỏng (Hình 1.6a) của tác giả *Shojaei*, bộ điều khiển thích nghi (nét liền) đã thể hiện kết quả rất tốt so với bộ điều khiển không thích nghi (nét đứt chấm), tuy nhiên khi thực nghiệm trên hệ thực thể (Hình 1.6b) thì bộ điều khiển thích nghi cũng không thể bám tốt như trên mô phỏng.



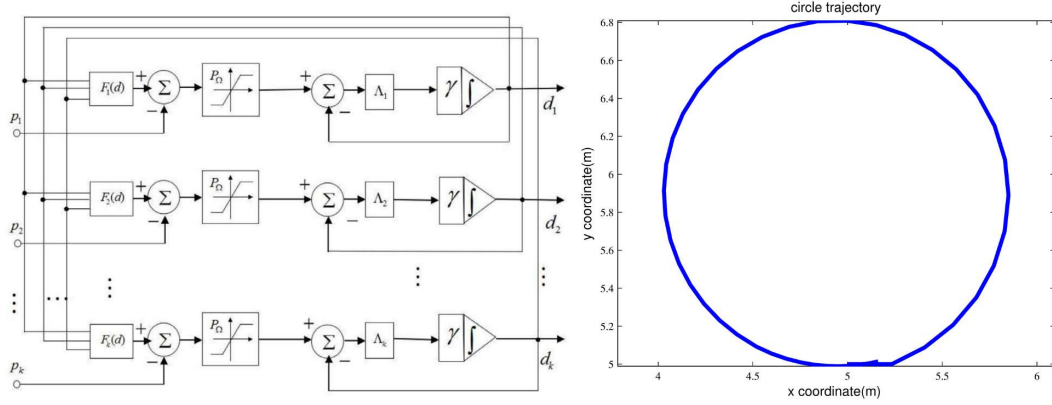
Hình 1.5 Kết quả mô phỏng điều khiển quỹ đạo của tác giả K. Maatoug



Hình 1.6 Kết quả mô phỏng bám quỹ đạo theo phương Y (a) và kết quả thực nghiệm (b) của tác giả *Shojaei*

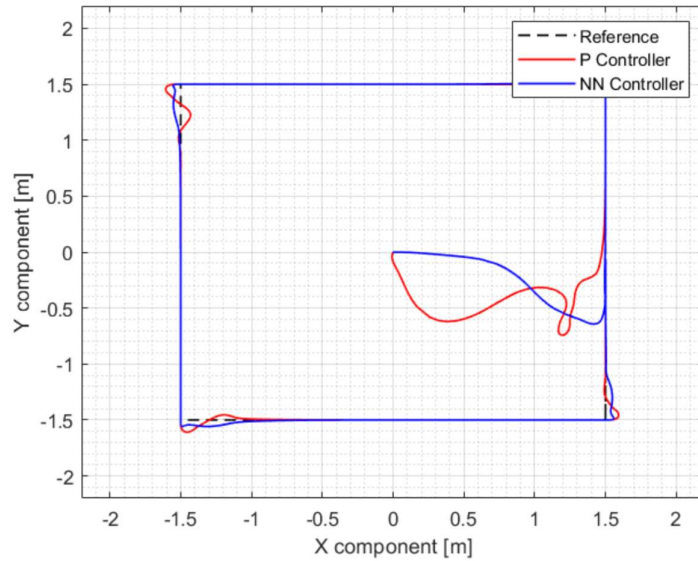
Bên cạnh phương pháp truyền thống, những năm gần đây đã xuất hiện nhiều nghiên cứu ứng dụng các phương pháp mới hơn như của Li.Z năm 2016 [33] sử dụng cách tiếp cận kết hợp “Neural-Dynamic Optimized Model Predictive”. Mặc dù sử dụng phương pháp điều khiển hiện đại, tuy nhiên phương pháp này tồn tại hai vấn đề rất lớn: một là phải sử dụng tài nguyên tính toán rất nhiều, hai là mô hình toán học phải chính xác, vì vậy nếu xuất hiện các yếu tố bất định hoặc mô hình không chính

xác thì kết quả sẽ không được như kỳ vọng. Chính vì vậy, trong nghiên cứu các tác giả cũng chỉ dừng lại ở điều khiển động học và thực nghiệm trong môi trường phòng thí nghiệm (Hình 1.7), không có các yếu tố bất định.



Hình 1.7 Cấu trúc “Network” và kết quả mô phỏng điều khiển quỹ đạo của Li.Z

Tương tự, năm 2023 Trujillo [34] đề xuất nghiên cứu “*Trajectory Tracking Control of a Mobile Robot using Neural Networks*”. Trong nghiên cứu, tác giả cũng không xét đến hệ động lực, nên kết quả cũng dừng lại ở mô phỏng (Hình 1.8), dù kết quả khá tốt nhưng cũng chưa được kiểm chứng trong thực nghiệm.



Hình 1.8 Kết quả mô phỏng bám quỹ đạo trong nghiên cứu của Trujillo

Do những hạn chế về tính bền vững của các phương pháp điều khiển truyền thống, bắt đầu từ những năm 2010 đã xuất hiện nhiều nghiên cứu ứng dụng SMC vào điều khiển quỹ đạo

### 1.2.2 Các nghiên cứu về điều khiển quỹ đạo xe lăn điện dùng SMC

Với ưu điểm bền vững, các nghiên cứu ứng dụng SMC trong điều khiển quỹ đạo của DDMR đều xét đến bộ điều khiển động lực (dynamic controller) với đầy đủ các thành phần lực, yếu tố bất định và nhiễu.

Năm 2009, Solea [7] đề xuất nghiên cứu “*Sliding-mode control for trajectory-tracking of a Wheeled Mobile Robot in presence of uncertainties*” sử dụng mặt trượt SMC thông thường (1.2):

$$\begin{aligned} s_1 &= \dot{x}_e + \gamma_1 \cdot x_e, \\ s_2 &= \dot{\theta}_e + \gamma_2 \cdot \theta_e + \gamma_0 \cdot \operatorname{sgn}(\theta_e) \cdot |y_e| \end{aligned} \quad (1.2)$$

Trong đó  $x_e, y_e, \theta_e, \dot{x}_e, \dot{\theta}_e$  lần lượt là các sai số quỹ đạo theo phương  $x, y$ , sai số góc và các đạo hàm của chúng. Trong nghiên cứu này, tác giả sử dụng tín hiệu điều khiển (1.3) có sự xuất hiện của hàm  $\operatorname{sgn}()$ . Đây là một hàm không liên tục, dao động qua lại giữa hai giá trị  $[-1; 1]$ . Chính vì vậy sẽ gây ra hiện tượng “chattering”, đây là hiện tượng dao động với tần số cao quanh một giá trị của tín hiệu điều khiển.

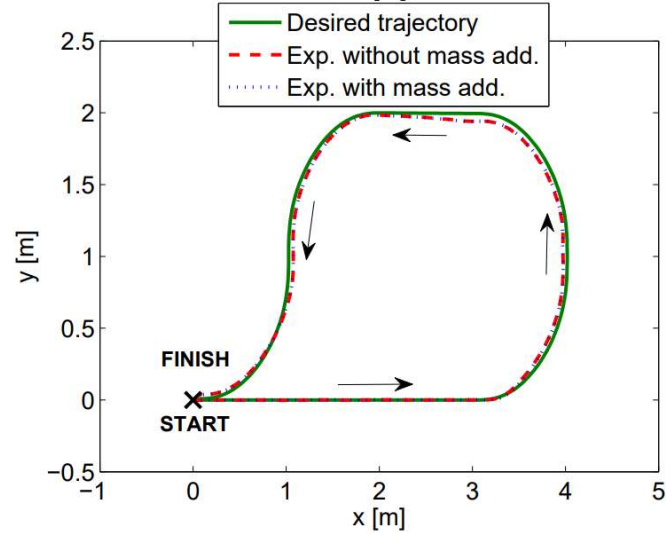
$$u = u_{eq} - k \cdot \operatorname{sgn}(s) \quad (1.3)$$

Hiện tượng “chattering” sẽ gây ra rất nhiều tác hại, trong đó vấn đề lớn nhất khi áp dụng vào thực tế là gây hư hỏng các hệ thống cơ điện. Chính vì vậy, trước khi tiến hành thử nghiệm, tác giả đã sử dụng một phương pháp khá phổ biến để khử hiện tượng “chattering”, đó là phương pháp sử dụng “lớp biên” (1.4), trong đó hàm  $\operatorname{sign}()$  được thay bằng hàm  $\operatorname{sat}()$  giúp tín hiệu mượt mà hơn. Kết quả sau khi áp dụng lên hệ thực tế được thể hiện trong Hình 1.9.

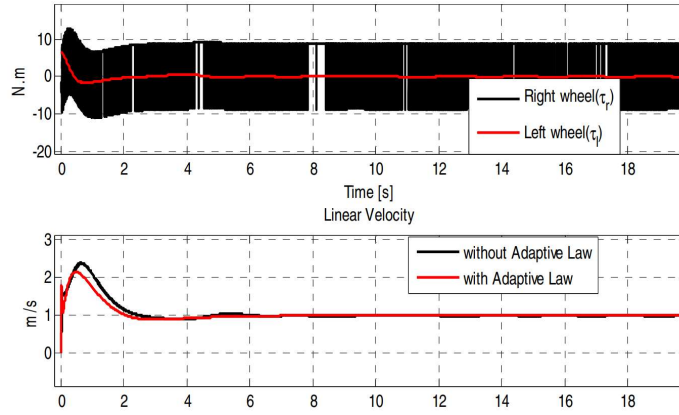
$$\operatorname{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} & \text{if } \left|\frac{s}{\phi}\right| \leq 1 \\ \operatorname{sgn}\left(\frac{s}{\phi}\right) & \text{if } \left|\frac{s}{\phi}\right| > 1 \end{cases} \quad (1.4)$$

Sau đó, tiếp tục nhiều nghiên cứu được đề xuất ứng dụng các biến thể mặt trượt khác nhau của SMC như tác giả B.B.Mevo [8] năm 2018 đã đề xuất nghiên cứu “*Adaptive Sliding Mode Control of Wheeled Mobile Robot with Nonlinear Model and Uncertainties*” sử dụng mặt trượt (1.5). Tương tự như nghiên cứu của Solea, bộ điều khiển của B.B.Mevo cũng xuất hiện “chattering” (Hình 1.10), nên nghiên cứu chỉ dừng lại ở mô phỏng.

$$S(t) = \begin{bmatrix} S_1(t) \\ S_1(t) \end{bmatrix} = e_c(t) + \beta \int e_c(t) dt \quad (1.5)$$

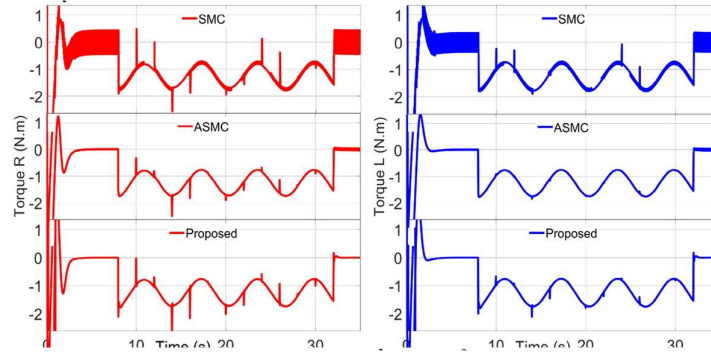


Hình 1.9 Kết quả thực nghiệm điều khiển quỹ đạo của Solea



Hình 1.10 Tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu của B.B.Mevo

Ở Việt Nam, gần đây đã có một số nghiên cứu ứng dụng điều khiển trượt cho robot di động như của tác giả L.T.T.Uyên (2024) [9], tác giả đã đề xuất giải pháp kết hợp bộ quan sát mở rộng (ESO) nhằm làm giảm “chattering” trong tín hiệu điều khiển (Hình 1.11). Tuy nhiên nghiên cứu vẫn tồn tại hai vấn đề chính, đó là hiện tượng “chattering” mặc dù có giảm nhưng không triệt tiêu hoàn toàn và bên cạnh đó, việc lựa chọn các thông số cho bộ ESO tương đối phức tạp, đòi hỏi độ chính xác cao và khó thực hiện đối với các môi trường có biên độ nhiễu cao và bất định lớn như xe lăn điện.



Hình 1.11 Tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu của L.T.T.Uyen [9]

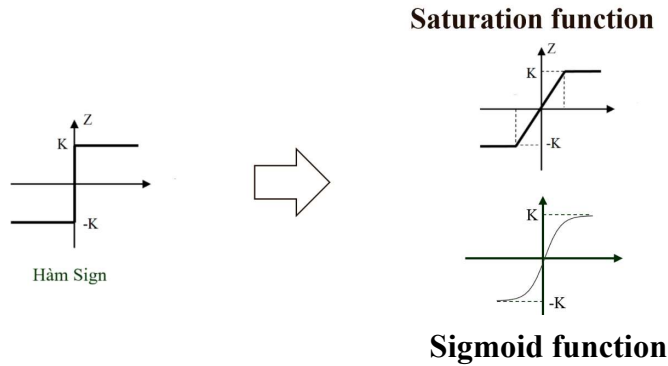
Tác giả N.M.Đông (2022) [10] đề xuất giải pháp sử dụng mặt trượt động (DSC) cũng nhằm giải quyết vấn đề “chattering”, tuy nhiên bản chất của phương pháp là đặt một bộ lọc vào mặt trượt, điều này tuy có làm giảm “chattering” nhưng dẫn đến khả năng làm trễ tín hiệu điều khiển cũng như tồn tại vấn đề khó khăn việc lựa chọn các thông số chính xác cho bộ lọc.

Bên cạnh đó, nhiều tác giả như J.Yang (1999) [11], Lingrong (2011) [12] cũng đề xuất các phương pháp sử dụng SMC bậc 1 nên xuất hiện hiện tượng chattering tương tự các nghiên cứu trên, vì vậy các tác giả chỉ dừng lại ở môi trường mô phỏng chứ không tiến hành thực nghiệm trên DDMR thực tế.

Ta có thể thấy mặc dù được nghiên cứu trong nhiều năm qua, tuy nhiên việc ứng dụng SMC vào điều khiển quỹ đạo cho DDMR chưa được ứng dụng thực tế rộng rãi mà chỉ dừng lại ở môi trường mô phỏng do sự xuất hiện của “chattering”, hoặc phải sử dụng một số kỹ thuật đặc biệt như “lớp biên” trước khi thử nghiệm trên hệ DDMR thực tế. Để khắc phục vấn đề này, có rất nhiều nghiên cứu được thực hiện nhằm triệt tiêu hiện tượng chattering trong SMC sẽ được trình bày trong mục tiếp theo.

### 1.2.3 Các nghiên cứu về khử chattering trong SMC

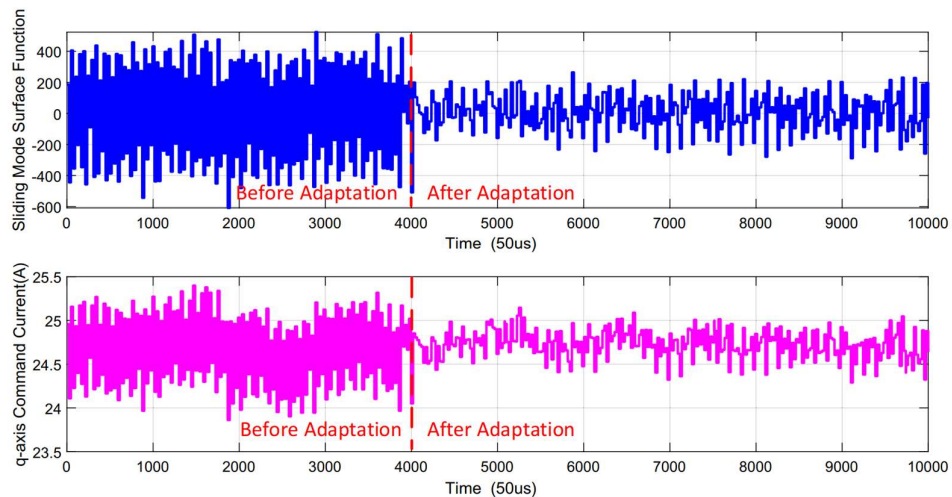
Lần đầu tiên, từ năm 1977 Utkin [37] đã đề xuất phương pháp “lớp biên”, đây cũng là phương pháp đơn giản và phổ biến thường được sử dụng. Ý tưởng chính là dùng hàm “sigmoid” hoặc hàm “saturation” với mục đích khử sự chuyển đổi không liên tục trong tín hiệu điều khiển (discontinuous signal).



Hình 1.12 Sự biến đổi của hàm “sign” sang hàm “saturation” và hàm “sigmoid”

Tuy giải pháp sử dụng “lớp biên” có thể được sử dụng trong một số ứng dụng nhất định, tuy nhiên nhược điểm rất lớn là sẽ làm giảm độ chính xác và tính bền vững của bộ điều khiển.

Chính vì vậy, từ đó đến nay đã liên tục có những nghiên cứu khác nhau nhằm giải quyết vấn đề “chattering” mà có thể khắc phục được nhược điểm của phương pháp “lớp biên”. Một trong các hướng nghiên cứu đó là tìm cách giảm sự ảnh hưởng của hàm  $sign()$  khi không cần thiết, cụ thể trong các nghiên cứu [9], [38]-[41], các tác giả đã sử dụng phương pháp kết hợp một bộ quan sát nhiễu để bù vào tín hiệu điều khiển, giúp giảm biên độ của chattering.



Hình 1.13 Kết quả mô phỏng của tác giả Meng Luo [38]

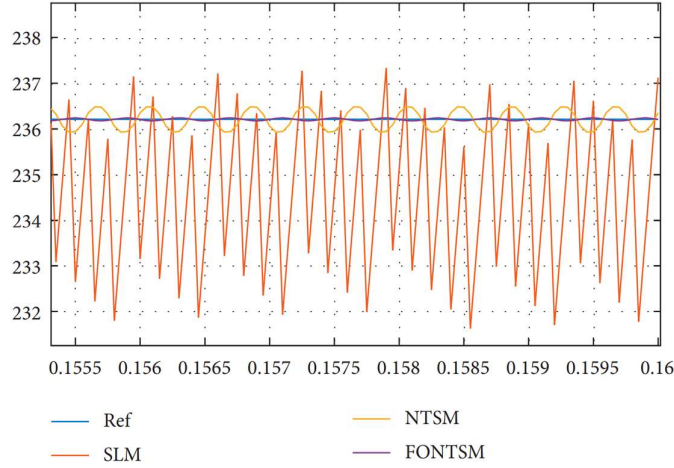
Hình 1.13 thể hiện kết quả sau khi áp dụng phương pháp bù nhiễu nhờ bộ quan sát nhiễu. Tuy biên độ của chattering có giảm nhưng có thể thấy vẫn không thể triệt tiêu hoàn toàn. Hơn nữa, phương pháp này làm tăng độ phức tạp do phải thiết kế thêm

bộ quan sát nhiễu, do đó có một giải pháp hiệu quả hơn đã được đề xuất đó là nâng bậc cho mặt trượt.

Cụ thể năm 1998, G. Bartolini [42], năm 2005-2007, Levant [43]-[44] đề xuất việc nâng bậc cho mặt trượt, từ đó sẽ khiến tín hiệu điều khiển xuất hiện tích phân của hàm  $sign$  (ví dụ  $u = \int sign(s)dt$ ) thay vì hàm  $sign$  trực tiếp, giúp tín hiệu điều khiển mượt mà hơn. Năm 2021, trong nghiên cứu của mình, tác giả Tan-No [45] đã đề xuất phương án lồng hai mặt trượt vào nhau (nested sliding manifold) cũng với mục đích tăng bậc cho mặt trượt cuối cùng, cụ thể như sau:

$$s = \bar{i} + k_1 \int_0^t \dot{\bar{i}} d\tau + k_2 \frac{d\bar{i}}{dt}, \quad (1.6)$$

$$l = s + \gamma \dot{s}^{\frac{p}{q}}, \quad (1.7)$$

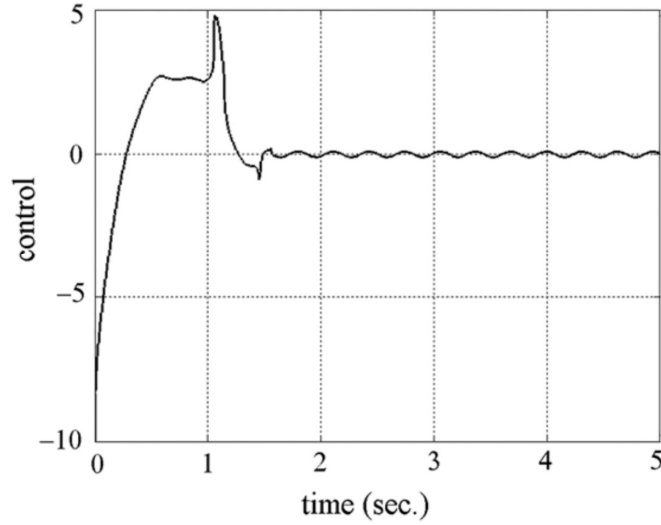


Hình 1.14 Tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu [45]

Trong mặt trượt (1.7), khi lồng vào nhau, ta thấy biến trạng thái  $\bar{i}$  đã xuất hiện ở dạng đạo hàm bậc 2, như vậy mặt trượt đã nâng bậc, kết quả tín hiệu điều khiển trong Hình 1.14 (Đường màu tím – FONTSM) gần như không còn hiện tượng chattering so với các phương pháp khác. Tuy nhiên phương pháp này cũng có một nhược điểm chưa được tối ưu, đó là mặt trượt (1.6) ổn định tiệm cận theo Lyapunov, nghĩa là cho dù  $s = 0$  thì các biến trạng thái  $\bar{i}$  chỉ tiến về tiệm cận “0” khi  $t \rightarrow \infty$ .

Để giải quyết vấn đề này, năm 2014, Y.Feng [49] đề xuất nâng bậc trực tiếp cho mặt trượt Terminal (Full order Terminal Sliding Mode control):

$$s = x_1^{(n)} + c_n \operatorname{sgn}(x_1^{(n-1)}) \left| x_1^{(n-1)} \right|^{\alpha_n} + \dots + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \quad (1.8)$$



Hình 1.15 Đáp ứng sai số trong nghiên cứu của Y.Feng [49]

Với mặt trượt (1.8), các biến trạng thái  $x$  sẽ đảm bảo tiến về “0” trong thời gian hữu hạn  $t < t_{limit} < \infty$ , đáp ứng sai số trong Hình 1.15 cũng thể hiện rõ điều đó, hơn nữa có thể thấy hiện tượng chattering cũng được triệt tiêu. Tuy có ưu điểm như vậy nhưng giải pháp này của Y.Feng vẫn chưa được ứng dụng rộng rãi do vẫn còn tồn tại vấn đề trong nền tảng lý thuyết và chứng minh khả năng hội tụ. Cụ thể vào năm 2021, chính tác giả Yong Feng và Xinghuo Yu đã có một nghiên cứu tổng hợp về các phương pháp điều khiển Terminal Sliding Mode [50], trong đó các tác giả nêu rõ nhược điểm của phương pháp trượt terminal bậc cao là không thể tính toán các thông số của bộ điều khiển cũng như thời gian hội tụ của biến trạng thái, đây là vấn đề khiến cho dù có rất nhiều ưu điểm nhưng giải pháp này chưa được ứng dụng thực tế (Vấn đề được trình bày cụ thể trong Chương 3).

### 1.3 Kết luận

#### 1.3.1 Tổng kết tình hình nghiên cứu hiện nay

Dựa trên tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước về điều khiển quỹ đạo cho xe lăn điện và một số loại robot di động tương đương, ta có thể kết luận như sau:

- Các phương pháp điều khiển truyền thống có thể đáp ứng tốt trong điều kiện không có quá nhiều bất định như: không có sự thay đổi nhiều về khối lượng, trọng tâm và điều kiện tiếp xúc với mặt đất, v.v.. Tuy nhiên nếu xuất hiện các yếu tố bất định, nhiều lớn thì phương pháp điều khiển truyền thống không thể đảm bảo được đáp ứng như mong muốn.
- Phương pháp điều khiển trượt có thể giải quyết tốt các vấn đề bất định và nhiễu trong bài toán điều khiển quỹ đạo. Tuy nhiên nhược điểm cố hữu của

phương pháp này là hiện tượng “chattering” gây ra rất nhiều khó khăn khi ứng dụng vào thực tế. Các nghiên cứu trong và ngoài nước về việc triệt tiêu “chattering” chủ yếu tập trung vào mặt trượt bậc nhất, kết hợp các bộ lọc hoặc bộ quan sát [9]-[10], hoặc sử dụng phương pháp lớp biên tuy có thể giải quyết vấn đề này nhưng lại phải đánh đổi bằng độ chính xác, độ trễ điều khiển và một số vấn đề khác.

- Giải pháp nâng bậc cho mặt trượt được bắt đầu nghiên cứu rộng rãi từ những năm 2000 nhằm khắc phục các nhược điểm trên mà vẫn đảm bảo các ưu điểm của SMC. Trong đó, mặt trượt tuyến tính bậc cao đã được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp, bên cạnh đó, mặt trượt phi tuyến (mặt trượt terminal) bậc cao đã được Y.Feng đề xuất vào năm 2014 với những ưu điểm vượt trội hơn so với mặt trượt tuyến tính như: sai số nhỏ hơn, hội tụ trong thời gian hữu hạn. Tuy nhiên với các vấn đề còn tồn đọng như đã nói ở trên khiến cho mặt trượt phi tuyến bậc cao chưa thể được ứng dụng rộng rãi, đây sẽ là trọng tâm cần giải quyết trong luận án của nghiên cứu sinh nhằm đưa mặt trượt Terminal bậc 2 (2TSM) vào ứng dụng điều khiển quỹ đạo thực tế.

### ***1.3.2 Các vấn đề nghiên cứu trong luận án***

Từ những tổng kết tình hình nghiên cứu ở trên, luận án sẽ tập trung vào nghiên cứu các vấn đề chính sau đây:

- Nghiên cứu giải quyết hai vấn đề còn tồn đọng trong việc thiết kế mặt trượt 2TSM:
  - Đưa ra giải pháp tính toán thông số mặt trượt 2TSM
  - Tính toán thời gian hội tụ của mặt trượt 2TSM
- Nghiên cứu thiết kế bộ điều khiển quỹ đạo cho DDMR dựa trên 2TSM với sự xuất hiện của các yếu tố bất định mô hình.
- Tiến hành thực nghiệm trên hệ DDMR thực tế.

### ***1.3.3 Giới hạn phạm vi nghiên cứu***

Luận án chủ yếu tập trung vào đưa ra một phương pháp điều khiển quỹ đạo hoàn toàn mới dựa trên 2TSM có thể ứng dụng trong điều khiển quỹ đạo robot dẫn động vi sai với các yếu tố bất định và nhiễu lớn, cụ thể là ứng dụng vào xe lăn điện.

Do luận án sẽ tập trung vào phát triển một giải thuật điều khiển mới, vì vậy khi tiến hành thực nghiệm, tác giả sẽ thực hiện trên mô hình robot di động với các kích thước xuất hiện yếu tố bất định để thuận tiện trong việc hiệu chỉnh và thay đổi thuật toán thay vì thực nghiệm trên một xe lăn điện hoàn chỉnh.

## **CHƯƠNG 2. LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VÀ MÔ HÌNH HÓA HỆ THỐNG**

Chương 2 sẽ trình bày nền tảng, cơ sở lý thuyết của điều khiển trượt và chi tiết mô hình hóa cũng như các bất định trong mô hình của xe lăn điện và robot di động vi sai. Nền tảng lý thuyết này sẽ là cơ sở để phát triển mặt trượt bậc cao nhằm khắc phục hiện tượng “chattering” trong chương 3 và phát triển phương pháp điều khiển quỹ đạo dựa trên mặt trượt đó trong chương 4 của luận án.

### **2.1 Lý thuyết điều khiển trượt**

#### **2.1.1 Lịch sử hình thành**

Những ý tưởng nền tảng của điều khiển trượt (SMC) bắt nguồn từ các nghiên cứu ban đầu về bộ điều khiển ngắt (relay-type regulators) trong các tài liệu khoa học của Liên Xô. Các ứng dụng thực tiễn sớm có thể kể đến là phương pháp điều khiển dao động điện áp cho máy phát điện một chiều (Kulebakin, 1932) và hệ thống điều khiển hướng đi của tàu biển sử dụng rô-le (Nikolski, 1934). Các công trình này đã sử dụng những khái niệm như mặt phẳng pha (phase plane) và chuyển mạch không liên tục (discontinuous switching) - nền tảng của lý thuyết SMC hiện đại sau này.

Đến thập niên 1960, Emel'yanov và Barbashin đã đặt nền móng lý thuyết cho các hệ có cấu trúc biến đổi (variable structure systems) tại Liên Xô. Khái niệm này bắt đầu được công nhận rộng rãi trên thế giới vào giữa thập niên 1970, khi các công trình của Itkis (1976) và Utkin (1977) được xuất bản bằng tiếng Anh.

Từ đó, các công trình của Utkin đã trở thành nền tảng trong lý thuyết điều khiển phi tuyến bền vững. Nhiều nghiên cứu tiếp theo (ví dụ: Slotine, 1991; Edwards & Spurgeon, 1998) đã mở rộng phương pháp này và ứng dụng vào nhiều lĩnh vực khác nhau như điều khiển robot, hàng không – vũ trụ, v.v.. Những phát triển gần đây tiếp tục mở rộng SMC sang các hướng hiện đại như điều khiển thông minh, học máy (neural network learning algorithms) khẳng định vai trò bền vững của SMC trong lý thuyết điều khiển hiện đại.

#### **2.1.2 Các khái niệm về ổn định**

Trước khi tìm hiểu về ý tưởng chính của SMC, ta cần tìm hiểu về các khái niệm, điều kiện, đặc trưng về tính ổn định của hệ thống – nền tảng mà các mặt trượt được xây dựng dựa trên đó.

### 2.1.2.1 Ổn định tiệm cận (Asymptotic stability)

Một hệ thống được gọi là ổn định tiệm cận nếu, khi hệ thống bị rời khỏi trạng thái cân bằng (equilibrium) thì nó sẽ trở về trạng thái cân bằng và hội tụ về điểm cân bằng khi thời gian tiến tới vô cực ( $t \rightarrow \infty$ ) [51].

Để hiểu rõ, ta xét hệ bậc 1 đơn giản có phương trình trạng thái:

$$\dot{x} = u + f(x, t) \quad (2.1)$$

Trong đó:  $u$  là tín hiệu điều khiển,  $f(x, t)$  là các yếu tố ảnh hưởng bởi trạng thái  $x$ . Nếu chọn tín hiệu điều khiển là:

$$u = -f(x, t) - \gamma x, \gamma > 0 \quad (2.2)$$

Thì hệ (2.1) sẽ trở thành:

$$\dot{x} = -\gamma x \quad (2.3)$$

Và hệ thống sẽ hội tụ về trạng thái cân bằng theo phương trình sau:

$$x(t) = x(0)e^{-\gamma t} \quad (2.4)$$

Suy ra:

$$x(t) = x(0)e^{-\gamma t} \rightarrow 0 \quad khi \quad t \rightarrow \infty$$

Trong đó:

$x(t)$ : trạng thái  $x$  ở thời điểm hệ cân bằng.

$x(0)$ : trạng thái  $x$  ở thời điểm bắt đầu mất cân bằng.

Phương trình (2.3) thể hiện rõ là khi  $x$  càng gần về “0” thì động lực của nó  $\dot{x}$  càng yếu dần, khiến cho giá trị cuối cùng  $x(t)$  chỉ có thể về tiệm cận “0” ( $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ ).

#### ❖ Khi xuất hiện yếu tố bất định:

Trường hợp trên được xét trong điều kiện lý tưởng, nghĩa là tất cả các thành phần trong phương trình mô tả hệ thống đều được xác định. Tuy nhiên, trong thực tế sẽ xuất hiện thêm các yếu tố nhiễu ảnh hưởng, ví dụ như: nhiệt độ, rung động, trọng lượng, v.v. mà ta không thể mô hình hóa được, nếu xét đến các ảnh hưởng này, hệ (2.1) sẽ trở thành:

$$\dot{x} = u + f(x, t) + \Delta f \quad (2.5)$$

Trong đó  $\Delta f$  là các yếu tố nhiễu không biết trước.

Do không xác định được giá trị cũng như thời điểm nhiễu này xuất hiện, nên vẫn áp dụng tín hiệu điều khiển (2.2) thì hệ (2.1) trở thành:

$$\dot{x} = -\gamma x + \Delta f \quad (2.6)$$

Vì có sự xuất hiện của  $\Delta f$  nên để xem liệu hệ thống vẫn sẽ trở về trạng thái cân bằng nhờ tín hiệu điều khiển (2.2) hay không, ta xét hàm Lyapunov:

$$V = 0.5x^2 \quad (2.7)$$

Lấy đạo hàm  $V$  theo thời gian  $t$ , ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x\dot{x} \\ &= x(-\gamma x + \Delta f) \\ &= -\gamma x^2 + x\Delta f \end{aligned} \quad (2.8)$$

Để đảm bảo hệ thống về trạng thái cân bằng thì  $V$  phải thỏa mãn điều kiện sau:

$$\begin{cases} \lim_{|s| \rightarrow \infty} V = \infty \\ \dot{V} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \end{cases} \quad (2.9)$$

Ta thấy chỉ cần chọn giá trị  $\gamma > 0$  đủ lớn thì điều kiện (2.9) được đảm bảo, và suy ra hệ thống sẽ trở về trạng thái ổn định, nghĩa là đối với các hệ thống có điểm cân bằng là hằng số thì  $\dot{x} \rightarrow 0$ , vậy phương trình (2.6) trở thành:

$$\begin{aligned} 0 &= -\gamma x + \Delta f \\ \rightarrow x &= \frac{\Delta f}{\gamma} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Có nghĩa là:

$$x(t) \rightarrow \frac{\Delta f}{\gamma} \quad \text{khi } t \rightarrow \infty \quad (2.11)$$

Như vậy thay vì  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$  như trong điều kiện lý tưởng, thực tế sẽ là  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \frac{\Delta f}{\gamma}$ , với  $\Delta f$  càng lớn thì sai số xác lập sẽ càng lớn.

Để hiểu rõ hơn, ta quan sát ví dụ 2.1.

**Ví dụ 2.1:** Xét hệ:

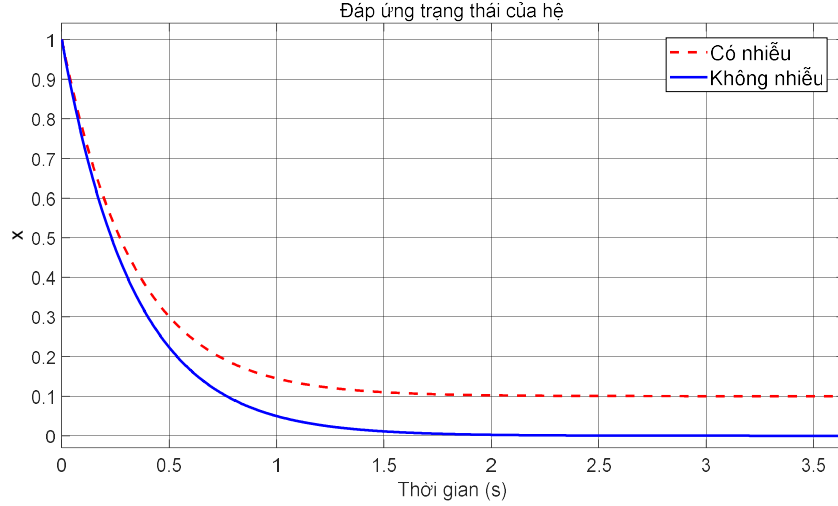
$$\dot{x} = u + 2x + \Delta f \quad (2.12)$$

Trong đó  $\Delta f = 0.3$  là nhiễu không xác định. Ta điều khiển để  $x$  hội tụ về “0” từ giá trị ban đầu khác “0”, tín hiệu điều khiển được chọn là:  $u = -5x$ . Hệ (2.12) trở thành:

$$\dot{x} = -3x + 0.3$$

Hình 2.1 thể hiện đáp ứng của hệ (2.12) từ giá trị ban đầu  $x_0 = 1$  về  $x_t = x_{convergence}$  trong trường hợp không có nhiễu ( $\Delta f = 0$ ) và khi có nhiễu ( $\Delta f = 0.3$ ).

