

BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

PHẠM NGỌC THU'

**DI THƯỜNG VẬT LÝ B
TRONG MÔ HÌNH 3-3-1 ĐẢO TỐI THIỂU**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC VẬT CHẤT

Ngành: Vật lý lý thuyết và vật lý toán

Mã số: 9 44 01 03

**Xác nhận của Học viện
Khoa học và Công nghệ**



Nguyễn Thị Trung

Người hướng dẫn 1

PGS. TS. Đỗ Thị Hương

Người hướng dẫn 2

GS. TS. Hoàng Ngọc Long

Hà Nội - 2025

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận án "*Dị thường vật lý B trong mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu*" là công trình nghiên cứu của chính mình dưới sự hướng dẫn khoa học của tập thể hướng dẫn. Luận án sử dụng thông tin trích dẫn từ nhiều nguồn tham khảo khác nhau và các thông tin trích dẫn được ghi rõ nguồn gốc. Các kết quả nghiên cứu của tôi được công bố chung với các tác giả khác đã được sự nhất trí của đồng tác giả khi đưa vào luận án. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận án là hoàn toàn trung thực và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác ngoài các công trình công bố của tác giả. Luận án được hoàn thành trong thời gian tôi làm nghiên cứu sinh tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Hà Nội, ngày 07 tháng 07 năm 2025



Phạm Ngọc Thư

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên, tôi muốn bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến hai thầy cô hướng dẫn của tôi là PGS.TS. Đỗ Thị Hương và GS.TS. Hoàng Ngọc Long. Thầy cô là những người đã chỉ bảo tôi nhiều điều về vật lý, về sự nghiêm khắc, nghiêm túc trong chuyên môn, tuy nhiên trong đời sống lại rất gần gũi, luôn cố gắng giúp đỡ học trò cả về tinh thần lẫn vật chất. Tôi tự hào vì được làm học trò của thầy cô. Kính chúc thầy cô luôn mạnh khỏe và hạnh phúc.

Tôi xin cảm ơn các thành viên của Trung tâm Vật lý lý thuyết - Viện Vật lý - Viện Hàn Lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam, đã tạo nhiều điều kiện thuận lợi giúp đỡ tôi trong thời gian làm nghiên cứu sinh. Bên cạnh đó, tôi cũng muốn cảm ơn tới các anh (chị) Vũ Hòa Bình, Nguyễn Thị Thắm, Lê Xuân Thùy, Nguyễn Tuấn Duy, đã có những chia sẻ hữu ích cho tôi về kiến thức cũng như cuộc sống.

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Ban Lãnh đạo Học viện và Phòng Đào tạo đã tạo điều kiện thuận lợi về môi trường học tập, nghiên cứu và hỗ trợ các thủ tục hành chính trong suốt quá trình tôi thực hiện luận án tại Học viện Khoa học và Công nghệ.

Tôi cũng xin cảm ơn các đồng chí lãnh đạo Bộ môn Vật lý, Khoa KHTN-CN và Trường Đại học Tây Bắc đã tạo điều kiện và giúp đỡ tôi trong quá trình học tập, nghiên cứu, và bảo vệ luận án.

Cuối cùng, tôi xin dành sự biết ơn tới gia đình mình vì tình yêu và sự ủng hộ vô điều kiện về mọi mặt, giúp tôi chuyên tâm nghiên cứu và hoàn thành luận án này.

Hà Nội, ngày 07 tháng 07 năm 2025

Phạm Ngọc Thư

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ KÝ VIẾT TẮT..	vii
DANH MỤC BẢNG	ix
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ	xii
MỞ ĐẦU	1
Chương 1. Giới thiệu về tính phổ quát vị lepton quark, dự đoán của mô hình chuẩn và dị thường vật lý mới	8
1.1. Tính phổ quát vị lepton-quark	8
1.1.1. Tính phổ quát vị lepton	8
1.1.2. Phân rã pion	12
1.1.3. Dòng Cabibbo	13
1.2. Mô hình chuẩn của vật lý hạt cơ bản	16
1.2.1. Phổ khối lượng của hạt vô hướng	18
1.2.2. Phổ khối lượng các trường chuẩn	19
1.2.3. Phổ khối lượng fermion	19
1.2.4. Dòng tương tác điện yếu trong SM	21
1.3. Các thực nghiệm về tính phổ quát vị lepton trong SM	25
1.3.1. Phần điện yếu	25
1.3.2. Sự phân rã của meson giả vô hướng	26
1.3.3. Phân rã của hạt cộng hưởng J/ψ (Quarkonia)	27
1.4. Đóng góp SM vào dị thường vật lý mới, vi phạm tính phổ quát của vị lepton	28
1.4.1. Dị thường trong kênh rã $b \rightarrow c\ell^- \bar{\nu}_\ell$	28
1.4.2. Dị thường trong kênh rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$	30

1.5. Kết luận chương 1	35
Chương 2. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong một số mô hình mở rộng	37
2.1. Mô hình với leptoquark	38
2.2. Các mô hình 3-3-1	39
2.2.1. Mô hình 3-3-1 thường	39
2.2.2. Mô hình 3-3-1 đảo	41
2.3. Mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu	43
2.3.1. Đối xứng chuẩn và phổ hạt	43
2.3.2. Phần phổ khối lượng của hạt vô hướng	45
2.3.3. Phổ khối lượng của các hạt boson chuẩn	49
2.3.4. Khối lượng các fermion	50
2.3.5. Dòng mang điện và dòng trung hòa	53
2.4. Kết luận chương 2	55
Chương 3. Nghiên cứu một số quá trình vi phạm tính phổ quát vị lepton trong mô hình MF331	57
3.1. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong $b \rightarrow sl^+l^-$	57
3.1.1. Hamiltonian hiệu dụng cho các quá trình phân rã gây ra bởi dịch chuyển $b - s$	57
3.1.2. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong kênh rã $B^+ \rightarrow K^+l^+l^-$	61
3.1.3. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong $B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-$	67
3.1.4. Kết luận	70
3.2. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong dịch chuyển quark $b \rightarrow c$ trong mô hình MF331	71
3.2.1. Ảnh hưởng của vật lý mới lên dòng mang điện	71
3.2.2. Hamiltonian hiệu dụng vi phạm vị trong dịch chuyển $u^i - d^j$	73
3.2.3. Khảo sát quá trình dịch chuyển $b \rightarrow c$ vi phạm tính phổ quát vị lepton	77
3.2.4. Nghiên cứu một số quan sát liên quan đến sự không phổ quát vị của tương tác	82
3.3. Phân tích tỉ số R_K, R_{K^*} dựa trên số liệu thực nghiệm mới năm 2022.	91
3.4. Kết luận chương 3	93
Kết luận	95

NHỮNG ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN	96
DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN	99
TÀI LIỆU THAM KHẢO	100
PHỤ LỤC	118
A. Mô hình cực tiểu với leptoquark	118
B. Các tham số xuất hiện trong ma trận khối lượng lepton	124
C. Hàm Γ^{ABC}	124
D. Các hàm $\Gamma^{U_l E_c}$, $\Gamma^{U_l \xi^0}$, $\Gamma^{U_l \xi}$	125

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ KÝ VIẾT TẮT

Viết tắt	Tên
SM	Standard Model (Mô hình chuẩn)
BSM	Beyond the Standard Model (Mô hình chuẩn mở rộng)
QCD	Quantum Chromodynamics (Sắc động lực học lượng tử)
NP	New Physics (Vật lý mới)
SSB	Spontaneous Symmetry Breaking (Phá vỡ đối xứng tự phát)
VEV	Vacuum Expectation Value (Giá trị trung bình chân không)
F331	Flipped 3-3-1 Model (Mô hình 3-3-1 đảo)
MF331	Minimal Flipped 3-3-1 Model (Mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu))
LHC	Large Hadron Collider (Máy gia tốc hạt lớn)
ILC	International Linear Collider (Máy gia tốc tuyến tính quốc tế)
CKM	Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
FCNC	Flavor Changing Neutral Current (Dòng trung hòa thay đổi vị)
FCCC	Flavor Changing Charged Current (Dòng mang điện thay đổi vị)
LU	Lepton Universality (Tính phổ quát của lepton)
LUV	Lepton Universality Violation (Sự vi phạm tính phổ quát của lepton)
LFU	Lepton Flavor Universality (Tính phổ quát vị lepton)
LFUV	Lepton Flavor Universality Violation (Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton)
NNLO	Next -to-Next-to-Leading Order (Bậc thứ ba trong lý thuyết nhiễu loạn)

LHCb	Large Hadron Collider beauty experiment (Thí nghiệm LHCb tại Máy Va chạm Hadron Lớn chuyên nghiên cứu các quark b)
LEP	Large Electron-Positron Collider (Máy va chạm electron-positron lớn)

DANH MỤC BẢNG

1.1	Số lepton và số vị lepton cho ba thế hệ lepton	9
1.2	Dị thường trong phép đo tỉ số R_D và R_{D^*}	29
1.3	Dự đoán của SM cho R_K và R_{K^*}	31
2.1	Sự sắp xếp của các hạt trong mô hình 3-3-1 thông thường cho giá trị β bất kỳ. ϕ_i là trường vô hướng trong khi tất cả các trường khác là fermion Weyl phân cực trái. β có thể đảo ngược dấu, khi đó đồng thời hoán đổi tất cả các biểu diễn $SU(3)_L$ thành các phản biểu diễn tương ứng.	40
2.2	Sự sắp xếp các hạt trong mô hình 3-3-1 đảo. ρ, χ, η và S là các trường vô hướng trong khi tất cả các trường khác là các fermion phân cực trái. a biểu diễn số vị. Các thành phần của tam tuyến $SU(3)_L$ trong cột thứ tư ứng với phân tích nhóm của SM được đưa ra trong cột thứ hai; đối với các bộ sáu, ξ^+, ξ^0, ξ^- và $S_{11}^{++}, S_{12}^+, S_{22}^0$ là thành phần của lục tuyến, $(\nu_e, e_e)^T$ và $(S_{13}^+, S_{23}^0)^T$ là lưỡng tuyến của $SU(2)_L$, trong khi E_e và S_{23}^0 là các đơn tuyến. .	43
2.3	Tích N của các đa tuyến trong mô hình.	45
2.4	Tích $B - L$ cho các hạt trong MF331.	45
2.5	Đỉnh tương tác của Z, Z' với các fermion.	55
3.1	Các giá trị của SM đang được sử dụng để tính số. Hệ số WCs trong SM, C_{1-10} tại thang $\mu = 5$ GeV, độ chính xác tính đến bậc NNLO. [163], [169]	64

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

1.1	Minh họa về chuyển đổi $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$ trong SM trong trường hợp một meson B phân rã thành một meson H không xác định [63]. . .	28
1.2	Minh họa về chuyển đổi $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ trong SM trong trường hợp một meson B phân rã thành một meson H không xác định [63]. . .	30
2.1	Giản đồ chim cánh cụt cho đóng góp mới vào tỉ số R_D, R_{D^*}	41
2.2	Giản đồ chim cánh cụt cho đóng góp mới vào tỉ số R_K, R_{K^*}	41
3.1	Giản đồ chim cánh cụt γ, Z, Z' do boson chuẩn mang điện $X_\mu^\pm$ mới gây ra. Phần gạch biểu thị cho sự kết hợp của boson $X^\pm$ và quark mới U là đường trong.	59
3.2	Giản đồ hộp chỉ cho thế hệ lepton đầu tiên.	61
3.3	Đồ thị hiển thị không gian tham số khả thi thu được từ phép đo gần đây nhất [38], $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.846_{-0.039-0.012}^{+0.042+0.013}$. Ở đây $m_U = m_{\xi^0} + \delta$	65
3.4	Tỷ số R_K như là hàm của khối lượng các fermion mới trong trường hợp không có sự suy biến khối lượng.	66
3.5	Tỷ số R_K như là hàm của khối lượng các quark ngoại lai khi đóng góp của các giản đồ hộp $\Delta C_{9,10}^{\text{box}-e}$ bị loại trừ.	67
3.6	Các giá trị khả thi (xanh lam, cam) thỏa mãn giá trị thực nghiệm của $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.685_{-0.069}^{+0.113} \pm 0.047$ [39]. Ở đây $m_U = m_{\xi^0} + \delta$	69
3.7	Bảng bên trên và bên dưới hiển thị tương ứng các vùng tham số cho cả hai giá trị thực nghiệm $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2)$ [38] và $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2)$ [39], với $m_{Z'} = m_{\xi^0}$ và $m_{Z'} = m_{\xi^0} + \delta$	70
3.8	Các giản đồ chim cánh cụt nhận được từ SM	74

3.9	Các giản đồ chim cánh cụt nhận được từ các tương tác mới	74
3.10	Giản đồ hộp	75
3.11	Không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc của thực nghiệm $R(D), R(D^*), R(X_c)$ quan sát được cho kịch bản đầu tiên. Ở đây chúng tôi đã thiết lập $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$ và $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, $m_\xi =$ $m_{E_1} + \delta m, m_{\xi^0} = m_{E_1} - \delta m$. Các vùng màu xanh, cam, xanh lá cây phù hợp với phạm vi cho phép của thực nghiệm của $R(D), R(D^*)$ và $R(X_c)$ quan sát được tương ứng.	79
3.12	Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D), R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_n U_n$	80
3.13	Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D), R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_i U_i$	80
3.14	Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D), R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_i U_n$	81
3.15	Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D), R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_n U_i$	81
3.16	Các tỉ số $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$ được tạo thành các đường như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ tương ứng với trường hợp $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$	84
3.17	Các tỉ số $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$ được tạo thành các đường như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ tương ứng với trường hợp $E_n U_i$	85
3.18	Các tỉ số $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$ được tạo thành các đường như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ tương ứng với trường hợp $E_i U_n$	86
3.19	Các tỉ số, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi \nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}$ tương ứng với khung từ trái sang phải, được tạo thành đường viền như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ trong trường hợp: $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$	88
3.20	Các tỉ số $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi \nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}$, được tạo thành đường viền như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ trong hai trường hợp: $E_i U_n, E_n U_i$	89

3.21	Sự tương quan giữa R_K và R_{K^*} bằng cách gieo ngẫu nhiên các giá trị của $\delta m, m_{U_1}$ trong miền: $\delta \in [2, 20]$ GeV, $m_{U_1} \in [200, 5000]$ GeV. Từ dưới lên trên, các kịch bản là $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}; E_i U_n; E_n U_i$. Các đường màu xanh lá cây (màu đỏ) biểu thị giới hạn trên và dưới của các phép đo $R_K(R_{K^*})$ gần đây nhất [94, 95]	93
22	Giản đồ mức cây đóng góp vào phân rã yếu.	120
23	Giản đồ hộp đóng góp vào dịch chuyển $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$	122

MỞ ĐẦU

Lý do chọn đề tài

Mục tiêu tối thượng của khoa học nhằm mục đích trả lời những câu hỏi sau: Những thứ gì cấu thành nên vũ trụ? Những luật nào chi phối sự vận động của vũ trụ? Nguồn gốc của vũ trụ là gì? Số phận của vũ trụ ra sao? Tại sao loài người xuất hiện trên thế giới này? Nếu như trước kia chúng chỉ được mô tả bằng cảm tính trong triết học thì ngày nay, với sự phát triển không ngừng của tri thức nhân loại, chúng đã được mô tả bằng những khoa học chính xác mà hạt nhân là vật lý học hiện đại. Trong tự nhiên có bốn loại tương tác (lực) cơ bản: tương tác điện từ, tương tác yếu, tương tác mạnh và tương tác hấp dẫn. Ba tương tác đầu tác động ở thang vi mô như phân tử, nguyên tử, hạt nhân, hạt cơ bản được mô tả thành công bởi mô hình chuẩn (SM). Tương tác hấp dẫn hoạt động ở thang vĩ mô như Trái đất, Mặt trời, sao, thiên hà, vũ trụ, được mô tả thành công bởi thuyết tương đối rộng (General Relativity). Dưới những nền tảng cơ sở của vật lý hiện đại là mô hình chuẩn và thuyết tương đối rộng, chúng ta đã thành công trong giải thích các hiện tượng tự nhiên từ thế giới hạt cơ bản đến vũ trụ tổng thể.

Mô hình chuẩn là lý thuyết mô tả thống nhất tương tác mạnh và tương tác điện yếu dựa trên nhóm đối xứng chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Mọi hiện tượng vi mô có thể được giải thích qua mô hình chuẩn, gồm ba thế hệ fermion cùng với các hạt truyền tương tác yếu, điện từ, mạnh và hạt sinh khối lượng Higgs, với độ chính xác rất cao. SM đưa ra các tiên đoán về các đại lượng đo và đã được các nhà Vật lý thực nghiệm kiểm chứng trong các thí nghiệm với độ chính xác ngày càng cao. Cụ thể như các hạt W, Z boson được thực nghiệm kiểm chứng vào năm 1981 [1] với các tính chất khá phù hợp với tiên đoán của mô hình chuẩn. Đặc biệt, với việc sự tồn tại của hạt

Higgs với khối lượng 125 – 126 GeV vào cuối năm 2012, được đo độc lập bởi hai thí nghiệm ATLAS [2] và CMS [3] tại máy gia tốc năng lượng cao (LHC) của Trung tâm nghiên cứu hạt nhân Châu Âu, đã khẳng định tính đúng đắn của mô hình.

Tuy nhiên, một số kết quả thực nghiệm gần đây chỉ ra SM không thể giải thích được như: Các dao động của neutrino chứng tỏ neutrino có khối lượng nhỏ và trộn lẫn tuy nhiên SM dự đoán neutrino là không có khối lượng [4–10], các bằng chứng về sự tồn tại của vật chất tối [11] nhưng SM không tiên đoán về chúng. Ngoài ra còn một số các câu hỏi được đặt ra về nguồn gốc của sự bất đối xứng vật chất-phản vật chất [12], vi phạm CP trong tương tác mạnh [13], tại sao chỉ có ba thế hệ fermion, vì sao top quark nặng bất thường, tại sao có sự phân bậc khối lượng giữa các thế hệ, sự lượng tử hóa điện tích... Điều này thúc đẩy việc đưa ra các đề xuất mở rộng SM để giải thích các vấn đề cả về lý thuyết và thực nghiệm trên, đồng thời cũng sẽ đưa ra các tiên đoán về các hạt vật lý mới cũng như các hiện tượng luận mới xuất hiện trong mô hình. Đây cũng sẽ là một trong những động lực để các thí nghiệm ngày càng được nâng cấp. Trong những năm gần đây, thang năng lượng hoạt động của máy gia tốc LHC ngày càng được mở rộng: 7 TeV năm 2011, 8 TeV năm 2012, 13 TeV năm 2015. Kết quả là các dữ liệu của ATLAS, CMS, LHCb thu được từ LHC và từ hai nhóm độc lập Belle, BaBar không chỉ kiểm chứng chính xác hơn về các tiên đoán của SM mà còn cho khả năng tìm kiếm các hạt vật lý mới và tín hiệu vật lý mới (NP). Tuy chưa có một bằng chứng trực tiếp nào về sự tồn tại của các hạt mới nhưng các kết quả phân tích thu được cho thấy sự tồn tại của các quá trình vật lý mà trong SM không có hoặc lệch so với dự đoán của SM thường được gọi là các dị thường vật lý, với độ chính xác từ $2-4\sigma$. Chúng xuất hiện có thể là do sự hiểu biết về các hiệu ứng nhiễu loạn chưa đầy đủ hoặc cũng có thể là tín hiệu về vật lý mới. Các giới hạn nghiên cứu của thực nghiệm sẽ giúp áp đặt lên vùng không gian tham số trong các mô hình mở rộng. Từ đó các nhà Vật lý lý thuyết sẽ cải thiện các tiên đoán để nó bám sát các kết quả của thực nghiệm.

Fermion trong SM có cấu trúc thế hệ và được sắp xếp lại giữa các thế hệ dưới đối xứng chuẩn. Nói cách khác các thế hệ fermion không phân biệt dưới tương tác chuẩn. Hiệu ứng khác nhau chỉ đến từ các tương tác Yukawa sinh khối lượng fermion phân bậc. Ví dụ, trong SM các boson chuẩn điện yếu Z và $W^\pm$ có tương tác giống hệt nhau với cả ba vị lepton e, μ, τ . Điều đó có

nghĩa là các tỉ số rẽ nhánh của Z, W cho các quá trình rẽ liên quan đến các thể hệ lepton khác nhau không phụ thuộc vào thể hệ (vị) lepton, mà chỉ khác nhau bởi không gian pha và đóng góp chủ đạo của dòng phân cực trái. Đây còn được gọi là tính phổ quát vị lepton (LFU) và đã được thực nghiệm xác nhận trong một số quá trình phân rẽ của tau, phân rẽ của mesons nhẹ, cũng như tương tác của các gauge bosons. Bản chất của tính phổ quát vị lepton là sự đồng nhất hoàn toàn về cường độ tương tác, xác suất tương tác, và cấu trúc tương tác của các lepton tích điện (e, μ, τ) trong tương tác yếu thông qua boson W và Z trong Mô hình Chuẩn. Bất kỳ sự vi phạm nào của tính phổ quát vị lepton (LFUV) được ghi nhận bằng thực nghiệm cũng sẽ có thể là dấu hiệu của vật lý mới ngoài SM.

Một vài kết quả thực nghiệm gần đây cho thấy có thể có dấu hiệu của sự vi phạm tính phổ quát vị lepton thông qua các kênh rẽ bán lepton của B meson. Cụ thể là:

i) Sự dịch chuyển quark $b \rightarrow c$ trong các dòng tương tác mang điện thay đổi vị (FCCC) trong các kênh rẽ bán lepton của B meson. Tỉ số rẽ $R(D), R(D^{(*)})$ được xác định bởi Babar [14,15], Belle [16–18], và LHCb [19,20] cho thấy có sự chênh lệch với dự đoán của SM [20–26]. Dự đoán của SM thấp hơn so với phép đo.

ii) Ngoài tỉ số trên, sự vi phạm tính phổ quát vị lepton (LUV) còn xuất hiện trong sự dịch chuyển quark $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ với $\ell = e, \mu$ trong dòng trung hòa thay đổi vị (FCNC). Do không có dòng trung hòa thay đổi vị ở mức cây trong SM, nó chỉ có thể xuất hiện ở các bậc bổ đính như các giản đồ vòng hoặc giản đồ hộp theo cơ chế GIM, và do đó chúng có bề rộng rẽ riêng cực kỳ nhỏ $\mathcal{O}(10^{-6} \sim 10^{-7})$. Bất kỳ một đóng góp mới nào ở mức cây sẽ dẫn đến sự chênh lệch đáng kể so với tiên đoán của SM. Điều này dẫn đến những kênh rẽ FCNC $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ này là rất nhạy với vật lý mới. Phép đo tỉ lệ rẽ nhánh của $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$ trong LHCb [27] thấp hơn so với ước tính của SM; đối với kênh rẽ $B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-$ thì thí nghiệm Belle [28] cho chênh lệch với SM thấp hơn 2.6σ , nhóm CMS lại cho kết quả đồng nhất với SM trong khoảng 1σ [29,30], còn LHCb thì vẫn thấp hơn dự đoán của SM [31]. Kết quả cũng tương tự là thấp hơn cho phép đo $Br(B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-)$ trong LHCb [32]. Ngoài ra kênh rẽ $B^0 \rightarrow K^{0*}e^+e^-$ là phù hợp với SM hơn kênh rẽ $B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-$ [35]. Dị thường của góc P'_5 trong kênh rẽ $B^0 \rightarrow K^{0*}\mu^+\mu^-$ có các kết quả sai khác với dự đoán của SM khoảng 3.3σ trong miền bình

phương xung lượng bất biến của cặp muon đi ra $q^2 \in [4.0, 6.0]$ GeV² quan sát bởi LHCb [33, 34] và kết quả công bố bởi ATLAS [36]. Các giá trị của P'_5 cho các chênh lệch cỡ 2.5σ và 2.9σ tương ứng với hai vùng $q^2 \in [4.0, 6.0]$ GeV² và cho $q^2 \in [6.0, 8.0]$ GeV² so với tiên đoán trong SM cũng được ghi nhận bởi trong báo cáo mới cập nhật gần đây của LHCb [37, 38].

Ngoài ra, tỉ số giữa hai tỉ lệ rẽ nhánh

$$R_K = \frac{\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}, \quad R_{K^*} = \frac{\text{Br}(B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B^0 \rightarrow K^{0*} e^+ e^-)}$$

cũng cho thấy bằng chứng về sự vi phạm tính phổ quát vị lepton [39–43]. Theo tính phổ quát của lepton, trong SM, tỉ số này là $R_{K^{(*)}}^{\text{SM}} \simeq 1.00 \pm 0.01$ [44, 45] trong đó sai số rất nhỏ chủ yếu gây nên bởi bỏ đỉnh QED vào cỡ 1% (Tỉ số này không bị ảnh hưởng bởi độ bất định QCD xuất hiện từ thừa số dạng-form factor). Tuy nhiên các dữ liệu thực nghiệm lại cho thấy các tỉ số này nhỏ hơn so với tính toán của SM. Với R_{K^*} , LHCb cho kết quả thấp hơn dự đoán SM tương ứng 2.5σ và 2.4σ khi đo trong hai miền bình phương xung lượng bất biến của cặp lepton đi ra $q^2 \in [0.045, 1.1]$ GeV² và $q^2 \in [1.1, 6.0]$ GeV² [39]. Kết quả mới được cập nhật gần đây bởi LHCb [41] của R_K cho thấy chênh lệch với tiên đoán SM là 3.1σ , lớn hơn so với kết quả thực nghiệm trước đây [42, 43], với miền $q^2 \in [1.1, 6.0]$ GeV².