Ta thấy với trường hợp xuất hiện nhiễu, trạng thái  $x$  sẽ hội tụ về  $\frac{\Delta f}{\gamma} = \frac{0.3}{3} = 0.1$ .



Hình 2.1 Hội tụ tiệm cận của hệ thống khi có và không có nhiễu

Ta có thể thấy nếu điều khiển hệ thống về trạng thái ổn định tiệm cận trong thực tế sẽ không thể đưa về giá trị mong muốn, đặc biệt là đối với các trường hợp xuất hiện nhiễu lớn. Trong trường hợp chọn  $\gamma$  rất lớn dù có thể làm giảm sai số về gần “0”, tuy nhiên điều này không phải là giải pháp tối ưu khi áp dụng vào thực tế bởi các giới hạn vật lý của hệ thống như: năng lượng, công suất động cơ, v.v..

#### 2.1.2.2 Ổn định trong thời gian hữu hạn (Finite-time convergence)

Như đã trình bày trong mục 2.1.2.1, với tín hiệu điều khiển (2.2), hệ thống sẽ về điểm cân bằng khi  $t \rightarrow \infty$ , có nghĩa là khi hệ thống càng gần về “0” thì động lực của chúng càng yếu đi, trong thực tế các hệ thống sẽ không bao giờ đạt được trạng thái “0” do giới hạn của thời gian và các nhiễu bất định. Vì vậy, khái niệm về “ổn định trong thời gian hữu hạn” được hệ thống hóa trở nên phổ biến vào những năm 50 của thế kỷ trước. Cụ thể, nếu xét tín hiệu điều khiển như (2.13), hệ thống sẽ trở về trạng thái cân bằng trong thời gian hữu hạn  $t < \infty$  [51].

$$u = -f(x, t) - \gamma x^{\frac{p}{q}}, \quad \gamma > 0 \quad (2.13)$$

Trong đó:

$$0 < \frac{p}{q} < 1; \quad p, q \text{ là số lẻ} \quad (2.14)$$

Với tín hiệu điều khiển trên thì hệ thống (2.1) sẽ trở thành:

$$\dot{x} = -\gamma x^{\frac{p}{q}} \quad (2.15)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma x^{\frac{p}{q}}$$

$$x^{-p/q} dx = -\gamma dt$$

Lấy tích phân theo thời gian  $t$ , ta được:

$$x(t)^{\frac{q-p}{q}} = x(0)^{\frac{q-p}{q}} - \frac{q-p}{q} \gamma t \quad (2.16)$$

Suy ra:

$$x(t) \rightarrow 0 \quad \text{tại} \quad t_{convergence} = \frac{x(0)^{1-\alpha}}{\gamma(1-\alpha)}, \quad \alpha = p/q \quad (2.17)$$

Trong đó:

$x(t)$ : trạng thái  $x$  ở thời điểm hệ cân bằng.

$x(0)$ : trạng thái  $x$  ở thời điểm bắt đầu mất cân bằng.

Từ phương trình (2.15) ta thấy khi  $x$  tiến về gần “0” thì  $\dot{x}$  vẫn đảm bảo đủ lớn để có thể đưa hệ thống về “0” (do  $0 < \frac{p}{q} < 1$ ). Đây là điểm nổi bật so với việc điều khiển ổn định tiệm cận.

#### ❖ Khi xuất hiện yếu tố bất định

Tương tự như trong điều khiển “ổn định tiệm cận”, giả thuyết ở trên chỉ xảy ra trong điều kiện lý tưởng, thực tế nếu thêm yếu tố nhiễu không xác định  $\Delta f$ , với tín hiệu điều khiển không thay đổi, hệ (2.1) sẽ trở thành:

$$\dot{x} = -\gamma x^{p/q} + \Delta f \quad (2.18)$$

Để đảm bảo hệ thống về trạng thái cân bằng, ta xét hàm Lyapunov:  $V = 0.5x^2$

Lấy đạo hàm  $V$  theo thời gian  $t$ , ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x\dot{x} \\ &= -\gamma x^{p/q+1} + x\Delta f \end{aligned} \quad (2.19)$$

Với  $p, q$  là số lẻ thì  $x^{p/q+1} \geq 0 \forall x$ , ta chỉ cần chọn giá trị  $\gamma > 0$  đủ lớn thì điều kiện (2.9) được đảm bảo và hệ thống sẽ trở về trạng thái ổn định với  $\dot{x} \rightarrow 0$ , phương trình (2.18) trở thành:

$$0 = -\gamma x^{\frac{p}{q}} + \Delta f \quad (2.20)$$

$$\rightarrow x = \left( \frac{\Delta f}{\gamma} \right)^{\frac{q}{p}}$$

Như vậy, nếu chọn  $\gamma$  đủ lớn để  $\frac{\Delta f}{\gamma} < 1$  và  $\frac{q}{p} > 1$  thì:

$$\left( \frac{\Delta f}{\gamma} \right)^{\frac{q}{p}} < \frac{\Delta f}{\gamma} \quad (2.21)$$

Điều này có nghĩa là khi sử dụng tín hiệu điều khiển để đưa hệ thống về trạng thái cân bằng trong thời gian hữu hạn (*Finite-time*) sẽ giúp hệ thống có sai số xác lập nhỏ hơn so với ổn định tiệm cận (*Asymptotic*) cho dù có sự xuất hiện các yếu tố gây nhiễu không xác định.

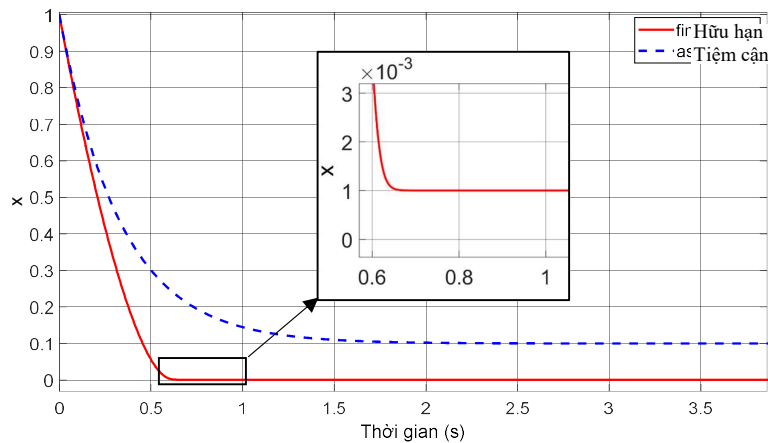
Để làm rõ hơn, ta quan sát ví dụ 2.2.

**Ví dụ 2.2:** Xét hệ tương tự ví dụ 2.1:  $\dot{x} = u + 2x + \Delta f$

Trong đó  $\Delta f = 0.3$  là nhiễu không xác định. Ta điều khiển để  $x$  hội tụ về “0” từ giá trị ban đầu khác “0”, tín hiệu điều khiển được chọn là:  $u = -2x - 3x^{1/3}$ . Hệ trở thành:

$$\dot{x} = -3x^{\frac{1}{3}} + 0.3$$

Kết quả trên Hình 2.2 ta thấy với trường hợp xuất hiện nhiễu, khi hệ thống “hội tụ trong thời gian hữu hạn” thì trạng thái  $x$  sẽ hội tụ về  $\left( \frac{\Delta f}{\gamma} \right)^3 = \left( \frac{0.3}{3} \right)^3 = 0.001$ . Vậy so với “hội tụ tiệm cận” thì với cùng hệ số  $\gamma = 3$ , hệ thống hội tụ trong thời gian hữu hạn có thể đạt sai số nhỏ hơn hàng trăm lần.



Hình 2.2 Đáp ứng hệ thống (2.1) với sự xuất hiện của nhiễu giữa hệ thống hội tụ trong thời gian hữu hạn (nét liền) và hội tụ tiệm cận (nét đứt)

**Kết luận:** Như vậy ta có thể thấy một số ưu điểm của điều khiển hệ thống đáp ứng theo “finite-time” so với “asymptotically” như sau:

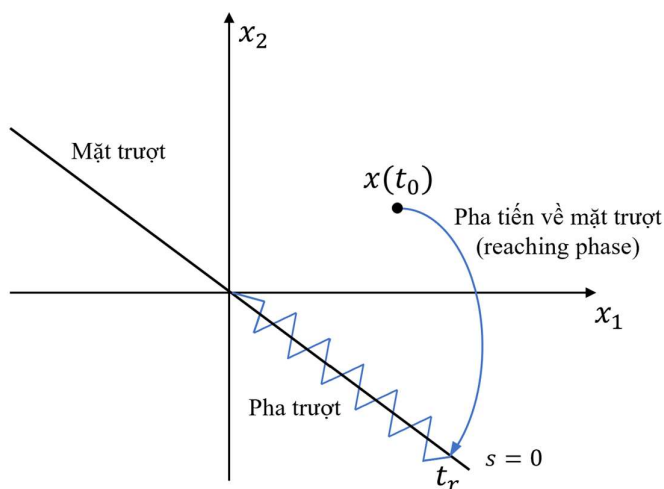
- Tốc độ hội tụ nhanh hơn.
- Điều khiển độ chính xác cao hơn.

Từ các khái niệm này, luận án sẽ phân tích các ưu, nhược điểm của các mặt trượt tuyến tính và phi tuyến ở phần tiếp theo.

### 2.1.3 Ý tưởng điều khiển trượt

Ý tưởng chính của SMC là việc “ép” các trạng thái hệ thống và động lực của chúng vào một hàm trượt (hay còn gọi là mặt trượt) sau đó giữ cho hệ thống trên mặt trượt đó cho đến khi các trạng thái về điểm cân bằng, quá trình bao gồm các bước cơ bản sau:

- **Thiết kế mặt trượt** (sliding surface): Một mặt trượt  $s(x)$  được thiết kế sao cho khi  $s(x) = 0$  hệ thống sẽ có hành vi như mong muốn, đó là tất cả trạng thái trượt về điểm cân bằng.
- **Điều khiển ép về mặt trượt:** Thiết kế luật điều khiển để đảm bảo hệ thống đạt trạng thái  $s(x) = 0$  trong thời gian hữu hạn và duy trì ở trạng thái đó. Sau đó, các biến trạng thái của hệ thống sẽ “trượt” về điểm cân bằng (Hình 2.3).



Hình 2.3 Đáp ứng trạng thái của hệ thống từ ban đầu về “0” trong SMC

Tuy có rất nhiều biến thể được phát triển nhằm các mục đích sử dụng khác nhau, nhưng về cơ bản SMC được xây dựng từ hai dạng mặt trượt, đó là “mặt trượt tuyến tính” và “mặt trượt phi tuyến” dựa trên tiêu chuẩn “ổn định tiệm cận” và “ổn định trong thời gian hữu hạn” đã được trình bày ở phần trên.

### 2.1.3.1 Mặt trượt tuyến tính (Linear Sliding Mode – LSM)

Mặt trượt cơ bản nhất của điều khiển trượt chính là mặt trượt tuyến tính (LSM). Đặc trưng của mặt trượt này là hệ thống sẽ “trượt” về điểm cân bằng theo một đường thẳng. Để hiểu rõ, ta xét hệ động lực bậc 2:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + u + \rho(x, t) \end{cases} \quad (2.22)$$

Trong đó:  $u$  là tín hiệu điều khiển,  $f(x)$  là hàm đã biết theo  $x$ ,  $\rho(x, t)$  là các yếu tố nhiễu loạn ngoài hệ thống (không xác định) với điều kiện ta xác định được giới hạn các nhiễu loạn  $|\rho(x, t)| < L$ .

#### ❖ Thiết kế mặt trượt:

Đầu tiên ta thiết kế một trượt tuyến tính:

$$s = x_2 + \gamma x_1, \gamma > 0 \quad (2.23)$$

Mặt trượt này có vai trò giúp các biến trạng thái  $x_1, x_2$  (hay  $x_1, \dot{x}_1$ ) tiến về tiệm cận “0” một cách tự nhiên (natural response) theo hàm mũ (2.24) khi hệ thống đạt trạng thái trượt. Khi hệ thống đạt trạng thái trượt, tức là:  $\dot{x}_1 + \gamma x_1 = 0$ , từ đây ta có thể dễ dàng tìm ra nghiệm của phương trình vi phân trên như sau:

$$x_1(t) = x_1(0)e^{-\gamma t} \quad (2.24)$$

Trong đó  $x_1(t)$  là giá trị trạng thái  $x_1$  tại thời điểm  $t$ ,  $x_1(0)$  là giá trị trạng thái  $x_1$  tại thời điểm ban đầu. Từ đây ta dễ thấy với  $\gamma > 0$ , khi  $t \rightarrow \infty$  thì  $x_1(t) \rightarrow 0$ .

#### ❖ Luật điều khiển:

Ta phải thiết kế luật điều khiển  $u$  với nhiệm vụ đưa hệ thống (2.22) về mặt trượt (2.23). Để thiết kế  $u$ , ta xét hàm Lyapunov:

$$V = 0.5s^2 \quad (2.25)$$

Đạo hàm của  $V$  là:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(f(x) + u + \rho(x, t) + \gamma x_2) \quad (2.26)$$

Để đưa hệ thống (2.22) về và giữ ổn định quanh vị trí cân bằng  $s = 0$  thì hàm  $V$  phải thỏa mãn điều kiện (2.9) nhờ luật điều khiển (2.27) được thiết kế như sau:

$$u = u_{eq} + u_n \quad (2.27)$$

Trong đó:

- $u_{eq}$  (**Equivalent Control**): là thành phần *liên tục* của tín hiệu điều khiển, chịu trách nhiệm giữ cho hệ thống “trượt” trên mặt trượt (sliding surface) đã được thiết kế trước sau khi hệ thống đã đạt đến bề mặt này. Nó đại diện cho điều khiển lý tưởng cần thiết để duy trì chuyển động trượt trong điều kiện không có nhiễu hoặc bất định.

$$u_{eq} = -f(x) - \gamma x_2 \quad (2.28)$$

- $u_n$  (**Discontinuous Control**): là thành phần *không liên tục* của tín hiệu điều khiển, nhiệm vụ đưa hệ thống về mặt trượt  $s = 0$  từ  $s \neq 0$  và giúp hệ thống chống lại các nhiễu và bất định, được thiết kế như sau:

$$u_n = -k \text{sign}(s) \quad (2.29)$$

Với điều kiện  $k > 0 > L$  và:

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } s > 0 \\ -1 & \text{nếu } s < 0 \end{cases} \quad \& \quad \text{sign}(0) \in [-1; 1]$$

Với luật điều khiển (2.27), phương trình (2.26) trở thành:

$$\dot{V} = s[\rho(x, t) - k \text{sign}(s)] \leq |s|(L - k) = -\eta |s| \quad (2.30)$$

Vì  $k > L \rightarrow \eta > 0 \rightarrow \dot{V} < 0 \forall s \neq 0$ , điều này đảm bảo  $V \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn. Từ (2.25) và (2.30), ta được:

$$\dot{V} = -\eta \sqrt{2} V^{1/2} \quad (2.31)$$

Xét trong khoảng thời gian  $0 \rightarrow t_r$ , (2.31) trở thành:

$$\int_{V(0)}^{V(t_r)} \frac{dV}{V^{1/2}} = - \int_0^{t_r} \eta \sqrt{2} d\tau \rightarrow V^{1/2}(t_r) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \eta t_r + V^{1/2}(0)$$

Do đó giá trị  $V(t_r) \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn là:

$$t_r = \frac{\sqrt{2}}{\eta} V^{1/2}(0) \quad (2.32)$$

Vì vậy ta có thể kết luận rằng:

- Dưới tác động của tín hiệu điều khiển  $u$  (2.27) (với  $L - k = \eta > 0$ ) thì hệ thống sẽ về mặt trượt  $s = 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r$ , trong đó  $k$  là giá trị bù cho các yếu tố bất định  $\rho(x, t)$  và  $\eta$  tỉ lệ nghịch với  $t_r$ . Với  $\eta$  càng lớn thì hệ thống sẽ về mặt trượt càng nhanh.

- Sau khi về mặt trượt, các trạng thái  $x_1, x_2$  của hệ thống sẽ về tiệm cận “0” theo hàm mũ (2.24) khi  $t \rightarrow \infty$ , tốc độ hội tụ tỉ lệ nghịch với  $\gamma$ , với  $\gamma$  càng lớn thì biến trạng thái sẽ hội tụ về tiệm cận 0 càng nhanh.

Để kiểm chứng, ta xét ví dụ sau:

**Ví dụ 2.3:** Xét hệ bậc 2:

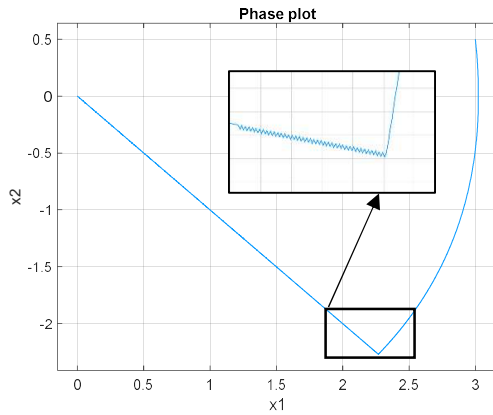
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -0.1x_2 + u - \sin(t) \end{cases} \quad (2.33)$$

Trong đó  $u$  là tín hiệu điều khiển, hàm  $\rho(t) = \sin(t)$  với  $|\rho(t)| \leq 1$  là nhiễu hệ thống không biết trước. Ta chọn  $k = 5, \gamma = 1, x_1(0) = 3, x_2(0) = 0.5$ . Mặt trượt và bộ điều khiển được thiết kế lần lượt như sau:

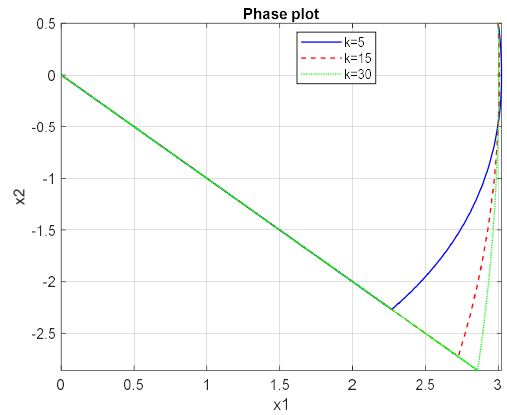
$$s = x_2 + x_1$$

$$u = 0.1x_2 - x_2 - 5\text{sign}(s)$$

Đáp ứng của hệ thống được thể hiện trên Hình 2.4. Từ trạng thái ban đầu  $[x_1 \ x_2]^T = [3 \ 0.5]^T$ , sau khoảng  $0.6s$  (màu xanh lá trên Hình 2.5), hệ thống sẽ đạt được mặt trượt (Hình 2.4 a), sau đó hệ thống sẽ “trượt” thẳng về điểm cân bằng “0”.

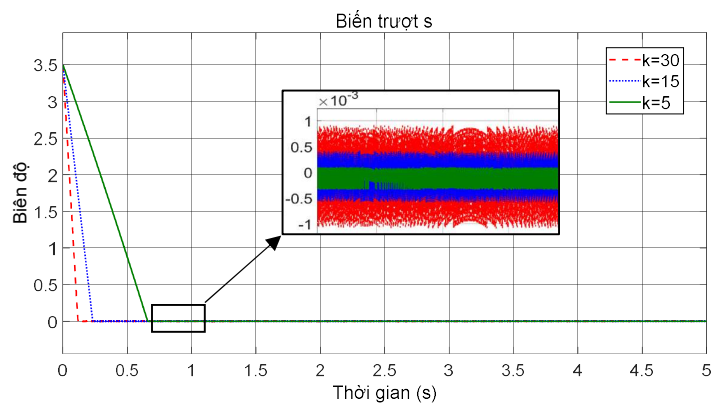


(a)  $k=5$



(b)  $k$  thay đổi

Hình 2.4 Biểu đồ pha (LSM)

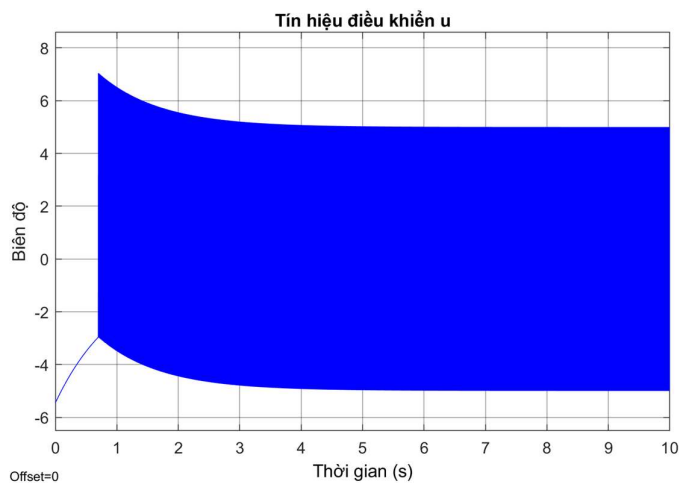


Hình 2.5 Đáp ứng biến trượt (LSM) với các hệ số  $k$  khác nhau

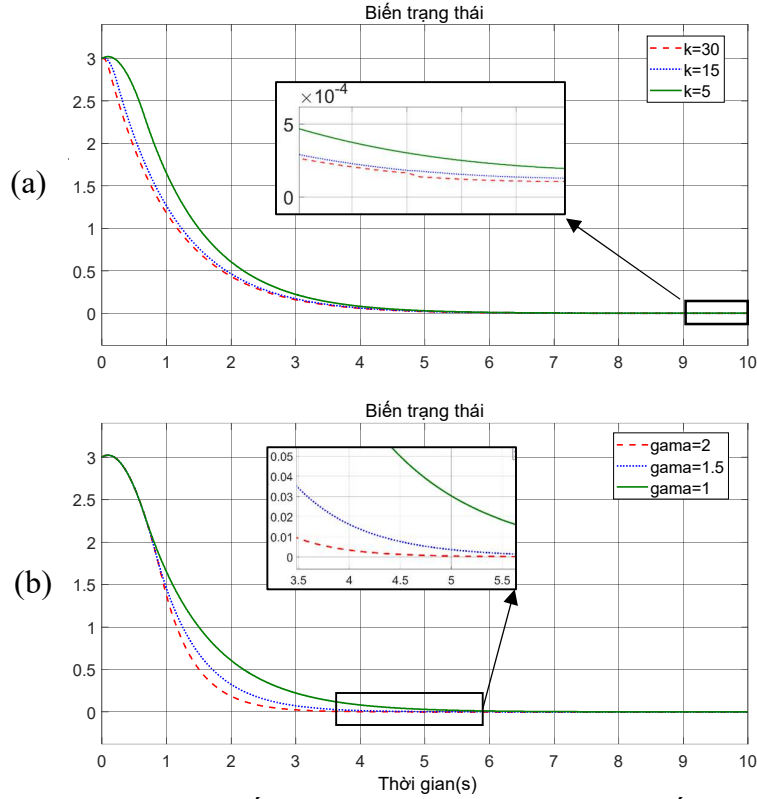
Biểu đồ pha ở Hình 2.4b thể hiện quá trình tiến đến mặt trượt của hệ thống dưới sự ảnh hưởng của  $k$ . Với  $k$  càng lớn ta có thể thấy hệ thống về mặt trượt càng sớm tuy nhiên nó cũng sẽ gây ra hiện tượng chattering càng nghiêm trọng (Hình 2.5).

Tín hiệu điều khiển  $u$  ở Hình 2.6 vì có tồn tại hàm “ $sign(s)$ ” nên sẽ luôn chuyển đổi (switching) gây ra hiện tượng “chattering”, đây cũng là nhược điểm lớn nhất của phương pháp điều khiển trượt.

Từ Hình 2.7 ta có thể thấy rõ ảnh hưởng của  $k$  và  $\gamma$  đến đáp ứng của hệ thống. Trong đó  $k$  là hệ số dùng để bù nhiễu,  $k$  càng lớn thì hệ thống sẽ về mặt trượt càng nhanh, nhưng không ảnh hưởng quá nhiều đến đáp ứng cuối cùng của biến trạng thái (Hình 2.7a). Trong khi đó,  $\gamma$  sẽ là hệ số quyết định đến thời gian hội tụ của các biến trạng thái sau khi hệ thống đã về mặt trượt, với  $\gamma$  càng lớn thì tốc độ hội tụ càng nhanh (Hình 2.7b). Các tính chất của  $k$  và  $\gamma$  sẽ được sử dụng để thiết kế bộ điều khiển.



Hình 2.6 Tín hiệu điều khiển (LSM,  $k = 5$ )



Hình 2.7 Đáp ứng biến trạng thái (LSM) với các hệ số khác nhau

(a)  $\gamma = 1, k = \{5; 15; 30\}$       (b)  $\gamma = \{1; 1.5; 2\}, k = 5$

Qua kết quả mô phỏng ta có thể thấy với mặt trượt LSM, tín hiệu điều khiển chỉ có thể đưa trạng thái về tiệm cận điểm “0” do đặc tính của lý thuyết “ổn định tiệm cận”. Vì vậy, các mặt trượt phi tuyến được đề xuất ở phần tiếp theo sẽ giúp giải quyết vấn đề còn tồn tại của mặt trượt tuyến tính.

### 2.1.3.2 Mặt trượt phi tuyến (Terminal Sliding Mode Control - TSM)

Như đã đề cập ở phần 2.1.3.1, trạng thái hệ thống khi sử dụng mặt trượt LSM không thể chạm tới điểm cân bằng trong một khoảng thời gian hữu hạn. Dù điều này có thể được chấp nhận trong một số ứng dụng thực tiễn, tuy nhiên nó cũng đồng nghĩa với việc nếu cần độ chính xác cao hơn ở trạng thái ổn định, ta sẽ phải tăng lực điều khiển lên đáng kể, hoặc hệ thống sẽ tạo ra sai số xác lập lớn hơn nếu xuất hiện các yếu tố nhiễu không xác định (Hình 2.2)

Vì vậy, ý tưởng về bộ điều khiển “Terminal Sliding Mode Control” đã được đề xuất lần đầu vào năm 1992 [55].

TSM sử dụng ý tưởng thiết kế một mặt trượt phi tuyến với mũ hữu tỉ để tận dụng ưu điểm của lý thuyết ổn định trong thời gian hữu hạn như đã đề cập ở Mục 2.1.2.2. Về mặt cơ bản, TSM cũng trải qua các giai đoạn như LSM.

Ta xét hệ bậc 2 tương tự (2.22):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + u + \rho(x, t) \end{cases}$$

❖ **Thiết kế mặt trượt:**

Đầu tiên ta chọn mặt trượt phi tuyến:

$$s = x_2 + \gamma x_1^{p/q}, \gamma > 0 \quad (2.34)$$

Với  $0 < \frac{p}{q} < 1$  và  $p, q$  là số lẻ

Sau đó, luật điều khiển  $u$  (2.37) sẽ đưa hệ thống về mặt trượt  $s = x_2 + \gamma x_1^{p/q} = 0$ . Điểm khác biệt so với LSM đó là sau khi hệ thống đến được mặt trượt, các biến trạng thái sẽ tiến về “0” trong thời gian hữu hạn theo phương trình sau:

$$\dot{x}_1 = -\gamma x_1^{p/q} \quad (2.35)$$

❖ **Luật điều khiển:**

Để đưa hệ thống về mặt trượt (2.34), ta xét hàm Lyapunov:  $V = 0.5s^2$

Đạo hàm của  $V$  là:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(\dot{x}_2 + \gamma \frac{p}{q} x_1^{\frac{p}{q}-1} \dot{x}_1) \quad (2.36)$$

Luật điều khiển  $u = u_{eq} + u_n$  được thiết kế như sau:

$$\begin{aligned} u_{eq} &= -f(x) - \gamma \frac{p}{q} x_1^{\frac{p}{q}-1} \dot{x}_1 \\ u_n &= -k \text{sign}(s) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Với luật điều khiển (2.37), phương trình (2.36) trở thành:

$$\dot{V} = s[\rho(x, t) - k \text{sign}(s)] \leq |s|(L - k) = -\eta|s| \quad (2.38)$$

Tương tự LSM, hàm  $V \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r = \frac{\sqrt{2}}{\eta} V^{\frac{1}{2}}(0)$ .

Sau khi hệ thống tiến về mặt trượt  $s = 0$ , xét khoảng thời gian  $t_r < t < t_s$ , phương trình (2.35) trở thành:

$$\int_{x_1(t_r)}^{x_1(t_s)} x_1^{-\frac{p}{q}} dx_1 = - \int_{t_r}^{t_s} \gamma dt$$

$$\rightarrow x_1^{1-\frac{p}{q}}(t_s) = -\frac{\gamma(q-p)}{q}t_s + \frac{\gamma(q-p)}{q}t_r + x_1^{1-\frac{p}{q}}(0)$$

Do đó, trạng thái  $x_1, \dot{x}_1 \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_s$ :

$$t_s = \frac{q}{(q-p)\gamma} x_1^{1-\frac{p}{q}}(0) + t_r \quad (2.39)$$

**Lưu ý 1:** Tương tự như LSM, TSM sẽ đưa hệ thống về mặt trượt  $s = 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r$  và tỷ lệ nghịch với  $\eta$  (tức là  $k$  càng lớn thì hệ thống sẽ về mặt trượt  $s = 0$  càng nhanh).

**Lưu ý 2:** Sau khi hệ thống về mặt trượt, các biến trạng thái  $x_1, x_2 \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_s$  và tỷ lệ nghịch với  $\gamma$ .

**Lưu ý 3:** Trong tín hiệu điều khiển  $u_{eq} = -f(x) - \gamma \frac{p}{q} x_1^{\frac{p}{q}-1} \dot{x}_1$  có khả năng xảy ra điểm kỳ dị (singularity) trong trường hợp  $x_1 = 0, \dot{x}_1 \neq 0$ . Đây là vấn đề quan trọng cần lưu ý trong TSM (Hình 2.9).

**Lưu ý 4:** Với  $\frac{p}{q} < 1$ ,  $p, q$  là số lẻ, dễ thấy rằng  $x^{1-p/q} \geq 0$ , và  $(q-p) > 0$ , điều này sẽ đảm bảo thời gian hội tụ về điểm cân bằng của hệ thống  $t_s$  (2.39) là một giá trị có ý nghĩa ( $t_s > 0$ ). Hơn nữa, điều kiện trên giúp đảm bảo  $x^{p/q} \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R}$  và  $(-x)^{p/q} = -|x^{p/q}|$ , từ đó đơn giản hóa một số quá trình tính toán.

**Ví dụ 2.4:** Xét hệ bậc 2 tương tự ví dụ 2.3

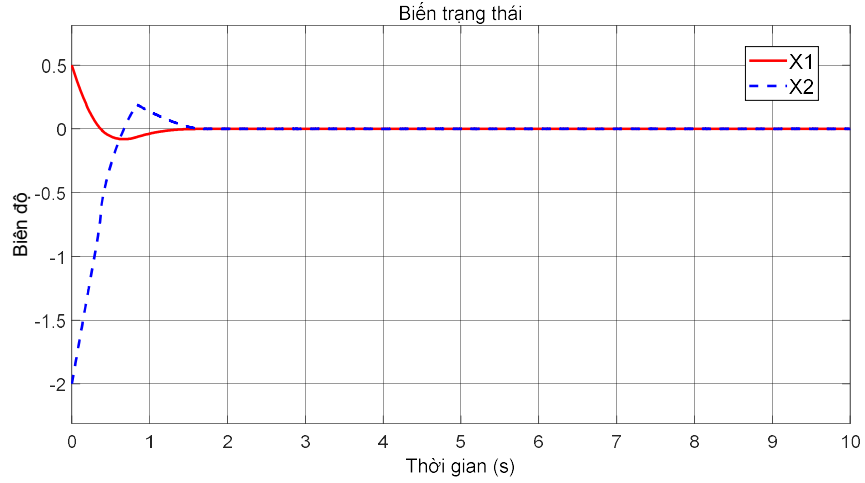
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -0.1x_2 + u - \sin(t) \end{cases}$$

Ta chọn  $k = 5, \gamma = 1, x_1(0) = 0.5, x_2(0) = -2$ . Mặt trượt và bộ điều khiển được thiết kế lần lượt như sau:

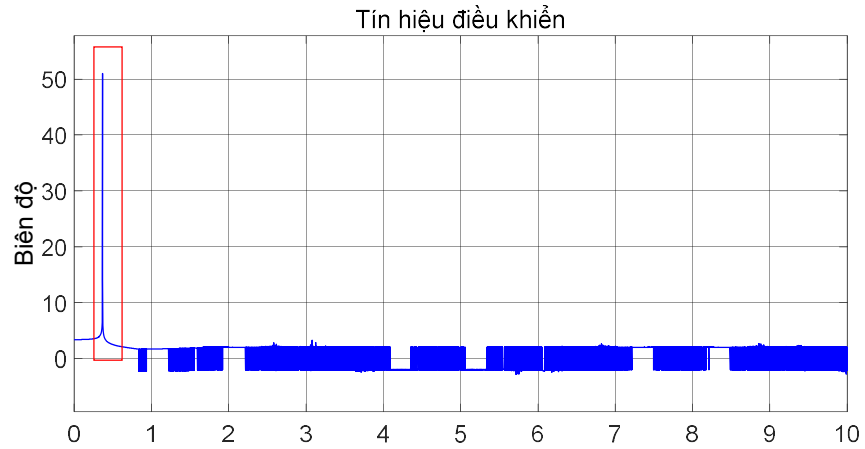
$$\begin{aligned} s &= x_2 + x_1^{3/5} \\ u &= 0.1x_2 - \frac{3}{5} \frac{1}{x_1^{2/3}} x_2 - 5\text{sign}(s) \end{aligned}$$

Trên Hình 2.8 ta có thể thấy rõ điểm kỳ dị ( $x_1 = 0, x_2 = \dot{x}_1 \neq 0$ ) tại thời điểm  $t \sim 0.37s$ , tại thời điểm này  $x_1$  đang nằm dưới mẫu số trong thành phần tín hiệu điều khiển  $u$ , do đó  $u$  sẽ xuất hiện một giá trị rất lớn (Hình 2.9). Điều này tuy có thể không

gây ảnh hưởng trong quá trình mô phỏng, tuy nhiên trong các hệ cơ điện thực tế là một vấn đề nghiêm trọng cần lưu ý.



Hình 2.8 Đáp ứng biến trạng thái của TSM



Hình 2.9 Tín hiệu điều khiển  $u$  (TSM) xuất hiện điểm kỳ dị

### 2.1.3.3 Mặt trượt phi tuyến (Nonsingular Terminal Sliding Mode - NTSM)

Như đã thảo luận ở phần trước, mặt trượt TSM mặc dù đảm bảo đưa các biến trạng thái của hệ thống về điểm cân bằng trong thời gian hữu hạn, tuy nhiên trong quá trình đó có khả năng xuất hiện điểm kỳ dị trong trường hợp  $x = 0, \dot{x} \neq 0$ . Để vượt qua điểm kỳ dị này, năm 2002, Y.Feng và các cộng sự [57] đã đề xuất một mặt trượt mới, gọi là “Nonsingular Terminal Sliding Mode Control”:

$$s = x_1 + \frac{1}{\gamma} x_2^{q/p} \quad (2.40)$$

Với  $p, q, \gamma$  được xác định trong phương trình (2.34) và  $x_1, x_2$  là các biến trạng thái của hệ thống (2.22).

❖ **Luật điều khiển:**

Để đưa hệ thống về mặt trượt (2.40), ta xét hàm Lyapunov:  $V = 0.5s^2$

Đạo hàm của  $V$  là:

$$\dot{V} = s \left( x_2 + \frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} x_2^{\frac{q}{p}-1} \dot{x}_2 \right) = s \frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} x_2^{\frac{q}{p}-1} \left( \gamma \frac{p}{q} x_2^{2-\frac{q}{p}} + \dot{x}_2 \right) \quad (2.41)$$

Luật điều khiển  $u = u_{eq} + u_n$  được thiết kế như sau:

$$\begin{cases} u_{eq} = -f(x) - \gamma \frac{p}{q} x_2^{2-q/p} \\ u_n = -k \text{sign}(s) \end{cases} \quad (2.42)$$

Áp dụng luật điều khiển (2.42), phương trình (2.41) trở thành:

$$\dot{V} = s \frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} x_2^{\frac{q}{p}-1} (-k \text{sign}(s) + \rho(t))$$

Để thấy rằng  $\frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} x_2^{\frac{q}{p}-1} \geq 0$ , do đó chọn  $k$  như trong (2.30) ta được:

$$\dot{V} = -\lambda |s| \leq 0 \quad (2.43)$$

Trong đó:  $\lambda = \frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} x_2^{\frac{q}{p}-1} \frac{1}{\eta} > 0$

Vậy  $V \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r = \frac{\sqrt{2}}{\lambda} V^{\frac{1}{2}}(0)$

**Lưu ý 5:** Ta có thể thấy khi mặt trượt  $s = 0$ , đáp ứng của mặt trượt NTSM (2.40) tương đương với mặt trượt TSM (2.34), cho nên thời gian các biến trạng thái hội tụ về điểm cân bằng ( $t_s$ ) được tính tương tự như công thức (2.39).

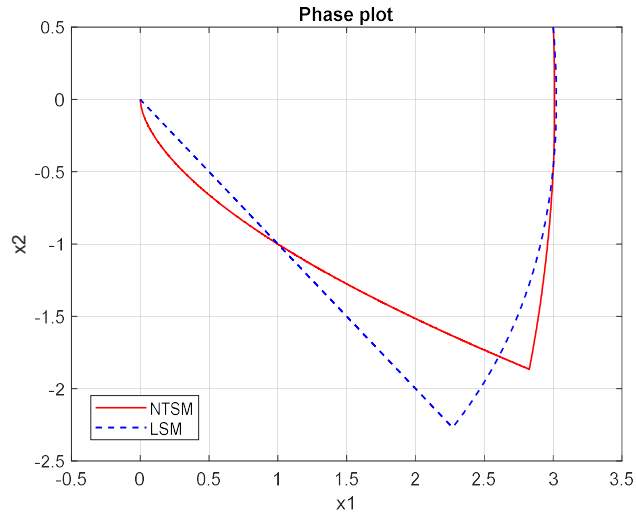
**Lưu ý 6:** Tín hiệu điều khiển  $u_{eq} = -f(x) - \gamma \frac{p}{q} x_2^{2-q/p}$  đã loại bỏ điểm kỳ dị ở trường hợp  $x_2 = 0, x_1 \neq 0$  (Vì  $p, q$  là số lẻ và  $2 - \frac{q}{p} > 0 \rightarrow x_2^{2-p/q} \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R}$ )

**Ví dụ 2.5:** Xét hệ thống (2.33) tương tự ví dụ 2.3. Ta chọn  $k = 5, \gamma = 1, p = 3, q = 5, x_1(0) = 3, x_2(0) = -0.5$ . Ta có mặt trượt và tín hiệu điều khiển lần lượt là:

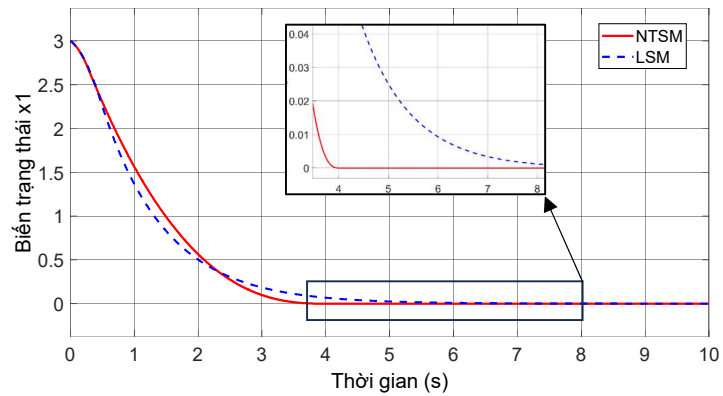
$$s = x_1 + x_2^{5/3}$$

$$u = 0.1x_2 - \frac{3}{5}x_2^{\frac{1}{3}} - 5\text{sign}(s)$$

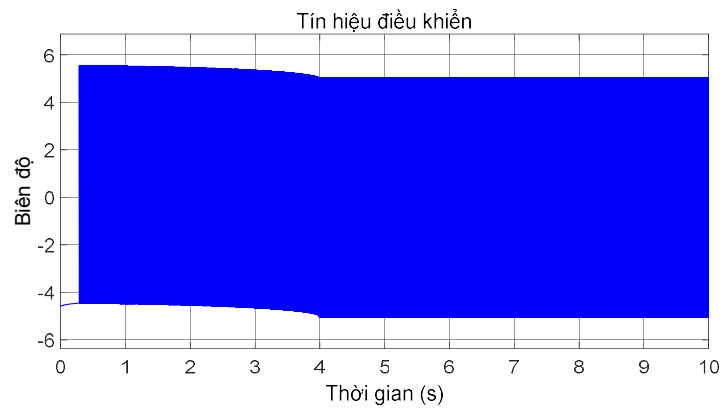
Kết quả mô phỏng được mô tả từ Hình 2.10 đến Hình 2.13. Từ Hình 2.10 ta có thể thấy rõ sự khác biệt trong quá trình tiến về điểm cân bằng của các biến trạng thái giữa mặt trượt tuyến tính (LSM) và mặt trượt phi tuyến (NTSM).



Hình 2.10 Biểu đồ pha giữa “NTSM” và “LSM”

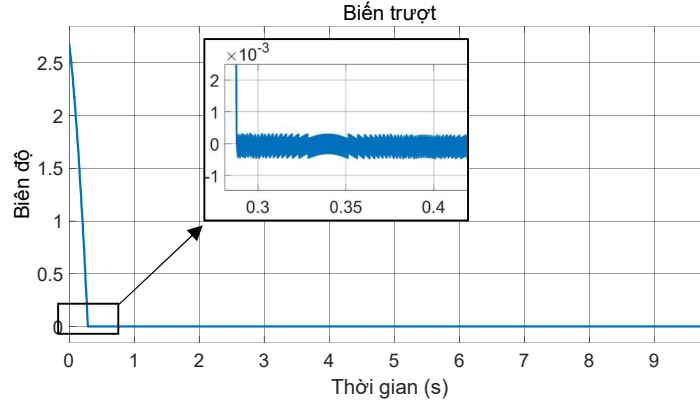


Hình 2.11 Đáp ứng biến trạng thái giữa mặt trượt NTSM và LSM



Hình 2.12 Tín hiệu điều khiển NTSM

Từ Hình 2.11 ta thấy đáp ứng hệ thống của mặt trượt NTSM khi xuất hiện nhiễu sẽ tốt hơn so với LSM (với cùng thông số  $k, \gamma$ ). Tín hiệu điều khiển ở mặt trượt NTSM (Hình 2.12) vẫn tồn tại “nhược điểm” cố hữu của SMC đó là hiện tượng “chattering”.



Hình 2.13 Đáp ứng biến trượt của mặt NTSM

#### 2.1.4 Vấn đề chattering

Trong phần lý thuyết điều khiển trượt luận án đã đề cập rất nhiều đến thuật ngữ “chattering”. Đây là thuật ngữ dùng để mô tả các hiện tượng dao động với tần số có giới hạn (finite-frequency) và biên độ có giới hạn (finite-amplitude) [52] xuất hiện trong các ứng dụng SMC thực tế được tạo ra trong tín hiệu điều khiển nhằm triệt tiêu các bất định hoặc nhiễu.

Theo quan điểm Utkin 1997, hành vi chuyển mạch với tần số cao của tín hiệu điều khiển (switching control) không phải là chattering, mà là kết quả mong đợi của luật điều khiển SMC. Việc chuyển mạch với tần số vô hạn là cần thiết trong quá trình trượt lý tưởng (ideal sliding mode). Điều này giúp hệ thống trượt mượt mà dọc theo mặt trượt (sliding manifold/surface). Tuy nhiên, trong các hệ thống thực tế, do các yếu tố về động học cơ cấu chấp hành, độ trễ, v.v. nên việc chuyển mạch không thể diễn ra ở tần số yêu cầu. Hệ quả là tín hiệu chuyển mạch sẽ được biểu hiện ở một tần số thấp hơn, làm cho hệ thống dao động quanh mặt trượt chứ không nằm ổn định chính xác trên mặt trượt, đây mới chính là “chattering”, nó sẽ gây ra hư hỏng hệ thống cơ khí và các linh kiện điện tử.

Để giải quyết vấn đề “chattering” này có rất nhiều phương pháp. Đầu tiên là phương pháp căn bản và đơn giản nhất được chính Utkin đề xuất năm 1977, sau đó là hàng loạt các nghiên cứu khác như đã trình bày ở Chương 1. Để hiểu rõ hơn, trong chương 3 luận án sẽ trình bày cụ thể các phương pháp khử chattering theo hướng “nâng bậc mặt trượt”, những ưu và nhược điểm, qua đó làm rõ tính mới của phương pháp mà tác giả đề xuất.

## 2.2 Mô hình hóa hệ thống

### 2.2.1 Giới thiệu

Mô hình DDMR là một thiết kế phổ biến trong robot di động, đặc biệt trong các ứng dụng như robot tự hành, robot giáo dục hoặc robot công nghiệp nhỏ. Đây là một hệ thống truyền động đơn giản nhưng hiệu quả, dựa trên việc sử dụng hai bánh xe dẫn động độc lập, được điều khiển bởi hai động cơ riêng biệt, cùng với một hoặc nhiều bánh xe tự do (caster wheel) để giữ thăng bằng (Hình 2.14).

#### Cấu trúc cơ bản sử dụng trong luận án

**Hai bánh xe dẫn động:** Mỗi bánh được gắn với một động cơ riêng, tốc độ của từng bánh có thể được điều khiển độc lập để thay đổi hướng di chuyển của hệ DDMR.

**Bánh xe tự do:** Một bánh, đóng vai trò hỗ trợ, không tham gia dẫn động, giúp robot duy trì cân bằng và di chuyển mượt mà.

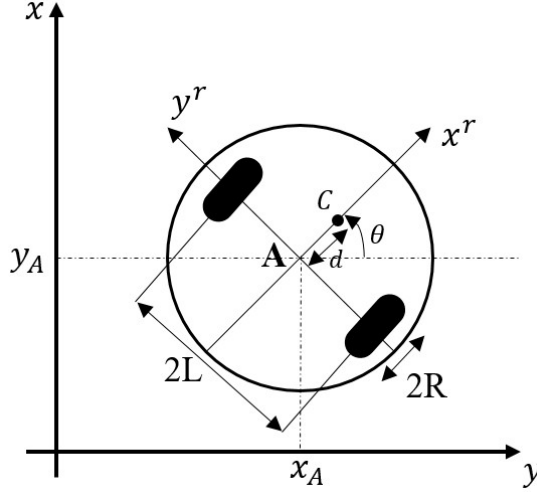
**Khung robot:** Nối các bánh xe và chứa các linh kiện như động cơ, bộ điều khiển, cảm biến và pin.

Hình 2.14 mô tả vị trí của DDMR liên quan đến các hệ tọa độ sau:

- **Hệ tọa độ toàn cục:** được ký hiệu là  $\{x, y\}$  để xác định vị trí chính xác của robot trên mặt phẳng Descartes.
- **Hệ tọa độ robot:** được ký hiệu là  $\{x^r, y^r\}$ , biểu thị vị trí cục bộ tương đối so với khung tham chiếu của robot. Tại đây, gốc tọa độ nằm ở  $\{x_A, y_A\}$  (điểm A). Tâm khối lượng của robot, được ký hiệu là điểm C, được giả định nằm dọc theo trục  $x^r$  cách điểm A một khoảng cách  $d$ .

Gọi  $\{x_A, y_A\}, \{x_A^r, y_A^r\}$  lần lượt là tọa độ của điểm A trong hệ khung toàn cục và hệ khung robot. Ta chọn điểm A là gốc của hệ tọa độ robot và cũng là điểm trung tâm của DDMR. Đối với hệ tọa độ toàn cục (môi trường thực) thì vị trí điểm A cũng chính là vị trí DDMR, tất cả tính toán xác định vị trí DDMR dựa trên điểm A.

Xác định  $\dot{p} = [\dot{x}_A \dot{y}_A \dot{\theta}]^T$  và  $\dot{p}^r = [\dot{x}_A^r \dot{y}_A^r \dot{\theta}]^T$  tương ứng là vận tốc của DDMR trong hệ khung toàn cục và hệ khung robot, trong đó  $\theta$  là góc hướng của robot, và  $\dot{\theta}$  là đạo hàm của nó theo thời gian.



Hình 2.14 Hệ toạ độ của DDMR

Mối quan hệ chuyển động giữa hai hệ khung được biểu diễn như sau:

$$\dot{p} = O(\theta)\dot{p}^r \quad (2.44)$$

Trong đó  $O(\theta)$  là ma trận trực giao

$$O(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Với giả định không có trượt ngang như mô tả trong (2.46) nghĩa là các bánh xe không trượt vuông góc với trục dọc của chúng, tức là:

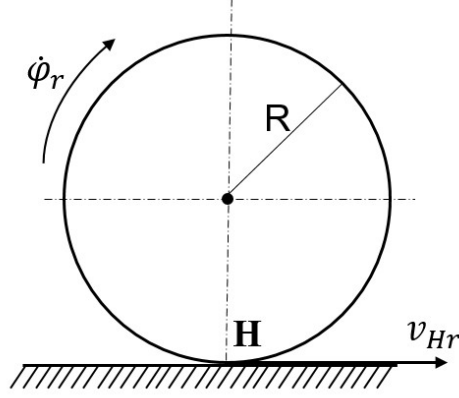
$$\dot{y}_A^r = 0 \quad (2.46)$$

Và chuyển động lăn thuần túy, nghĩa là các bánh xe quay mà không có trượt hoặc lắc lư tại các điểm tiếp xúc với mặt đất, vận tốc tuyến tính của mỗi bánh xe (vận tốc của điểm H) (Hình 2.15) được biểu diễn bởi các phương trình sau:

$$\begin{cases} v_{Hr} = v_r = R\dot{\phi}_r \\ v_{Hl} = v_l = R\dot{\phi}_l \end{cases} \quad (2.47)$$

Trong đó:

- $v_{Hr}, v_{Hl}$  vận tốc tuyến tính của điểm H trên bánh xe phải và bánh xe trái.
- $v_r, v_l$  là vận tốc tuyến tính của bánh xe phải và bánh xe trái.
- $\dot{\phi}_r, \dot{\phi}_l$  là vận tốc góc tương ứng của bánh xe phải và bánh xe trái.



Hình 2.15 Bánh xe bên phải của DDMR

### 2.2.2 Mô hình động học (Kinematic)

Phương trình (2.48) thể hiện mô hình động học của DDMR [63]:

❖ **Động học thuận (Forward kinematic):**

$$\begin{cases} v = \frac{v_r + v_l}{2} = \frac{R(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l)}{2} \\ \omega = \frac{v_r - v_l}{2L} = \frac{R(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l)}{2L} \end{cases} \quad (2.48)$$

Trong đó  $v$  là vận tốc tuyến tính và  $\omega$  là vận tốc góc của DDMR. Động học thuận sẽ giúp ta tính toán được vận tốc dài và vận tốc góc của DDMR robot trong môi trường thực từ vận tốc hai bánh trái, phải. Nếu  $v_r > v_l$  DDMR sẽ quay sang trái, ngược lại sẽ quay sang phải và sẽ đi thẳng nếu  $v_r = v_l$ .

❖ **Động học nghịch (Inverse kinematic):**

Từ (2.48), suy ra:

$$\begin{cases} v_r = v + \omega L \\ v_l = v - \omega L \end{cases} \quad (2.49)$$

Động học nghịch được dùng để tính toán giá trị vận tốc riêng lẻ của bánh trái, phải cần để DDMR đạt được vận tốc mong muốn trong môi trường thực.

❖ **Cập nhật vị trí DDMR từ động học thuận:**

Trong môi trường không có các thiết bị định vị chính xác cũng như các loại cảm biến hiện đại, ta vẫn có thể xác định được vị trí thực của DDMR khi biết giá trị  $v, \omega$  đo được từ hai bánh và vị trí ban đầu của DDMR.

Từ (2.48), ta có thể xác định vận tốc theo các phương trong hệ robot của DDMR như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_A^r = \frac{R(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l)}{2} \\ \dot{y}_A^r = 0 \\ \dot{\theta} = \omega = \frac{R(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l)}{2L} \end{cases} \quad (2.50)$$

Dẫn tới phương trình sau:

$$\dot{p}^r = \begin{bmatrix} \dot{x}_A^r \\ \dot{y}_A^r \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ 0 & 0 \\ R/2L & -R/2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Từ (2.44), (2.48), (2.50), (2.51), ta được

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} R/2 \cos \theta & R/2 \cos \theta \\ R/2 \sin \theta & R/2 \sin \theta \\ R/2L & -R/2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Hoặc

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Từ các phương trình trên, vị trí thực của DDMR sẽ được cập nhật bằng các phương trình dưới đây (miền rời rạc):

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + v \cos(\theta_k) \Delta t \\ y_{k+1} &= y_k + v \sin(\theta_k) \Delta t \\ \theta_{k+1} &= \theta_k + \omega \Delta t \end{aligned} \quad (2.54)$$

Trong đó  $[x_k \ y_k \ \theta_k]^T$  là vị trí của DDMR tại thời điểm  $k$  và  $[x_{k+1} \ y_{k+1} \ \theta_{k+1}]^T$  là vị trí DDMR tại thời điểm  $k + 1$ ,  $\Delta t$  là thời gian của vòng lặp cập nhật của bộ điều khiển.

### 2.2.3 Mô hình động lực học (Dynamic)

Mô hình động lực học của DDMR được biểu diễn ở phương trình (2.55), mô hình này có tính đến tất cả các thành phần lực liên quan như quán tính, mô men, khối lượng và vận tốc [64]:

$$\begin{cases} \left( m + \frac{2}{R^2} I_w \right) \dot{v} - m_c d \omega^2 = \frac{1}{R} (\tau_r + \tau_l) \\ \left( I + \frac{2L^2}{R^2} I_w \right) \dot{\omega} + m_c d \omega v = \frac{L}{R} (\tau_r - \tau_l) \end{cases} \quad (2.55)$$

Trong đó, tổng mô-men quán tính tương đương  $I$  được tính như sau:

$$\begin{aligned} I &= I_c + 2I_m + 2I_w \\ &= m_c d^2 + 2m_a L^2 + 2m_w R^2 \end{aligned} \quad (2.56)$$

Trong đó:

$m_w, m_a$ : lần lượt là khối lượng của mỗi bánh xe có và không có bộ truyền động;

$m$  và  $m_c$ : lần lượt là tổng khối lượng của DDMR có và không có bánh xe cùng bộ truyền động;

$I_w$ : là mô-men quán tính của bánh xe;

$I_c$ : mô-men quán tính của DDMR quanh trục qua tâm khối lượng;

$I_m$ : mô-men quán tính của DDMR quanh trục qua tâm trục bánh xe;

$\tau_r, \tau_l$  là mô-men xoắn của bộ truyền động bánh xe bên phải và bên trái.

Trong dạng không gian trạng thái (State Space Form), (2.55) được biểu diễn như sau:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m + \frac{2}{R^2} I_w & 0 \\ 0 & I + \frac{2L^2}{R^2} I_w \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} m_c d \omega^2 \\ -m_c d \omega v \end{bmatrix}}_V + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R} & \frac{1}{R} \\ \frac{L}{R} & -\frac{L}{R} \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Hay:

$$M \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = V + C \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

#### 2.2.4 Các bất định trong mô hình

Trong điều kiện sử dụng thực tế, do các yếu tố đặc biệt về điều kiện, đối tượng sử dụng nên mô hình xe lăn điện xuất hiện rất nhiều yếu tố bất định về mô hình, cụ thể là:

**Bất định về khối lượng:** Ta có thể thấy khối lượng trung bình của một xe lăn điện khoảng 30-50kg. Tuy nhiên khối lượng người sử dụng thường gấp đôi khối lượng xe lăn điện, đồng thời trọng lượng của người sử dụng cũng thay đổi rất lớn, có thể từ 40-100kg. Vì vậy sự thay đổi về khối lượng sẽ ảnh hưởng rất lớn đến động lực của hệ, cụ thể là cần sự thay đổi trong mô-men có động cơ để có thể đáp ứng được vận tốc thiết kế.

**Bất định về trọng tâm:** Xe lăn điện có diện tích tiếp xúc rất nhỏ, do đó chỉ cần thay đổi tư thế ngồi sẽ gây ra sai lệch lớn về trọng tâm dẫn đến mất cân bằng hệ thống,

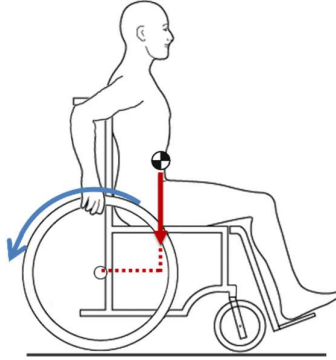
đặc biệt là làm sai lệch quỹ đạo khi cần thay đổi hướng di chuyển (vận tốc góc  $\omega \neq 0$ ).



Hình 2.16 Khối lượng lớn gây bất định mô hình

Trong các nghiên cứu [65]-[66], các tác giả đã thực nghiệm và đánh giá về ảnh hưởng của tư thế người ngồi đến vị trí đặt trọng lực của xe lăn điện (khoảng cách  $d$  trong Hình 2.14), đặc biệt là khi tăng tốc hoặc khi người ngồi ngã về phía trước. Từ đó, trong phạm vi luận án, các yếu tố bất định được giới hạn như sau:

- Sự thay đổi khối lượng: giới hạn ở mức 50 – 100 (kg)
- Sự thay đổi về trọng tâm: Giới hạn ở mức thay đổi tối đa  $\Delta d = 15$  (cm)



Hình 2.17 Bất định về trọng tâm

Xét phương trình (2.57), ta thấy sự thay đổi của khối lượng và trọng tâm sẽ ảnh hưởng đến gần như tất cả các thành phần, từ đó có thể viết lại như sau:

$$\begin{aligned} (M_0 + \Delta M) \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} &= (V_0 + \Delta V) + C \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} + d(t) \\ M_0 \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} &= V_0 + C \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} + \underbrace{\Delta V - \Delta M \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}}_{\rho(t)} + d(t) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Hay:

$$M_0 \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = V_0 + C \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} + \rho(t) \quad (2.60)$$

Trong đó  $M_0, V_0$  là các đại lượng đã biết ban đầu, được dùng để thiết kế bộ điều khiển,  $\Delta M$  và  $\Delta V$  là các đại lượng có thể thay đổi khi vận hành thực tế mà ta không biết,  $d(t)$  là các giá trị nhiễu khác như: sai số cảm biến, nhiễu tín hiệu...v.v,  $\rho(t)$  là tổng của các yếu tố bất định này và có thể thay đổi theo thời gian.

Tuy không xác định được chính xác giá trị các đại lượng bất định nhưng ta có giới hạn giá trị của các bất định này ( $\max\{\rho(t)\} \leq D$ ) vì các thông số thay đổi của  $m, d$  đã được giới hạn và vận tốc, gia tốc của động cơ ( $v, \dot{v}, \omega, \dot{\omega}$ ) cũng là các giá trị có thể giới hạn bởi thông số vật lý của động cơ hoặc các hệ số của bộ điều khiển.

Thông số động cơ của DDMR được giới hạn như sau:

Bảng 2.1 Giới hạn vật lý của DDMR

| Thông số           | Ký hiệu              | Giá trị tối đa | Đơn vị    |
|--------------------|----------------------|----------------|-----------|
| Vận tốc dài tối đa | $v_{max}$            | 0.4            | $m/s$     |
| Gia tốc dài tối đa | $\dot{v}_{max}$      | 0.8            | $m/s^2$   |
| Vận tốc góc tối đa | $\omega_{max}$       | 0.4            | $rad/s$   |
| Gia tốc góc tối đa | $\dot{\omega}_{max}$ | 1              | $rad/s^2$ |

## 2.3 Kết luận

Chương 2 luận án đã trình bày hai nền tảng lý thuyết là điều khiển trượt và lý thuyết về mô hình toán của hệ thống xe lăn điện và DDMR, bao gồm các yếu tố bất định có thể xảy ra trong thực tế. Đây là cơ sở để phát triển mặt trượt bậc cao trong Chương 3 và phát triển phương pháp điều khiển quỹ đạo cho DDMR trong Chương 4 của luận án.

## CHƯƠNG 3. THIẾT KẾ MẶT TRƯỢT BẬC CAO

Như đã đề cập trong Chương 1, vấn đề triệt tiêu chattering trong SMC hiện đang là chủ đề thú vị và đầy tiềm năng của nhiều nghiên cứu, với mỗi phương pháp sở hữu các ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng chuyên biệt. Hướng nghiên cứu của luận án này tập trung khai thác phương pháp nâng bậc cho mặt trượt (Full Order Sliding Mode - FOSM). **Mục 3.1** sẽ trình bày chi tiết các phương pháp nâng bậc mặt trượt, đồng thời phân tích các ưu nhược điểm và hạn chế của chúng, bên cạnh phương pháp sử dụng lớp biên (Boundary Layer) truyền thống. Trên cơ sở đó, **Mục 3.2** sẽ đề xuất một phương pháp mới nhằm giải quyết các vấn đề còn tồn đọng đã được phân tích.

### 3.1 Các phương pháp loại bỏ “chattering” trong điều khiển trượt.

#### 3.1.1 Phương pháp sử dụng lớp biên (boundary layer)

Phương pháp lớp biên sử dụng hai hàm chính, đó là hàm saturation và hàm sigmoid.

##### 3.1.1.1 Sử dụng hàm saturation

Mục tiêu chính của việc áp dụng hàm saturation (hàm bão hòa) trong SMC là giảm hiện tượng chattering gây ra bởi hàm  $sign(s)$ , qua đó làm mượt tín hiệu điều khiển, giúp hệ thống vận hành mượt mà hơn. Trong SMC truyền thống, đặc trưng được thể hiện bởi tín hiệu điều khiển  $u_n$  (discontinuous control):

$$u_n = -k sign(s)$$

Hàm  $sign(s)$  tạo ra một sự chuyển tiếp đột ngột giữa  $-1$  sang  $+1$  khi  $s$  đi qua điểm “0”. Trong khi đó hàm saturation ( $sat(s/\varepsilon)$ ) cung cấp một vùng chuyển tiếp mượt mà quanh  $s = 0$  thay vì nhảy vọt giữa  $-1$  sang  $+1$ . Cụ thể hàm  $sat(s/\varepsilon)$  được định nghĩa như sau:

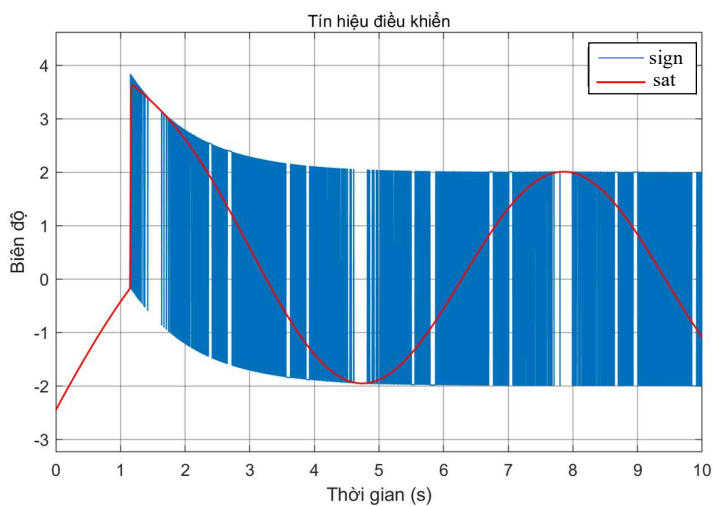
$$sat(s/\varepsilon) = \begin{cases} sign(s) = 1 & \text{nếu } s > \varepsilon, \\ s/\varepsilon & \text{nếu } |s| \leq \varepsilon, \\ sign(s) = -1 & \text{nếu } s < -\varepsilon \end{cases} \quad (3.1)$$

Trong đó:

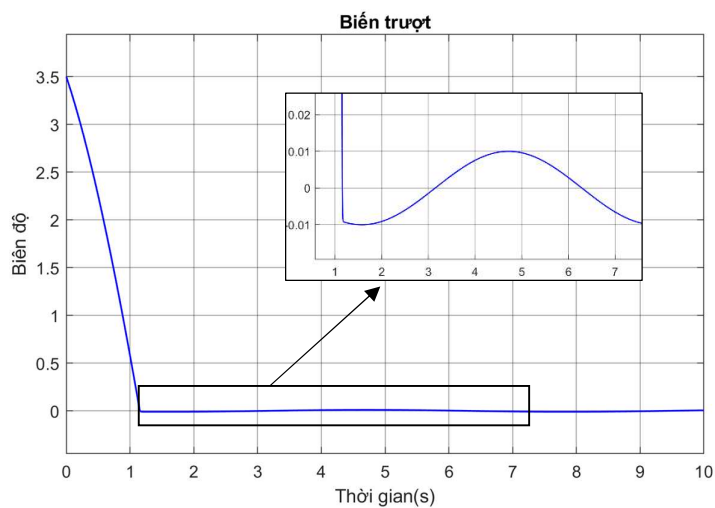
$\varepsilon > 0$ : Độ rộng của lớp biên, quyết định vùng chuyển tiếp. Trong vùng  $|s| \leq \varepsilon$ ,  $sat(s/\varepsilon)$  là một hàm tuyến tính.

**Ví dụ 3.1:** Xét hệ thống có tương tự (2.33). Ta chọn  $k = 5, \gamma = 1, x_1(0) = 5, x_2(0) = -0.5, \varepsilon = 0.01$ .

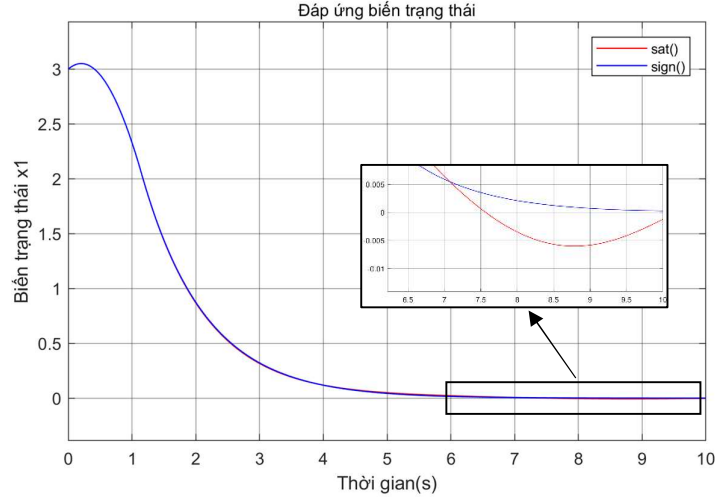
Hình 3.1 cho thấy tín hiệu điều khiển với hàm  $\text{sat}()$  đã khắc phục hoàn toàn hiện tượng chattering, tuy nhiên vấn đề ở Hình 3.2, biến trượt  $s$  sẽ trượt quanh điểm “0” trong một vùng có độ rộng là  $\varepsilon$ , có nghĩa là hệ thống sẽ không hoàn toàn nằm trên mặt trượt, điều này sẽ dẫn đến việc các biến trạng thái cũng dao động quanh điểm cân bằng (Hình 3.3).



Hình 3.1 Tín hiệu điều khiển khi sử dụng hàm  $\text{sat}(s/\varepsilon)$  (màu đỏ)



Hình 3.2 Đáp ứng của biến trượt khi dùng hàm  $\text{sat}(s/\varepsilon)$



Hình 3.3 Đáp ứng của biến trạng thái giữa hàm  $sign(s)$  và  $sat(s/\varepsilon)$

### 3.1.1.2 Sử dụng hàm sigmoid

Hàm sigmoid với tính chất mượt mà và liên tục, giúp tín hiệu điều khiển thay đổi dần, giảm dao động tần số cao. Hàm sigmoid cơ bản thường được định nghĩa như sau:

$$sigmoid(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}} \quad (3.2)$$

Tuy nhiên hàm sigmoid cơ bản chỉ dao động trong phạm vi  $[0; 1]$ , nên một dạng khác của hàm sigmoid được đề xuất để sử dụng trong SMC là:

$$sigmoid(s) = \frac{2}{1 + e^{-s/\varepsilon}} - 1 \quad (3.3)$$

Trong đó  $\varepsilon > 0$  là tham số để điều chỉnh độ dốc của hàm

- $\varepsilon$  nhỏ: hàm càng gần giống hàm  $sign(s)$ , dốc hơn
- $\varepsilon$  lớn: hàm càng mượt hơn, chuyển đổi chậm quanh  $s = 0$

Giá trị hàm  $sigmoid(s)$ :

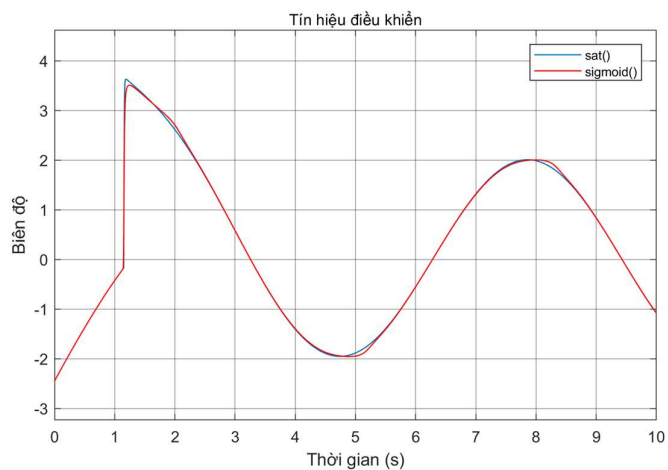
$$sigmoid(s) \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{khi } s \rightarrow \infty \\ -1 & \text{khi } s \rightarrow -\infty \\ 0 & \text{khi } s = 0 \end{cases}$$

**Ưu điểm:** Mượt hơn hàm saturation: Hàm sigmoid liên tục khắp nơi, không có điểm gãy như saturation, giúp tín hiệu điều khiển rất mượt.

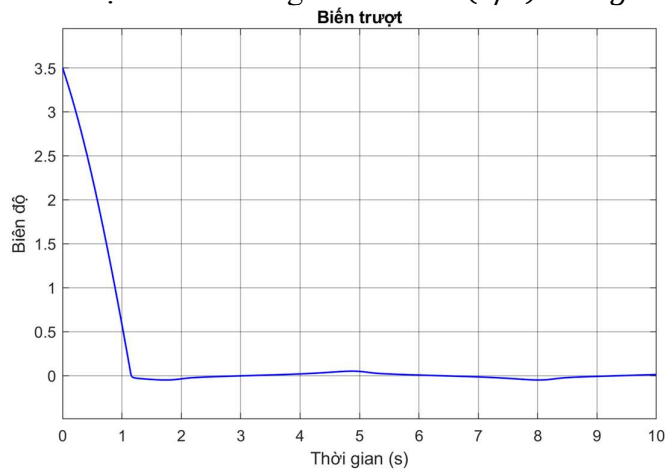
**Hạn chế:** Hội tụ không chính xác: hàm  $sigmoid$  không đạt chính xác  $\pm 1$  ngay cả khi  $s$  lớn, hệ thống chỉ hội tụ gần  $s = 0$  (*quasi-sliding mode*), gây sai số.

**Ví dụ 3.2:** Xét hệ thống có tương tự (2.33), chọn  $k = 5, \gamma = 1, x_1(0) = 5, x_2(0) = -0.5, \varepsilon = 0.01$ .

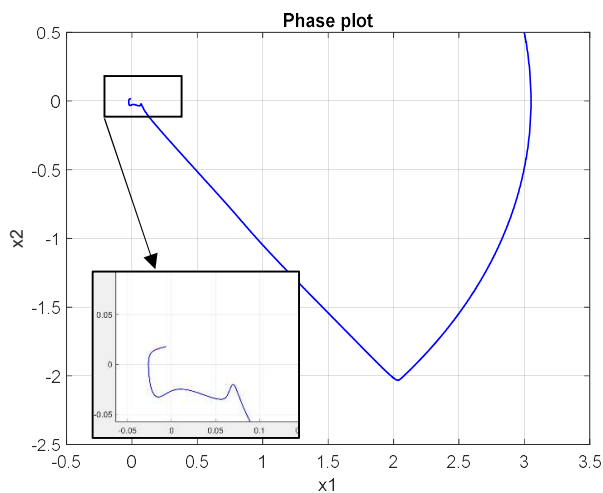
Kết quả mô phỏng được thể hiện ở Hình 3.4 - Hình 3.6.