Các dị thường này có thể được giải thích qua các mô hình BSM có chứa tương tác dòng trung hòa thay đổi vị mức cây trong phần lepton hoặc phần quark. Có thể kể đến như mô hình có chứa boson chuẩn trung hòa mới Z' hoặc Higgs mới có tương tác không giống nhau giữa các thế hệ quark như các mô hình 3-3-1 [46] hoặc 3-3-1-1 [47], hay mô hình 3-3-1 đảo (F331) [48] với tương tác giữa thế hệ lepton thứ nhất khác với hai thế hệ lepton còn lại. Trong mô hình F331, thế hệ thứ nhất của các lepton biến đổi khác với hai thế hệ còn lại và ba thế hệ quark, điều này đã tránh được dòng trung hoà thay đổi vị xuất hiện trong phần quark tại gần đúng cây, tạo nên dòng trung hoà thay đổi vị xuất hiện trong phần lepton tại gần đúng cây. Nó cung cấp giải pháp để giải thích các phép đo LFUV trong các kênh rẽ của B meson một cách tự nhiên. Tuy nhiên sự có mặt của các vô hướng phức mới bao gồm 3 tam tuyến, một lục tuyến và các tương tác Yukawa được tạo ra trong mô hình F331 có thể tạo ra tỉ số rẽ Higgs tựa mô hình chuẩn vi phạm số lepton là lớn. Năm 2020, mô hình 331 đảo tối thiểu (MF331), một phiên bản của mô hình F331, với phần fermion được giữ nguyên như trong F331 và các đa tuyến vô

hướng được giảm xuống mức tối thiểu, được mong đợi sẽ giải quyết được vấn đề trên. Mô hình MF331 chỉ có hai tam tuyến vô hướng. Mô hình không chứa Higgs lưỡng tuyến mới nào [49]. Phần vô hướng của MF331 đã có thể tính toán được. Mô hình MF331 sẽ giúp tránh được sự vi phạm số vị lepton trong các kênh rã Higgs tựa mô hình chuẩn. Đồng thời nó cũng có thể tạo ra sự vi phạm LFU tại gần đúng cây, có liên quan trực tiếp đến các dị thường gần đây lại các máy gia tốc LHC.

Chính vì vậy mà chúng tôi kỳ vọng mô hình MF331 sẽ cho phép giải thích các dị thường đang được quan tâm trên. Luận án này đặt mục tiêu khảo sát những dị thường vật lý trong các kênh rã bán lepton B-meson trong mô hình MF331, so sánh chúng với dữ liệu thực nghiệm. Do đó, chúng tôi chọn đề tài "*Dị thường vật lý B trong mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu*".

Mục tiêu nghiên cứu

- Trong mô hình MF331 Nghiên cứu sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong các dị thường kênh rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$, $b \rightarrow c\ell^-\bar{\mu}_\ell$, các dịch chuyển $s \rightarrow u, d \rightarrow u$ thông qua bổ đính một vòng. Từ các kết quả giải thích thu được tập trung vào các vùng không gian tham số trong mô hình MF331.

Nội dung nghiên cứu

- Tổng quan về SM và một vài mô hình BSM. Trình bày về tính phổ quát vị lepton trong SM. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong một số dị thường vật lý vị.
- Giới thiệu khái quát về mô hình MF331. Xem xét sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong dị thường các kênh rã bán lepton $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$, $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$, các dịch chuyển $s \rightarrow u, d \rightarrow u$.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Tính phổ quát vị lepton trong SM. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong các phân rã $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$ và $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$. Dị thường trong các kênh rã bán lepton $R_K, R_{K^*}, R(D), R(D^{(*)})$. So sánh với giá trị trong SM và thực nghiệm.

- Mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong $R_K, R_{K^*}, R(D), R(D^{(*)})$, các dịch chuyển $s \rightarrow u, d \rightarrow u$ trong mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu.

Phương pháp nghiên cứu

- Lý thuyết trường lượng tử.
- Lý thuyết nhóm.
- Sử dụng phần mềm Mathematica tính số và vẽ đồ thị.

Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, những đóng góp mới của luận án, nội dung chính của luận án được chúng tôi trình bày trong 3 chương.

- Chương 1. Tổng quan: Chúng tôi giới thiệu sơ lược về tính phổ quát vị lepton-quark và tính phổ quát vị lepton-quark trong SM. Trình bày tổng quan, những ưu điểm và hạn chế của về SM. Các dòng FCCC và FCNC trong SM. Các đóng góp của SM vào các tỉ số $R_K, R_{K^*}, R(D), R(D^{(*)})$, các dịch chuyển $s \rightarrow u, d \rightarrow u$.
- Chương 2. Chúng tôi thảo luận tính phổ quát vị lepton trong một số mô hình chuẩn mở rộng. Cụ thể chúng tôi nghiên cứu kĩ sự vi phạm tính phổ quát vị lepton của các phiên bản của mô hình 331, F331, MF331. Từ đó, rút ra mô hình MF331 phù hợp nhất cho vật lý mới. Do đó, chúng tôi nghiên cứu chi tiết về cấu trúc hạt trong mô hình này, phổ khối lượng, sự trộn lẫn và các tương tác của chúng làm tiền đề cho chương tiếp theo.
- Chương 3. Chúng tôi nghiên cứu về sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong mô hình MF331. Cụ thể, dựa trên các kết quả tìm được ở chương trước, chúng tôi đánh giá các nguồn gây ra sự vi phạm tính phổ quát vị lepton và quark tại gần đúng cây và gần đúng bổ đính một vòng. Chúng tôi xây dựng các Hamiltonian tạo nên sự dịch chuyển $b \rightarrow s, b \rightarrow c, s \rightarrow u, d \rightarrow u$. Chúng tôi đánh giá ảnh hưởng của các tương tác hiệu dụng lên các tỉ số $R_K, R_{K^*}, R(D), R(D^{(*)})$. Trên cơ sở vùng không gian tham số thỏa mãn các giới hạn thực nghiệm về tỉ số $R_K, R_{K^*}, R(D), R(D^{(*)})$.

Chúng tôi đánh giá tỉ số dịch chuyển $s \rightarrow u, d \rightarrow u$ gắn liền với sự vi phạm tính phổ quát vị lepton và quark.

CHƯƠNG 1. Tổng quan về tính phổ quát vị lepton quark, Mô hình Chuẩn, và các dị thường vật lý mới

Trong chương này, đầu tiên chúng tôi giới thiệu sơ lược về tính phổ quát vị của lepton-quark [50], trình bày tổng quan về cấu trúc của SM, những ưu điểm và hạn chế của SM. Tính phổ quát vị lepton trong SM và những dị thường vật lý vi phạm tính phổ quát vị lepton cùng với dữ liệu thực nghiệm cũng được giới thiệu.

1.1. Tính phổ quát vị lepton-quark

Tính phổ quát của vị (hay thế hệ) lepton và quark khẳng định vật lý xảy ra như nhau giữa các thế hệ. Tính phổ quát vị lepton và quark đã được biết thậm chí trước khi có mô hình chuẩn, trong lý thuyết tương tác yếu. Đặc tính phổ quát của lepton-quark là một trong những tiêu chí để xây dựng SM, bằng cách sắp xếp các fermion vào các thế hệ có cấu trúc lặp lại. Do đó, chúng tôi sẽ trình bày tính phổ quát vị lepton và quark trong lý thuyết tương tác yếu trong phần đầu của luận án.

1.1.1. Tính phổ quát vị lepton

Để hiểu rõ hơn về tính phổ quát vị lepton, chúng tôi sẽ làm rõ khái niệm về số lepton và số vị lepton. Mỗi một hạt cơ bản sẽ có bộ số lượng tử đặc trưng như khối lượng, spin, điện tích, số màu, số baryon, số lepton, số vị quark, số vị lepton. Cụ thể, đối với các hạt lepton thì sẽ có số lượng tử lepton và vị lepton khác không như ở trong bảng 1.1.

Hạt	Số lepton	Số vị lepton	Phản hạt	Số lepton	Số vị lepton
e^-	$L = 1$	$L_e = 1, L_\mu = 0, L_\tau = 0$	e^+	$L = -1$	$L_e = -1, L_\mu = 0, L_\tau = 0$
ν_e^-	$L = 1$	$L_e = 1, L_\mu = 0, L_\tau = 0$	ν_e^+	$L = -1$	$L_e = -1, L_\mu = 0, L_\tau = 0$
μ^-	$L = 1$	$L_e = 0, L_\mu = 1, L_\tau = 0$	μ^+	$L = -1$	$L_e = 0, L_\mu = -1, L_\tau = 0$
ν_μ^-	$L = 1$	$L_e = 0, L_\mu = 1, L_\tau = 0$	ν_μ^+	$L = -1$	$L_e = 0, L_\mu = -1, L_\tau = 0$
τ^-	$L = 1$	$L_e = 0, L_\mu = 0, L_\tau = 1$	τ^+	$L = -1$	$L_e = 0, L_\mu = 0, L_\tau = -1$
ν_τ^-	$L = 1$	$L_e = 0, L_\mu = 0, L_\tau = 1$	ν_τ^+	$L = -1$	$L_e = 0, L_\mu = 0, L_\tau = -1$

Bảng 1.1: Số lepton và số vị lepton cho ba thể hệ lepton

Chúng ta có ba thể hệ lepton:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Trong lý thuyết tương tác yếu vạm năng $V - A$, các dòng tương tác yếu của các lepton được viết dưới dạng: $\bar{\nu}_\ell \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \ell$.

Tính phổ quát của các tương tác yếu được thể hiện bằng cách viết tổng dòng điện yếu của các lepton thành tổng của một dòng electron, một dòng muon và một dòng tau có tỉ lệ bằng nhau như sau,

$$\begin{aligned} J_\mu^{(l)} &= J_\mu^{(e)} + J_\mu^{(\mu)} + J_\mu^{(\tau)} \\ &= \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e + \bar{\nu}_\mu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \mu + \bar{\nu}_\tau \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \tau \\ &= \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e & \bar{\nu}_\mu & \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) V \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

trong đó hàm sóng của mỗi hạt được viết bằng ký hiệu đại diện cho chính hạt đó và V là ma trận đường chéo 3×3 được định nghĩa

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Dạng của V cho thấy tính phổ quát vị lepton .

Xét phân rã muon $\mu^-(p_\mu) \rightarrow e^-(p_e) + \bar{\nu}_e(k_{\nu_e}) + \nu_\mu(k_{\nu_\mu})$, biên độ rã được xác định:

$$M = \frac{G_\mu}{\sqrt{2}} [\bar{u}(k_{\nu_\mu}) \gamma_\rho (1 - \gamma_5) u(p_\mu)] [\bar{u}(p_e) \gamma^\rho (1 - \gamma_5) v(k_{\nu_e})], \quad (1.3)$$

trong đó u và v biểu thị spinor cho các hạt và phản hạt tương ứng. Hằng số tương tác yếu G_μ có thể được xác định từ giá trị đo được của thời gian sống của muon. Vì phân rã rộng rãi được xác định như sau:

$$d\Gamma = \frac{1}{2E_\mu} \overline{|M|^2} dR, \quad (1.4)$$

trong đó dR là không gian pha bất biến Lorentz

$$\begin{aligned} dR &= \frac{d^3p_e}{(2\pi)^3 2E_e} \frac{d^3k_{\nu_e}}{(2\pi)^3 2\omega_{\nu_e}} \frac{d^3k_{\nu_\mu}}{(2\pi)^3 2\omega_{\nu_\mu}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\mu - p_e - k_{\nu_\mu} - k_{\nu_e}) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3p_e}{2E_e} \frac{d^3k_{\nu_\mu}}{2\omega_{\nu_\mu}} \theta(E_\mu - E_e - \omega_{\nu_e}) \delta((p_\mu - p_e - k_{\nu_e})^2). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Trong (1.5), hàm bước nhảy θ được định nghĩa như sau:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x > 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}.$$

Bình phương biên độ lấy theo tổng các trạng thái spin của hệ được xác định bởi:

$$\begin{aligned} \overline{|M|^2} &= \frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} |M|^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{G_\mu^2}{2} \sum_{\text{spin}} [\bar{u}(k_{\nu_\mu}) \gamma_\rho (1 - \gamma_5) u(p_\mu) \bar{u}(p_\mu) \gamma^\sigma (1 - \gamma_5) u(k_{\nu_e})] \\ &\times \sum_{\text{spin}} [\bar{u}(p_e) \gamma^\rho (1 - \gamma_5) v(k_{\nu_e}) \bar{v}(k_{\nu_e}) \gamma^\sigma (1 - \gamma_5) u(p_e)] \\ &= \frac{G_\mu^2}{4} \text{Tr} [k_{\nu_\mu} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) (\not{p}_\mu - m_\mu) \gamma_\sigma (1 - \gamma_5)] \\ &\times \text{Tr} [\not{p}_e \gamma^\rho (1 - \gamma_5) \not{k}_{\nu_e} \gamma^\sigma (1 - \gamma_5)] \\ &= 64 G_\mu^2 (k_{\nu_e} \cdot p_\mu) (k_{\nu_\mu} \cdot p_e). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Chúng tôi đã bỏ qua khối lượng electron vì nó rất nhỏ $m_e \leq m_\mu/200$. Xét trong hệ quy chiếu nghỉ của muon, ($p_\mu = m_\mu, \vec{0}$), tích vô hướng của các vector năng lượng-xung lượng của các hạt con được tính như sau:

$$(k_{\nu_e} \cdot p_\mu)(k_{\nu_\mu} \cdot p_e) = \frac{1}{2} \omega_{\nu_e} m_\mu (m_\mu^2 - 2m_\mu \omega_e)$$

Biểu thức vi phân bề rộng phân rã (decay width) (1.4) là:

$$d\Gamma = \frac{G_\mu^2}{2m_\mu\pi^5} \frac{d^3p_e}{2E_e} \frac{d^3k_{\nu_e}}{2\omega_{\nu_e}} m_\mu \omega_{\nu_e} (m_\mu^2 - 2m_\mu \omega_{\nu_e}) \times \delta(m_\mu^2 - 2m_\mu E_e - 2m_\mu \omega_{\nu_e} + 2E_e \omega_{\nu_e} (1 - \cos \theta)), \quad (1.7)$$

trong đó θ là góc hợp bởi cặp xung lượng của electron và phản neutrino được tạo ra. Ta có

$$d^3p_e d^3k_{\nu_e} = 4\pi E_e^2 dE_e \cdot 2\pi \omega_{\nu_e}^2 d\omega_{\nu_e} d\cos\theta. \quad (1.8)$$

Từ điều kiện $0 \leq \theta \leq \pi$ dẫn tới $-1 \leq \cos\theta \leq 1$, lấy tích phân $d\Gamma$ trên $\cos\theta$ ta thu được:

$$d\Gamma = \frac{G_\mu^2}{2\pi^3} dE_e d\omega_{\nu_e} \omega_{\nu_e} (m_\mu^2 - 2m_\mu \omega_{\nu_e}). \quad (1.9)$$

Mặt khác, giới hạn của miền năng lượng ω_{ν_e} và E_e lần lượt là $m_\mu/2 - E_e \leq \omega_{\nu_e} \leq m_\mu/2$ và $0 \leq E_e \leq m_\mu/2$.