Hình 3.4 Tín hiệu điều khiển giữa hàm  $\text{sat}(s/\varepsilon)$  và  $\text{sigmoid}(s/\varepsilon)$



Hình 3.5 Đáp ứng biến trượt khi sử dụng hàm  $\text{sigmoid}(s/\varepsilon)$



Hình 3.6 Biểu đồ pha khi sử dụng hàm  $\text{sigmoid}(s/\varepsilon)$

Ta có thể thấy ở Hình 3.4, tín hiệu điều khiển của hàm  $\text{sigmoid}(s/\varepsilon)$  sẽ mượt hơn so với hàm  $\text{sat}(s/\varepsilon)$ , tuy nhiên điều này sẽ gây ra tác động rõ ràng là mặt trượt  $s$  không thể hội tụ về “0” trong thời gian hữu hạn (Hình 3.5) và dẫn đến việc các biến trạng thái của không thể về “0” mà chỉ dao động quanh vị trí này. Biểu đồ pha Hình 3.6 thể hiện rõ hai biến trạng thái  $x_1, x_2$  không thể về “0” nếu ta sử dụng hàm  $\text{sigmoid}(s/\varepsilon)$  thay cho hàm  $\text{sign}(s)$ .

### 3.1.2 Phương pháp trượt bậc cao

Việc sử dụng phương pháp “lớp biên” để loại bỏ chattering được sử dụng khá phổ biến vì sự đơn giản, tuy nhiên nó sẽ dẫn tới việc sai số xác lập lớn hơn, giảm tính bền vững của bộ điều khiển. Điều này có thể không chế trong phạm vi mô phỏng, tuy nhiên nếu ứng dụng trong các hệ thực tế sẽ là một vấn đề nghiêm trọng và khó kiểm soát bởi sự phức tạp của nhiễu và các bất động. Vì vậy, trong phần này, tác giả sẽ trình bày các phương pháp nâng bậc cho mặt trượt, giúp giải quyết vấn đề mà phương pháp lớp biên không làm được. Phương pháp nâng bậc cũng sẽ dựa trên hai mặt trượt cơ bản đã được trình bày trong Mục 2.1.3 là mặt trượt tuyến tính (LSM) và mặt trượt phi tuyến (TSM).

#### 3.1.2.1 Mặt trượt LSM bậc cao

Bằng việc đề xuất một mặt trượt hoàn toàn mới với bậc cao hơn dựa trên nền mặt trượt tuyến tính, vấn đề về “chattering” sẽ được giảm thiểu đáng kể mà vẫn đảm bảo tính bền vững trước các yếu tố bất định của hệ thống. Tín hiệu điều khiển “mượt” hơn vì có sự xuất hiện của thành phần  $\int \text{sign}(s)$  thay cho  $\text{sign}(s)$  thuần túy, có thể được áp dụng trực tiếp vào các ứng dụng điều khiển hệ thống thực tế.

Mặt trượt được đề xuất [46]:

$$s = \ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x \quad (3.4)$$

Trong đó  $\alpha, \beta$  chọn sao cho  $p^2 + \alpha p + \beta$  (phương trình đặc trưng của  $s$ ) là Hurwitz, để đảm bảo trạng thái hệ thống  $x$  hội tụ tiệm cận.

Ta xét lại hệ thống (2.22) để thấy rõ hơn:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + u + \rho(x, t) \end{aligned}$$

Mặt trượt chọn là:  $s = \ddot{x}_1 + \alpha \dot{x}_1 + \beta x_1$

Xét hàm Lyapunov:  $V = 0.5s^2 \rightarrow \dot{V} = s\dot{s}$

❖ **Luật điều khiển:** Luật điều khiển  $u = u_{eq} + u_n$  được thiết kế như sau:

$$\begin{cases} u_{eq} = -f(x) - \alpha \dot{x}_1 - \beta x_1 \\ \dot{u}_n = -k \text{sign}(s) \end{cases} \quad (3.5)$$

Thay  $u_{eq}$  vào mặt trượt  $s$ , ta được  $s = u_n + \rho(x, t) \rightarrow \dot{s} = \dot{u}_n + \dot{\rho}(x, t)$

Xác định được giới hạn sự thay đổi của nhiễu  $|\dot{\rho}(x, t)| \leq \delta$ , chọn  $k$  sao cho  $k - \delta = \eta > 0$ , ta được:

$$\dot{V} = s(-k \text{sign}(s) + \dot{\rho}(x, t)) \leq -\eta |s| < 0$$

Do đó  $s \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn và trạng thái hệ thống sẽ tiến về tiệm cận điểm cân bằng theo phương trình:  $\ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = 0$ .

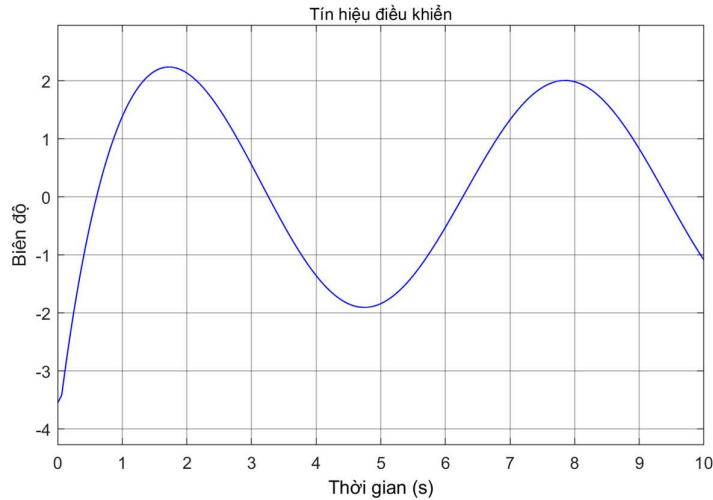
**Ví dụ 3.3:** Xét hệ thống có tương tự (2.33), chọn  $k = 5, \alpha = 2, \beta = 1, x_1(0) = 3, x_2(0) = -0.5$ . Ta có mặt trượt và tín hiệu điều khiển như sau:

$$s = \ddot{x}_1 + 2\dot{x}_1 + x_1$$

$$u = u_{eq} + u_n = 0.1x_2 - 2\dot{x}_1 - x_1 - 5 \int_0^t \text{sign}(s) dt$$

Kết quả mô phỏng được thể hiện ở Hình 3.7 - Hình 3.10

Ta có thể thấy tín hiệu điều khiển đã “mượt” hơn (Hình 3.7), không còn hiện tượng chattering. Từ Hình 3.8 ta thấy dù tín hiệu điều khiển  $u$  không còn “chattering” nhưng biến trượt  $s$  vẫn tiến về “0” trong thời gian hữu hạn, điều này chứng tỏ tính bền vững của SMC truyền thống khi nâng bậc.

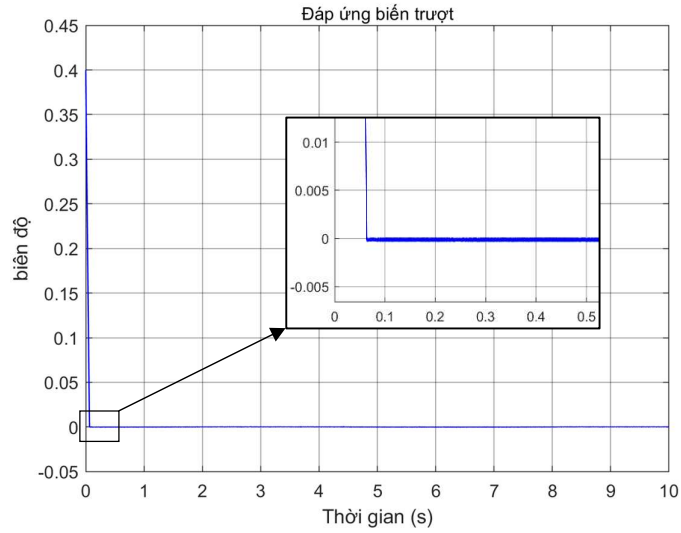


Hình 3.7 Tín hiệu điều khiển

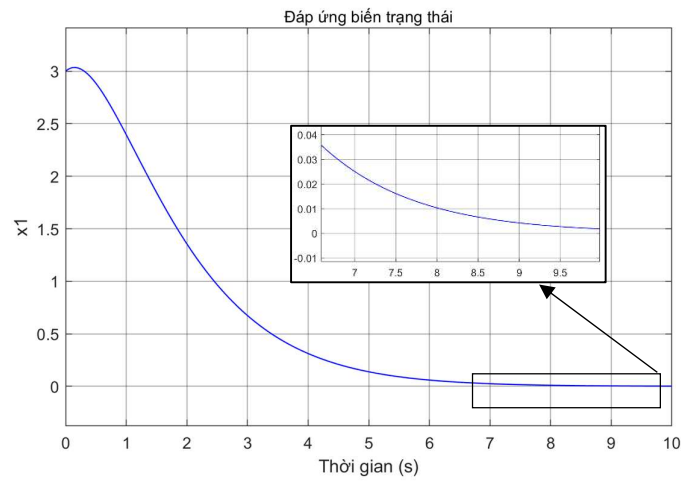
Cho dù khử được chattering và đảm bảo tính bền vững, nhưng phương pháp này vẫn tồn tại đặc trưng của mặt trượt tuyến tính bậc 1, đó là biến trạng thái chỉ tiến về

tiệm cận điểm cân bằng chứ không thể tiến về chính xác trong thời gian hữu hạn (Hình 3.9).

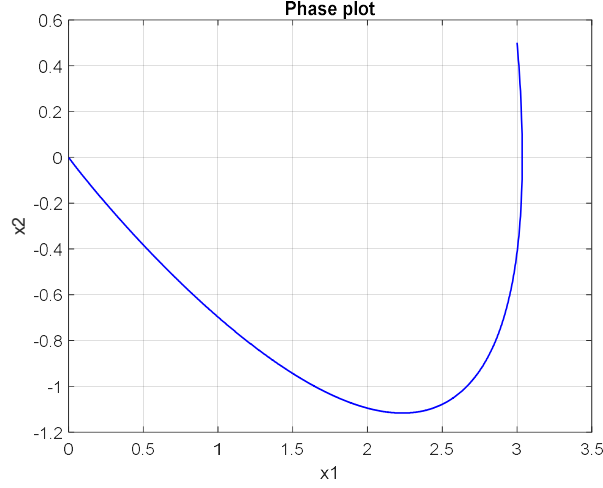
Trong biểu đồ pha ở Hình 3.10 có thể thấy các biến trạng thái tiến về tiệm cận “0” thay vì bất ổn định như phương pháp dùng hàm *sigmoid* (Hình 3.6).



Hình 3.8 Đáp ứng biến trượt



Hình 3.9 Đáp ứng biến trạng thái



Hình 3.10 Biểu đồ pha

### 3.1.2.2 Mặt trượt Terminal Sliding Mode bậc cao (FOTSM)

Nếu mặt trượt LSM bậc cao được thiết kế trên nền tảng “Linear SMC” thì mặt trượt Terminal Sliding Mode bậc cao được xây dựng trên nền “Nonlinear SMC hay TSM”. Việc này sẽ giúp loại bỏ chattering và vẫn đảm bảo các biến trạng thái hội tụ về điểm cân bằng trong thời gian hữu hạn. Theo [49], mặt trượt được chọn là:

$$s = \dot{x}_n + c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} + \dots + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \quad (3.6)$$

Trong đó các hệ số  $c_i, \alpha_i (i = 1, 2, \dots, n)$  là các hằng số.  $c_i$  được chọn sao cho đa thức  $p^n + c_n p^{n-1} + \dots + c_2 p + c_1$  là Hurwitz, và  $\alpha_i$  được chọn dựa trên điều kiện dưới đây [62]:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha, & n = 1 \\ \alpha_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i}, & i = 1, 2, \dots, n \quad \forall n \geq 2 \end{cases} \quad (3.7)$$

Trong đó:  $\alpha_{n+1} = 1, \alpha_n = \alpha, \alpha \in (1 - \varepsilon, 1), \varepsilon \in (0, 1)$ .

Áp dụng cho hệ thống (2.22) ta có mặt trượt:

$$s = \ddot{x}_1 + c_2 \operatorname{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sign}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \quad (3.8)$$

❖ **Luật điều khiển:** Xét hàm Lyapunov:

$$V = 0.5s^2 \rightarrow \dot{V} = s\dot{s} \quad (3.9)$$

Luật điều khiển  $u = u_{eq} + u_n$  được thiết kế như sau:

$$\begin{aligned} u_{eq} &= -f(x) - c_2 \operatorname{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{\alpha_2} - c_1 \operatorname{sign}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \\ \dot{u}_n + \lambda u_n &= v \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$v = -(k_d + k_T + \eta) \text{sign}(s)$$

Trong đó:  $\eta > 0$ ,  $k_d \geq |\dot{\rho}(x, t)|$ ,  $k_T \geq |\lambda u_n|$ . Đây là các hệ số giúp bộ điều khiển bù các nhiễu loạn không xác định.

Thay  $u_{eq}$  vào (3.8), ta viết lại mặt trượt như sau:

$$s = u_n + \rho(x, t) \rightarrow \dot{s} = \dot{u}_n + \dot{\rho}(x, t) \quad (3.11)$$

Thay (3.10) và (3.11) vào (3.9), ta có thể viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(\dot{u}_n + \dot{\rho}(x, t)) \\ &= s(-(k_d + k_T + \eta) \text{sign}(s) - \lambda u_n + \dot{\rho}(x, t)) \\ &= -(k_d |s| - \dot{\rho}(x, t) s) - (k_T |s| + \lambda u_n s) - \eta |s| \leq -\eta |s| \end{aligned}$$

Với  $\eta > 0$ , hệ thống sẽ tiến về mặt trượt  $s = 0$  trong thời gian hữu hạn.

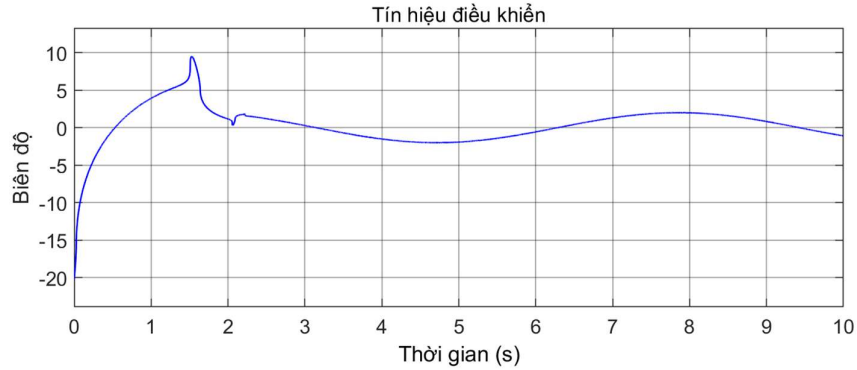
Ta xem mô phỏng ở ví dụ dưới đây để thấy rõ hơn.

**Ví dụ 3.4:** Xét hệ thống tương tự (2.33), chọn  $c_2 = 2, c_1 = 1, \alpha_2 = \frac{9}{16}, \alpha_1 = \frac{9}{23}$ ,  $x_1(0) = 3, x_2(0) = -0.5, k_d = 1, k_T + \eta = 5, \lambda = 0.1$

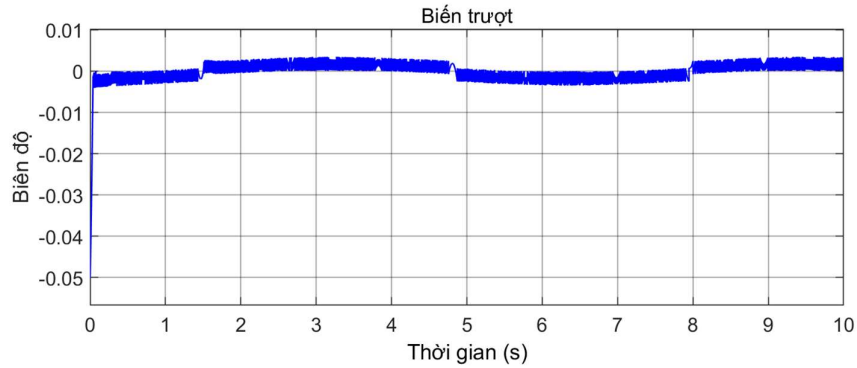
Ta có mặt trượt và tín hiệu điều khiển như sau:

$$\begin{aligned} s &= \ddot{x}_1 + 2 \text{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{\frac{9}{16}} + \text{sign}(x_1) |x_1|^{\frac{9}{23}} \\ u_{eq} &= 0.1 \dot{x}_1 - 2 \text{sign}(\dot{x}_1) |\dot{x}_1|^{9/16} - \text{sign}(x_1) |x_1|^{9/23} \\ \left. \begin{aligned} \dot{u}_n + 0.1 u_n &= v \\ v &= -6 \text{sign}(s) \end{aligned} \right\} \rightarrow u = u_{eq} + e^{-0.1t} \int_0^t e^{0.1t} v dt \end{aligned}$$

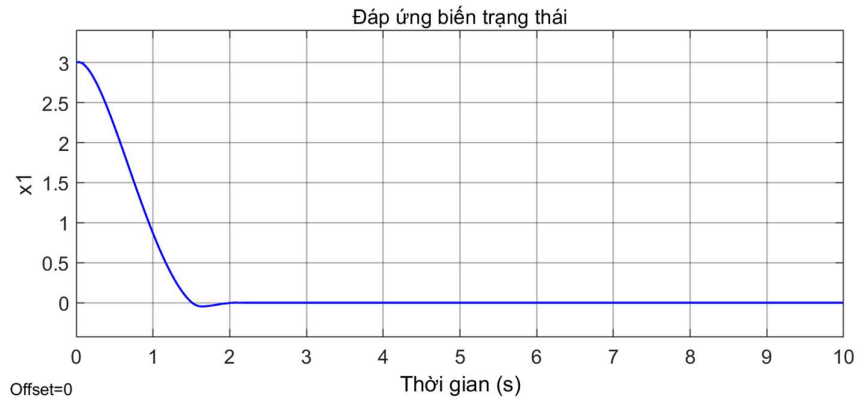
Trong đó  $e$  là cơ số logarit tự nhiên ( $\ln(e) = 1$ ). Kết quả mô phỏng thể hiện trong Hình 3.11 - Hình 3.14



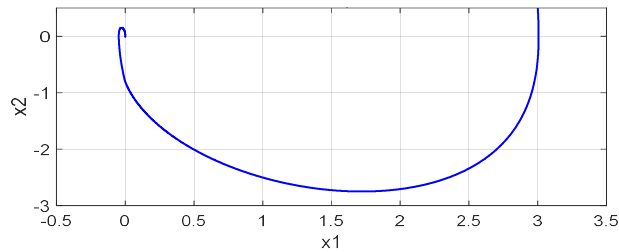
Hình 3.11 Tín hiệu điều khiển FOTSM



Hình 3.12 Đáp ứng biến trượt FOTSM



Hình 3.13 Đáp ứng biến trạng thái FOTSM



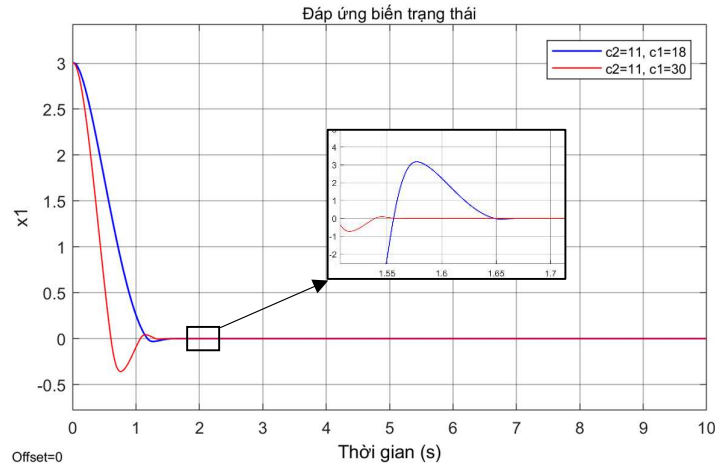
Hình 3.14 Biểu đồ pha FOTSM

Ta có thể thấy tín hiệu điều khiển đã loại bỏ được chattering gần như hoàn toàn (Hình 3.11). Các biến trạng thái cũng về điểm cân bằng trong thời gian hữu hạn (Hình 3.13), tuy nhiên phương pháp này hiện tại có hai vấn đề rất lớn để có thể áp dụng được vào thực tế [50]:

➤ **Không thể tính toán:**

Như đã trình bày ở trên, tuy ta có thể chọn các hệ số mặt trượt  $c_i, \alpha_i$  theo Hurwitz và Bhat & Bernstein [62]. Tuy nhiên điều này chỉ đảm bảo là hệ thống sẽ ổn định và về điểm cân bằng tại một thời điểm nào đó, ta không thể tính toán trước hoặc điều chỉnh thông số theo mong muốn.

Ví dụ đối với hệ thống trên, ta có thể chọn một cặp  $c_i$  khác nhau như:  $c_2 = 11, c_1 = 18$  và  $c_2 = 11, c_1 = 30$ . Với 1 hệ số  $c_2 = 11$  ta có thể chọn nhiều hệ số  $c_1$  khác nhau mà vẫn đảm bảo chúng Hurwitz. Ta có thể xem kết quả mô phỏng ở Hình 3.15 để thấy rõ. Khi chọn  $c_1$  lớn hơn thì trạng thái sẽ về cân bằng nhanh hơn đôi chút, tuy nhiên độ vọt lố cũng sẽ lớn hơn và có thể xuất hiện tính trạng dao động (oscillation) không biết trước. Ta không thể không chế cách mà  $x_1$  về điểm cân bằng như thế nào. Điều này không những gây khó khăn cho quá trình thiết kế mà còn có thể gây nguy hiểm khi ứng dụng lên các hệ cơ điện thực tế, có nguy cơ xảy ra hỏng hóc rất lớn.



Hình 3.15 Đáp ứng trạng thái của hệ thống FOTSM với hệ số thay đổi

### ➤ Không thể đo lường

Chính vì không thể tính toán được các thông số bộ điều khiển như thế nào là thích hợp nên ta cũng không thể đo lường được thời gian hệ thống sẽ hội tụ trong bao lâu. Việc này làm cho ứng dụng mặt trượt FOTSM vào thực tế là không thể được.

### 3.1.3 So sánh lựa chọn phương pháp

Ưu nhược điểm các phương pháp được tóm tắt ở bảng Bảng 3.1

Bảng 3.1 So sánh các phương pháp khử chattering

| Phương pháp |       | Ưu                                                                                                                   | Nhược                                                                                   |
|-------------|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Lớp biên    |       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Đơn giản</li> <li>Dễ sử dụng, hiệu chỉnh</li> </ul>                           | Giảm độ chính xác<br>Giảm tính bền vững                                                 |
| Bậc cao     | FOLSM | <ul style="list-style-type: none"> <li>Dễ sử dụng, có thể hiệu chỉnh</li> <li>Bền vững, độ chính xác cao</li> </ul>  | Hội tụ tiệm cận                                                                         |
|             | FOTSM | <ul style="list-style-type: none"> <li>Bền vững, độ chính xác cao</li> <li>Hội tụ trong thời gian hữu hạn</li> </ul> | <b>Không thể tính toán bộ điều khiển</b><br><b>Không thể xác định thời gian hội tụ.</b> |

Từ Bảng 3.1 có thể thấy phương pháp FOTSM là phương pháp tối ưu để khử chattering trong điều khiển trượt nếu ta có thể khắc phục được các nhược điểm hiện có. Chính vì vậy ở phần tiếp theo, luận án sẽ trình bày chi tiết về phương pháp thiết kế mặt trượt TSM bậc cao, cụ thể là bậc 2 (2TSM) với các đặc điểm như sau:

- Khả năng triệt tiêu chattering, tạo tín hiệu điều khiển mượt mà có thể sử dụng vào điều khiển động trực tiếp.
- Đảm bảo tính bền vững của SMC truyền thống.
- Trạng thái hội tụ trong thời gian hữu hạn.
- Tính toán, thiết kế được các thông số bộ điều khiển.
- Tính toán được thời gian hội tụ của biến trạng thái hệ thống.

### 3.2 Mặt trượt TSM bậc 2

Trong phần này, trước tiên luận án sẽ thiết kế mặt trượt 2TSM mới dựa trên mặt trượt được đề xuất của tác giả Y.Feng [49], cụ thể là thiết kế các phương pháp lựa chọn thông số, chứng minh hội tụ từ đó tìm được đặc tính hội tụ và thời gian hội tụ của mặt trượt. Sau đó quá trình mô phỏng sẽ được tiến hành để kiểm chứng thời gian hội tụ giữa tính toán bằng lý thuyết của luận án và kết quả mô phỏng của máy tính.

#### 3.2.1 Thiết kế mặt trượt

Mặt trượt TSM bậc 2 được chọn như sau:

$$s = \ddot{x} + \gamma_1 \dot{x}^\alpha + \gamma_2 x^\beta \quad (3.12)$$

Trong đó, các điều kiện sau được thỏa:

$$0 < \alpha = \frac{q}{p} < 1, \beta = \frac{\alpha}{2-\alpha} = \frac{q}{2p-q}, p > q \text{ là số nguyên dương lẻ}; \quad (3.13)$$

$$0 < \gamma_1; \gamma_2 = \gamma_1^{\beta+1} \frac{\alpha^\beta}{(\beta+1)^\beta} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) > 0;$$

$$x(0) = x_0, \dot{x}(0) = -\gamma_1^{\beta/\alpha} \left(\frac{\alpha}{\beta+1}\right)^{\beta/\alpha} x_0^{1/(2-\alpha)}.$$

Khi hệ thống tiến đến mặt trượt (3.12), tức là  $s = 0$ , lúc đó mặt trượt trở thành:

$$\ddot{x} + \gamma_1 \dot{x}^\alpha + \gamma_2 x^\beta = 0 \quad (3.14)$$

Phương trình (3.14) là phương trình vi phân bậc 2 có mũ hữu tỉ, đây là dạng phương trình gần như không thể tìm được nghiệm xác định (closed-form solution) mà chỉ có thể giải bằng phương pháp số hoặc xấp xỉ. Điều đó có nghĩa là cho dù hệ thống đã tiến về mặt trượt (3.12) và hệ số được chọn đúng theo điều kiện tác giả Y.Feng đã đề ra thì các biến trạng thái  $x$  sẽ tiến về “0” tại một thời điểm nào đó ( $t <$

$\infty$ ) mà ta không thể biết và không chế được. Điều này rất khó để chấp nhận trong bài toán điều khiển khi ứng dụng vào thực tế.

Định lý sau đây sẽ giải quyết vấn đề trên, nó mô tả sự hội tụ trong thời gian hữu hạn của các biến liên quan sau khi hệ thống đến mặt trượt (3.12).

**Định lý 1:** Khi mặt trượt (3.12) tiến đến 0 ( $s = 0$ ) và điều kiện (3.13) được thỏa thì các biến  $x(t)$  và đạo hàm của nó  $\dot{x}(t)$  hội tụ về 0 trong thời gian hữu hạn là:

$$t_{convergence} = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \left( \frac{\gamma_1 \alpha}{\beta + 1} \right)^{-\beta/\alpha} x_0^{(\alpha-\beta)/\alpha} \quad (3.15)$$

**Chứng minh:**

Đặt  $y = \dot{x} \rightarrow \ddot{x} = y \frac{dy}{dx}$ , phương trình (3.14) trở thành:

$$\begin{aligned} y \frac{dy}{dx} + \gamma_1 y^\alpha + \gamma_2 x^\beta &= 0 \\ \Leftrightarrow y \frac{dy}{dx} + \gamma_1 y^\alpha &= -\gamma_2 x^\beta \end{aligned} \quad (3.16)$$

Đặt:

$$F(y, \dot{y}) = y \frac{dy}{dx} + \gamma_1 y^\alpha \quad \text{và} \quad u = -\gamma_2 x^\beta$$

Để tìm được nghiệm tổng quát, đầu tiên, ta tìm nghiệm thuần nhất của  $F(y, \dot{y})$ , ta có:

$$F(y, \dot{y}) = y \frac{dy}{dx} + \gamma_1 y^\alpha = 0 \quad (3.17)$$

Trong đó  $y = 0$  là một nghiệm của (3.17), trong trường hợp  $y \neq 0$ , ta viết lại (3.17) thành:

$$\begin{aligned} y^{1-\alpha} \frac{dy}{dx} &= -\gamma_1 \\ y^{1-\alpha} dy &= -\gamma_1 dx \end{aligned}$$

Lấy tích phân hai vế ta được:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2-\alpha} y^{2-\alpha} &= -\gamma_1 x + C \\ y^{2-\alpha} &= -\gamma_1 (2-\alpha)x + C(2-\alpha) \\ y &= \left( \underbrace{-\gamma_1 (2-\alpha)x}_M + \underbrace{C(2-\alpha)}_N \right)^{1/(2-\alpha)} \end{aligned}$$

$$y = (Mx + N)^{1/(2-\alpha)} \quad (3.18)$$

$y = (Mx + N)^{1/(2-\alpha)}$  là nghiệm thuần nhất của  $F(y, \dot{y})$ . Với sự xuất hiện của tín hiệu  $u = -\gamma_2 x^\beta$ , nghiệm tổng quát của:  $F(y, \dot{y}) = u$  có dạng như sau:

$$y = (Mx + f(x))^{1/(2-\alpha)} \quad (3.19)$$

Trong đó  $N = f(x)$  làm hàm theo  $x$ .

Thay nghiệm (3.19) vào các đại lượng trong  $F(y, \dot{y})$ :

$$y \frac{dy}{dx} = \frac{M + df/dx}{2 - \alpha} (Mx + f(x))^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} = \frac{M + df/dx}{2 - \alpha} (Mx + f(x))^\beta$$

và

$$\gamma_1 y^\alpha = \gamma_1 (Mx + f(x))^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} = \gamma_1 (Mx + f(x))^\beta$$

$F(y, \dot{y})$  được viết lại thành:

$$F(y, \dot{y}) = \left( \gamma_1 + \frac{M + \frac{df}{dx}}{2 - \alpha} \right) (Mx + f(x))^\beta \quad (3.20)$$

Ta thực hiện một số biến đổi như sau:

- $Mx + f(x)$  đều là dạng hàm bậc nhất của  $x$  nên sẽ có dạng  $Mx + f(x) = Kx$ ; suy ra  $f(x) = (K - M)x$
- $\frac{df}{dx} = (K - M)$

Thay vào (3.20) ta được:

$$F(y, \dot{y}) = \left( \gamma_1 + \frac{M + (K - M)}{2 - \alpha} \right) K^\beta x^\beta \quad (3.21)$$

Từ đây ta đồng nhất  $F(y, \dot{y})$  và  $u$ :

$$\left( \gamma_1 + \frac{M + (K - M)}{2 - \alpha} \right) K^\beta x^\beta \equiv -\gamma_2 x^\beta$$

Vậy phương trình sau đây được thỏa:

$$\begin{aligned} \left( \gamma_1 + \frac{M + (K - M)}{2 - \alpha} \right) K^\beta &= -\gamma_2 \\ \left( \gamma_1 + \frac{K}{2 - \alpha} \right) K^\beta &= -\gamma_2 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Để đồng nhất được 2 vế ta phải tìm  $K$  thỏa mãn được phương trình (3.22). Ta có thể thấy với  $\beta$  là mũ hữu tỉ nên sẽ có khả năng nhiều hơn một  $K$  thỏa mãn phương

trình (3.22). Vì vậy để xác định chỉ một  $K$  duy nhất thì  $K$  đó cũng phải là cực tiểu của phương trình. Nếu  $\gamma_2 > 0$ ,  $K < 0$ , dễ thấy được:

$$- \text{Cực tiểu của } g(K) = \left(\gamma_1 + \frac{K}{2-\alpha}\right) K^\beta + \gamma_2 \text{ tồn tại ở } K^* = -\gamma_1 \frac{\beta(2-\alpha)}{\beta+1} = -\gamma_1 \frac{\alpha}{\beta+1}$$

Thay  $K^*$  vào  $g(K)$  ta được:  $\gamma_2 = \gamma_1^{\beta+1} \frac{\alpha^\beta}{(\beta+1)^\beta} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ . Ta thấy đây cũng là điều kiện  $\gamma_2$  đã đặt ở (3.13). Vì vậy có thể kết luận:

$$- g\left(K^* = -\gamma_1 \frac{\alpha}{\beta+1}\right) = 0 \text{ và } K^* \text{ là nghiệm duy nhất của (3.22)}$$

Kết quả là:

$$y = (K^* x)^{1/(2-\alpha)} = - \underbrace{\left[\gamma_1 \frac{\alpha}{\beta+1}\right]^{1/(2-\alpha)}}_A x^{1/(2-\alpha)}$$

Do đó, nghiệm là:

$$y = \dot{x} = Ax^{1/(2-\alpha)} \quad (3.23)$$

**Lưu ý 7:** Nghiệm (3.23) thỏa mãn các điều kiện ban đầu đã đề cập ở trên:

$$x(0) = x_0 \text{ and } \dot{x}(0) = -\gamma_1^{\beta/\alpha} \left(\frac{\alpha}{\beta+1}\right)^{\beta/\alpha} x_0^{1/(2-\alpha)}$$

**Lưu ý 8:** Định lý Picard – Lindelöf khẳng định (3.23) là nghiệm duy nhất của phương trình  $F(y, \dot{y}) = y \frac{dy}{dx} + \gamma_1 y^\alpha = -\gamma_2 x^\beta$  theo tập hợp các điều kiện (3.13).

**Lưu ý 9:** với  $p > q$  là số nguyên dương lẻ, dễ dàng thấy rằng  $(-x)^\alpha = -x^\alpha = |x|^\alpha \text{sign}(x)$ ,  $0 < (-x)^{\alpha+1} = x^{\alpha+1} = |x|^{\alpha+1}$  và  $0 < (-x)^{\alpha+\beta} = x^{\alpha+\beta} = |x|^{\alpha+\beta}$ .

Từ phương trình (3.23), ta có thể thấy được thời gian hội tụ của biến trạng thái  $x(t)$  và  $\dot{x}(t)$  được tính như sau:

$$t_{convergence} = \frac{2-\alpha}{1-\alpha} A^{-1} x^{\frac{1-\alpha}{2-\alpha}}(0) = \frac{\alpha}{\alpha-\beta} \left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\beta+1}\right)^{-\beta/\alpha} x_0^{(\alpha-\beta)/\alpha} \quad (3.24)$$

Hoàn tất chứng minh.

**Lưu ý 10:** Với thời gian hội tụ được tính trong (3.24), ta thấy rằng  $t_{convergence}$  tỷ lệ nghịch với  $\left(\frac{\gamma_1 \alpha}{\beta+1}\right)^{\beta/\alpha}$ . Trong thực tế thiết kế, quy trình lựa chọn thông số cho mặt trượt 2TSM sẽ được trình bày trong phần mô phỏng dưới đây, việc lựa chọn các tham số có liên quan này có thể được cân nhắc phù hợp để mang lại hiệu suất điều khiển hiệu quả và tiêu chí thiết kế.

### 3.2.2 Mô phỏng thời gian hội tụ của mặt trượt

Như vậy với phần chứng minh ở trên, luận án đã tìm được nghiệm xác định của mặt trượt 2TSM dựa trên một số điều kiện ban đầu cần được thỏa.

Với nghiệm duy nhất  $\dot{x} = Ax^{1/(2-\alpha)}$  trong đó  $0 < \frac{1}{2-\alpha} < 1$  là dạng nghiệm tổng quát của các mặt trượt Terminal thông thường. Điều này chứng tỏ các biến trạng thái sẽ hội tụ theo đúng cách và đúng thời gian mà ta mong muốn.

Đây là một kết quả mới và vô cùng hữu dụng giúp mặt trượt 2TSM nói riêng và điều khiển trượt nói chung có thể được ứng dụng rộng rãi hơn nữa trong các ứng dụng điều khiển trực tiếp.

Để kiểm chứng lý thuyết của mặt trượt trên, luận án sẽ tiến hành nhiều mô phỏng khác nhau với các thời gian hội tụ thiết kế khác nhau.

**Quy trình thiết kế, lựa chọn thông số bộ điều khiển để mô phỏng như sau:**

- Đầu tiên, ta chọn các thông số  $\alpha, \beta$  theo điều kiện (3.13):

$$0 < \alpha = q/p < 1 \text{ với } p, q \text{ là số nguyên dương lẻ;}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{2 - \alpha}$$

- Sau đó, ta tiến hành chọn  $\gamma_1, \gamma_2$ . Đây là hai thông số quyết định đến thời gian hội tụ của hệ thống theo phương trình (3.24). Vì vậy để chọn được  $\gamma_1, \gamma_2$ , ta phải thiết kế ngược từ thời gian hội tụ mong muốn. Ví dụ ta muốn hệ thống hội tụ trong thời gian  $t_{desire}$  từ giá trị ban đầu  $x_0$ , trước tiên tính  $\gamma_1$ :

$$\gamma_1 = \left[ \frac{t_{desire}(\alpha - \beta)}{\alpha x_0^{(\alpha - \beta)/\alpha}} \right]^{-\frac{\alpha}{\beta}} \frac{\beta + 1}{\alpha}$$

- Từ đó, ta tính được  $\gamma_2$ :

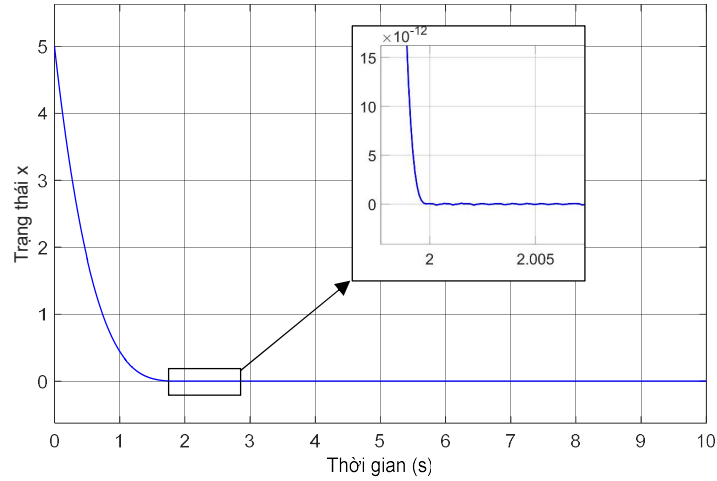
$$\gamma_2 = \gamma_1^{\beta+1} \frac{\alpha^\beta}{(\beta + 1)^\beta} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$$

**Ví dụ 3.5:** Mô phỏng với thời gian hội tụ mong muốn  $t = 2s$  từ trạng thái ban đầu  $x_0 = 5$ .

- Đầu tiên chọn  $\alpha = \frac{3}{5}$  (thỏa mãn điều kiện), sau đó tính được  $\beta = \frac{3}{7}$ .
- Sau đó từ  $t = 2s$  và  $x_0 = 5$  ta tính được  $\gamma_1 = 9.92$
- Sau đó từ  $\gamma_1$ , ta tính được  $\gamma_2 = 12.8$ .

Vậy, biến  $x$  sẽ hội tụ về “0” trong thời gian  $2s$  từ trạng thái ban đầu  $x_0 = 5$  nếu mặt trượt được thiết kế như sau:

$$s = \ddot{x} + 9.92\dot{x}^{3/5} + 12.8x^{3/7} = 0$$



Hình 3.16 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.5)

Kết quả mô phỏng thể hiện trên hình Hình 3.16.

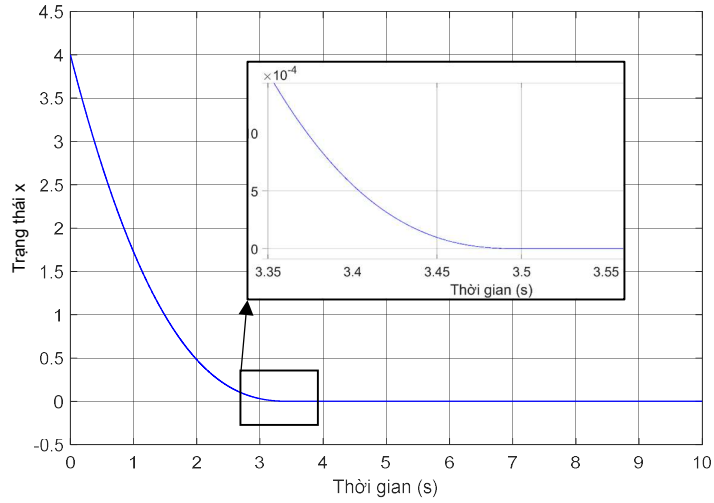
Ta có thể thấy từ Hình 3.16:

- Biến trạng thái  $x$  đã về “0” trong thời gian 2s, hoàn toàn đúng với tính toán bộ điều khiển ban đầu.
- $x \rightarrow 0$  theo phương trình nghiệm (3.23), tức là quá trình  $x \rightarrow 0$  đúng theo thiết kế mong muốn, không có hiện tượng vọt lố (over shoot) hoặc dao động (oscillation).

**Ví dụ 3.6:** Mô phỏng với thời gian hội tụ mong muốn  $t = 3.5s$  từ trạng thái ban đầu  $x_0 = 4$ .

- Đầu tiên chọn  $\alpha = \frac{1}{3}$  (khác với ví dụ 1 nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện), sau đó tính được  $\beta = \frac{1}{5}$ .
- Sau đó từ  $t = 3.5s$  và  $x_0 = 4$  ta tính được  $\gamma_1 = 5.18$
- Sau đó từ  $\gamma_1$ , ta tính được  $\gamma_2 = 4.64$ . Mặt trượt sẽ là:

$$s = \ddot{x} + 5.18\dot{x}^{1/3} + 4.64x^{1/5} = 0$$

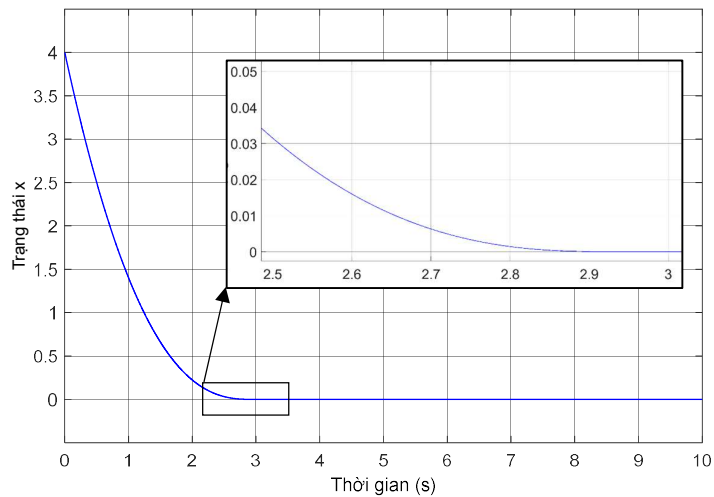


Hình 3.17 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.6)

Hình 3.17 thể hiện kết quả mô phỏng mặt trượt trong ví dụ 2 vẫn đảm bảo đặc tính và thời gian hội tụ khi ta chọn một cặp  $\alpha, \beta$  khác. Điều này chứng tỏ lý thuyết đã chứng minh đảm bảo độ tin cậy.

**Ví dụ 3.7:** Giả sử trong trường hợp thực tế sẽ có nhiều yếu tố khác ảnh hưởng đến thời gian hội tụ thực tế, nếu thời gian không đảm bảo yêu cầu, cụ thể hội tụ lâu hơn thiết kế mong muốn thì ta chỉ cần hiệu chỉnh bằng cách tăng  $\gamma_1$ , và từ đó tính  $\gamma_2$  mới theo  $\gamma_1$ . Cụ thể như ở ví dụ 3.6, thời gian hội tụ đang là  $t = 3.5s$ , nếu ta muốn hệ thống hội tụ nhanh hơn, trong thực tế giả sử ta có tăng  $\gamma_1 = 7$ , sau đó tính lại  $\gamma_2 = 6.66$ . Mặt trượt mới là:

$$s = \ddot{x} + 7\dot{x}^{1/3} + 6.66x^{1/5} = 0$$

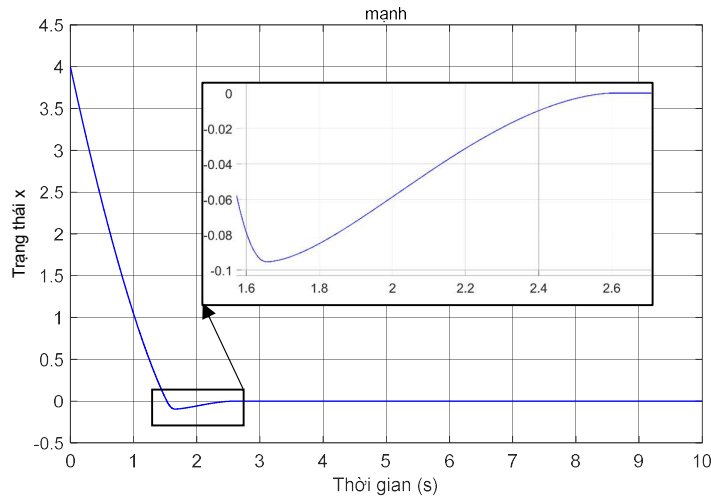


Hình 3.18 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.7)

Kết quả được thể hiện ở Hình 3.18, ta thấy thời gian hội tụ đã giảm  $0.6s$  xuống còn  $t = 2.9s$  và cách hội tụ vẫn đảm bảo theo phương trình nghiệm tổng quát (3.23). Điều này đã chứng minh tính ổn định và độ tin cậy của lý thuyết mặt trượt 2TSM.

**Ví dụ 3.8:** Theo lý thuyết ta thấy hệ số  $\alpha, \beta$  cũng có ảnh hưởng đến thời gian hội tụ. Để kiểm chứng ta sẽ sử dụng hệ số  $\gamma_1, \gamma_2$  tương tự **ví dụ 3.7**, nhưng với hệ số mới  $\alpha = \frac{1}{7}, \beta = \frac{1}{13}$ . Mặt trượt mới là:

$$s = \ddot{x} + 7\dot{x}^{1/7} + 6.66x^{1/13} = 0$$



Hình 3.19 Kết quả mô phỏng hội tụ tự nhiên của mặt 2TSM (VD 3.8)

Kết quả mô phỏng ở Hình 3.19 cho thấy khi giảm hệ số  $\alpha, \beta$  cũng giúp giảm thời gian hội tụ từ  $2.9s$  ở **ví dụ 3.7** xuống còn  $2.6s$ , tuy nhiên đáp ứng của  $x$  sẽ không còn đảm bảo như nghiệm tổng quát (3.23), lý do là việc thay đổi hệ số  $\alpha, \beta$  gây ảnh hưởng đến  $\gamma_1, \gamma_2$ , nên nếu ta không thay đổi thì sẽ không đảm bảo các điều kiện ban đầu theo Định lý 1. Vì vậy, việc lựa chọn các hệ số và quy trình thiết kế nên tuân thủ theo lưu ý sau đây:

**Lưu ý 11:** Ta thấy ngoài  $\gamma_1, \gamma_2$ , thời gian hội tụ có bị ảnh hưởng bởi  $\alpha, \beta$ . Tuy nhiên do việc chọn  $\alpha, \beta$  bị ràng buộc bởi điều kiện khá phức tạp ( $0 < \alpha = p/q < 1, 0 < \beta < 1$  và  $p, q$  là số nguyên lẻ) và gây ảnh hưởng đến cả việc chọn  $\gamma_1, \gamma_2$  sau đó, cho nên trong thực tế điều khiển, để đơn giản hoá, ta sẽ cố định thông số  $\alpha, \beta$  thoả điều kiện trên và chỉ tính toán chọn  $\gamma_1, \gamma_2$  để đáp ứng được thời gian hội tụ. Nếu quá trình thử nghiệm chưa đáp ứng thì ta cũng chỉ cần hiệu chỉnh  $\gamma_1$ , từ đó tính lại  $\gamma_2$  theo  $\gamma_1$ , biết rằng  $\gamma_1$  tỷ lệ nghịch với thời gian hội tụ.

### 3.3 Kết luận

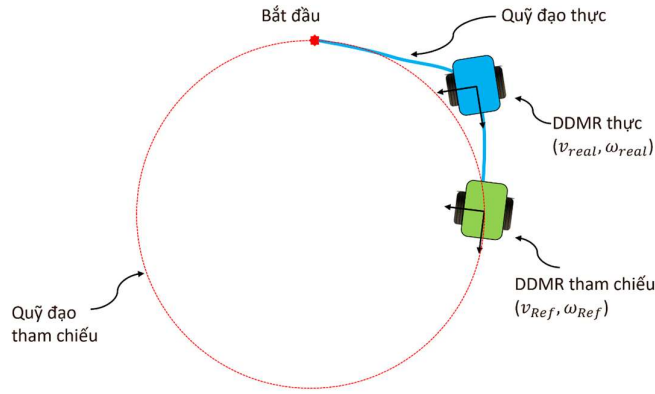
Như vậy trong phần này, luận án đã trình bày hoàn chỉnh lý thuyết mới về mặt trượt Terminal bậc 2, trong đó đã giải quyết được hai vấn đề quan trọng tồn tại trong nhiều năm qua, đó là khả năng tính toán thông số mặt trượt và khả năng đo lường thời gian hội tụ của các biến trạng thái. Hơn nữa, với mặt trượt 2TSM mới ta có thể thấy khả năng hiệu chỉnh thông số nhằm đáp ứng thời gian hội tụ mong muốn rất đơn giản (chỉ cần tinh chỉnh hệ số  $\gamma_1$ ) mà vẫn đảm bảo chính xác các đặc trưng đáp ứng của biến trạng thái. Kết quả này cũng đã được công bố trên tạp chí Mathematic (Công bố số 1 trong danh mục các công trình đã công bố)

Dựa trên mặt trượt mới này, chương tiếp theo luận án sẽ trình bày phương pháp điều khiển quỹ đạo hoàn toàn mới.

## CHƯƠNG 4 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN QUỸ ĐẠO DỰA TRÊN MẶT TRƯỢT 2TSM

Chương 4 sẽ trình bày bộ điều khiển mới dựa trên mặt trượt 2TSM để điều khiển quỹ đạo DDMR. Phương pháp điều khiển quỹ đạo sử dụng được mô tả ở mục 4.1. Sau đó, mục 4.2 và 4.3 sẽ trình bày bộ điều khiển dựa trên các mặt trượt truyền thống là LSM và NTSM nhằm làm cơ sở so sánh với bộ điều khiển mới của tác giả đề xuất ở mục 4.3. Lý thuyết điều khiển sẽ được kiểm chứng bằng thực nghiệm ở mục 4.4.

### 4.1 Phương pháp điều khiển quỹ đạo

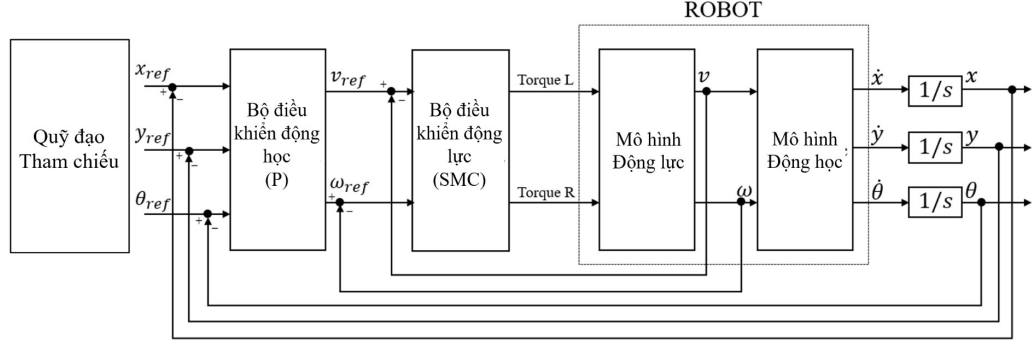


Hình 4.1 Phương pháp điều khiển bám đuổi

Luận án chọn điều khiển quỹ đạo theo phương pháp bám đuổi. Nghĩa là sẽ có hai DDMR, một DDMR tham chiếu (ảo) và một DDMR thực. Dựa trên quỹ đạo thiết kế sẵn và tốc độ mong muốn, DDMR tham chiếu sẽ di chuyển trước (luôn nằm trên quỹ đạo), sau đó DDMR thực sẽ liên tục cập nhật vị trí và đuổi theo DDMR tham chiếu với tốc độ thiết kế.

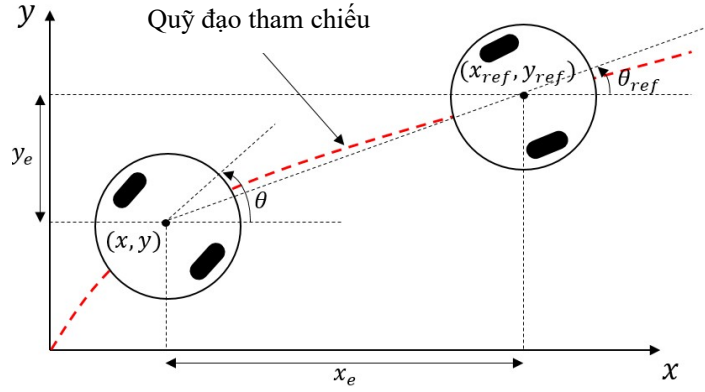
Sơ đồ điều khiển mô tả trong Hình 4.2. Đầu tiên ta thiết lập một quỹ đạo tham chiếu (Reference path) và vận tốc mặc định cho DDMR tham chiếu. Từ đó, DDMR tham chiếu sẽ di chuyển trước và hồi tiếp vị trí hiện tại tại  $(x_{ref}, y_{ref}, \theta_{ref})$  về cho bộ điều khiển động học (Kinematic Controller), từ đây bộ điều khiển sẽ xuất ra tín hiệu vận tốc tham chiếu  $(v_{ref}, \omega_{ref})$  mà DDMR thực cần để di chuyển đến vị trí DDMR tham chiếu. Các tín hiệu vận tốc tham chiếu là đầu vào của bộ điều khiển động lực học (Dynamic Controller) để tính toán chính xác mô-men cần thiết cho từng động cơ. Sau khi tín hiệu điều khiển được truyền xuống DDMR (hoặc vào mô hình động lực học trong trường hợp mô phỏng), vận tốc thực tế sẽ được dùng để cập nhật vị trí mới của

DDMR (công thức (2.54)), sau đó vị trí của DDMR thực lại được hồi tiếp về bộ điều khiển động học.



Hình 4.2 Sơ đồ cấu trúc điều khiển quỹ đạo

❖ **Điều khiển động học (Kinematic Controller):**



Hình 4.3 Tương quan vị trí giữa DDMR thực và DDMR tham chiếu

Bộ điều khiển động học được xây dựng dựa trên mô hình động học ở mục 2.2.2. Sai số theo dõi quỹ đạo  $p_e$  là sự khác biệt giữa tư thế thực tế của robot, được ký hiệu là  $p = [x \ y \ \theta]^T$  và tư thế của robot tham chiếu (được minh họa trong Hình 4.3), được ký hiệu là  $p_{ref} = [x_{ref} \ y_{ref} \ \theta_{ref}]^T$ , như vậy:

$$p_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = p_{ref} - p = \begin{bmatrix} x_{ref} - x \\ y_{ref} - y \\ \theta_{ref} - \theta \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Trong kiến trúc điều khiển phân cấp này (Hình 4.2), bộ điều khiển động học ở vòng ngoài cùng sử dụng một bộ điều khiển loại P (P controller) đơn giản được thiết kế như sau:

$$\begin{aligned} \omega_{ref} &= K_w \cdot \theta_e \\ v_{ref} &= K_v \cdot d_e \end{aligned} \quad (4.2)$$

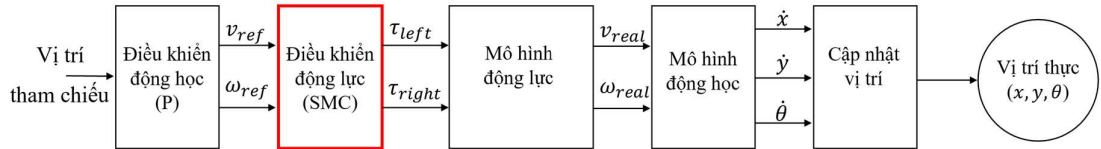
Trong đó,  $\omega_{ref}$ ,  $v_{ref}$  là vận tốc góc và vận tốc dài tham chiếu;  $K_w$ ,  $K_v$  là hệ số cho bộ điều khiển;  $d_e$  và  $\theta_e$  lần lượt là sai số khoảng cách và sai số góc, được xác định như sau:  $d_e = (x_e^2 + y_e^2)^{1/2}$  và  $\theta_e = \tan^{-1}(y_e, x_e)$ .

Với bộ điều khiển (4.2), nếu tốc độ tham chiếu  $\omega_{ref}$  và  $v_{ref}$  được đảm bảo truyền tải chính xác đến cơ cấu chấp hành thực tế thì DDMR thực sẽ bám sát DDMR tham chiếu với sai số vị trí  $p_e$  nhỏ nhất, có nghĩa là DDMR thực sẽ bám sát quỹ đạo tham chiếu. Và để đảm bảo tốc độ được truyền tải chính xác đến cơ cấu chấp hành là nhiệm vụ của bộ điều khiển động lực dưới đây.

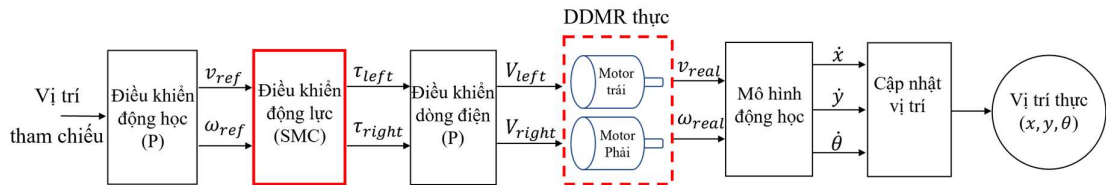
#### ❖ Điều khiển động lực học (Dynamic Controller):

Bộ điều khiển động lực học được xây dựng dựa trên mô hình động lực được mô tả ở mục 2.2.3. Đây là bộ điều khiển ứng dụng kết quả chính của luận án (Điều khiển trượt terminal bậc 2). Sau khi tín hiệu  $\omega_{ref}$ ,  $v_{ref}$  được phát ra từ bộ điều khiển động học, nó sẽ được truyền đến bộ điều khiển động lực học, tại đây bộ điều khiển sẽ tính toán đến các yếu tố bất định và động lực học của hệ DDMR, sau đó đưa ra tín hiệu điều khiển là mô men  $\tau_{right}$ ,  $\tau_{left}$  đến từng bánh xe (Hình 4.4, Hình 4.5).

Trong mô phỏng ta sử dụng mô hình động lực (2.60) (Hình 4.4) với các yếu tố nhiễu được thêm vào (trình bày rõ trong **mục 2.2.4**) nhằm mô tả gần nhất với các điều kiện hoạt động thực tế của xe lăn điện.



Hình 4.4 Lưu đồ điều khiển quỹ đạo trong mô phỏng



Hình 4.5 Lưu đồ điều khiển quỹ đạo trên DDMR thực

Mục 4.2 và mục 4.3 tiếp theo sẽ trình bày việc áp dụng lý thuyết trượt LSM và NTSM vào thiết kế bộ điều khiển động lực (ô khoanh đỏ trong Hình 4.4 và Hình 4.5). Việc sử dụng mặt trượt LSM đã từng được tác giả Solea đề xuất vào năm 2009 [7], trong mục 4.2 tác giả sẽ tập trung làm rõ hơn các ưu, nhược điểm thông qua các kịch bản mô phỏng phù hợp với mục tiêu của luận án. Trong khi chưa có nghiên cứu tương tự về việc ứng dụng mặt trượt NTSM vào điều khiển quỹ đạo DDMR ở mục 4.3, đây

cũng là giải pháp mới nhưng dựa trên mặt trượt đã có sẵn, kết quả này được công bố trong hội nghị EIER 2024 (công bố số 2).

## 4.2 Sử dụng mặt trượt tuyến tính (LSM)

### 4.2.1 Thiết kế bộ điều khiển (mặt trượt LSM)

Từ phương trình (2.60), ta viết lại phương trình động lực của DDMR như sau:

$$M\ddot{q} = V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t) \quad (4.3)$$

Trong đó:

$$M = \begin{bmatrix} m + \frac{2}{R^2}I_w & 0 \\ 0 & I + \frac{2L^2}{R^2}I_w \end{bmatrix}; \dot{q} = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}; \ddot{q} = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix};$$

$$V(\dot{q}) = \begin{bmatrix} m_c d \omega^2 \\ m_c d v \omega \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1/R & 1/R \\ L/R & -L/R \end{bmatrix}; u(t) = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}$$

Như đã trình bày ở mục 4.1, tín hiệu tham chiếu để điều khiển động lực học của DDMR sẽ được lấy từ bộ điều khiển động học (Kinematic Controller), đó là  $\dot{q}_r = \begin{bmatrix} v_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix}$ . Sau khi có tín hiệu tham chiếu, so sánh với tốc độ hiện tại của DDMR, sai số được xác định như sau:

$$\dot{e}(t) = \dot{q} - \dot{q}_r = [v_e, \omega_e]^T = [v - v_{ref}, \omega - \omega_{ref}]^T \quad (4.4)$$

Vậy:

$$\ddot{e}(t) = M^{-1}(V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t)) - \ddot{q}_r \quad (4.5)$$

Để điều khiển DDMR đi đúng quỹ đạo, nhiệm vụ của bộ điều khiển là phải đưa  $\dot{e}(t)$  về “0”. Để thiết kế bộ điều khiển dựa trên LSM, đầu tiên ta chọn mặt trượt như sau:

$$s = \dot{e} + \gamma e; \gamma > 0 \quad (4.6)$$

Chọn hàm Lyapunov:

$$V = 0,5s^T s \quad (4.7)$$

Lấy đạo hàm theo thời gian, ta được:

$$\dot{V} = s^T \dot{s} = s^T (M^{-1}(V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t)) - \ddot{q}_r + \gamma \dot{e}) \quad (4.8)$$

Để đảm bảo  $\dot{V} < 0$ , tín hiệu điều khiển được chọn như sau:

$$u = u_{eq} + u_n \quad (4.9)$$

Trong đó:

$$u_{eq} = C^{-1}M(-M^{-1}V(\dot{q}) + \ddot{q}_r - \gamma\dot{e})$$

$$u_n = -C^{-1}M\text{sign}(s)(k + \eta)$$

Và thoả điều kiện:

$$k = \text{Max}\{\|M^{-1}\rho(t)\|\}, \eta > 0 \quad (4.10)$$

Thay (4.9) vào (4.8), ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T(M^{-1}Cu_n + M^{-1}\rho(t)) \\ &= s^T(-\text{sign}(s)(k + \eta) + M^{-1}\rho(t)) \\ &= -k\|s\| - \eta\|s\| + sM^{-1}\rho(t) \end{aligned}$$

Theo điều kiện (4.10), ta thấy:

$$\dot{V} \leq -\eta\|s\| = -\eta\sqrt{2}V^{1/2} < 0 \text{ với mọi giá trị } s \neq 0$$

Có nghĩa là  $s \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r < \frac{\sqrt{2}}{\eta}V^{\frac{1}{2}}(0)$ . Sau khi  $s \rightarrow 0$ , các biến trạng thái cũng sẽ tiến về tiệm cận 0 theo phương trình:  $\dot{e} = -\gamma e$

#### 4.2.2 Mô phỏng

Như vậy, với bộ điều khiển động lực LSM (4.9), kết hợp với bộ điều khiển động học (4.2) ta đã có hai bộ điều khiển chính hoàn chỉnh trong cấu trúc điều khiển quỹ đạo mô phỏng (Hình 4.4).

Mô phỏng sẽ được thực hiện với thông số của DDMR như Bảng 4.1. Trong đó các bất định mô hình bao gồm:  $\Delta m_c = 50kg$ ,  $\Delta d = 10cm$ . Giới hạn vận tốc:  $v_{max} = 0.4m/s$ ,  $w_{max} = 0.4rad/s$  (Bảng 2.1). Các bất định được thêm vào như sau:

$$\begin{cases} d_{mc} = 25 \sin(t) + n_1 \\ d_d = 0.1 \sin(t) + n_2 \end{cases}$$

Trong đó  $d_{mc}$  là sự thay đổi về khối lượng với biên độ  $\pm 25kg$ ,  $d_d$  là sự thay đổi về trọng tâm với biên độ  $\pm 0.1m$ ,  $n_1, n_2$  là các nhiễu ngẫu nhiên với biên độ lần lượt là 2 và 0.01.  $d_{mc}$  và  $d_d$  sẽ được cộng trực tiếp vào khối lượng tổng và khoảng cách trọng tâm trong mô hình động lực sử dụng trong mô phỏng.

Thông số bộ điều khiển được chọn như sau:  $\gamma = 6, k = [2; 3]^T$ . Kết quả mô phỏng được thể hiện từ Hình 4.6 - Hình 4.17.

Bảng 4.1 Thông số DDMR

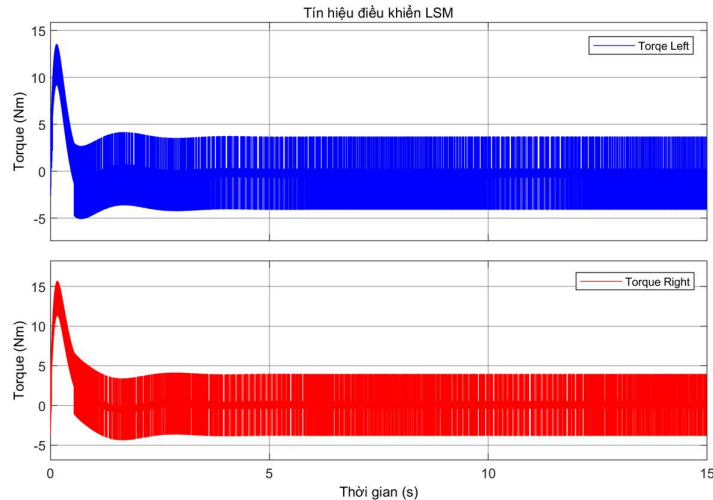
|                                               |       |      |    |
|-----------------------------------------------|-------|------|----|
| Trọng lượng khung thân robot                  | $m_c$ | 70   | kg |
| Trọng lượng cơ cấu dẫn động (bánh và động cơ) | $m_a$ | 5    | kg |
| Bán kính bánh xe                              | $r$   | 0.25 | m  |
| Khoảng cách trục                              | $2L$  | 1    | m  |
| Trọng lượng mỗi bánh xe                       | $m_w$ | 1    | kg |
| Khoảng cách từ trọng tâm xe đến tâm trục bánh | $d$   | 0.15 | m  |

#### 4.2.2.1 Mô phỏng LSM không sử dụng “lớp biên”

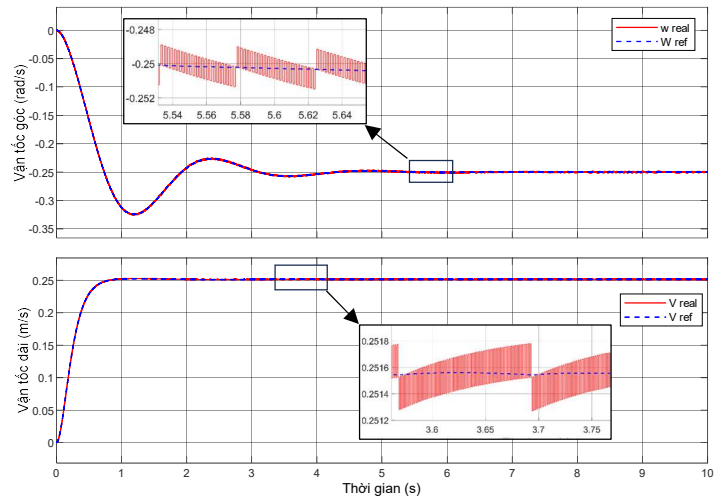
Trước tiên ta sẽ tiến hành mô phỏng bằng phương pháp LSM thuần túy mà không sử dụng phương pháp “lớp biên”.

**Quỹ đạo 1:** hình tròn,  $R = 1m$ , bắt đầu từ vị trí  $\{x = 0; y = 1\}$ . Kết quả mô phỏng từ Hình 4.6 đến Hình 4.10. Ta có thể thấy tín hiệu điều khiển Hình 4.6 có mức độ chattering rất cao và đáp ứng vận tốc cả vận tốc dài và vận tốc góc đều bám rất tốt mặc dù có sự thay đổi lớn của tải và trọng tâm (yếu tố bất định không biết trước).

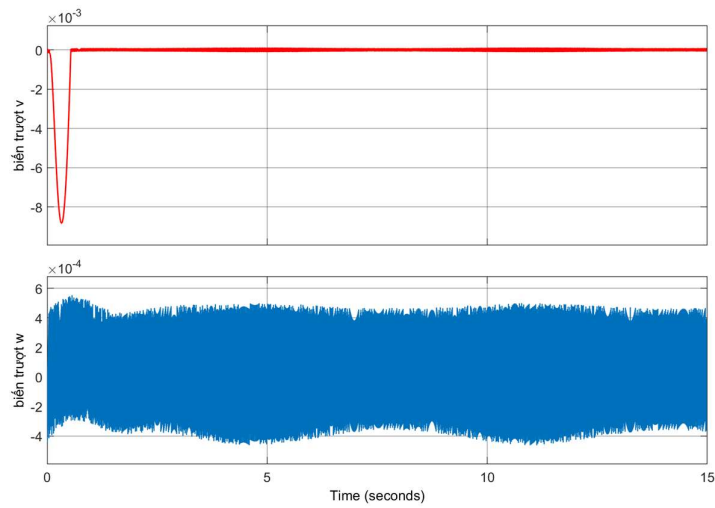
Ta cũng có thể thấy đặc trưng của mặt trượt tuyến tính đó là biến trạng thái về tiệm cận “0” (Hình 4.9).



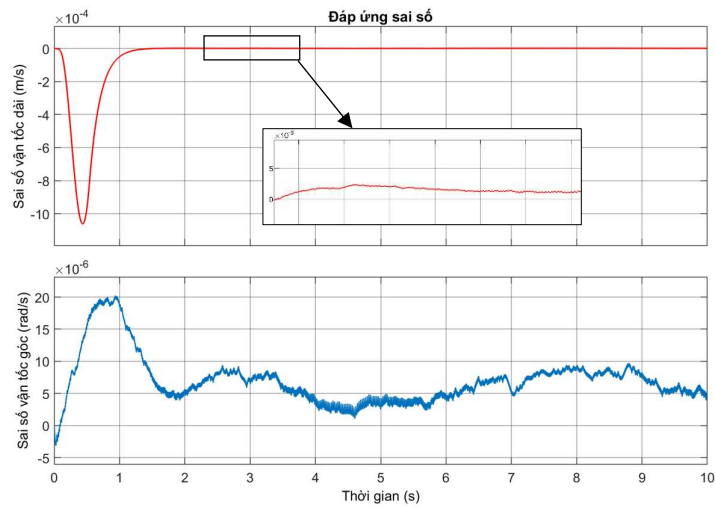
Hình 4.6 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên)



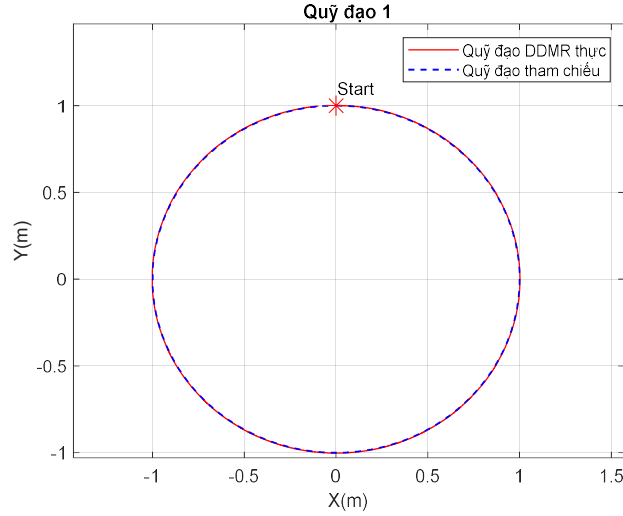
Hình 4.7 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên)



Hình 4.8 Đáp ứng biến trượt quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên)



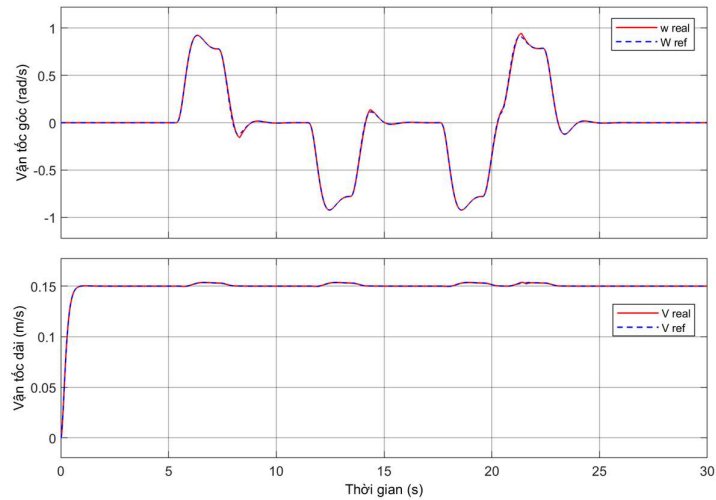
Hình 4.9 Sai số xác lập quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên)



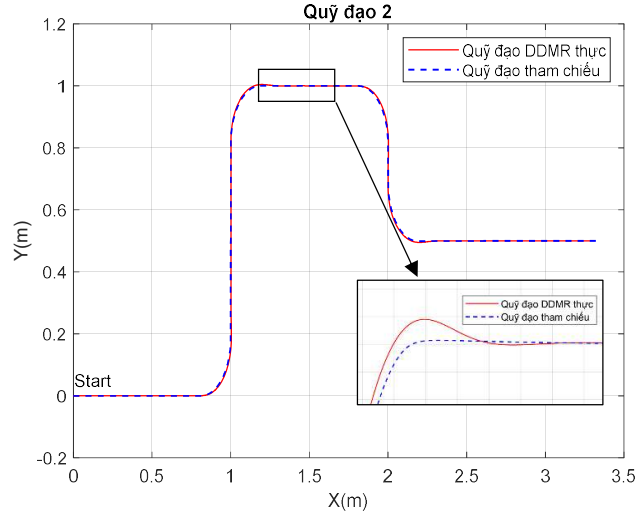
Hình 4.10 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (LSM không lớp biên)

- **Quỹ đạo 2:** Đoạn đường có thẳng kết hợp rẽ  $90^\circ$ , bắt đầu từ vị trí  $\{x = 0; y = 0\}$ .