Lấy tích phân theo ω_{ν_e} rồi theo E_e , ta có:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_\mu^2 m_\mu^2}{4\pi^3} \int_0^{\mu/2} dE_e E_e^2 \left(1 - \frac{4}{3} \frac{E_e}{m_\mu}\right) = \frac{G_\mu^2 m_\mu^5}{192\pi^3}, \quad (1.10)$$

Sử dụng $\tau_\mu \cong 2.2 \times 10^{-6} \text{sec}$ và $m_\mu \cong 105 \text{MeV}$ [50], ta thu được

$$G_\mu = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV} \approx 10^{-5} / m_p^2. \quad (1.11)$$

Ta thấy rằng G_μ đối với phân rã muon gần bằng G_β đối với phân rã hạt nhân β và do đó hằng số tương tác yếu dường như có tính phổ quát và nguồn gốc của tương tác yếu có vẻ giống nhau. Trên thực tế, ta thấy rằng các giá trị của G_μ phù hợp với giá trị của G_β trong khoảng 2% [51].

Với sự phân rã của lepton thứ ba τ , bề rộng rã của τ được tính toán bằng cách thay m_μ và G_μ bằng m_τ và G_τ tương ứng. Sau đó, sử dụng mối quan hệ

$$\tau_\tau = \tau_\mu \left(\frac{G_\mu}{G_\tau}\right)^2 \left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right)^5 \frac{Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{Br(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu)}, \quad (1.12)$$

và dữ liệu thực nghiệm $m_\tau = 1776.99 \text{MeV}$, $m_\mu = 105.658357 \text{MeV}$, $\tau_\mu = 2.19703 \times 10^{-6} \text{sec}$, $\tau_\tau = 2.906 \times 10^{-13} \text{sec}$, $Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = 0.1784$ [50] và $Br(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = 100\%$ [50], ta có thể chỉ ra $G_\tau/G_\mu = 1.0011$.

Sự gần bằng nhau của hằng số tương tác liên quan đến sự phân rã lepton yếu của các lepton μ, τ và trong sự phân rã β như $G_\mu \approx G_\tau \approx G_\beta(G_e)$ cho thấy có tính phổ quát vị lepton. Người ta thường biểu diễn hằng số tương tác yếu này bằng G_F gọi là hằng số Fermi.

1.1.2. Phân rã pion

Để hiểu rõ lý do phân rã của pion có thể được giải thích bằng tương tác có dạng $V - A$, ta xem xét quá trình phân rã của pion. Một pion có thể rã thành một muon hoặc một electron

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (1.13)$$

$$\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.14)$$

Trong các quá trình này, các hạt pion là các hạt đứng yên, động lượng của nó là bằng 0. Do đó tổng động lượng của μ^- và $\bar{\nu}_\mu$ là bằng 0. Nghĩa là khi đó xung lượng của μ^- và $\bar{\nu}_\mu$ là ngược chiều nhau. Mặt khác, pion là một hạt giả vô hướng nên spin của nó là bằng 0. Chính vì thế nên tổng vectơ spin của μ^- và $\bar{\nu}_\mu$ cũng phải bằng 0. Điều này dẫn đến hướng spin của μ^- và hướng spin của $\bar{\nu}_\mu$ phải ngược chiều nhau. Như vậy trong quá trình 1.13, xung lượng và spin của μ^- và $\bar{\nu}_\mu$ đều ngược chiều nhau. Trong quan sát thực nghiệm, μ^- trong quá trình 1.13 là phân cực phải. Do bảo toàn xung lượng và bảo toàn spin dẫn đến $\bar{\nu}_\mu$ cũng phải là phân cực phải. Tương tự với quá trình 1.14, $\bar{\nu}_e$ là phân cực phải, electron phát ra cũng phải là phân cực phải.

Giả sử tương tác có dạng $V - A$, biên độ tán xạ các phân rã $\pi^-(q) \rightarrow \ell^-(p) + \bar{\nu}_\ell(k)$ trong đó $\ell = \mu, e$ và q, p, k là động lượng của $\pi^-, \ell^-, \bar{\nu}_\ell$ được tính toán bằng biểu thức:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | J_\mu^{\pi^-} | \pi^-(q) \rangle \bar{u}_\ell(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_{\nu_\ell}(k), \quad (1.15)$$

trong đó $\langle 0 | J_\mu^{\pi^-} | \pi^-(q) \rangle$ là biểu diễn một phần tử ma trận giữa trạng thái chân không (được ký hiệu bởi "0") và trạng thái pion (được ký hiệu bởi " π^- ") với động lượng q , được kết nối bởi toán tử dòng $J_\mu^{\pi^-}$. Phần tử ma trận $\langle 0 | J_\mu^{\pi^-} | \pi^-(q) \rangle$ biểu thị biên độ chuyển từ dòng các quark sang trạng thái pion, chứa tất cả các hiệu ứng tương tác mạnh, được gọi là hằng số phân rã pion, f_π , thể hiện hiệu ứng phân rã pion thành chân không. Phần tử ma trận này phải biến đổi như một dòng hoặc giả dòng để khi nó co lại với dòng lepton thì

tạo ra một bất biến Lorentz cho biên độ tán xạ M . Vì π^- có spin bằng 0, vectơ 4 chiều (q) có trị riêng q , khi đó chúng ta có thể viết: $\langle 0 | J_\mu^\pi | \pi^-(q) \rangle = q_\mu f_\pi$. Sử dụng $q = p + k$, chúng ta có thể viết biên độ tán xạ là

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} (p_\mu + k_\mu) f_\pi [\bar{u}_\ell(p) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_{\nu_\ell}(k)], \quad (1.16)$$

Phương trình Dirac cho một lepton ℓ có khối lượng m_ℓ và cho một phản neutrino $\bar{\nu}_\ell$ có khối lượng bằng 0 có dạng

$$\bar{u}_\ell(p)(\gamma^\mu p_\mu - m_\ell) = 0, \quad (\gamma^\mu k_\mu - m_{\nu_\ell})v_{\nu_\ell} = 0. \quad (1.17)$$

Do đó, biên độ của quá trình rã (1.16) được viết lại thành:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} m_\ell f_\pi \bar{u}_\ell(p) (1 - \gamma_5) v_{\nu_\ell}(k), \quad (1.18)$$

và bề rộng phân rã tương ứng là:

$$\Gamma(\pi^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell) = \frac{G^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_\ell^2 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{m_\pi^2}\right)^2. \quad (1.19)$$

Chính vì vậy, tỉ số

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2. \quad (1.20)$$

Kết quả này là hoàn toàn phù hợp với kết quả thực nghiệm của [50]:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} \approx 1.23 \times 10^{-14}. \quad (1.21)$$

Tỉ lệ quan sát được của các tỉ lệ rã nhánh của (1.14) so với (1.13) là cực kỳ nhỏ. Hơn nữa, từ thời gian sống quan sát được của π^- , $\tau = 2.6033 \times 10^{-8} \text{sec}$ chúng ta có thể ước tính giá trị của hằng số phân rã f_π là $f_\pi \simeq 0.92 m_\pi$ là bậc một của khối lượng pion. Quan sát trên cho thấy tương tác có dạng $V - A$ cho phép giải thích tốt đối với kết quả thực nghiệm của quá trình phân rã pion. Như vậy, với mọi thể hệ lepton tương tác yếu là tương tác dạng dòng có dạng $V - A$.

1.1.3. Dòng Cabibbo

Tính phổ quát vị lepton và dạng tương tác $V - A$ mô tả tương đối chính xác trong phần lepton. Tuy nhiên, khi chuyển sang phần quark, sự sai lệch

xuất hiện do các trạng thái quark u, d, c, s không phải là các trạng thái riêng của vị. Trong dòng hadron, các quá trình vi phạm số lạ S xuất hiện với xác suất nhỏ hơn nhiều so với các quá trình bảo toàn số lạ.

Năm 1963, Cabibbo đã nỗ lực duy trì tính phổ quát vị quark nhưng không thành công. Điều này dẫn đến việc ông đưa ra một hiệu chỉnh nhỏ bằng cách sửa đổi dòng hadron. Ông đề xuất rằng dòng hadron bao gồm tổng của hai dòng:

- Dòng bảo toàn số lạ $\Delta S = 0$: $J_\mu^{(0)} = \bar{u}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)d$
- Dòng vi phạm số lạ $\Delta S = 1$: $J_\mu^{(1)} = \bar{u}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)s$

và dòng hardon sẽ được viết dưới dạng tổ hợp tuyến tính của hai dòng nói trên

$$J_\mu^{(h)} = aJ_\mu^{(0)} + bJ_\mu^{(1)}. \quad (1.22)$$

Để chuẩn hóa dòng J_μ^h thì các hệ số a và b phải thỏa mãn điều kiện $|a|^2 + |b|^2 = 1$. Cách đơn giản nhất để các hệ số a, b thỏa mãn điều kiện chuẩn hóa trên là $a = \cos \theta_c$ và $b = \sin \theta_c$, trong đó θ_c được gọi là góc Cabibbo. Dòng hadron được viết lại:

$$J_\mu^{(h)} = \cos \theta_c J_\mu^{(0)} + \sin \theta_c J_\mu^{(1)}. \quad (1.23)$$

Để tìm giá trị của góc Cabibbo θ_c , chúng ta so sánh bề rộng phân rã của hai quá trình $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ (bảo toàn số lạ) và $K^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ (vi phạm sự bảo toàn số lạ). Bề rộng phân rã $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ được đưa ra bởi (1.19) trong đó G được thay thế bằng $\cos \theta_c G$ (có tính đến hiệu ứng trộn Cabibbo). Bề rộng phân rã $K^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ cũng được đưa ra bằng cách thay thế m_π, f_π và G bằng m_K, f_K và $\sin \theta_c G$ tương ứng. Khi đó, chúng ta có

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu)} = \frac{\sin^2 \theta_c}{\cos^2 \theta_c} \frac{f_K^2}{f_\pi^2} \frac{m_K}{m_\pi} \frac{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)}{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)}. \quad (1.24)$$

Sử dụng lý thuyết crayon với đối xứng $SU(3)$ để mô tả tương tác mạnh ở năng lượng thấp thì ta thu được hằng số phân rã meson: $f_K = f_\pi$. Sử dụng kết quả thực nghiệm (≈ 1.335) và các giá trị m_π, m_K được trình bày trong [53], chúng ta thu được $\tan \theta_c \simeq 0.275$ dẫn đến $\sin \theta_c \approx 0.26$. Các phân tích chi tiết hơn đã được thực hiện thu được các kết quả, $\sin \theta_c = 0.220 \pm 0.002$ từ

$K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ [54] và $\sin \theta_c = 0.231 \pm 0.003$ từ $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ [55]. Vì θ_c có các giá trị nhỏ, do đó những phân rã có biên độ tỉ lệ thuận với $\cos \theta_c$ là lớn so với những phân rã có biên độ tỉ lệ thuận với $\sin \theta_c$. Xác suất phân rã của dòng bảo toàn số lạ lớn hơn nhiều lần dòng không bảo toàn số lạ.

Tương tự như với lepton, dòng quark có cùng cấu trúc $V - A$:

$$J_\mu^{(q \rightarrow q')} = \bar{q}' \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q. \quad (1.25)$$

thì hằng số tương tác ứng với các quá trình bảo toàn số lạ thì bằng hằng số tương tác chung của lepton G nhân với $\cos \theta$, hằng số tương tác ứng với các quá trình có sự vi phạm số lạ thì bằng hằng số tương tác chung của lepton G nhân với $\sin \theta$. Khi đó lý thuyết Cabibbo đã giải thích về sự khác biệt nhỏ giữa giá trị của G_β được xác định từ phân rã hạt nhân β (bảo toàn số lạ) và giá trị của G_μ từ phân rã μ được xác định từ (1.11). Trên thực tế, $G_\beta = G_\mu \cos \theta_c$ với $\cos \theta_c \approx 0.975$ [51].

Để hiểu rõ hơn về giả thuyết của Cabibbo khi xét đến dòng quark, ta xét đến quá trình rã β , $n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$ và quá trình rã $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Về bản chất, quá trình rã β ở cấp độ quark: $d \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e$ là quá trình bảo toàn số lạ $\Delta S = 0$, còn quá trình rã $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ở cấp độ quark: $s \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e$ là quá trình có sự vi phạm bảo toàn số lạ $\Delta S = 1$.

Đối với dòng mang điện trong tương tác yếu: Với các lepton thì mỗi một hạt mang điện bao giờ cũng tồn tại một hạt trung hòa đồng hành với nó. Chúng tạo thành các thế hệ lepton $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$ và $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$. Mỗi một hạt mang điện này chỉ có thể biến đổi thành các lepton cùng vị trong cùng một lưỡng tuyến: $e \leftrightarrow \nu_e$ và $\mu^- \leftrightarrow \nu_\mu$. Trong phần quark, chúng ta cũng có các thế hệ $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$. Tuy nhiên dòng mang điện sẽ không kết cặp như trong phần lepton. Cụ thể, do d và s không phải là các trạng thái riêng của toán tử vị mà trạng thái riêng của toán tử vị được xác định

$$\begin{aligned} d' &= \cos \theta_c d + \sin \theta_c s, \\ s' &= -\sin \theta_c d + \cos \theta_c s, \end{aligned} \quad (1.26)$$

hay

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}, \quad \text{với} \quad V = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

V là unitary và thực hiện phép quay các trạng thái quark $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ và $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$ thành các trạng thái $\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$. Do đó, trong tương tác yếu ứng với dòng mang điện thì một quark có thể có nhiều bạn đồng hành. Quark u có thể kết cặp với s và cũng có thể kết cặp với d . Nếu xét thêm thế hệ quark thứ ba $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$, ma trận trộn trộn 2×2 của (1.27) được thay thế bằng ma trận trộn 3×3 , ma trận này được đề xuất bởi Cabibbo-Kobayashi- Maskawa nên ta gọi là ma trận trộn CKM,

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Xác suất chuyển đổi từ quark q sang quark q' , tỉ lệ thuận với bình phương của phần tử ma trận $|V_{qq'}|$. Các phần tử đường chéo của ma trận này mô tả các chuyển đổi trong một thế hệ, $u \rightarrow d, c \rightarrow s, t \rightarrow b$, với độ lệch ra khỏi đơn vị chỉ vài phần trăm. Qua phân tích các dữ liệu thực nghiệm về phân rã các meson khác nhau, người ta thấy rằng giá trị của các phần tử ma trận V_{us} và V_{cd} nhỏ hơn gần một bậc với giá trị của V_{ud} và V_{cs} . Hơn nữa, các chuyển đổi từ thế hệ thứ ba sang thế hệ thứ hai ($t \rightarrow s, b \rightarrow c$) là nhỏ hơn so với các chuyển đổi từ thế hệ thứ hai sang thế hệ thứ nhất [50]. Các giá trị của $V_{us}, V_{cd}, V_{ud}, V_{cs}$ thu được từ phân tích dữ liệu thực nghiệm [50] là

$$\begin{aligned} |V_{ud}| &= 0.9739 \pm 0.0027, & |V_{us}| &= 0.2207 \pm 0.0014, \\ |V_{cd}| &= 0.221 \pm 0.004, & |V_{cs}| &= 0.975 \pm 0.006. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Dòng tương tác yếu có dạng $V - A$ và lý thuyết Cabibbo đã thiết lập tính phổ quát vị quark-lepton.

1.2. Mô hình chuẩn của vật lý hạt cơ bản

Mô hình chuẩn của vật lý hạt cơ bản (SM) chứa đựng lý thuyết thống nhất điện yếu Glashow-Weinberg-Salam (GWS) và sắc động lực lượng tử (QCD). SM được xây dựng dựa trên nhóm đối xứng chuẩn tương ứng là $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ và $SU(3)_C$ với toán tử điện tích được xác định:

$$Q = T_3 + Y/2, \quad (1.30)$$

với T_3 là vi tử chéo của nhóm $SU(2)_L$ và Y là siêu tích yếu (tích gắn liền với nhóm $U(1)_Y$). SM xây dựng dựa trên việc kế thừa các nghiên cứu lý thuyết điện yếu trước đó, lý thuyết dòng V-A, là kết quả của các quan sát thực nghiệm về tương tác yếu tại thời điểm đó và lý thuyết QCD mô tả tương tác mạnh là tương tác giữa các quark, gluon. Cụ thể, sự vi phạm tính chẵn lẻ parity được quan sát thấy trong thực nghiệm, chỉ có các hạt phân cực trái hoặc các phản hạt phân cực phải được quan sát. Tại thời điểm xây dựng SM, chưa có đủ bằng chứng thực nghiệm để xác định các đặc tính của hạt neutrino và các nhà khoa học cho rằng neutrino không có khối lượng. Do đó, các nhà khoa học đã sắp xếp các hạt fermion phân cực trái và phân cực phải có tính đối xứng khác nhau dưới nhóm đối xứng thống nhất điện yếu. Cụ thể:

- Các fermion phân cực trái được sắp xếp vào lưỡng tuyến của nhóm $SU(2)_L$ và có siêu tích yếu bằng tổng điện tích trong đa tuyến:

$$\psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_{aL} \\ e_{aL} \end{pmatrix} \sim (1, 2, -1), \quad (1.31)$$

$$Q_{aL} = \begin{pmatrix} u_{aL} \\ d_{aL} \end{pmatrix} \sim (3, 2, 1/3), \quad (1.32)$$

với $a = 1, 2, 3$ là chỉ số thế hệ, và các số trong ngoặc đơn tương ứng với biểu diễn của đa tuyến ứng với các nhóm đối xứng $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, và $U(1)_Y$.

- Các fermion phân cực phải chính là các đơn tuyến của nhóm $SU(2)_L$ và có siêu tích yếu bằng 2 lần điện tích.

$$e_{aR} \sim (1, 1, -2), \quad u_{aR} \sim (3, 1, 4/3) \quad d_{aR} \sim (3, 1, -2/3). \quad (1.33)$$

SM tiên đoán sự tồn tại của 12 hạt boson chuẩn truyền tương tác mạnh, tương tác điện từ và tương tác yếu. Tương tác mạnh và tương tác điện từ là các tương tác tầm xa, hạt truyền tương tác là không có khối lượng. Cụ thể: tương tác mạnh gồm 8 hạt gauge bosons không khối lượng, gọi là gluon tham gia truyền tương tác; tương tác điện từ được truyền tương tác bởi hạt photon, A_μ . Tương tác yếu là tương tác tầm gần, đòi hỏi các hạt truyền tương tác phải có khối lượng: Hai hạt boson chuẩn $W^\pm$ (mang điện) và boson Z (trung hòa). Tuy nhiên, số hạng khối lượng của các hạt vectơ boson chuẩn bị cấm

bởi đối xứng $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Để sinh khối lượng cho các hạt truyền tương tác yếu, các nhà khoa học cho rằng cần phải phá vỡ đối xứng tự phát.

Trong SM, người ta đưa vào mô hình một lưỡng tuyến Higgs ϕ :

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1). \quad (1.34)$$

với φ^+ và φ^0 lần lượt là các trường vô hướng phức dương và trung hòa. Với yêu cầu, đối xứng tàn dư còn lại, sau khi phá vỡ đối xứng điện yếu, là $SU(3)_c \times U(1)_Q$. Điều này đòi hỏi giá trị trung bình chân không của lưỡng tuyến Higgs phải có dạng:

$$\phi_0 = \langle 0 | \phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

1.2.1. Phổ khối lượng của hạt vô hướng

Với lưỡng tuyến Higgs đưa vào $\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1)$, thế vô hướng bất biến và tái chuẩn hoá được có dạng:

$$V(\phi) = m^2(\phi^\dagger \phi) + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.36)$$

với m^2 và λ là các tham số hằng số thực. Để đảm bảo thế vô hướng được bao dưới và chân không là bền vững. Điều kiện cực tiểu thế ϕ xác định bởi:

$$\phi = 0 \quad \text{hoặc} \quad \phi^\dagger \phi = |\phi|^2 = \frac{v^2}{2}, \quad \text{với} \quad v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.37)$$

Để đối xứng bị phá vỡ, chúng ta chọn $\phi^\dagger \phi = |\phi|^2 = \frac{v^2}{2}$. Khai triển ϕ xung quanh giá trị trung bình chân không:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^\dagger \\ \frac{v+H+i\xi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Sau khi phá vỡ đối xứng tự phát, thế vô hướng chứa duy nhất một trường vật lý, H , có khối lượng :

$$m_H = \sqrt{2\mu^2} = \sqrt{2\lambda}v. \quad (1.39)$$

Các trường vô hướng còn lại là ϕ^+, ξ^i là các trường không khối lượng và chúng được đồng nhất là các hạt Goldstone bosons (hoặc trở thành thành

phần dọc của boson yếu) bị ăn bởi các trường chuẩn $W^\pm$ và Z . Chính vì vậy, sau khi phá vỡ đối xứng tự phát các hạt gauge boson yếu có khối lượng. Đó chính là kết quả của cơ chế Higgs.

1.2.2. Phổ khối lượng các trường chuẩn

Khối lượng của các hạt gauge boson truyền tương tác yếu được xác định bởi số hạng động năng của lưỡng tuyến Higgs tại trị trung bình chân không như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{gauge}} = (D_\mu < \phi >)^\dagger (D^\mu < \phi >) \quad (1.40)$$

với D_μ là đạo hàm hiệp biến,

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma_a}{2} A_\mu^a - ig' B_\mu, \quad a = 1, 2, 3. \quad (1.41)$$

Phương trình(1.40) tiên đoán hai hạt gauge boson mang điện $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{1\mu} \mp i A_{2\mu})$ có khối lượng tương ứng $m_{W^\pm}^2 = \frac{g^2}{4} v^2$, và đồng thời hai hạt vật lý trung hoà có trạng thái, (Z^μ, A^μ) liên hệ với cơ sở A_3^μ, B^μ như sau:

$$\begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'^{3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.42)$$

với θ_W là góc trộn Weinberg và được xác định thông qua

$$\tan \theta_W \equiv t_W = g'/g. \quad (1.43)$$

A^μ là hạt không khối lượng và được đồng nhất là hạt photon và Z^μ là hạt có khối lượng $m_Z^2 = \frac{m_W^2}{\cos^2 \theta_W}$. Do đó, Lagrangian, $\mathcal{L}_s$, mô tả trường vô hướng có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s &= (D_\mu \phi')^\dagger (D^\mu \phi') - V(\phi'^\dagger \phi'), \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - \frac{1}{2} M_H^2 H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 \\ &+ \frac{g^2}{8} (H^2 + 2Hv) \left[\frac{1}{\cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu + 2W_\mu^+ W^{-\mu} \right] \\ &+ M_\mu^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu. \end{aligned} \quad (1.44)$$

1.2.3. Phổ khối lượng fermion

Khối lượng của các lepton và quark được xác định thông qua số hạng tương tác Yukawa,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{lepton}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{quark}}, \quad (1.45)$$

trong đó, $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{lepton}}$ chứa tương tác của lepton và Higgs

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{lepton}} &= \sum_{a,b=1,2,3} h_{ab}^{\ell} \bar{e}_{aL} \phi e_{bR} + \text{H.c.} \\
&\supset \sum_{a,b=1,2,3} h_{ab}^{\ell} \bar{e}_{aL} \frac{(v+H)}{\sqrt{2}} e_{bR} + \text{h.c.} \\
&= - \sum_{a,b=1,2,3} \left(\bar{e}_{aL} \mathcal{M}_{ab}^{\ell} e_{bR} + \bar{e}_{aL} \frac{\mathcal{M}_{ab}^{\ell}}{v} e_{bR} H \right) + \text{h.c.}
\end{aligned} \tag{1.46}$$

trong đó $\mathcal{M}_{ab}^{\ell} = -h_{ab}^{\ell} \frac{v}{\sqrt{2}}$ là ma trận trộn khối lượng của các lepton. Ma trận này về mặt tổng quát là ma trận cấp ba, phức và không Hermitian. Về nguyên tắc, ma trận khối lượng của các fermion được chéo hoá bởi hai ma trận unita V_L, V_R . Cụ thể, các trạng thái vật lý $e'_{L,R}$ được liên hệ với các trạng thái vị $e_{L,R}$ thông qua hệ thức: $(e'_L \mu'_L \tau'_L)^T = V_L^{\dagger} (e_L \mu_L \tau_L)^T$, $(e'_R \mu'_R \tau'_R)^T = V_R^{\dagger} (e_R \mu_R \tau_R)^T$. Điều này có nghĩa là thông qua hai ma trận $V_{L(R)}$, ta đưa ma trận khối lượng $\mathcal{M}^l$ về dạng chéo như sau:

$$V_L^{l\dagger} \mathcal{M}^l V_R^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\tau} \end{pmatrix}, \tag{1.47}$$

Trong SM, sự bảo toàn số lepton là một kết quả của các đối xứng chuẩn, cụ thể là nhóm đối xứng $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Các đối xứng này quy định cách các hạt tương tác và dẫn đến sự bảo toàn số lepton. Trong SM, neutrino được coi là hạt Dirac, nghĩa là chúng khác với phản hạt của chúng. Điều này có nghĩa là không có tương tác Majorana, tương tác có thể vi phạm số lepton. Nếu neutrino là hạt Majorana, chúng có thể tự hủy, dẫn đến vi phạm số lepton. Sự bảo toàn số lepton đã được quan sát trong nhiều thí nghiệm, và các quá trình phân rã hạt tuân theo định luật này. Điều này cung cấp bằng chứng thực nghiệm cho sự bảo toàn số lepton trong SM. Ngoài ra, SM cũng bảo toàn số lepton thế hệ, nghĩa là số electron, muon và tau lepton được bảo toàn riêng biệt.