Đối với quỹ đạo 2, ta thấy sự yêu cầu về thay đổi vận tốc góc ( $\omega$ ) nhiều hơn quỹ đạo 1 nhưng bộ điều khiển vẫn đáp ứng tốt với các thông số bộ điều khiển không đổi (Hình 4.11). Kết quả di chuyển của DDMR cũng bám rất tốt với quỹ đạo tham chiếu (Hình 4.12) với sai lệch quỹ đạo tại điểm xa nhất không quá 0.001m.



Hình 4.11 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (LSM không lớp biên)



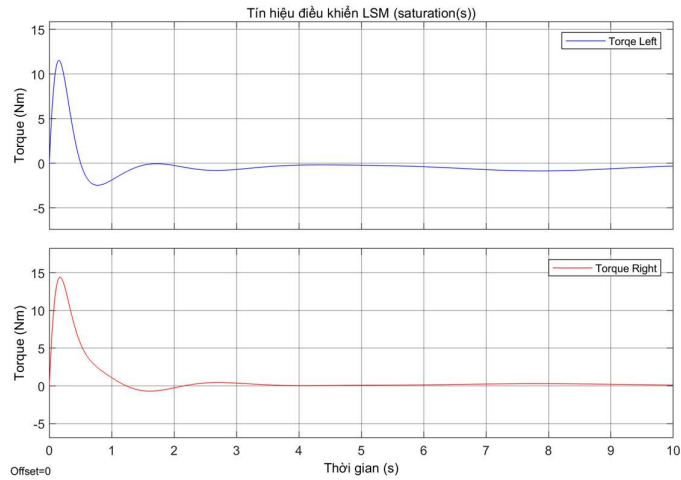
Hình 4.12 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (LSM không lớp biên)

#### 4.2.2.2 Mô phỏng LSM với lớp biên

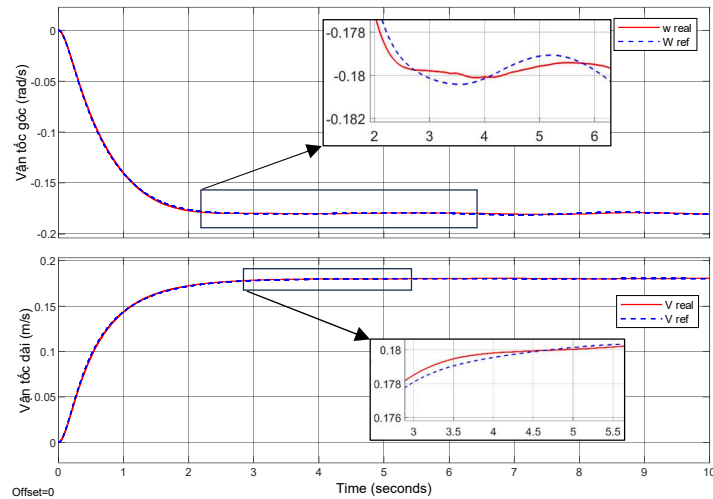
Để đánh giá độ chính xác của bộ điều khiển khi áp dụng phương pháp khử chattering truyền thống, hàm saturation với độ dày  $\varepsilon = 0.01$  được sử dụng để thay thế hàm  $sign(s)$  với các thông số bộ điều khiển như trên:

$$sat(s/0.01) = \begin{cases} sign(s) = 1 & \text{nếu } s > 0.01, \\ s/0.01 & \text{nếu } |s| \leq 0.01, \\ sign(s) = -1 & \text{nếu } s < -0.01 \end{cases}$$

Kết quả mô phỏng thể hiện từ Hình 4.13 đến Hình 4.17:



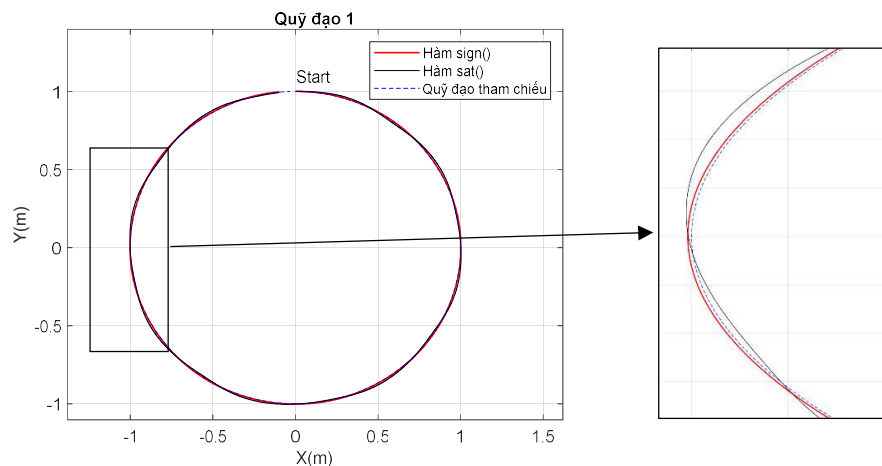
Hình 4.13 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (LSM có lớp biên)



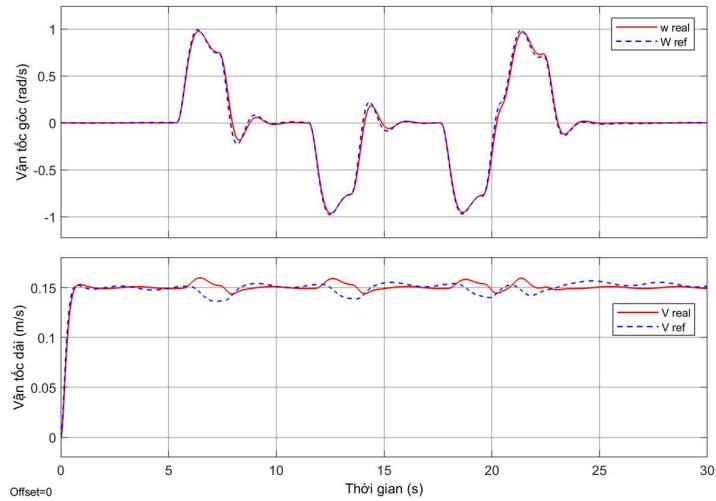
Hình 4.14 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (LSM có lớp biên)

Có thể thấy rõ với lớp biên, tín hiệu điều khiển sẽ mượt hơn (Hình 4.13), gần như khử hoàn toàn chattering, tuy nhiên việc bám theo vận tốc tham chiếu không tốt (Hình 4.14). Việc này dẫn đến kết quả bám quỹ đạo của DDMR cũng không đáp ứng tốt. Hình 4.15 có thể thấy khi áp dụng hàm  $\text{sat}()$ , quỹ đạo của DDMR (đường màu đen) đã lệch khá xa so với quỹ đạo tham chiếu.

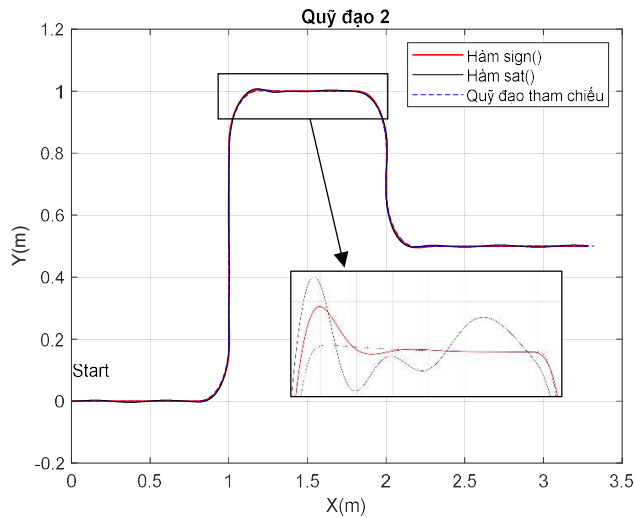
Đối với quỹ đạo 2, yêu cầu sự thay đổi lớn trong vận tốc góc và gia tốc góc ( $\omega, \dot{\omega}$ ) sẽ dẫn đến sai số lớn hơn (Hình 4.16) và kết quả tất yếu là việc bám theo quỹ đạo 2 của DDMR không tốt (Hình 4.17).



Hình 4.15 So sánh kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 giữa tín hiệu điều khiển có hàm sign (màu đỏ) so với tín hiệu điều khiển có hàm saturation (màu đen)



Hình 4.16 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (LSM có lớp biên)



Hình 4.17 So sánh kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 giữa tín hiệu điều khiển có hàm sign (màu đỏ) so với tín hiệu điều khiển có hàm saturation (màu đen)

Bảng 4.2 Bảng so sánh kết quả đáp ứng của phương pháp điều khiển LSM với trường hợp có và không có lớp biên

| STT | Thông số đáp ứng                 | Đơn vị | LSM truyền thống | LSM với lớp biên |
|-----|----------------------------------|--------|------------------|------------------|
| 1   | Thời gian về mặt trượt ( $t_r$ ) | s      | 0.538            | 0.8              |
| 2   | Thời gian quá độ ( $t_s$ )       | s      | 1.5              | 4                |
| 3   | Sai số xác lập vận tốc dài       | m/s    | $5e-7$           | $5.7e-5$         |
| 4   | Sai số xác lập vận tốc góc       | Rad/s  | $3e-6$           | $8e-5$           |

Bảng 4.2 (thông số của quỹ đạo 1) thể hiện các chỉ số đánh giá bộ điều khiển giữa khi sử dụng và khi không sử dụng phương pháp lớp biên. Ta thấy khi sử dụng lớp biên, các thông số đáp ứng của bộ điều khiển kém hơn nhiều lần.

Trên đây là kết quả mô phỏng khi áp dụng phương pháp điều khiển dựa trên mặt trượt LSM. Để kiểm chứng xem đối với mặt trượt phi tuyến NTSM, kết quả có tốt hơn mặt trượt LSM như lý thuyết được trình bày ở mục 2.1 hay không, luận án tiếp tục trình bày ở mục tiếp theo.

### 4.3 Sử dụng mặt trượt phi tuyến (NTSM)

Mặt trượt NTSM tuy không phải là mặt trượt mới, nhưng chưa có nghiên cứu tương tự về ứng dụng NTSM trong điều khiển quỹ đạo, vì vậy Định lý 2 sẽ trình bày luật điều khiển mới này.

#### 4.3.1 Thiết kế bộ điều khiển (mặt trượt NTSM)

Xét phương trình động lực học của DDMR tương tự (4.3):

$$M\ddot{q} = V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t) \quad (4.11)$$

Sai số được xác định:

$$\dot{e}(t) = \dot{q} - \dot{q}_r = [v_e, \omega_e]^T = [v - v_{ref}, \omega - \omega_{ref}]^T \quad (4.12)$$

Và

$$\ddot{e}(t) = M^{-1}(V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t)) - \ddot{q}_r$$

Để điều khiển DDMR đi đúng quỹ đạo, nhiệm vụ của bộ điều khiển là phải đưa  $\dot{e}(t)$  về “0”. Để thiết kế bộ điều khiển dựa trên NTSM, đầu tiên ta chọn mặt trượt như sau:

$$s = e + \frac{1}{\gamma} \dot{e}^{q/p} \quad (4.13)$$

Với  $p, q, \gamma$  được xác định trong (2.34), bộ điều khiển động học cho DDMR dựa trên NTSM được thiết kế theo định lý sau:

**Định lý 2:** Mặt trượt (4.13) sẽ tiến về “0”, sau đó sai số vận tốc của hệ thống (4.12) sẽ tiến về “0” trong thời gian hữu hạn khi tín hiệu bộ điều khiển được thiết kế như sau:

$$u = u_{eq} + u_n$$

Trong đó:

$$u_{eq} = C^{-1}M \left( -M^{-1}V(\dot{q}) + \ddot{q}_r - \gamma \frac{p}{q} \dot{e}^{2-q/p} \right) \quad (4.14)$$

$$u_n = -C^{-1}M \text{sign}(s)(k + \eta) \quad (4.15)$$

Và thỏa điều kiện:

$$k = \text{Max}\{\|M^{-1}\rho(t)\|\}, \eta > 0 \quad (4.16)$$

**Chứng minh:**

Xét hàm Lyapunov:  $V = 0,5s^T s$

Lấy đạo hàm theo thời gian, ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} = s^T \left( \dot{e} + \gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1} \ddot{e} \right) \\ &= s^T \left( \gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1} \left( \gamma \frac{p}{q} \dot{e}^{2-\frac{q}{p}} + \ddot{e} \right) \right) \\ &= s^T \left( \gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1} \left( \gamma \frac{p}{q} \dot{e}^{2-\frac{q}{p}} + M^{-1}(V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t)) - \ddot{q}_r \right) \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Thay (4.14) và (4.15) vào (4.17), ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1} (M^{-1}Cu_n + M^{-1}\rho(t)) \\ &= s^T \gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1} (-\text{sign}(s)(k + \eta) + M^{-1}\rho(t)) \\ &= \gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1} (-k\|s\| - \eta\|s\| + sM^{-1}\rho(t)) \end{aligned}$$

Theo điều kiện (4.16), ta thấy

$$\dot{V} \leq -\delta\|s\| = -\delta\sqrt{2}V^{1/2} < 0 \text{ với mọi giá trị } s \neq 0$$

Trong đó  $\delta = \eta\gamma^{-1} \frac{q}{p} \dot{e}^{\frac{q}{p}-1}$

Có nghĩa là  $s \rightarrow 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r < \frac{\sqrt{2}}{\delta} V^{\frac{1}{2}}(0)$ . Sau khi  $s \rightarrow 0$ , các biến trạng thái  $e(t)$  và  $\dot{e}(t)$  và cũng sẽ tiến về 0 trong thời gian hữu hạn theo phương trình:

$$\dot{e} = -(\gamma e)^{p/q} \quad (4.18)$$

Hoàn tất chứng minh.

**Lưu ý 12:** Từ (4.18), ta thấy thời gian về 0 của trạng thái sau khi tới mặt trượt là:

$$t = \gamma^{-\frac{p}{q}} \frac{q}{q-p} e^{\frac{q-p}{q}}(0)$$

Vậy tổng thời gian để trạng thái  $e(t)$  và  $\dot{e}(t)$  về 0 của hệ thống sẽ là:

$$t_s = t_r + \gamma \frac{-p}{q} \frac{q}{q-p} e^{\frac{q-p}{q}} (0) \quad (4.19)$$

### 4.3.2 Mô phỏng

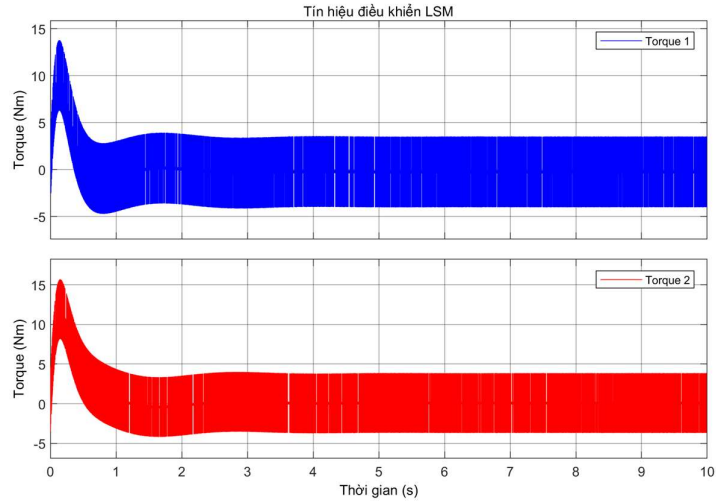
Các thông số mô phỏng sử dụng tương tự Mục 4.2.2 với các kịch bản tương tự. Thông số bộ điều khiển như sau:  $\gamma = 2, k = [2; 3]^T, p = 3, q = 5$

Mặt trượt là:  $s = e + \frac{1}{2}\dot{e}^{5/3}$

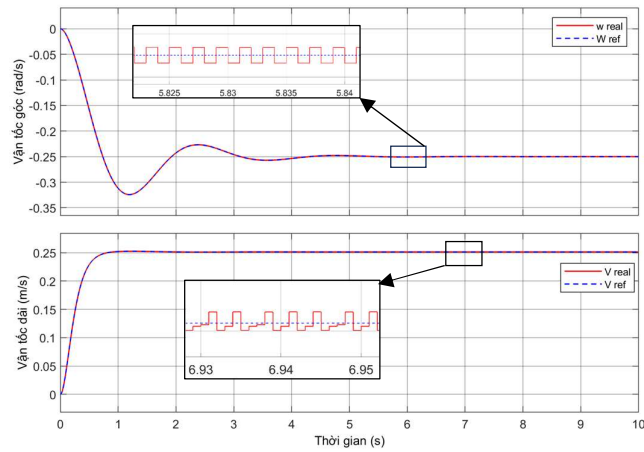
#### 4.3.2.1 Mô phỏng NTSM không sử dụng “lớp biên”

- **Quỹ đạo 1:** hình tròn, bán kính 1m. Kết quả mô phỏng từ Hình 4.18 đến Hình 4.21

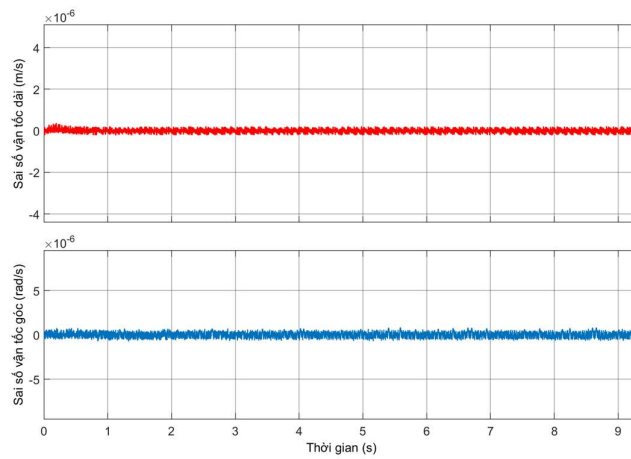
Ta thấy tín hiệu điều khiển NTSM (Hình 4.18) có hiện tượng chattering tương tự như bộ điều khiển LSM (Hình 4.6), tuy nhiên sai số xác lập của NTSM (Hình 4.20) lại tốt hơn và dao động quanh điểm chính xác “0”. Đáp ứng vận tốc (Hình 4.19) thể hiện rất tốt so với phương pháp LSM (Hình 4.7)



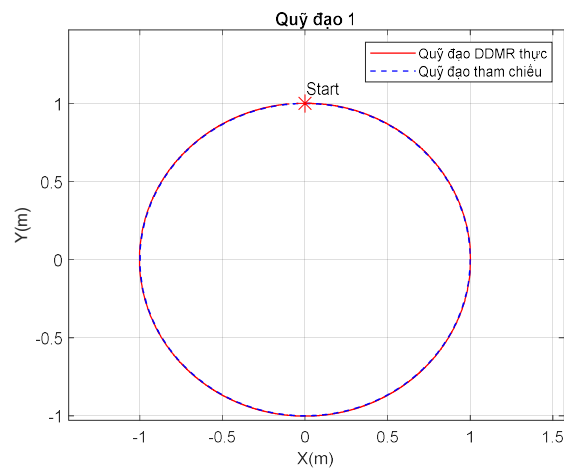
Hình 4.18 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên)



Hình 4.19 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên)



Hình 4.20 Sai số trạng thái quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên)

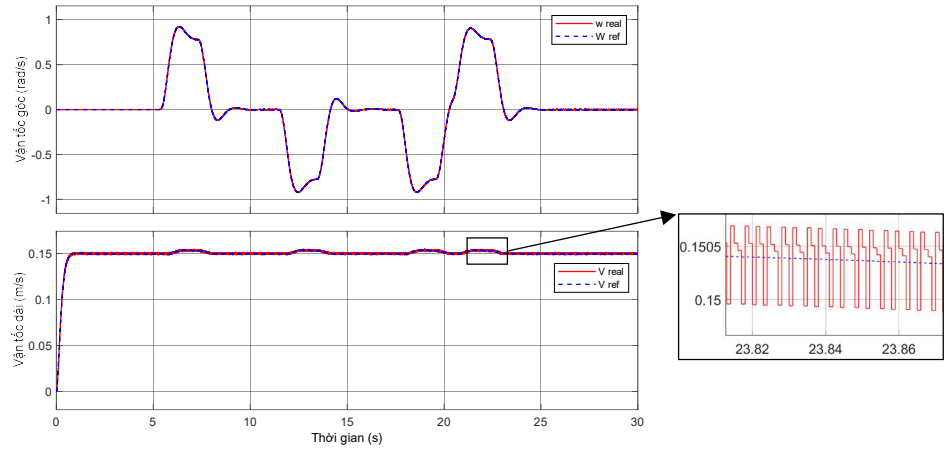


Hình 4.21 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (NTSM không lớp biên)

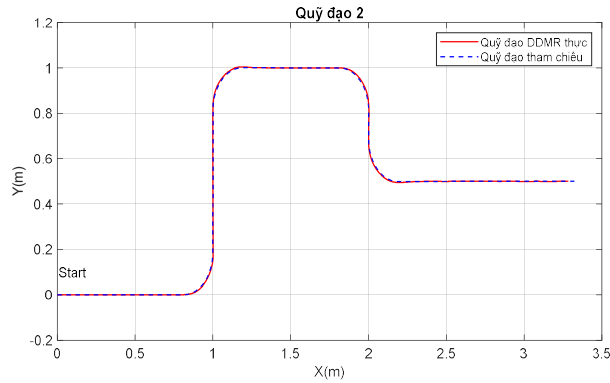
- **Quỹ đạo 2:** Đoạn đường có thẳng kết hợp rẽ  $90^\circ$

Thông số bộ điều khiển tương tự như sử dụng trong điều khiển quỹ đạo 1. Bộ điều khiển NTSM vẫn thể hiện sự đáp ứng rất tốt đối với cả việc bám theo vận tốc

góc và vận tốc dài tham chiếu (Hình 4.22), dẫn đến đáp ứng tốt việc bám quỹ đạo (Hình 4.23).



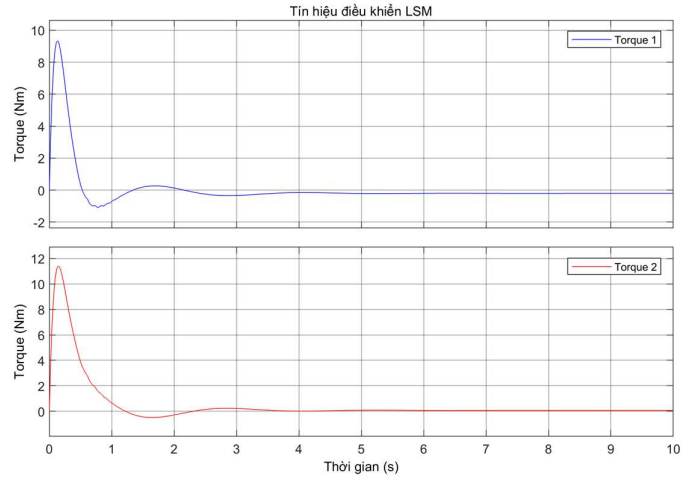
Hình 4.22 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (NTSM không lớp biên)



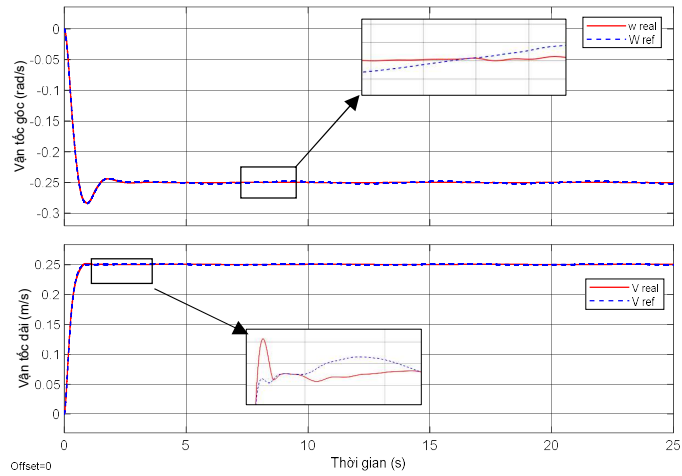
Hình 4.23 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (NTSM không lớp biên)

#### 4.3.2.2 Mô phỏng NTSM với lớp biên

Tương tự như mặt trượt LSM, để đánh giá độ chính xác của bộ điều khiển khi áp dụng phương pháp khử chattering, hàm saturation với độ dày  $\varepsilon = 0.01$  được sử dụng để thay thế hàm  $sign(s)$  với các thông số bộ điều khiển như trên. Kết quả mô phỏng thể hiện từ Hình 4.24 đến Hình 4.28

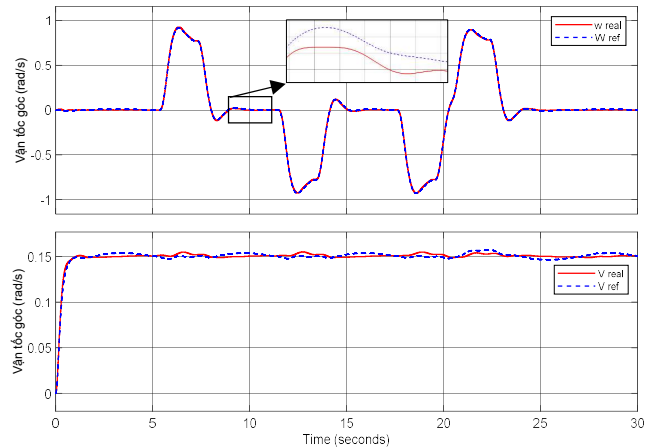


Hình 4.24 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (NTSM có lớp biên)

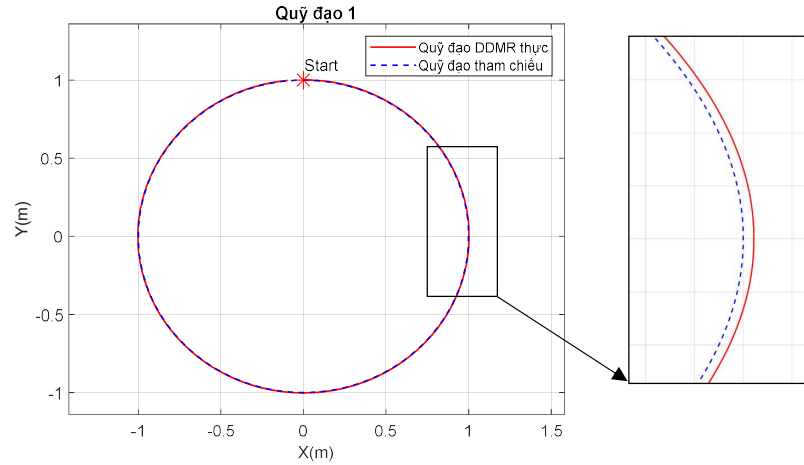


Hình 4.25 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 1 (NTSM có lớp biên)

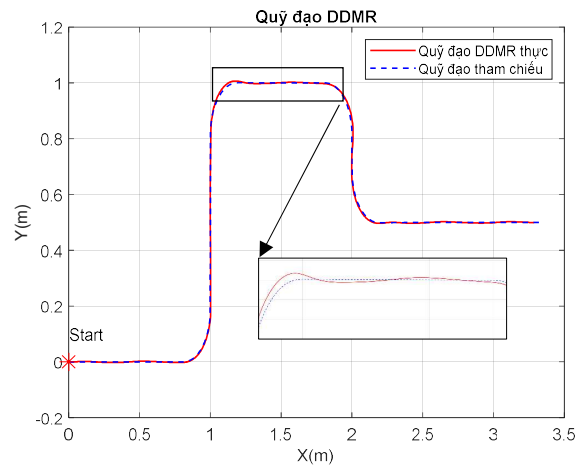
Ta thấy tín hiệu điều khiển (Hình 4.24) loại bỏ hoàn toàn hiện tượng chattering, và cũng tương tự với LSM, việc sử dụng lớp biên sẽ làm mất đi độ chính xác đáp ứng vận tốc (Hình 4.25 và Hình 4.26).



Hình 4.26 Đáp ứng vận tốc quỹ đạo 2 (NTSM có lớp biên)



Hình 4.27 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (NTSM có lớp biên)



Hình 4.28 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (NTSM có lớp biên)

Hình 4.27 và Hình 4.28 thể hiện kết quả bám quỹ đạo của DDMR khá tốt so với việc sử dụng lớp biên trong LSM (xem Hình 4.15 và Hình 4.17). Ta thấy NTSM thể hiện sự vượt trội so với LSM trong đảm bảo độ chính xác, tốc độ hội tụ và cả tính bền vững ngay cả khi sử dụng phương pháp lớp biên với cùng độ dày. Các kết quả so sánh được thể hiện trong bảng Bảng 4.3.

Bảng 4.3 Bảng so sánh kết quả đáp ứng của phương pháp điều khiển NTSM với trường hợp có và không có lớp biên

| STT | Thông số đáp ứng                 | Đơn vị | NTSM truyền thống | NTSM với lớp biên |
|-----|----------------------------------|--------|-------------------|-------------------|
| 1   | Thời gian về mặt trượt ( $t_r$ ) | s      | 0.4               | 0.6               |
| 2   | Thời gian quá độ ( $t_s$ )       | s      | 0.7               | 1                 |
| 3   | Sai số xác lập vận tốc dài       | m/s    | -8e-8             | -1.8e-6           |
| 4   | Sai số xác lập vận tốc góc       | Rad/s  | -4e-7             | -7.1e-5           |

Ta có thể thông qua mô phỏng, hiện tượng chattering xuất hiện ở cả hai phương pháp LSM và NTSM, khiến cho việc áp dụng vào thực tế là bất khả thi. Trong khi đó, với phương pháp “lớp biên” đã thể hiện sự thiếu bền vững và làm giảm độ chính xác bộ điều khiển.

#### 4.4 Sử dụng mặt trượt TSM bậc 2

Mục 4.2 và 4.3 đã trình bày các nhược điểm của phương pháp điều khiển dựa trên các mặt trượt truyền thống sau khi áp dụng phương pháp “lớp biên” nhằm khử chattering. Ở mục này, luận án sẽ trình bày luật điều khiển mới dựa trên mặt trượt 2TSM thông qua Định lý 3, sau đó tiến hành mô phỏng để xem liệu các nhược điểm của mặt trượt truyền thống đã được khắc phục như thế nào. Kết quả mục này được đăng trên tạp chí Mathematic (Công bố số 1).

##### 4.4.1 Thiết kế bộ điều khiển (mặt trượt 2TSM)

Xét phương trình động lực học của DDMR tương tự (4.3):

$$M\ddot{q} = V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t) \quad (4.20)$$

Sai số được xác định:

$$\dot{e}(t) = \dot{q} - \dot{q}_r = [v_e, \omega_e]^T = [v - v_{ref}, \omega - \omega_{ref}]^T \quad (4.21)$$

Và

$$\ddot{e}(t) = M^{-1}(V(\dot{q}) + Cu(t) + \rho(t)) - \ddot{q}_r$$

Để điều khiển DDMR đi đúng quỹ đạo, nhiệm vụ của bộ điều khiển là phải đưa  $\dot{e}(t)$  về “0”. Để thiết kế bộ điều khiển dựa trên 2TSM, đầu tiên ta chọn mặt trượt như sau:

$$s = \ddot{x} + \gamma_1 \dot{x}^\alpha + \gamma_2 x^\beta \quad (4.22)$$

Với  $\gamma_1, \gamma_2, \alpha, \beta$  được xác định như trong Định lý 1, bộ điều khiển động học cho DDMR dựa trên 2TSM được thiết kế theo định lý sau:

**Định lý 3:** Mặt trượt (4.22) sẽ tiến về “0”, sau đó sai số vận tốc của hệ thống (4.20) cũng sẽ tiến về “0” trong thời gian hữu hạn khi tín hiệu bộ điều khiển được thiết kế như sau:

$$\begin{aligned} u &= u_{eq} + u_n \\ u_{eq} &= C^{-1}M(-M^{-1}V + \ddot{q}_r - \gamma_1 \dot{e}^\alpha - \gamma_2 e^\beta) \\ \dot{u}_n &= C^{-1}M(\text{sign}(s)(k + \eta)) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Trong đó  $k = \text{Max}\{\|M^{-1}\dot{\rho}(t)\|\}$  là giới hạn sự thay đổi bất định và  $\eta > 0$

**Chứng minh:**

Thay thế sai số trạng thái hệ thống (4.21) vào mặt trượt 2TSM (4.22) ta được:

$$s = M^{-1}(V(\dot{q}) + C\tau(t) + \rho(t)) - \ddot{q}_r + \gamma_1 \dot{e}^\alpha + \gamma_2 e^\beta$$

Thay tín hiệu điều khiển (4.23) vào phương trình trên:

$$s = M^{-1}Cu_n + M^{-1}\rho(t)$$

Xét hàm Lyapunov:  $V = 0,5s^T s$

Lấy đạo hàm theo thời gian:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} = s^T (M^{-1}C\dot{u}_n + M^{-1}\dot{\rho}(t)) \\ &= s^T (-\text{sign}(s)k - \text{sign}(s)\mu + M^{-1}\dot{\rho}(t)) \end{aligned} \quad (4.24)$$

suy ra:

$$\dot{V} \leq -k\|s\| - \eta\|s\| + M^{-1}\dot{\rho}(t) \leq -\eta\|s\| = -\eta\sqrt{2V^{1/2}} < 0 \text{ với } \|s\| \neq 0$$

Do đó theo tiêu chuẩn ổn định Lyapunov, mặt trượt 2TSM (4.22) tiến về 0 từ  $s(0) \neq 0$  trong thời gian hữu hạn  $t_r \leq \frac{\sqrt{2V^{1/2}(0)}}{\eta}$  hay  $t_r \leq \frac{\|s(0)\|}{\eta}$ . Khi hệ thống tới mặt trượt,  $e(t)$  và đạo hàm của nó  $\dot{e}(t)$  (tương ứng với sai số vận tốc) sẽ hội tụ về 0 (Định lý 3), tính bởi:

$$t_e = t_r + \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \left( \frac{\gamma_1 \alpha}{\beta + 1} \right)^{-\beta/\alpha} x^{(\alpha-\beta)/\alpha}(t_r) \quad (4.25)$$

Hoàn tất chứng minh.

**Lưu ý 13:** Như đã tính toán theo Định lý 3, không tồn tại điểm kỳ dị nào trong luật điều khiển  $u$  của mặt trượt 2TSM. Nói cách khác, phương pháp được đề xuất cũng được coi là một dạng Non-singular Second order Terminal Sliding Mode (2NTSM).

**Lưu ý 14:**  $u_n$  sao cho  $\dot{u}_n = C^{-1}M(\text{sign}(s)(k + \mu))$  là tín hiệu điều khiển liên tục (continuous signal). Điều này có nghĩa là phương pháp điều khiển 2TSM được đề xuất không có hiện tượng chattering, cho thấy tính phù hợp và hiệu quả của nó để được áp dụng trong các hệ thống điều khiển cơ điện thực tế.