Tuy nhiên, thí nghiệm dao động neutrino cho thấy neutrino có khối lượng và có thể chuyển đổi giữa các hương vị. Điều này có nghĩa là số lepton thế hệ không được bảo toàn nghiêm ngặt, nhưng sự vi phạm này rất nhỏ và số lepton toàn phần vẫn được bảo toàn. Việc tìm kiếm các quá trình rã vi phạm số lepton thế hệ là cần thiết để tìm ra vật lý mới ngoài SM.

Lagrangian Yukawa cho các quark có dạng như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{quark}} = - \sum_{a,b=1,2,3} [h_{ab}^d \bar{Q}_{aL} \phi d_{bR} + h_{ab}^u \bar{Q}_{aL} \tilde{\phi} u_{bR}] + h.c, \quad (1.48)$$

với $h_{ab}^{u,d}$ là các hằng số tương tác Yukawa, $\tilde{\phi} = i\tau^2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}$ là phản lưỡng tuyến của nhóm $SU(2)_L$. Sau khi phá vỡ đối xứng, Lagrangian Yukawa chứa đựng số hạng khối lượng quarks và tương tác của hạt Higgs với các quark

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{mass}} \supset & - \sum_{a,b} (\bar{u}_{aL} \mathcal{M}_{ab}^u u_{bR} + \bar{d}_{aL} \mathcal{M}_{ab}^d d_{bR}) \\ & - \sum_{a,b} \left(\bar{u}_{aL} \frac{\mathcal{M}_{ab}^u}{v} u_{bR} H + \bar{d}_{aL} \frac{\mathcal{M}_{ab}^d}{v} d_{bR} H \right) + h.c, \end{aligned} \quad (1.49)$$

với $\mathcal{M}_{ab}^{u,d} = h_{ab}^{u,d} \frac{v}{\sqrt{2}}$ là ma trận khối lượng các quark. Chéo hoá hai ma trận $\mathcal{M}^{u,d}$ được thực hiện bằng cách sử dụng các ma trận unita $V_{L,R}^d, V_{L,R}^u$. Cụ thể, chuyển trạng thái vật lý liên hệ với các trạng thái vị như sau:

$$\begin{aligned} u'_L &= V_L^{u\dagger} u_L, & d'_L &= V_L^{d\dagger} d_L, \\ u'_R &= V_R^{u\dagger} u_R, & d'_R &= V_R^{d\dagger} d_R. \end{aligned} \quad (1.50)$$

1.2.4. Dòng tương tác điện yếu trong SM

Các dòng tương tác điện yếu fermion dạng V-A được hình thành bởi số hạng động năng của các trường fermion

$$\mathcal{L}_F = \sum_F i \bar{F} \gamma^\mu D_\mu F, \quad (1.51)$$

ở đây, ta lấy tổng theo tất cả các đa tuyến fermion có trong SM và đạo hàm hiệp biến cho các fermion phân cực trái và phân cực phải lần lượt được định nghĩa:

$$\begin{aligned} D_\mu F_L &= \left(\partial_\mu - ig A_\mu^a \frac{\sigma_a}{2} - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) F_L, \\ D_\mu F_R &= \left(\partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) F_R. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Chúng tôi xét tách biệt dòng tương tác điện yếu gắn liền với các lepton và quark. Đối với phần lepton, chúng ta thu được Lagrangian của chúng như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}} = \bar{\psi}'_L i \gamma^\mu \partial_\mu \psi'_L + \bar{e}'_R i \gamma^\mu \partial_\mu e'_R + g \vec{J}_\mu \vec{A}'^\mu + \frac{g'}{2} J_\mu^Y B'^\mu, \quad (1.53)$$

trong đó $\vec{J}_\mu = \bar{\psi}'_L \frac{\vec{\tau}}{2} \psi'_L$, $J_\mu^Y = -\bar{\psi}'_L \gamma_\mu \psi'_L - 2\bar{e}'_R i\gamma_\mu e'_R$.

Từ (1.53), chúng ta có thể tách biệt thành hai phần tương tác của dòng mang điện (CC) và tương tác của dòng trung hoà (NC). Cụ thể, tương tác dòng mang điện là

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{CC} = g (J_\mu^1 A'^{1\mu} + J_\mu'^2 A'^{2\mu}) = \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^- W^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) \quad (1.54)$$

trong đó $J_\mu^\pm = J_\mu^1 \pm iJ_\mu^2$. Để đồng nhất với lý thuyết hiệu dụng Fermi, ta xét quá trình $\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$ tại năng lượng thấp thông qua trao đổi boson $W^\pm$. Biên độ Feynman tương ứng được xác định bởi:

$$M = -\frac{g^2}{2} J^{+\mu} \frac{i(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_W^2})}{q^2 - M_W^2 + i\psi} J^{-\nu}, \quad (1.55)$$

trong giới hạn $q^2/M_W^2 \rightarrow 0$ thì

$$M = -i \frac{g^2}{M_W^2} J^{+\mu} J_\mu^- \quad (1.56)$$

$$\mathcal{L}_{CC}^{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} 4J^{+\mu} J_\mu^- = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 + \gamma_5) e) (\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e). \quad (1.57)$$

So sánh (1.56) và (1.57) thu được:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}. \quad (1.58)$$

Xét đến tương tác gắn liền với dòng trung hoà của các lepton, chúng ta xuất phát từ (1.53) và sử dụng hệ thức (1.2.2). Kết quả về tương tác dòng trung hoà có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{NC} &= g J_\mu^3 A^{3'\mu} + \frac{1}{2} g' J_\mu^Y B'^\mu \\ &= (g \sin \theta_W J_\mu^3 + g' \cos \theta_W J_\mu^Y / 2) A^\mu \\ &+ (g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W J_\mu^Y) Z^\mu. \end{aligned} \quad (1.59)$$

Chúng tôi muốn nhấn mạnh, toán tử điện tích trong SM được định nghĩa $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$, nên chúng ta có hệ thức

$$J_\mu^{\text{em}} = J_\mu^3 + J_\mu^Y / 2 = \sum_{a=1,2,3} Q(l) \bar{l}_a \gamma_\mu l_a (l = \nu, e). \quad (1.60)$$

Mặt khác, số hạng đầu tiên của (1.59) mô tả tương tác điện từ và chúng được viết lại dưới dạng:

$$g \sin \theta_W J_\mu^3 + g' \cos \theta_W J_\mu^Y / 2 = g' \cos \theta_W J_\mu^{\text{em}}, \quad (1.61)$$

So sánh hệ thức (1.60) và (1.61), chúng ta có thể xác định hằng số tương tác điện từ

$$e = g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W \quad (1.62)$$

hay

$$\frac{1}{e^2} = \frac{1}{g^2} + \frac{1}{g'^2}. \quad (1.63)$$

Dòng thứ hai trong phương trình (1.59) mô tả tương tác yếu gắn với boson chuẩn Z^μ . Số hạng này được viết lại như sau:

$$g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W J_\mu^Y = \frac{g}{\cos \theta_W} (J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{\text{em}}) \equiv \frac{g}{\cos \theta_W} J_\mu^Z \quad (1.64)$$

Để viết lại dòng tương tác này dưới dạng V-A, chúng ta xét một họ fermion với các đa tuyến phân cực trái và đa tuyến phân cực phải được phải được định nghĩa:

$$\psi_L = \begin{pmatrix} f \\ f' \end{pmatrix}, \psi_R = f_R, \psi'_R = f'_R. \quad (1.65)$$

Khi đó dòng J_μ^Z được xác định qua các trạng thái f và f' như sau:

$$\begin{aligned} J_\mu^Z &= J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{\text{em}} \\ &= \bar{\psi}_L \gamma_\mu \tau^3 \psi_L - \sin^2 \theta_W (Q(f) \bar{f} \gamma_\mu f + Q(f') \bar{f}' \gamma_\mu f') \\ &= g_L^f \bar{f}_L \gamma_\mu f_L + g_R^f \bar{f}_R \gamma_\mu f_R + g_L^{f'} \bar{f}'_L \gamma_\mu f'_L + g_R^{f'} \bar{f}'_R \gamma_\mu f'_R, \end{aligned} \quad (1.66)$$

trong đó $Q_f, Q_{f'}$ là điện tích của f, f' (trong đơn vị của e), và

$$\begin{aligned} g_L^f &= \frac{1}{2} - Q_f \sin^2 \theta_W, & g_L^{f'} &= -\frac{1}{2} - Q_{f'} \sin^2 \theta_W, \\ g_R^f &= -Q_f \sin^2 \theta_W, & g_R^{f'} &= -Q_{f'} \sin^2 \theta_W, \end{aligned} \quad (1.67)$$

hay viết theo cách khác,

$$J_\mu^Z = \bar{f} \gamma_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) f + \bar{f}' \gamma_\mu (g_V^{f'} - g_A^{f'} \gamma_5) f', \quad (1.68)$$

với

$$\begin{aligned} g_V^f &= \frac{1}{2}(g_L^f + g_R^f) = \frac{1}{4} - Q_f \sin^2 \theta_W, & g_A^f &= \frac{1}{2}(g_L^f - g_R^f) = \frac{1}{4}, \\ g_V^{f'} &= \frac{1}{2}(g_L^{f'} + g_R^{f'}) = -\frac{1}{4} - Q_{f'} \sin^2 \theta_W, & g_A^{f'} &= \frac{1}{2}(g_L^{f'} - g_R^{f'}) = -\frac{1}{4}. \end{aligned} \quad (1.69)$$

Tương tự, đối với các quark, chúng ta có thể tách Lagrangian cho các quark thành các phần sau:

$$\mathcal{L}_{\text{quark}} = \mathcal{L}_{\text{quark}}^{CC} + \mathcal{L}_{\text{quark}}^{NC} \quad (1.70)$$

với $\mathcal{L}_{\text{quark}}^{CC}$ chứa tương tác dòng mang điện của các quark

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC}^{\text{quark}} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{u}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{d}_{aL} \gamma^\mu u_{aL} W_\mu^- \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{u}'_{iL} (V_L^{u\dagger})_{ia} \gamma^\mu (V_L^d)_{aj} d'_{jL} W_\mu^+ \\ &\quad + \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{a=1,2,3} \bar{d}'_{iL} (V_L^{d\dagger})_{ia} \gamma^\mu (V_L^u)_{aj} u'_{jL} W_\mu^- \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}'_{iL} \gamma^\mu V_{ij} d'_{jL} W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu V_{ij}^\dagger u'_{jL} W_\mu^- \\ &= \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}'_i \gamma^\mu V_{ij} d'_j W_\mu^+ + h.c. \end{aligned} \quad (1.71)$$

với ma trận $V = V_L^{u\dagger} V_L^d$ là ma trận unita 3×3 , hay còn được gọi là ma trận CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa). Ma trận này có thể được tham số hóa bằng phương pháp tham số chuẩn với ba góc trộn $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ và một pha δ_{CP}

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

với $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Chúng ta có thể sử dụng phương pháp tham số hóa Wolfenstein (hai tham số A, ρ và pha vi phạm CP η). Theo cách này, ma trận trộn CKM có dạng:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - \eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.73)$$

Điểm khác biệt then chốt giữa tương tác dòng mang điện trong phần quark và lepton nằm ở khả năng kết cặp giữa các thế hệ hạt. Trong phần

lepton, SM không cho phép sự kết cặp giữa các lepton thuộc các thế hệ khác nhau. Điều này có nghĩa là electron chỉ tương tác với neutrino electron, muon chỉ tương tác với neutrino muon, và tau chỉ tương tác với neutrino tau.

Ngược lại, trong phần quark, sự kết cặp giữa các quark thuộc các thế hệ khác nhau là hoàn toàn có thể xảy ra. Cụ thể, quark loại "down" (d, s, b) có thể tương tác và chuyển hóa thành quark loại "up" (u, c, t) thuộc các thế hệ khác nhau thông qua ma trận CKM. Điều này dẫn đến hiện tượng trộn lẫn hương (flavor mixing) trong quark, một đặc điểm không tồn tại trong lepton theo SM. Tương tác dòng trung hòa của quark được viết lại dưới dạng:

$$\mathcal{L}_{NC}^{\text{quark}} = eJ_{\mu}^{\text{em}} A^{\mu} + \frac{g}{\cos \theta_W} J_{\mu}^Z Z^{\mu}, \quad (1.74)$$

với

$$\begin{aligned} J_{\mu}^{\text{em}} &= \sum_{a=1,2,3} Q(q) \bar{q}_a \gamma_{\mu} q_a, \quad q = u, d \\ J_{\mu}^Z &= \sum_{a=1,2,3} \bar{q}_a \gamma_{\mu} [g_L P_L + g_R P_R] q_a, \end{aligned} \quad (1.75)$$

với g_L, g_R hoàn toàn được xác định tương tự như phần lepton. Nhờ tính unitary của các ma trận V_u và V_d , dòng trung hòa bảo toàn vị một cách tuyệt đối, bất kể ta xét trong cơ sở trạng thái khối lượng. Do đó, ở mức cây, SM không tiên đoán sự tồn tại của dòng trung hòa vi phạm vị. Tuy nhiên, các quá trình chuyển vị vẫn có thể xảy ra thông qua những đóng góp bổ đính bậc cao, một kết quả hoàn toàn phù hợp với cơ chế GIM.

1.3. Các thực nghiệm về tính phổ quát vị lepton trong SM

Mô hình chuẩn được xây dựng sao cho lý thuyết của nó chứa đựng dạng V-A dẫn đến mô hình chuẩn cũng tiên đoán về tính phổ quát vị lepton. Tỉ số nhánh của các quá trình rẽ liên quan đến các thế hệ lepton khác nhau không phụ thuộc vào vị lepton và đã được thực nghiệm xác nhận trong một số kênh rẽ của mesons nhẹ, cũng như các gauge bosons hay các quarkonia.

1.3.1. Phần điện yếu

Các phép đo về tỉ số rẽ nhánh của $Z \rightarrow e^+e^-$, $Z \rightarrow \mu^+\mu^-$, $Z \rightarrow \tau^+\tau^-$ là bằng nhau hoàn toàn phù hợp với dự đoán của SM [52, 56]

$$\frac{\Gamma(Z \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\Gamma(Z \rightarrow e^+e^-)} = 1.0009 \pm 0.00028,$$

$$\frac{\Gamma(Z \rightarrow \tau^+ \tau^-)}{\Gamma(Z \rightarrow e^+ e^-)} = 1.0019 \pm 0.0032. \quad (1.76)$$

Các thí nghiệm LEP, Tevatron và LHC cũng đã thực hiện các phép đo chính xác bằng cách sử dụng phân rã boson W . Tất cả các kết quả thực nghiệm đều phù hợp với LFU [57].

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(W^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} &= 1.0004 \pm 0.008, \\ \frac{\Gamma(W^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{\Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)} &= 1.063 \pm 0.027, \\ \frac{\Gamma(W^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{\Gamma(W^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} &= 1.070 \pm 0.026. \end{aligned} \quad (1.77)$$

1.3.2. Sự phân rã của meson giả vô hướng

Phân rã leptonic của meson giả vô hướng cũng cho phép kiểm chứng về LFU trong SM. Các ràng buộc nghiêm ngặt nhất xuất phát từ nghiên cứu phân rã leptonic của pion hoặc kaon tích điện.

Tỉ số rã nhánh của $K \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ và $K \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ (trong đó độ bất định hadronic bị bỏ qua), có thể được tính toán chính xác trong SM [58]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Gamma(K \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \right)^{SM} &= \left(\frac{M_e}{M_\mu} \right)^2 \left(\frac{M_K^2 - M_e^2}{M_K^2 - M_\mu^2} \right) (1 + \delta_{QED}) \\ &= (2.477 \pm 0.001) \times 10^{-5}, \end{aligned} \quad (1.78)$$

trong đó $\delta_{QED} = (3.78 \pm 0.04)\%$ là phép hiệu chỉnh cho đóng góp của bức xạ hãm bên trong $K^\pm \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \gamma$. Giá trị trung bình của thực nghiệm NA62 [59] được đo là [52]:

$$\frac{\Gamma(K \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (2.488 \pm 0.009) \times 10^{-5} \quad (1.79)$$

là phù hợp tốt với kỳ vọng của SM.

Sự phân rã pion tích điện cũng đã được đo bởi [52, 60]:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}, \quad (1.80)$$

kém chính xác hơn một bậc độ lớn so với dự đoán của SM [58]:

$$\left(\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \right)^{SM} = (1.2352 \pm 0.0001) \times 10^{-4}. \quad (1.81)$$

Trong trường hợp của meson D_s^- , [61]:

$$\frac{\Gamma(D_s^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{\Gamma(D_s^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = 9.95 \pm 0.61, \quad (1.82)$$

phù hợp với nhưng kém chính xác hơn so với dự đoán của SM

$$\left(\frac{\Gamma(D_s^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{\Gamma(D_s^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \right)^{SM} = 9.76 \pm 0.10. \quad (1.83)$$

1.3.3. Phân rã của hạt cộng hưởng J/ψ (*Quarkonia*)

Hạt cộng hưởng J/ψ là hạt meson được cấu thành từ hạt quark nặng hoặc phản quark nặng tương ứng của nó (J/ψ còn có tên gọi là Quarkonia). Nó là một loại hạt véctơ meson có spin bằng một và phân rã thành các hạt khác nhau bao gồm electron-positron và muon -antimuon. Phân rã leptonic của cộng hưởng quarkonia cũng thỏa mãn tính chất phổ quát vị lepton. Thực nghiệm xác định tỉ số rã nhánh của $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ và $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ [52]:

$$\frac{\Gamma(J/\psi \rightarrow e^+e^-)}{\Gamma(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 1.0016 \pm 0.0031, \quad (1.84)$$

điều này phù hợp tốt với tính phổ quát vị lepton với độ chính xác là 0,31%.

Tóm lại, cho đến nay, các thí nghiệm vẫn chưa phát hiện bất kỳ dấu hiệu nào của sự vi phạm phổ quát vị lepton trong các quá trình đã được nghiên cứu. Các ràng buộc chặt chẽ nhất đối với phổ quát vị lepton giữa thế hệ thứ nhất và thứ hai được suy ra từ các phép đo gián tiếp về phân rã lepton tau và phân rã của các meson giả vô hướng nhẹ. Đối với thế hệ thứ ba, các kết quả chính xác cao thu được từ các phép đo trực tiếp độ rộng phân rã một phần của boson Z. Tuy nhiên, các kết quả về tương tác của boson W với thế hệ thứ ba có độ chính xác thấp hơn, với độ lệch 2,6 σ so với dự đoán của SM. Tính phổ quát vị lepton đóng vai trò then chốt trong Mô hình Chuẩn (SM) của vật lý hạt, bởi nó phát biểu rằng các lepton tích điện (e, μ, τ) tương tác với boson W và Z theo cùng một cách, ngoại trừ hiệu ứng khối lượng. Do đó, bất kỳ sự vi phạm nào đối với phổ quát vị lepton đều sẽ là một dấu hiệu mạnh mẽ cho sự tồn tại của các hiện tượng vật lý nằm ngoài SM.

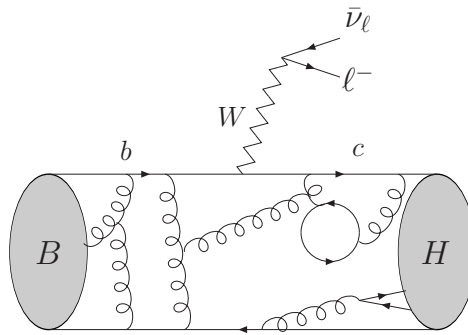
1.4. Đóng góp SM vào dị thường vật lý mới, vi phạm tính phổ quát của vị lepton

Trong Mô hình Chuẩn (SM), các boson chuẩn điện yếu Z và $W^\pm$ tương tác một cách phổ quát với cả ba thế hệ lepton: electron (e), muon (μ) và tau (τ). Điều này có nghĩa là, các hằng số tương tác điện yếu giữa boson chuẩn và lepton không phụ thuộc vào thế hệ lepton tham gia vào quá trình phân rã.

Các trường fermion được cấu thành từ ba thế hệ với cùng các số lượng tử và biểu diễn nhóm đối xứng, dẫn đến cấu trúc tương đồng giữa cả ba thế hệ. Sự khác biệt duy nhất giữa chúng nằm ở tương tác Yukawa với trường Higgs, chịu trách nhiệm tạo ra khối lượng cho các fermion. Chéo hóa các ma trận khối lượng tạo ra ma trận trộn giữa các trạng thái vị và trạng thái khối lượng, đóng vai trò quan trọng trong tương tác giữa fermion và boson chuẩn yếu.

1.4.1. Dị thường trong kênh rã $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$

Sự tồn tại của ma trận CKM cho phép tương tác kết cặp giữa các thế hệ quark khác nhau thông qua tương tác của dòng mang điện. Cụ thể, SM tiên đoán sự tồn tại của quá trình phân rã $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$ ngay ở mức cây. Quá trình này được mô tả bằng giản đồ Feynman như Hình 1.1. Quá trình này tồn tại là do phần tử V_{cb} của ma trận trộn CKM khác không.



Hình 1.1: Minh họa về chuyển đổi $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$ trong SM trong trường hợp một meson B phân rã thành một meson H không xác định [63].

Ở cấp độ hạ nguyên tử, quá trình này tương ứng với sự chuyển hóa của B-meson thành D-meson và các lepton. Tỷ số $R(D)$ và $R(D^{(*)})$ được định

nghĩa là tỷ lệ phân nhánh giữa các lepton thế hệ thứ ba và các lepton thế hệ thứ nhất hoặc thứ hai:

$$R(D) = \frac{\mathcal{B}(B \rightarrow D \tau \nu_\tau)}{\mathcal{B}(B \rightarrow D l \nu_l)} \quad (1.85)$$

$$R(D^{(*)}) = \frac{\mathcal{B}(B \rightarrow D^{(*)} \tau \nu_\tau)}{\mathcal{B}(B \rightarrow D^{(*)} l \nu_l)}, \quad (1.86)$$

trong đó l đại diện cho e hoặc μ . Tỷ số này đã loại bỏ được sự sai số của phần tử ma trộn trộn V_{cb} . Kết quả tiên đoán của SM về các tỷ số này được thể hiện trong bảng (1.2).

Quan sát	SM dự đoán	Ref.
R_D	0.299 ± 0.011	[64]
R_D	0.300 ± 0.008	[65]
R_D	0.299 ± 0.003	[21]
R_D	0.299 ± 0.004	[24]
R_{D^*}	0.252 ± 0.003	[25]
R_{D^*}	0.260 ± 0.008	[23]
R_{D^*}	0.257 ± 0.005	[24]

Bảng 1.2: Dị thường trong phép đo tỷ số R_D và R_{D^*} .

Kết quả phân tích dựa trên kết quả tổng hợp mới nhất được đăng trên [20] là

$$\begin{aligned} R(D^{(*)})^{\text{SM}} &= 0.254 \pm 0.005, \\ R(D)^{\text{SM}} &= 0.298 \pm 0.008, . \end{aligned} \quad (1.87)$$

Mặt khác, thực nghiệm đo $R(D)$, $R(D^{(*)})$ được thực hiện bởi các nhóm thực nghiệm: Babar [14, 15], Belle [16–18] và LHCb [19]. Giá trị trung bình của các kết quả thực nghiệm trên thế giới, được thông báo gần đây nhất của LHCb về $R(D^{(*)})$ cho giá trị [20].

$$\begin{aligned} R(D^{(*)})^{\text{Exp}} &= 0.284 \pm 0.013_{\text{total}}, \\ R(D)^{\text{Exp}} &= 0.356 \pm 0.029_{\text{total}}. \end{aligned} \quad (1.88)$$

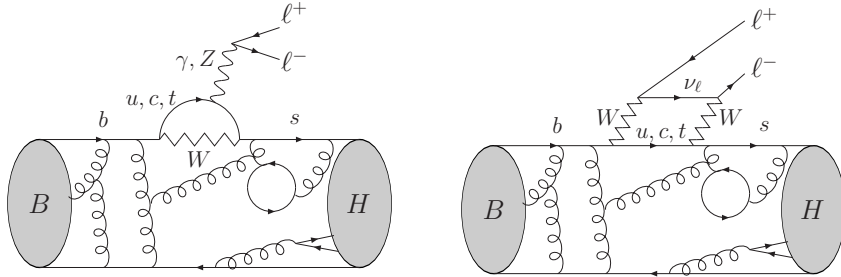
Các giá trị đo được trong thực nghiệm cho thấy sự sai lệch so với dự đoán của SM với độ chính xác chưa cao. Nếu sự bất thường này được xác

nhận trong các thí nghiệm tương lai, đây có thể là dấu hiệu của vật lý mới ngoài SM.

Các đóng góp của vật lý mới (NP) đến từ các tương tác mới. Một giả thiết cho rằng tương tác của hạt leptiquarks với các hạt trong SM có thể cho phép giải thích dị thường nêu trên [71–77]. Một số khác cho rằng: Tương tác trao đổi mức cây của các trường vô hướng tích điện mới [66–68], một vectơ tích điện nặng [69, 70], hoặc các hiệu ứng từ sự hiện diện của neutrino nhẹ [77–79] là các tương tác được kỳ vọng cho đóng góp vào dị thường trong kết quả đo của tỉ số $R(D)$ và $R(D^{(*)})$. Tuy nhiên, để khẳng định tính đúng đắn của các tương tác mới thì chúng ta cần kết hợp với các hiện tượng luận khác.