Như vậy, luật điều khiển (4.23) chính là bộ điều khiển động lực, kết hợp với bộ điều khiển động học đã giới thiệu trong mục 3.2, luận án đã hoàn thành toàn bộ cấu trúc điều khiển quỹ đạo mới dựa trên mặt trượt 2TSM. Trước khi tiến hành thực

nghiệm, luận án sẽ trình bày kết quả mô phỏng với các kịch bản tương tự ở mục 4.2 và mục 4.3 để chứng minh các ưu điểm của lý thuyết mới.

#### 4.4.2 Mô phỏng

Thông số mô phỏng sử dụng tương tự Bảng 4.1. Thông số bộ điều khiển như sau:  $k = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\gamma_1 = 4$ ,  $\gamma_2 = 3.49$ ,  $\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\beta = \frac{3}{7}$ ,  $\eta = 0.2$  (Chọn theo Định lý 1)

Các thông số bộ điều khiển chọn theo Định lý 3. Mặt trượt và tín hiệu điều khiển là:

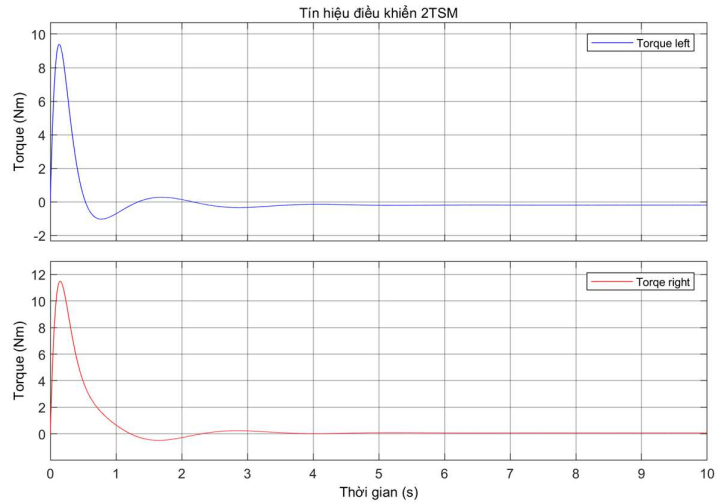
$$s = \ddot{e} + 4\dot{e}^{3/5} + 3.49e^{3/7}$$

$$u_{eq} = C^{-1}M \left( -M^{-1}V + \ddot{q}_r - 4\dot{e}^{3/5} - 3.49e^{3/7} \right)$$

$$\dot{u}_n = C^{-1}M \left( \text{sign}(s) ([2; 1]^T + 0.2) \right)$$

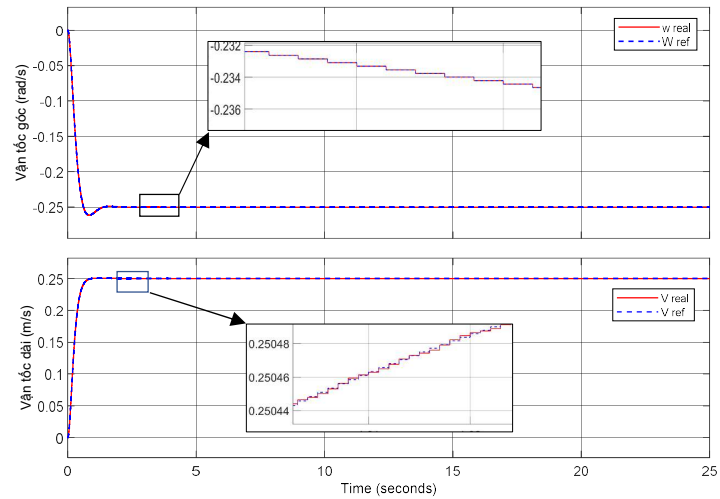
Kết quả mô phỏng từ Hình 4.29 đến Hình 4.34

- **Quỹ đạo 1:** hình tròn, bán kính 1m

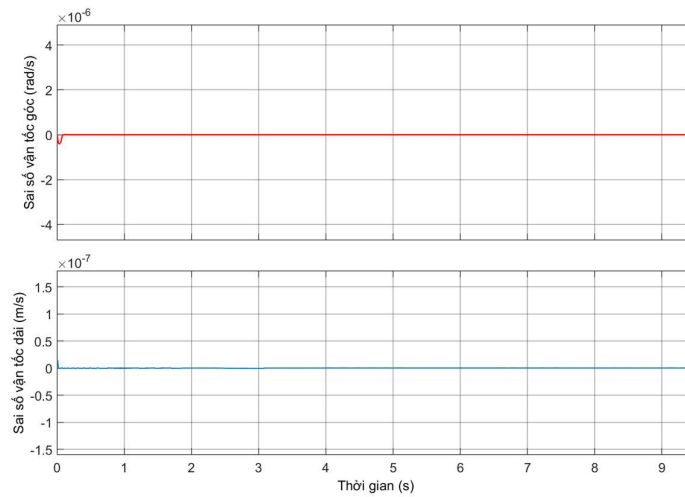


Hình 4.29 Tín hiệu điều khiển quỹ đạo 1 (2TSM)

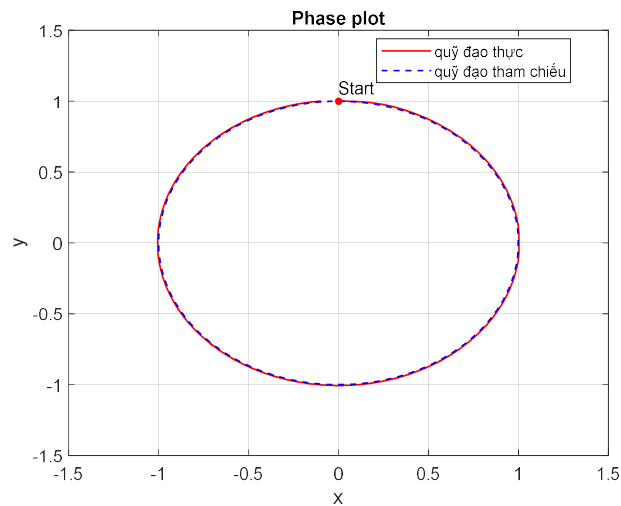
Ta có thể thấy với bộ điều khiển 2TSM, tín hiệu đã loại bỏ gần như hoàn toàn hiện tượng chattering (Hình 4.29) mà vẫn đảm bảo độ chính xác cao vì cả sai số vận tốc góc và vận tốc dài đều tiến về “0” (Hình 4.31).



Hình 4.30 Đáp ứng vận tốc theo quỹ đạo 1 (2TSM)



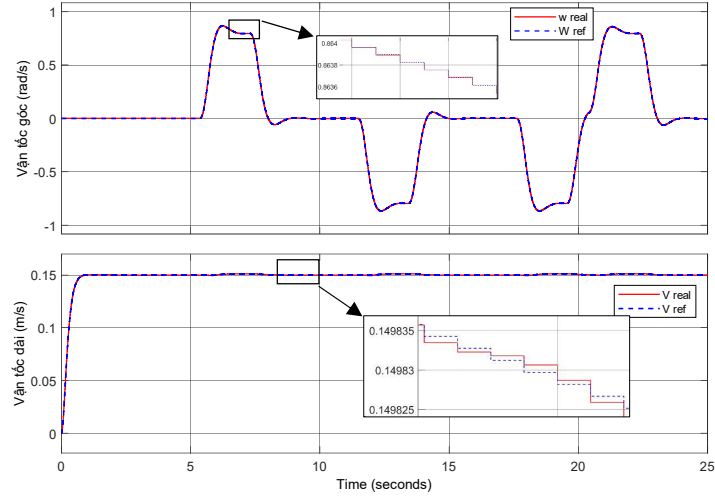
Hình 4.31 Sai số bám vận tốc ( $v$ ,  $\omega$ ) theo quỹ đạo 1 (2TSM)



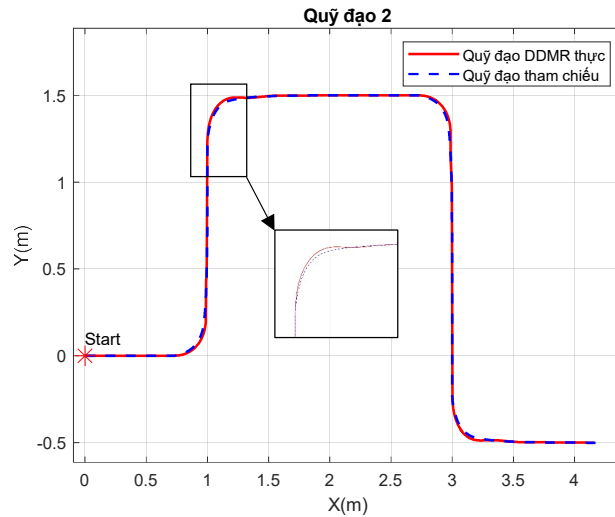
Hình 4.32 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 1 (2TSM)

- **Quỹ đạo 2: Đoạn đường có thẳng kết hợp rẽ 90°**

Với quỹ đạo 2, bộ điều khiển 2TSM vẫn thể hiện tính bền vững và độ chính xác cao (Hình 4.33 và Hình 4.34).



Hình 4.33 Đáp ứng vận tốc theo quỹ đạo 2 (2TSM)



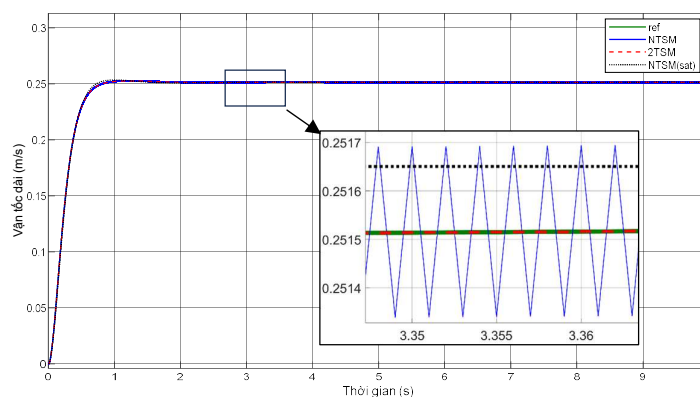
Hình 4.34 Kết quả của DDMR theo quỹ đạo 2 (2TSM)

#### 4.4.3 So sánh với các bộ điều khiển trượt truyền thống

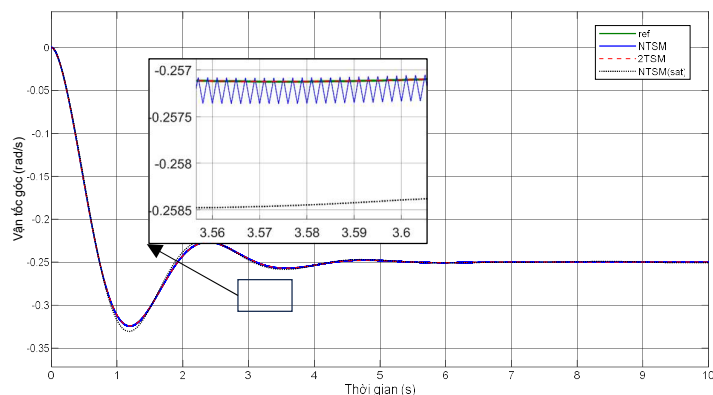
Vì kết quả mô phỏng phương pháp LSM (mục 4.2) thể hiện kém hơn khá nhiều so với phương pháp NTSM (mục 4.3), nên ở phần này luận án chỉ sử dụng kết quả ở mục 4.3 để so sánh với kết quả của lý thuyết mới.

Kết quả mô phỏng so sánh được thể hiện trên Hình 4.35 và Hình 4.36. Ta thấy với phương pháp mới (2TSM – đường đứt màu đỏ), đáp ứng vận tốc gần như bám sát

theo giá trị tham chiếu (màu xanh lá). Phương pháp NTSM (màu xanh dương) do ảnh hưởng của chattering nên đáp ứng dao động lớn quanh giá trị tham chiếu, trong khi nếu sử dụng hàm  $\text{sat}()$  để khử chattering thì kết quả sai lệch lớn (màu đen chấm)



Hình 4.35 Kết quả đáp ứng vận tốc dài giữa 3 phương pháp



Hình 4.36 Đáp ứng vận tốc góc (Rad/s)

Bảng 4.4 Đáp ứng sai số vận tốc dài giữa các phương pháp

| STT | Thông số đáp ứng                             | Đơn vị | NTSM<br>(boundary) | NTSM     | 2TSM    |
|-----|----------------------------------------------|--------|--------------------|----------|---------|
| 1   | Sai số xác lập                               | m/s    | 2e-3               | -1.2e-4  | -2.7e-8 |
| 2   | Tích phân trị tuyệt đối sai số xác lập (IAE) | m/s    | 5e-2               | 2.093e-3 | 1.6e-5  |

Bảng 4.5 Đáp ứng sai số vận tốc góc giữa các phương pháp

| STT | Thông số đáp ứng                             | Đơn vị | NTSM<br>(boundary) | NTSM    | 2TSM    |
|-----|----------------------------------------------|--------|--------------------|---------|---------|
| 1   | Sai số xác lập                               | m/s    | -4e-2              | 1.07e-3 | 9.6e-7  |
| 2   | Tích phân trị tuyệt đối sai số xác lập (IAE) | m/s    | 3.66e-2            | 8e-3    | 1.37e-5 |

Kết quả so sánh các thông số đáp ứng cụ thể được thể hiện trong Bảng 4.4 và

Bảng 4.5. Trong các bảng so sánh này, luận án đã giới thiệu một tiêu chí đánh giá mới, đó là “Tích phân trị tuyệt đối sai số (IAE)”. Chỉ số này là tổng các trị tuyệt đối sai số của các phương pháp trong quá trình mô phỏng. Ý nghĩa của chỉ số này dùng để đánh giá mức độ dao động quanh giá trị cân bằng của các bộ điều khiển. Như trên Hình 4.35 ta thấy phương pháp NTSM có đáp ứng dao động liên tục quanh giá trị tham chiếu, điều này sẽ làm tăng chỉ số IAE.

Ta có thể thấy rõ, cả hai chỉ số “sai số xác lập” và “IAE”, bộ điều khiển 2TSM đều thể hiện vượt trội so với bộ điều khiển NTSM cả khi sử dụng và không sử dụng phương pháp lớp biên (hàm  $\text{sat}()$ ). Điều này đã chứng minh tính ưu việt của bộ điều khiển mới được đề xuất, nó không những giải quyết được vấn đề chattering mà còn đạt độ chính xác cao hơn các phương pháp truyền thống.

## 4.5 Thực nghiệm

Để chứng minh ưu điểm của phương pháp điều khiển dựa trên mặt trượt 2TSM trong thực tế, luận án sẽ tiến hành hai phần thực nghiệm khác nhau.

Đầu tiên, phần 1 sẽ trình bày kết quả thực nghiệm điều khiển riêng lẻ một động cơ DC dựa trên 3 phương pháp (PID, LSM và 2TSM). Sau khi chứng minh được ưu điểm trong việc điều khiển động cơ, ở phần 2 luận án sẽ trình bày thực nghiệm điều khiển quỹ đạo hoàn chỉnh trực tiếp trên mô hình DDMR (Hình 4.37) bằng phương pháp 2TSM.

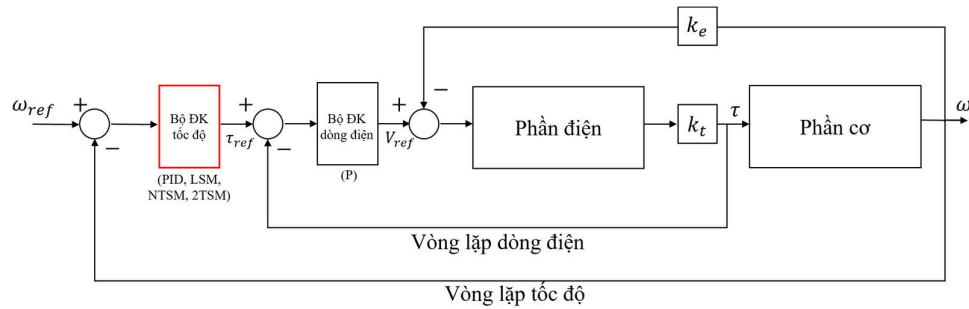


Hình 4.37 DDMR được sử dụng trong thực nghiệm

#### 4.5.1 Điều khiển động cơ DC

Trong phần này, ta sẽ tiến hành điều khiển vận tốc cho động cơ DC. Vòng điều khiển được trình bày ở Hình 4.38, trong đó  $\omega_{ref}$  là tốc độ tham chiếu,  $\tau_{ref}$  là mô men điều khiển động cơ,  $V_{ref}$  là tín hiệu điện điều khiển (Volt),  $k_e$  là hằng số điện áp phản kháng (back emf constant),  $k_t$  hằng số mô men.

Các giải pháp điều khiển trình bày ở phần sau được thiết kế cho bộ điều khiển tốc độ (Speed Controller), trong khi bộ điều khiển dòng (Current Controller) chỉ cần giải thuật đơn giản như P-only vì các tín hiệu điện đáp ứng rất nhanh và không có quá nhiều yếu tố nhiễu xuất hiện.



Hình 4.38 Sơ đồ điều khiển tốc độ động cơ

##### 4.5.1.1 Mô phỏng

Trước khi tiến hành chạy trên động cơ thực tế, luận án trình bày kết quả tính toán, lựa chọn thông số bộ điều khiển, sau đó mô phỏng để đánh giá đáp ứng của các bộ điều khiển. Từ đó khi tiến hành thử nghiệm ta sẽ thấy rõ sự ảnh hưởng của các yếu tố bất định mà quá trình mô phỏng không thể phản ánh được.

Đối với động cơ điện, mô hình cơ học được đưa ra theo phương trình sau:

$$J\dot{\omega} + B\omega = \tau - T_L \quad (4.26)$$

Trong đó:

$J$ : mô men quán tính ( $kgm^2$ )

$B$ : hệ số ma sát ướt ( $Nms/rad$ )

$\tau$ : mô men điều khiển,  $T_L$ : mô men tải

Có thể thấy để thiết kế được bộ điều khiển ta cần phải biết thông số  $J$  và  $B$ . Trong thực tế, các loại động cơ chính hãng sẽ có thông số cụ thể trong datasheet, tuy nhiên đối với các loại động cơ khác thường được sử dụng trên thị trường hiện nay với chi phí thấp thì không thể có các thông số chính xác đó. Hiện nay có một số cách được áp dụng để xử lý vấn đề này như sau:

1. Xây dựng mô hình thí nghiệm, sử dụng một số quy luật điều khiển và giải thuật đặc biệt để ước lượng hoặc tính toán thông số động cơ [67]-[69].
2. Ước lượng thông số ban đầu để thiết kế bộ điều khiển, sau đó khi vận hành thực tế sẽ điều chỉnh lại sau.

Để làm rõ tính vượt trội của phương pháp điều khiển 2TSM, tác giả sẽ chọn cách 2, tức là ta ước lượng thông số  $\hat{J}$  và  $\hat{B}$ , sau đó sẽ thiết kế bộ điều khiển dựa trên các thông số này. Các sai số giữa  $\hat{J}$  và  $J$ , giữa  $\hat{B}$  và  $B$  được xem như là bất định mô hình. Sau khi mô phỏng đáp ứng được như mong muốn, ta sẽ tiến hành thực nghiệm trên động cơ thực tế với cùng bộ điều khiển như ban đầu để đánh giá kết quả.

#### **Ước lượng $J$ và $B$ như sau:**

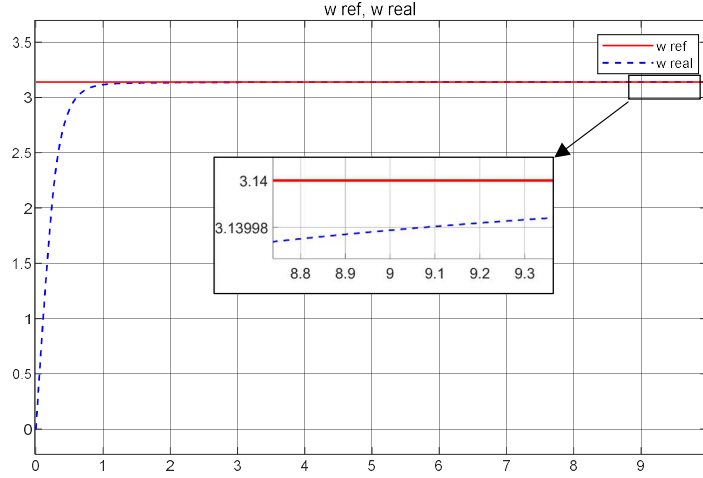
Động cơ sử dụng trong thực nghiệm là động cơ DC Servo JGB37-520 DC, loại động cơ này thường có thông số  $J, B$  theo datasheet như sau:  $J \sim 1.2 \times 10^{-5}$ ;  $B \sim 1.5 \times 10^{-5}$ . Tuy nhiên do động cơ sử dụng trong thực nghiệm có bộ giảm tốc với tỉ số truyền là 270:1, nên ta chọn lại  $J=0.8$  và  $B = 1$ . Ta sẽ dùng thông số này để mô phỏng điều khiển.

#### **❖ Bộ điều khiển PID:**

Ta thiết kế bộ điều khiển với các yêu cầu như sau: damping ratio  $\xi = 1$ , natural frequency  $\omega_n = 5$ , bộ điều khiển như sau:

$$\tau = 10e + 0.3\dot{e} + 8.3 \int_0^t e dt \quad (4.27)$$

Trong đó  $e = \omega_{ref} - \omega$  là sai số vận tốc. Áp dụng cho vòng điều khiển ở Hình 4.38 (với  $k_e = 0.1, k_t = 1$ ), kết quả đáp ứng vận tốc như Hình 4.39.



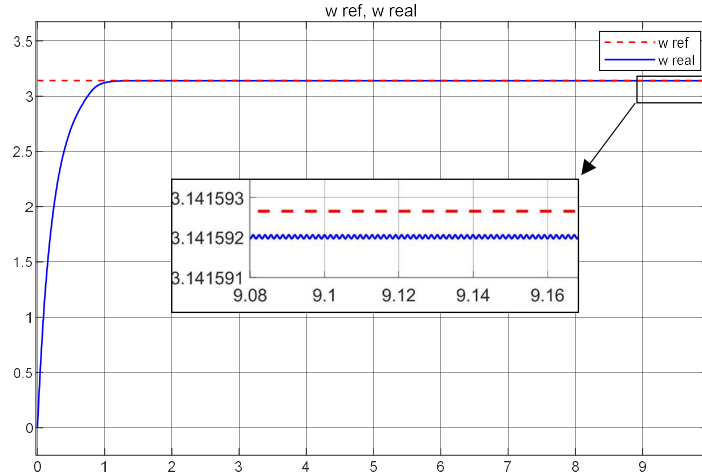
Hình 4.39 Đáp ứng vận tốc của động cơ (PID)

❖ **Bộ điều khiển LSM:** Với  $\gamma = 8, k = 3, e = \omega_{ref} - \omega, \dot{e} = \dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}$  ta có mặt trượt  $s = \dot{e} + 2e$  và bộ điều khiển như sau:

$$u = u_{eq} + u_n \quad (4.28)$$

$$u_{eq} = B\omega + J\dot{\omega}_{ref} + J\gamma e$$

$$u_n = Jk\text{sign}(s)$$

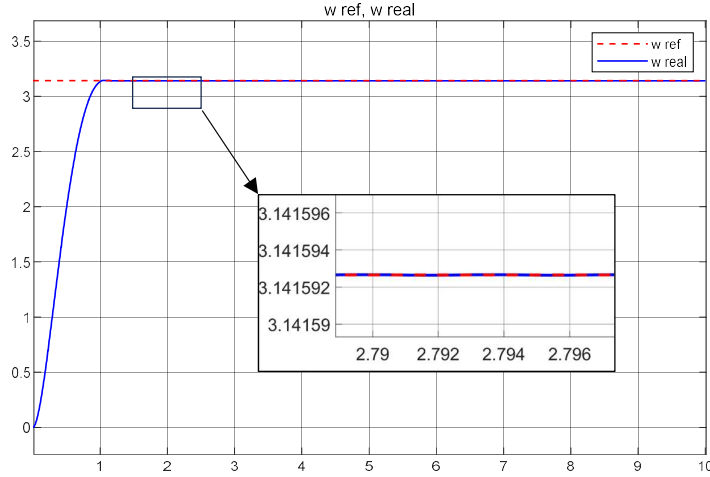


Hình 4.40 Đáp ứng vận tốc của động cơ (LSM)

❖ **Bộ điều khiển 2TSM:** Với  $\gamma_1 = 25, \gamma_2 = 34.9, \alpha = \frac{3}{5}, \beta = \frac{3}{7}, k = 10, e = \omega_{ref} - \omega, \dot{e} = \dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}$

Ta có mặt trượt:  $s = \ddot{e} + 25\dot{e}^{\frac{3}{5}} + 34.9e^{\frac{3}{7}}$ . Và bộ điều khiển như sau:

$$\begin{aligned}
 u &= u = u_{eq} + u_n \\
 u_{eq} &= B\omega + J\dot{\omega}_{ref} \\
 \dot{u}_n &= J \left( 25\dot{e}^{\frac{3}{5}} + 34.9e^{\frac{3}{7}} \right) + v \\
 \dot{v} &= Jk\text{sign}(s)
 \end{aligned} \tag{4.29}$$



Hình 4.41 Đáp ứng vận tốc của động cơ (2TSM)

Bằng mô phỏng có thể thấy cả 3 phương pháp điều khiển đều đáp ứng tốt. Cả hai phương pháp PID (Hình 4.39) và LSM (Hình 4.40) đều đưa hệ thống về trạng thái hội tụ sau xấp xỉ 1s, tuy nhiên vẫn tồn tại sai số xác lập do các biến trạng thái chỉ về “tiệm cận”. Trong khi đó phương pháp 2TSM (Hình 4.41) thể hiện sự đáp ứng vượt trội, khi vừa đảm bảo độ chính xác, đưa sai số về “0” và không xuất hiện “chattering”.

Phần tiếp theo, luận án sẽ trình bày kết quả thực nghiệm trên động cơ DC với 3 giải thuật điều khiển như trên để đánh giá tính bền vững của cả 3 giải thuật.

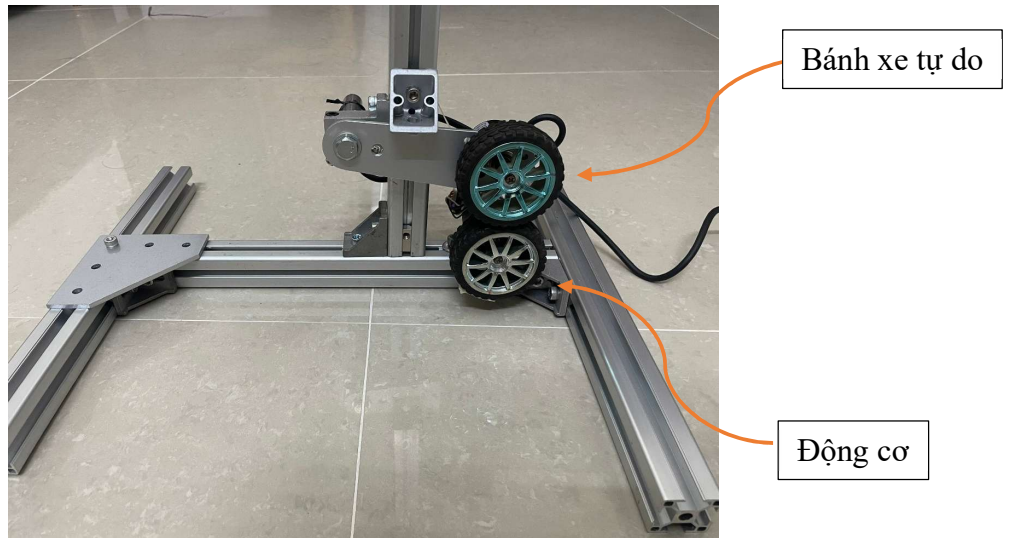
#### 4.5.1.2 Thực nghiệm

Hình 4.42 mô tả mô hình thử nghiệm động cơ DC, trong đó động cơ được gá lên khung cố định, phía trên có bánh xe quay tự do, được ép xuống bánh xe của động cơ nhằm tạo ra mô men tải cần thiết trong các kịch bản thử nghiệm.

❖ **Kịch bản 1:** Thử nghiệm với tốc độ tham chiếu không đổi, không hiệu chỉnh bộ điều khiển

Kết quả thực nghiệm được thể hiện từ Hình 4.43 đến Hình 4.45

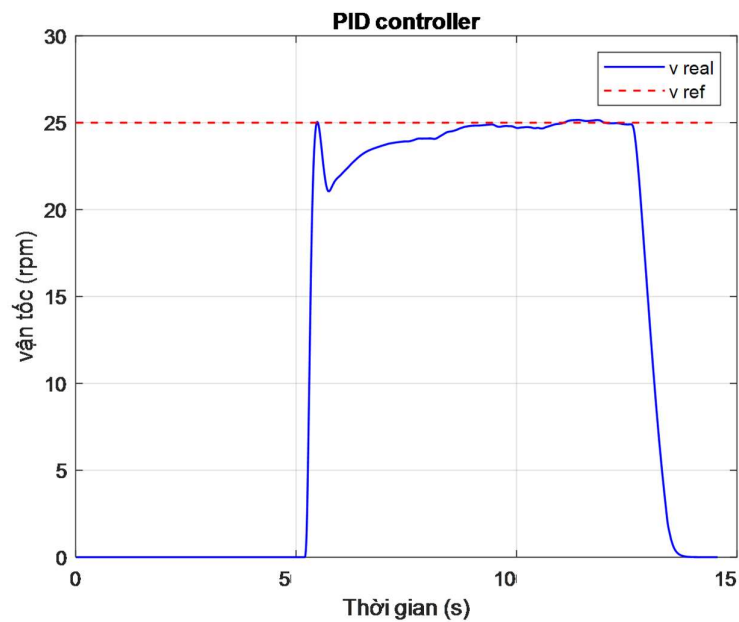
Ta có thể thấy bộ điều khiển PID không thể đáp ứng được điều khiển động cơ với các thông số  $J$  và  $B$  ước lượng như kết quả mô phỏng (Hình 4.43).



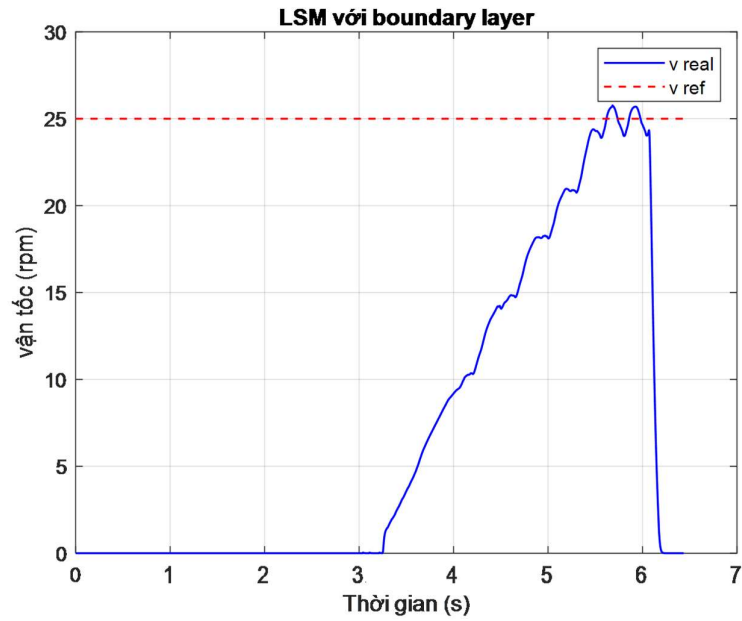
Hình 4.42 Mô hình thử nghiệm động cơ DC

Bộ điều khiển LSM tuy có độ chính xác cao trong mô phỏng nhưng khi áp dụng vào thực tế ta phải sử dụng phương pháp lớp biên để khử chattering. Vì vậy nên khi áp dụng mà không hiệu chỉnh lại sẽ làm mất khả năng điều khiển (Hình 4.44)

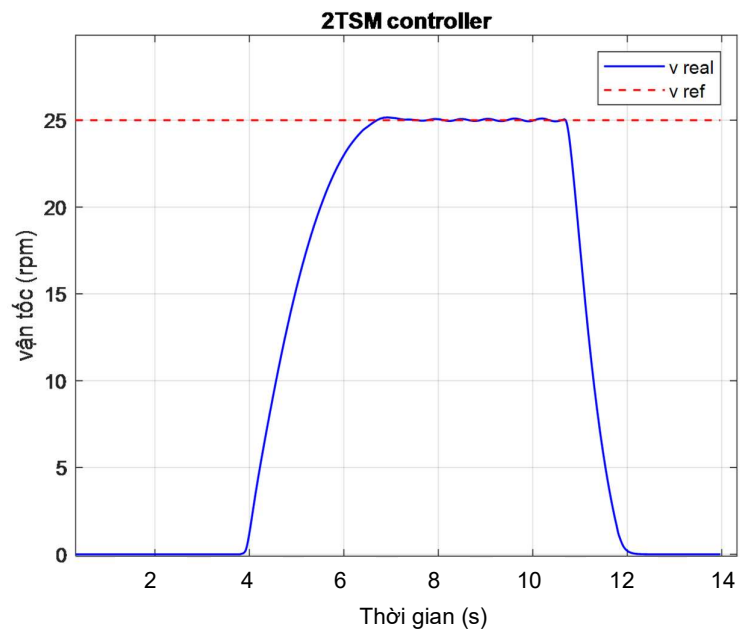
Trong khi đó bộ điều khiển 2TSM đã thể hiện tính bền vững, độ chính xác và đáp ứng hệ thống gần như tương tự trong môi trường mô phỏng dù tác giả đã giữ lại toàn bộ thông số bộ điều khiển tính toán từ trước (4.29) mà chưa trải qua quá trình hiệu chỉnh thực tế (Hình 4.45).



Hình 4.43 Bộ điều khiển PID (4.27)



Hình 4.44 Bộ điều khiển LSM (4.28) với lớp biên ( $\varepsilon = 0.01$ )



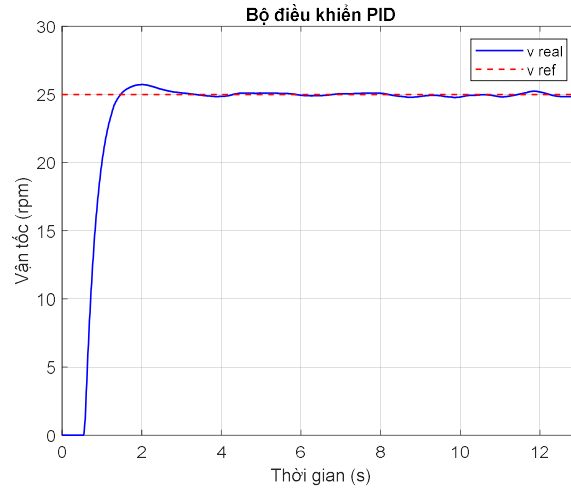
Hình 4.45 Bộ điều khiển 2TSM (4.29)

Qua các thí nghiệm trên, luận án đã chứng minh ưu điểm vượt trội của 2TSM trong việc vẫn giữ lại được tính bền vững đặc trưng của SMC thông qua việc bộ điều khiển có thể đáp ứng ngay khi thực nghiệm lần đầu mà không cần hiệu chỉnh dù các hệ số  $J$  và  $B$  là không chính xác, đây chính là yếu tố bất định mô hình.

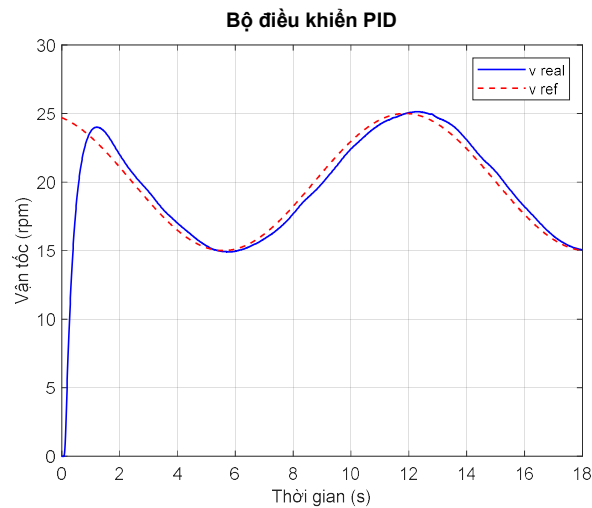
Để kiểm chứng thêm về độ chính xác của bộ điều khiển, ta tiến hành thêm kịch bản thử nghiệm thứ 2:

❖ **Kịch bản 2:** Hiệu chỉnh lại bộ điều khiển PID để đáp ứng chính xác với điều kiện thực tế và thử nghiệm với vận tốc tham chiếu thay đổi theo hình *sin*.

Kết quả thử nghiệm lần 2 sau khi hiệu chỉnh ta thấy bộ điều khiển PID đáp ứng khá tốt với trường hợp vận tốc tham chiếu cố định (Hình 4.46). Tuy nhiên khi vận tốc tham chiếu thay đổi thì bộ điều khiển không còn đáp ứng được.

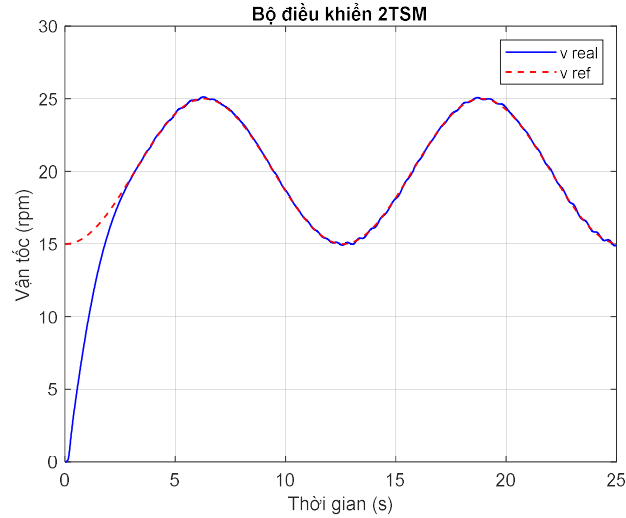


Hình 4.46 Đáp ứng bộ điều khiển PID sau khi hiệu chỉnh  
( $K_p=2$ ,  $K_d=0.2$ ,  $K_i=15$ )



Hình 4.47 Đáp ứng bộ điều khiển PID với vận tốc tham chiếu thay đổi

So với PID, bộ điều khiển 2TSM vẫn thể hiện ưu điểm vượt trội trong cả tính bền vững, độ chính xác và sự đơn giản trong cách sử dụng. Đối với thử nghiệm này, ở bộ điều khiển 2TSM tác giả chỉ thay đổi duy nhất hệ số  $k$  trong tín hiệu điều khiển (4.29) khi cần hiệu chỉnh nếu tải hoặc nhiễu vượt quá giới hạn.



Hình 4.48 Đáp ứng của bộ điều khiển 2TSM với vận tốc tham chiếu thay đổi

Như vậy, sau khi chứng minh ưu điểm trong điều khiển thực tế động cơ DC, ở phần tiếp theo luận án sẽ tiến hành thử nghiệm điều khiển một hệ DDMR hoàn chỉnh đi theo các quỹ đạo với các kích bản khác nhau.

#### 4.5.2 Điều khiển quỹ đạo

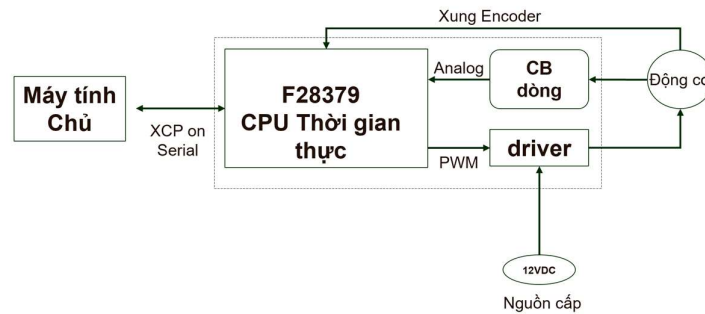
Với bộ điều khiển đã thiết kế, tác giả tiến hành thực nghiệm trên DDMR theo nhiều quỹ đạo khác nhau. Mô hình DDMR được thiết lập theo sơ đồ Hình 4.49, có thông số như sau:

|                              |                      |
|------------------------------|----------------------|
| <b>Kích thước (DxRxH)</b>    | <b>20x20x20 cm</b>   |
| <b>Đường kính bánh xe</b>    | <b>6 cm</b>          |
| <b>Khoảng cách trục bánh</b> | <b>23.5 cm</b>       |
| <b>Nguồn (DC)</b>            | <b>12VDC 6000mah</b> |
| <b>Khối lượng tổng</b>       | <b>4 kg</b>          |

Môi trường thí nghiệm được thiết lập với một số giả định như sau:

- **Bánh xe không bị trượt:** Tốc độ trong thử nghiệm được giới hạn  $v < 0.4m/s$  và môi trường không trơn trượt, ta bỏ qua yếu tố trượt bánh xe.
- **Độ chính xác của encoder:** trong thực nghiệm sử dụng động cơ có hộp giảm tốc 270:1, sử dụng encoder quang 11 xung, tức là một vòng quang của bánh xe được hồi tiếp bởi 2970 xung, điều này đảm bảo sai số ở mức thấp nhất. Vì vậy, thực nghiệm sẽ giả định rằng encoder có sai số không đáng kể và là hệ tham chiếu vị trí chính xác của DDMR.

- **Xác định vị trí thực của DDMR:** vị trí của DDMR sẽ được cập nhật liên tục bằng tín hiệu của encoder.



Hình 4.49 Sơ đồ kết nối các thành phần DDMR

- **Khối lượng và độ lệch trọng tâm:** Thực nghiệm sẽ được tiến hành theo 03 kịch bản như sau:
  - o Kịch bản 1: Khối lượng 3.5kg được đặt giữa trọng tâm DDMR.
  - o Kịch bản 2: Khối lượng 3.5kg được đặt lệch trái 5cm so với trọng tâm DDMR.
  - o Kịch bản 3: Khối lượng 3.5kg được đặt lệch phải 5cm so với trọng tâm DDMR.

**Lưu ý 15:** Trọng lượng tự thân của DDMR sử dụng trong thí nghiệm chỉ khoảng 4kg, do đó với khối lượng tải thêm vào (3.5 kg) đã chiếm đến hơn 85% khối lượng toàn hệ thống. Vì vậy điều này đảm bảo rằng các bất định thực sự có ảnh hưởng lớn đến mô hình hệ thống, chứng minh độ tin cậy của thí nghiệm.

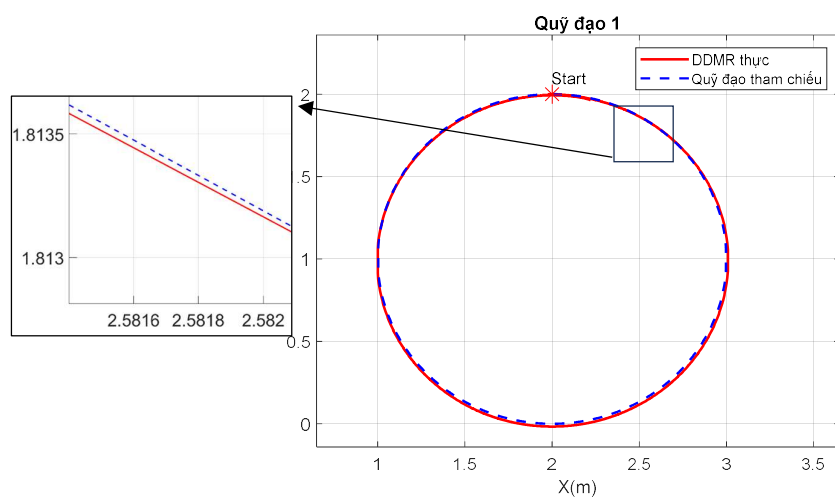
**Kịch bản 1:** Đầu tiên, thực nghiệm được tiến hành theo kịch bản 1 với 2 quỹ đạo khác nhau và so sánh kết quả với quỹ đạo tham chiếu.

- **Quỹ đạo 1:** Quỹ đạo 1 là một hình tròn, bán kính 1m. Kết quả thực nghiệm thể hiện trong Hình 4.50 và Hình 4.51.

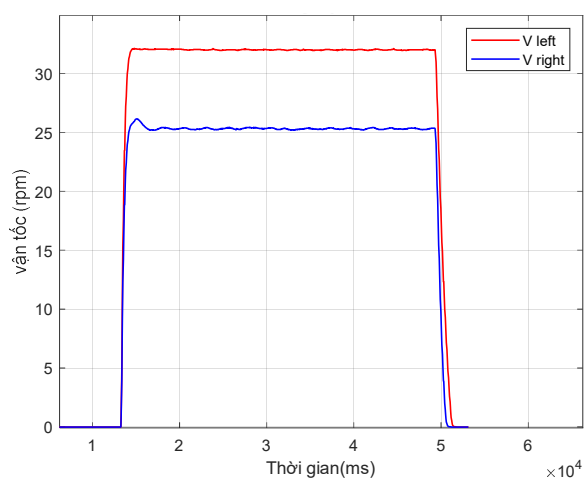
Đối với kịch bản 1 (khối lượng đặt tại trọng tâm), kết quả sai số vị trí đạt được rất tốt (Bảng 4.6) khi DDMR chạy theo quỹ đạo hình tròn, gần như sai số nhỏ và đồng đều, không thấy sự khác biệt lớn trong suốt quỹ đạo.

Bảng 4.6 Sai số vị trí kết quả thực nghiệm theo quỹ đạo 1 (kịch bản 1)

|                              | Thực nghiệm kịch bản 1 |
|------------------------------|------------------------|
| Sai số vị trí sau 3 giây (m) | 0.0013                 |

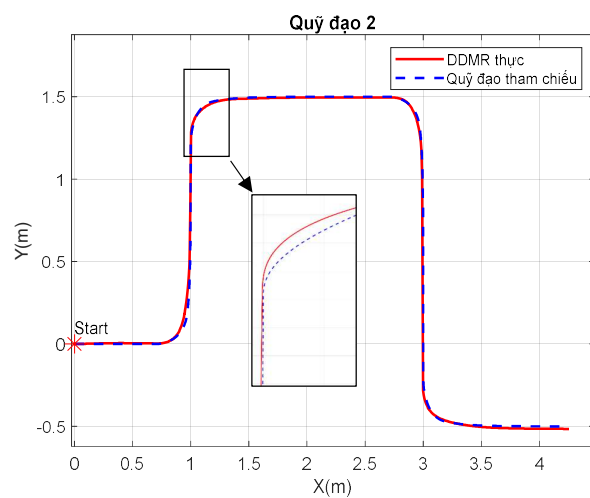


Hình 4.50 DDMR di chuyển theo quỹ đạo 1

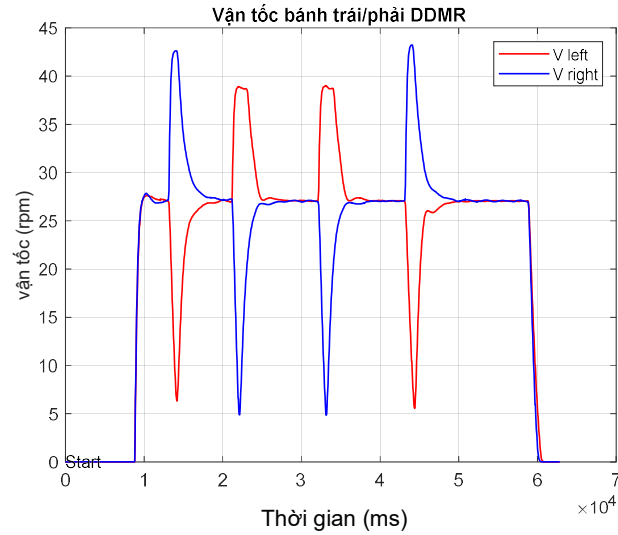


Hình 4.51 Vận tốc thực bánh trái/phải của DDMR theo quỹ đạo 1(rpm)

➤ **Quỹ đạo 2:** Quỹ đạo 2 bao gồm các tuyến đường thẳng và góc  $90^\circ$



Hình 4.52 DDMR di chuyển theo quỹ đạo 2



Hình 4.53 Vận tốc thực bánh trái/phải của DDMR theo quỹ đạo 2 (rpm)

Bảng 4.7 Sai số vị trí kết quả thực nghiệm theo quỹ đạo 2 (kịch bản 1)

|                                                    | <b>Kịch bản 1</b> |
|----------------------------------------------------|-------------------|
| Sai số vị trí đoạn đường thẳng sau 2 giây (m)      | 0.0016            |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 1 (m) | 0.02              |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 2 (m) | 0.01              |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 3 (m) | 0.015             |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 4 (m) | 0.012             |

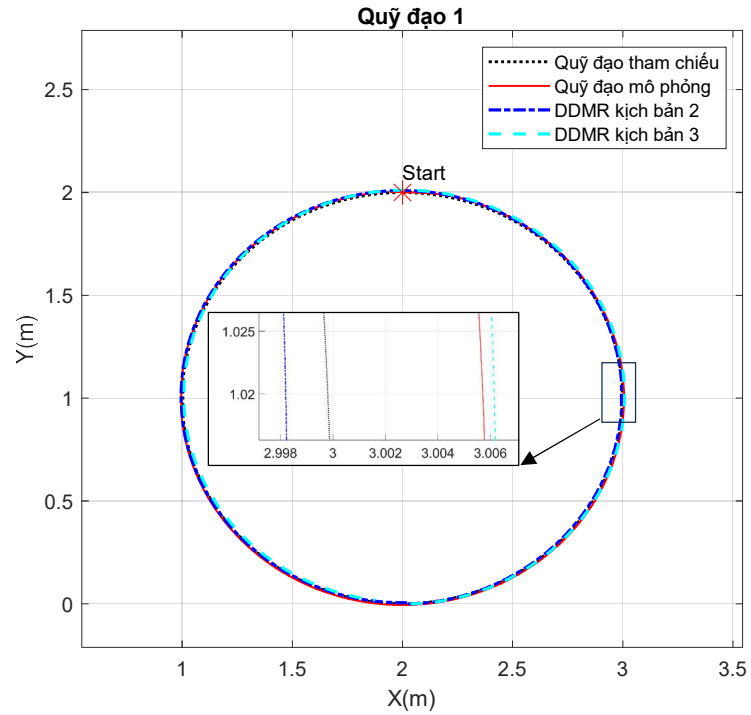
**Kịch bản 2, 3:** thực nghiệm được tiến hành theo kịch bản 2 và 3 với 2 quỹ đạo khác nhau và được thể hiện trên cùng hệ tọa độ để đánh giá

➤ **Quỹ đạo 1:** Hình tròn bán kính 1m (tương tự kịch bản 1)

Kết quả thực nghiệm giữa kịch bản 2 và 3 được thể hiện trên. Bảng 4.8 thể hiện sai số vị trí cụ thể sau một khoảng thời gian ngắn.

Bảng 4.8 Sai số vị trí giữa thực nghiệm và mô phỏng theo quỹ đạo 1

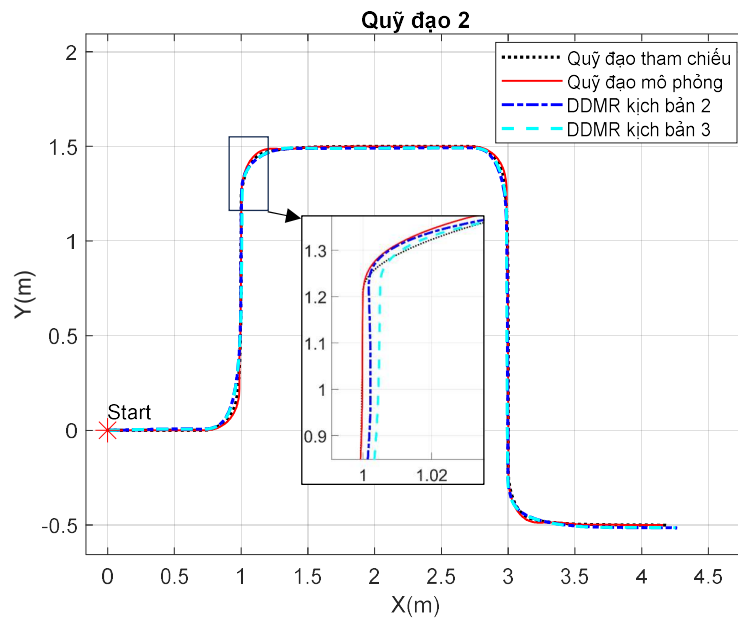
|                              | <b>Mô phỏng</b> | <b>Thực nghiệm<br/>kịch bản 2</b> | <b>Thực nghiệm<br/>kịch bản 3</b> |
|------------------------------|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Sai số vị trí sau 3 giây (m) | 0.006           | 0.004                             | 0.008                             |



Hình 4.54 Kết quả DDMR theo quỹ đạo 1 (Kịch bản 2&3)

➤ **Quỹ đạo 2:** tương tự kịch bản 1

Kết quả thực nghiệm trong kịch bản 2 và 3 theo quỹ đạo 2 được thể hiện trên Hình 4.55. Bảng 4.9 thể hiện sai số tại các vị trí  $90^\circ$ , đây là các vị trí gây ra sai số cao nhất.



Hình 4.55 Kết quả DDMR theo quỹ đạo 2 (Kịch bản 2&3)

Bảng 4.9 Sai số vị trí giữa thực nghiệm và mô phỏng theo quỹ đạo 2

|                                                    | <b>Mô phỏng</b> | <b>Thực nghiệm<br/>kịch bản 2</b> | <b>Thực nghiệm<br/>kịch bản 3</b> |
|----------------------------------------------------|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Sai số vị trí đoạn đường thẳng sau 2 giây (m)      | 0.001           | 0.002                             | 0.0025                            |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 1 (m) | 0.015           | 0.03                              | 0.032                             |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 2 (m) | 0.016           | 0.014                             | 0.01                              |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 3 (m) | 0.015           | 0.015                             | 0.02                              |
| Sai số lớn nhất đoạn cong 90 <sup>0</sup> số 4 (m) | 0.014           | 0.022                             | 0.023                             |

#### 4.6 Kết luận:

Phương pháp điều khiển quỹ đạo dựa trên 2TSM, được thiết kế và trình bày trong Chương 4, đã đáp ứng đầy đủ các yêu cầu đặt ra trong luận án thông qua cả phân tích mô phỏng và kiểm chứng thực nghiệm. Kết quả thể hiện trong các Bảng 4.6 đến Bảng 4.9 cho thấy phương pháp này đạt được độ chính xác vượt trội và hiệu quả rõ rệt trong việc triệt tiêu hiện tượng chattering so với các phương pháp điều khiển khác. Hơn nữa, trong các thử nghiệm với nhiều kịch bản khác nhau, phương pháp đề xuất tiếp tục khẳng định được tính bền vững và khả năng đáp ứng theo đúng kỳ vọng. Và điều quan trọng nhất, phương pháp này chứng minh được khả năng áp dụng trực tiếp và các hệ cơ điện mà không gây hư hỏng thiết bị.

## KẾT LUẬN

### Những nội dung nghiên cứu chính của luận án

Luận án đã tập trung nghiên cứu giải pháp khắc phục nhược điểm của điều khiển trượt là hiện tượng chattering mà vẫn giữ được các ưu điểm cơ bản là: bền vững trước các bất định và độ chính xác cao.

Trong Chương 2, luận án đã trình bày cơ sở lý thuyết của điều khiển trượt và mô hình hóa hệ thống DDMR cùng các bất định cần giải quyết. Từ nền tảng lý thuyết đó, chương 3 luận án đã phân tích ưu nhược điểm của các phương pháp khử chattering hiện tại theo hướng nâng bậc cho mặt trượt, qua đó phát triển phương án sử dụng mặt trượt 2TSM. Dựa trên mặt trượt 2TSM này, chương 4 đã trình bày thiết kế bộ điều khiển quỹ đạo và kết quả thực nghiệm để chứng minh hiệu quả bộ điều khiển.

### Những đóng góp khoa học mới của luận án

Luận án có 2 đóng góp chính đó là:

- Thiết kế mặt trượt Terminal Sliding Mode bậc 2 hoàn chỉnh với các khả năng:
  - Loại bỏ chattering trong tín hiệu điều khiển mà vẫn giữ được tính bền vững của SMC,
  - Trạng thái hội tụ về điểm cân bằng trong thời gian hữu hạn,
  - Có thể tính toán được thông số bộ điều khiển,
  - Có thể đo lường được thời gian đáp ứng trạng thái,
  - Dễ dàng hiệu chỉnh bộ điều khiển.
- Thiết kế bộ điều khiển quỹ đạo cho hệ DDMR, trong đó xét đến các yếu tố bất định mô hình, nhiều không xác định.

Trong các kết quả của luận án, có 02 điểm rất quan trọng mà chưa có nghiên cứu khác giải quyết được đó là: tính toán được thông số bộ điều khiển và đo lường được thời gian đáp ứng trạng thái của phương pháp 2TSM.

### Hướng phát triển của luận án

Phát triển giải pháp hoàn chỉnh cho hệ thống xe lăn điện tự hành có thể di chuyển trong những khu vực trong khuôn viên quy định.

Tiếp tục nghiên cứu, phát triển lý thuyết trượt cho các bộ điều khiển mô men cho các hệ cơ điện khác như: cánh tay robot, drone, v.v..

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

1. **TNT Cao**, TB Pham, TN Nguyen, DL Vu, & NV Truong, 2024, *Second-Order Terminal Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of a Differential Drive Robot*. Mathematics, 12(17), 2657
2. **TNT Cao** & Pham, Binh & Tran, Hieu & Gia, Long & Nguyen, No & Truong, Vu. (2024). *Non-singular terminal sliding mode control for trajectory-tracking of a differential drive robot*. E3S Web of Conferences. 496. 10.1051/e3sconf/202449602005.
3. Pham, Thanh-Binh & **TNT Cao** & Nguyen, Tan-No & Truong, Nguyen-Vu. (2025). *Adaptive Full Order Sliding Mode Control for Electrical Motor Drive*. E3S Web of Conferences. 626. 02001. 10.1051/e3sconf/202562602001.
4. Dang-Phuc Tran, **TNT Cao**, Duc-Hieu Tran, Tan-No Nguyen and Nguyen-Vu Truong. (2025). *Electrical motor drive parameter estimation via higher order sliding mode control*. E3S Web of Conferences. 626. 02002. 10.1051/e3sconf/202562602002

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Kate Delaney, MD, Thao Doan, MD, MPH, Michael Manguinao, DO, MPH , 2025, Wheelchair and Power Mobility for Adults, *American Academy of Physical Medicine and Rehabilitation*.
- [2] R. H. Wang, W. C. Miller, and K. M. Chan, 2014, Power wheelchair driving challenges in the community: a users' perspective, *Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, 9(1), tr. 70–75.
- [3] Xiang H, Chany AM, Smith GA, 2006, Wheelchair related injuries treated in US emergency departments, *Inj Prev*, 12(1), tr.8-11.
- [4] Mecifi, M., Boumediene, A., & Boubekur, D, 2021, Fuzzy sliding mode control for trajectory tracking of an electric powered wheelchair. *AIMS Electronics and Electrical Engineering*, 5(2), 176–193.
- [5] Huang, H., & Gao, J, 2024, Backstepping and Novel Sliding Mode Trajectory Tracking Controller for Wheeled Mobile Robots, *Mathematics*, 12(10), 1458
- [6] Bayoumi, Azza, 2016, Wheeled Mobile Robot Trajectory Tracking using Sliding Mode Control. *Journal of Computer Science*. 12. 48-55
- [7] Solea, R. & Filipescu, A. & Nunes, Urbano, 2009, Sliding-mode control for trajectory-tracking of a Wheeled Mobile Robot in presence of uncertainties, *7th Asian Control Conference*, tr.1701-1706.
- [8] BeloboMevo, B., Saad, M. R., & Fareh, R, 2018, Adaptive Sliding Mode Control of Wheeled Mobile Robot with Nonlinear Model and Uncertainties, *IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering (CCECE)*, tr.1-5.
- [9] Le Thi Thu Uyen, Trí Nguyễn, Mạnh Nguyễn, Đăng, Đậu, Nam, Tran Son, Đặng Phương, Hồ, 2024, Nâng cao chất lượng điều khiển bám quỹ đạo cho robot di động Nonholonomic trên cơ sở kết hợp điều khiển trượt và bộ quan sát trạng thái mở rộng, *Hội nghị Quốc gia lần thứ 27 về Điện tử, Truyền thông và Công nghệ Thông tin*.
- [10] Nguyễn Minh Đông, T. T. Ngo Manh, Đỗ Quang Hiệp, Bùi Văn Bắc, Chu Văn Vương, and Nguyễn Đức Thắng, 2022, Research dynamic surface control for four Mecanum wheeled mobile robot , *JMST*, no. FEE, pp. 41–49.
- [11] J. Yang, J. Kim, 1999, Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(3), tr. 578-587.
- [12] Lingrong, D., & Zhixiang, 2011, First Order Dynamic Sliding Mode Control for Wheeled Mobile Robots, *Innovative Computing and Information*, 373–381, 2011.

- [13] H. Cen, B. K. Singh, 2021, Nonholonomic Wheeled Mobile Robot Trajectory Tracking Control Based on Improved Sliding Mode Variable Structure, *Wireless Communications and Mobile Computing*.
- [14] Z. Sun, H. Xie, J. Zheng, Z. Man, D. He, 2021, Path-following control of Mecanum-wheels omnidirectional mobile robots using nonsingular terminal sliding mode, *Mechanical Systems and Signal*.
- [15] J. Y. Zhai, Z. B. Song, 2019, Adaptive sliding mode trajectory tracking control for wheeled mobile robots, *International Journal of Control*, 92(10), tr. 2255-2262
- [16] D. Chwa, 2004, Sliding-mode tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots in polar coordinates, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(4), tr. 637-644.
- [17] Abolfathnikranjbar, & Haidari, Masoud & Atai, Ali Asghar, 2018, Adaptive Sliding Mode Tracking Control of Mobile Robot in Dynamic Environment Using Artificial Potential Fields, *Journal of Computer and Robotics*, 11.
- [18] J. K. Lee, J. B. Park, Y. H. Choi, 2013, Tracking Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robot Based on New Sliding Surface with Approach Angle, in *Proc. 3rd IFAC Symposium on Telematics Applications*, 46, tr. 38-43.
- [19] Moudoud, Brahim & Aissaoui, Hicham, 2024, Fixed-time adaptive sliding mode-based trajectory tracking control for Wheeled Mobile Robot: Theoretical development and real-time implementation. *e-Prime - Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*.
- [20] Emam, H. & Hamam, Yskandar & Monacelli, Eric & Mougharbel, Imad, 2007, Dynamic model of electrical wheelchair with sliding detection, *6th EUROSIM Congress on Modelling and Simulation*.
- [21] R. Fierro and F.L. Lewis, 1991, Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics, *Journal of Robotic Systems*, 14(3), tr. 149-163.
- [22] Chocoteco JA, Morales R, Feliu V, Sira-Ramírez H, 2015, Robust output feedback control for the trajectory tracking of robotic wheelchairs, *Robotica*. 2015;33(1):41-59
- [23] Saadatzi, M. N., Sakhavi, S., Amini, M., & Khayatian, A, 2014, Application of MIMO disturbance observer to control of an electric wheelchair using NSGA-II, *Journal of Mechatronics and Smart Systems*, 1(2), 122–137.
- [24] Feng, G., et al, 2021, Robust observer-based tracking control under actuator saturation for power-assisted wheelchairs, *Mechatronics*, 74, 102599.
- [25] F. N. Martins, W. C. Celeste, R. Carelli, M. Silho, T. Bastos, 2008, An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking, *Control Engineering Practice*, 16(11), tr.1354-1363.

- [26] J. Huang, C. Wen, W. Wang, Z. P. Jiang, 2014, Adaptive output feedback tracking control of a nonholonomic mobile robot, *Automatica*, 50(3), tr. 821-831.
- [27] Caracciolo, L., de Luca, A., & Iannitti, 1999, Trajectory tracking control of a four-wheel differentially driven mobile robot, *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- [28] Sun, S., 2005, Designing approach on trajectory-tracking control of mobile robot, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, tr.81–85.
- [29] K. Maatoug, M. Njah and M. Jallouli, 2019, Electric Wheelchair Trajectory Tracking Control based on Fuzzy Logic Controller, *19th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, tr.191-195.
- [30] A. Amrane and Y. Zennir, 2023, Trajectory Tracking Control of an Autonomous Electric Wheelchair Using Particle Swarm Optimization Based PID Controller, *11th International Conference on Systems and Control (ICSC), Sousse, Tunisia*, tr.731-736.
- [31] T. Fukao, H. Nakagawa, N. Adachi, 2000, Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(5), tr. 609-615.
- [32] Shojaei, Khoshnam & Mohammad Shahri, Alireza & Tarakameh, Ahmadreza & Tabibian, Behzad, 2011, Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot, *Robotica*, 29, tr.391-402.
- [33] Li, Z., Deng, J., Lu, R., Xu, Y., Bai, J., & Su, C.-Y, 2016, Trajectory-Tracking Control of Mobile Robot Systems Incorporating Neural-Dynamic Optimized Model Predictive Approach, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 46(6), tr.740–749.
- [34] Trujillo, Darwin & Morales, Luis & Chavez Garcia, Geovanny & Pozo, David, 2023, Trajectory Tracking Control of a Mobile Robot using Neural Networks, *Emerging Science Journal*, 7, tr.1843-1862.
- [35] R. L. S. Sousa, M. D. do Nascimento Forte, F. G. Nogueira, B. C. Torrico, 2016, Trajectory tracking control of a nonholonomic mobile robot with differential drive, *Proc. IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, tr.1-6.
- [36] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, T. Noguchi, 1990, A stable tracking control method for an autonomous mobile robot, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, tr. 384-389.
- [37] V. Utkin, 1977, Variable structure systems with sliding modes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2), tr. 212-222.
- [38] Luo, M., Yu, Z., Xiao, Y., Xiong, L., Xu, Q., Ma, L., & Wu, Z., 2023, Full-order adaptive sliding mode control with extended state observer for high-speed PMSM speed regulation. *Scientific Reports*, 13(1), 6200.

- [39] C. Zhang, S. Yu and Y. Yan, 2022, Disturbance observer-based Super-twisting Sliding Mode Control for Autonomous Surface Vessels, *41st Chinese Control Conference (CCC), Hefei, China, 2022*, pp. 474-479.
- [40] S. -L. Shi, J. -X. Li and Y. -M. Fang, 2018, Extended-State-Observer-Based Chattering Free Sliding Mode Control for Nonlinear Systems With Mismatched Disturbance, in *IEEE Access*, vol. 6, pp. 22952-22957.
- [41] Nguyen, D. G., Tran, D. T., & Ahn, K. K, 2021, Disturbance Observer-Based Chattering-Attenuated Terminal Sliding Mode Control for Nonlinear Systems Subject to Matched and Mismatched Disturbances. *Applied Sciences*, 11(17), 8158
- [42] G. Bartolini, A. Ferrara and E. Usai, 1998, Chattering avoidance by second-order sliding mode control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(2), tr. 241-246.
- [43] Arie.Levant, 2005, Homogeneity approach to high-order sliding mode design, *Automatica*, 41(5), tr.823-830.
- [44] Arie.Levant, 2007, Principles of 2-sliding mode design, *Automatica*, 43(4), tr.576–586.
- [45] Nguyen, Tan-No & Pham, Thanh-Binh & Hoang, Van-Trong & Nguyen, Tien & Nguyen, Viet-Long & Truong, Nguyen-Vu, 2021, Efficient Sensorless Speed Estimation of Electrical Servo Drives Using a Full-Order Nonsingular Terminal Sliding Mode Observer. *Mathematical Problems in Engineering*
- [46] Feng, Yong & Zhou, Minghao & Yu, Xinghuo & Fengling, Han, 2018, Full-Order Sliding-Mode Control of Rigid Robotic Manipulators: Full-Order Sliding-Mode Control. *Asian Journal of Control*. 21. 10.1002/asjc.1813.
- [47] Ferrara, A., Magnani, L., 2007, Motion Control of Rigid Robot Manipulators via First and Second Order Sliding Modes. *J Intell Robot Syst* 48, tr.23–36.
- [48] X. Du, X. Fang and F. Liu, 2019, Continuous Full-Order Nonsingular Terminal Sliding Mode Control for Systems With Matched and Mismatched Disturbances, *IEEE Access*, vol. 7, tr. 130970-130976,.
- [49] Feng, Yong & Fengling, Han & Yu, Xinghuo, 2014, Chattering free full-order sliding-mode control, *Automatica*.
- [50] X. Yu, Y. Feng and Z. Man, 2021, Terminal Sliding Mode Control – An Overview, *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, 2, tr. 36-52.
- [51] Dorato, P, An Overview of Finite-Time Stability. In: Menini, L., Zaccarian, L., Abdallah, C.T. (eds), *Current Trends in Nonlinear Systems and Control*, tr. 185-194, 2006.

- [52] Utkin, V., Guldner, J., & Shi, J. (2009). Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems (2nd ed.). CRC Press.
- [53] Edwards, C., & Spurgeon, S.K, 1998, *Sliding Mode Control: Theory And Applications* (1st ed.), CRC Press.
- [54] Yu, X., & Man, Z., 1996, Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes, *International Journal of Control*, tr.1165–1176.
- [55] S. T. Venkataraman and S. Gulati, 1992, Control of Nonlinear Systems Using Terminal Sliding Modes, *American Control Conference*, tr. 891-893.
- [56] N. S. Nise, 2019, Control Systems Engineering, *USA: Wiley*.
- [57] Feng, Yong & Yu, Xinghuo & Man, Zhihong, “Non-Singular Adaptive Terminal Sliding Mode Control of Rigid Manipulators”, *Automatica*, 2002
- [58] Chen, W. (2004). The Electrical Engineering Handbook.
- [59] Man Zhihong, A. P. Paplinski and H. R. Wu, "A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 12, pp. 2464-2469, 1994.
- [60] Man Zhihong and Xing Huo Yu, "Terminal sliding mode control of MIMO linear systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 44, no. 11, pp. 1065-1070, 1997.
- [61] Mobayen, S., Tchier, F., & Ragoub, L., “Design of an adaptive tracker for n-link rigid robotic manipulators based on super-twisting global nonlinear sliding mode control”, *International Journal of Systems Science*, 48(9), 2017.
- [62] Bhat, S. P., & Bernstein, D. S., 1997, Finite-time stability of homogeneous systems, *Proc. American control conf*, tr. 1073–1078.
- [63] G. Dudek, M. Jenkin, 2010, *Computational principles of mobile robotics*, Cambridge University Press.
- [64] Choset, Howie & Lynch, K. & Hutchinson, S. & Kantor, George & Burgard, Wolfram & Kavraki, Lydia & Thrun, Sebastian, 2005, *Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms and Implementation*, MIT Pres.
- [65] Kamper, Derek & Parnianpour, Mohamad & Barin, K & Adams, T & Linden, Maureen & Hemami, H, 1999, Postural stability of wheelchair users exposed to sustained, external perturbations, *Journal of rehabilitation research and development*, 36, tr.121-32.
- [66] Kończak, Michał & Kukla, Mateusz, 2024, Method for determining the center of gravity height in wheelchairs, *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*, tr. 43-53.

- [67] S. Kim, 2019, Moment of Inertia and Friction Torque Coefficient Identification in a Servo Drive System, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(1), tr. 60-70.
- [68] Liu, Kan and Zi Qiang Zhu, 2017, Fast Determination of Moment of Inertia of Permanent Magnet Synchronous Machine Drives for Design of Speed Loop Regulator, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, tr.1816-1824.
- [69] Feng, Yong et al, 2013, High-Order Terminal Sliding-Mode Observer for Parameter Estimation of a Permanent-Magnet Synchronous Motor, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, tr.4272-4280.
- [70] Y. Feng, J. Zheng, X. Yu, N. V. Truong, 2009, Hybrid Terminal Sliding-Mode Observer Design Method for a Permanent-Magnet Synchronous Motor Control System, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9), tr. 3424-3431.
- [71] L. Yang, S. Pan, 2018, A Sliding mode control method for trajectory tracking control of wheeled mobile robot, *Journal of Physics: Conference Series*, tr. 26–28.
- [72] J. Huang, C. Wen, W. Wang, Z. P. Jiang, 2014, Adaptive output feedback tracking control of a nonholonomic mobile robot, *Automatica*, 50(3), tr. 821-831.
- [73] J. Zheng, H. Wang, Z. Man, J. Jin, M. Fu, 2015, Robust Motion Control of a Linear Motor Positioner Using Fast Non-singular Terminal Sliding Mode, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(4), tr. 1743-1752.
- [74] N. Nguyen, B. Pham, T. Hoang, T. Nguyen, L. Nguyen and N. Truong, 2021, Efficient sensorless speed estimation of electrical servo drives using a full order nonsingular terminal sliding mode observer, *Mathematical Problems in Engineering*.