1.4.2. Dị thường trong kênh rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$

Trong SM không tiên đoán sự tồn tại dòng trung hòa thay đổi vị ở mức cây. Tuy nhiên, các quá trình chuyển vị quark gắn liền với dòng trung hoà được tiên đoán tồn tại ở gần đúng một vòng. Cụ thể, phân rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ được thể hiện ở các giản đồ một vòng (Hình 1.2).



Hình 1.2: Minh họa về chuyển đổi $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ trong SM trong trường hợp một meson B phân rã thành một meson H không xác định [63].

Các sơ đồ Feynman của quá trình chuyển đổi $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ diễn ra thông qua một giản đồ chim cánh cụt Z, γ hoặc một giản đồ hộp W^+W^- , như minh họa trong Hình 1.2. Tỉ số R_{H_b} liên quan đến quá trình phân rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ được định nghĩa bởi:

$$R_{H_b} = \frac{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} \frac{d\Gamma(H_b \rightarrow H_s \mu^+ \mu^-)}{dq^2} dq^2}{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} \frac{d\Gamma(H_b \rightarrow H_s e^+ e^-)}{dq^2} dq^2}, \quad (1.89)$$

trong đó H_b biểu diễn một hadron chứa một b-quark (meson B^+ hoặc B^0), H_s biểu diễn một hadron chứa một s-quark (K hoặc K^*), và q^2 là bình phương

xung lượng bất biến của cặp lepton lấy tích phân giữa q_{min}^2 và q_{max}^2 . Ở đây, các phần tử ma trận CKM phụ thuộc vào vị của quark chạy qua vòng lặp và có dạng $(V_{ib}V_{is}^*)$, trong đó i là $i = t, c, u$. Tính unitary của ma trận CKM cho phép người ta biểu thị tất cả các thành phần của ma trận CKM theo $(V_{tb}V_{ts}^*)$ và $(V_{ub}V_{us}^*)$. Do SM không dự đoán các tương tác FCNC ở mức cây, các quá trình phân rã liên quan đến FCNC trở thành công cụ nhạy bén để phát hiện các hiệu ứng của vật lý mới (NP). Khi nghiên cứu tỷ số R_{H_b} , độ bất định hadronic trong các dự đoán của SM được giảm thiểu đáng kể, các hiệu chỉnh điện động lực học lượng tử (QED) được kiểm soát ở mức $\sim 1\%$ [44], và các bất định hệ thống thực nghiệm được triệt tiêu đáng kể. Do đó, các tỷ lệ phân nhánh này cho phép kiểm tra tính phổ quát lepton (LU) với độ chính xác cao. Trong SM, các tỷ lệ này xấp xỉ 1 ($\simeq 1$), và do đó, rất nhạy cảm với các đóng góp từ các hạt mới, có thể gây ra sự tăng hoặc giảm đáng kể tốc độ phân rã. Chúng tôi liệt kê các kết quả tiên đoán của SM cho tỉ số R_K và R_K^* trong Bảng 1.3.

Quan sát	Ref. [45]	Ref. [80]	Ref [81]	Ref [44]
$R_K(1.0 < q^2 < 6.0 \text{ GeV}^2/c^4)$	1.00 ± 0.01	$1.0004^{+0.0008}_{-0.0007}$	1.000 ± 0.010	
$R_{K^*}(0.045 < q^2 < 1.1 \text{ GeV}^2/c^4)$	0.92 ± 0.02	$0.920^{+0.007}_{-0.006}$	0.9259 ± 0.0041	0.906 ± 0.028
$R_{K^*}(1.1 < q^2 < 6.0 \text{ GeV}^2/c^4)$	1.00 ± 0.01	$0.996^{+0.002}_{-0.002}$	0.9965 ± 0.0006	1.000 ± 0.010

Bảng 1.3: Dự đoán của SM cho R_K và R_{K^*} .

Về mặt thực nghiệm, các nhóm LHCb, Belle [38, 42, 43, 82] đều xác định tỉ số

$$R_K \equiv \frac{\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}, \quad (1.90)$$

trong vùng bình phương xung lượng bất biến của cặp lepton đi ra:

$$(1.0 \leq q^2 \leq 6.0 \text{ GeV}^2).$$

Năm 2014 tại LHCb, nhóm tác giả R. Aaij đã công bố trên tạp chí Phys. Rev. Lett. [42] một thông tin liên quan đến sự vi phạm tính phổ quát vị lepton gắn liền với kênh rã $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ và kết quả thực nghiệm được thể hiện qua giá trị đo

$$R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.745^{+0.090}_{-0.074} \pm 0.036,$$

trong khi mô hình chuẩn tiên đoán $R_K \simeq 1$.

Nhóm thực nghiệm LHCb đã đưa ra thông báo về giá trị của R_K [38],

$$R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.846_{-0.039-0.012}^{+0.042+0.013}, \quad (1.91)$$

với độ chênh lệch 3.1σ so với dự đoán của SM [44, 45] là $\simeq 1$, đưa đến bằng chứng về sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong kênh rã này.

Nhóm phân tích của LHCb [39] và Bell [40] cùng xác định tỉ số ,

$$R_{K^*} \equiv \frac{\text{Br}(B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-)}{\text{Br}(B \rightarrow K^* e^+ e^-)}, \quad (1.92)$$

trong hai miền giá trị bình phương xung lượng bất biến của cặp lepton đi ra [39]. Kết quả của nhóm phân tích LHCb là:

$$R_{K^*}^{\text{LHCb}} = \begin{cases} 0.66 \pm_{-0.07}^{+0.11}(\text{stat}) \pm 0.03(\text{syst}) & \text{cho } 0.045 < q^2 < 1.1 \text{ GeV}^2/c^4, \\ 0.69 \pm_{-0.07}^{+0.11}(\text{stat}) \pm 0.05(\text{syst}) & \text{cho } 1.1 < q^2 < 6.0 \text{ GeV}^2/c^4. \end{cases}$$

Các giá trị này được xác định chênh lệch tương ứng là 2.1σ , 2.5σ thấp hơn kỳ vọng của SM [44, 45, 81]. Nếu kết quả này là đúng thì nó cho phép sự hiện diện của NP. Kết quả thực nghiệm mặc dù chưa được kiểm chứng lại nhưng nó đã thu hút nhiều sự quan tâm của cộng đồng vật lý. Một loạt các phân tích [83–89] đã được đề xuất. Phần lớn các nghiên cứu này tiết lộ rằng các quan sát LFUV R_K and R_{K^*} có thể được giải thích bằng cách sử dụng kết hợp các đóng góp mới của các hệ số Wilson thông qua toán tử V và A. Cách giải thích các dị thường R_K, R_{K^*} quy định sự tồn tại của một trạng thái mới tương tác ở mức cây với muon và quarks, như vectơ bosons Z' [90, 91] hay các vô hướng leptoquarks [92, 93].

Năm 2022, các nhóm phân tích thực nghiệm của LHCb phân tích dựa trên sự kết hợp giữa số liệu thu được từ vòng chạy 1 (Run1) và chạy 2 (Run2) của máy gia tốc dẫn đến độ chính xác của 2 tỉ số R_K và R_{K^*} được cải thiện. Kết quả phân tích đã đăng tải trên [94], [95], và giá trị của tỉ số R_K và R_{K^*} được thông báo là

$$\begin{cases} R_K^{\text{LHCb}} = 0.994_{-0.082}^{+0.090}(\text{stat})_{-0.029}^{+0.027}(\text{syst}) & \text{cho vùng giá trị thấp của } q^2, \\ R_K^{\text{LHCb}} = 0.949_{-0.041}^{+0.042}(\text{stat})_{-0.023}^{+0.023}(\text{syst}) & \text{cho vùng giá trị trung tâm của } q^2. \end{cases} \quad (1.93)$$

với độ lệch là 0.2σ so với dự đoán của SM $\simeq 1$ [44, 45] và

$$R_{K^*}^{\text{LHCb}} = \begin{cases} 0.927_{-0.087}^{+0.093}(\text{sat})_{-0.033}^{+0.034}(\text{syst}) & \text{cho vùng giá trị thấp của } q^2, \\ 1.027_{-0.068}^{+0.072}(\text{sat})_{-0.027}^{+0.027}(\text{syst}) & \text{cho vùng giá trị trung tâm của } q^2. \end{cases}$$

Các tỉ số này cũng có độ lệch chuẩn là 0.2σ so với SM [44, 45, 81].

Kết quả thực nghiệm về tỉ số R_K, R_{K^*} đã được chỉ ra khá gần với tiên đoán của SM. Tuy nhiên, kết quả thực nghiệm xác định tỉ số R_D, R_{D^*} vẫn không thay đổi nhiều so với kết quả phân tích dựa trên phân tích số liệu trước năm 2022. Điều này đòi hỏi chúng ta phải chờ đợi các kết quả thực nghiệm kiểm chứng tính LFU và mong chờ sự tìm kiếm các dấu hiệu NP khác tại máy gia tốc trong tương lai. Mặc dù thực nghiệm hiện tại chưa đủ khẳng định tính chính xác của sự vi phạm tính LFU nhưng chúng ta còn có nhiều các hạn chế khác của SM mà chúng ta tin tưởng SM chỉ là lý thuyết hiệu dụng của lý thuyết mở rộng hơn. Cụ thể là:

- **Khối lượng neutrino:** SM dự đoán các neutrino là các hạt không có khối lượng. Tuy nhiên các bằng chứng thực nghiệm về neutrino đã chỉ ra rằng nó có khối lượng nhỏ và sự trộn lẫn [4–10]. Điều này đòi hỏi phải xây dựng cơ chế lý thuyết để sinh khối lượng nhỏ cho neutrino. Có thể kể đến như cơ chế Seesaw, cơ chế bổ đính [96]. Bên cạnh đó là các mô hình mở rộng SM với các đối xứng gián đoạn [97] để giải thích cho sự trộn của các neutrino. Sự vi phạm CP trong dao động của neutrino cũng đã được khẳng định [98]. Tất cả tạo ra ràng buộc chặt chẽ nên các vùng không gian tham số trong các mô hình chuẩn mở rộng (BSM) cho phép giải thích khối lượng và sự trộn của neutrino. Hiện nay, các phép đo các tham số trong ma trận trộn neutrino (các tham số được dựa trên tương tác của neutrino với vật chất của mô hình chuẩn) ngày càng được cải tiến. Các tham số dao động, tham số CP, dấu của Δm_{23} cũng đang tiếp tục được khảo sát [99]. Bên cạnh đó sự xuất hiện các tương tác mới của neutrino với các hạt vật lý mới, gọi là các tương tác không chuẩn (NSI). Các tương tác mới này có thể làm ảnh hưởng đến việc giải thích kết quả đo thực nghiệm của các tham số dao động tạo ra sự suy biến trong phép đo góc trộn mặt trời, giá trị của góc trộn trong lò phản ứng θ_{23} , tham số vi phạm CP, δ_{CP} , phân bậc khối lượng, chính xác hóa tham số góc trộn khí quyển θ_{23} . Chính vì vậy NSI của neutrino có thể là một kênh gợi ý thăm dò Vật lý mới [100].
- **Vật chất tối và năng lượng tối:** Trong mô hình chuẩn không tồn tại vật chất tối. Vật chất tối (chiếm 27% vật chất vũ trụ) đổ đầy các thiên hà và mở rộng ra vỏ ngoài thiên hà ở một thang năng lượng lớn. Chúng

trung hòa điện, không phát ra hay phản chiếu đủ bức xạ điện từ để có thể quan sát được bằng kính thiên văn hay các thiết bị đo đạc hiện nay. Hiệu ứng mạnh nhất là tương tác hấp dẫn và đã được biết đến như lăng kính hấp dẫn [101]. Chúng cũng gây nên sự phân bố vận tốc gần như không đổi của các sao khi quay quanh tâm thiên hà đã được quan sát. Năng lượng tối choán đầy vũ trụ, chiếm đến 68% vật chất vũ trụ. Một đặc tính của năng lượng tối là nó sẽ sinh lực hấp dẫn là lực đẩy khi các thiên hà nằm trong nó. Điều này giải thích cho hiện tượng các thiên hà đang dần xa nhau với vận tốc tăng dần (sự giãn nở gia tốc của vũ trụ), quan sát được trong những năm qua [102]. Mặc dù chưa có bằng chứng thực nghiệm trực tiếp quan sát thấy vật chất tối nhưng các thực nghiệm vẫn luôn được cải thiện [103] và cho những kết quả tốt hơn cũng như đưa ra giới hạn chặt cho các quá trình hủy vật chất tối ra các sản phẩm quan sát được [11]. Các nhà vật lý lý thuyết cũng đi xây dựng các cơ chế để giải thích sự tồn tại và các tính chất của vật chất tối [104,105]

- Bigbang và lạm phát: Tất cả các bằng chứng quan sát vũ trụ đã biết như bức xạ nền, sóng hấp dẫn nguyên thủy, giãn nở Hubble, đường chân trời, vũ trụ phẳng, không tồn tại đơn cực từ, tàn dư của các nguyên tố nhẹ...đều ám chỉ đến và được giải thích thỏa đáng bởi thuyết Bigbang (vũ trụ như một điểm vô cùng cô đặc và vô cùng nóng cách đây khoảng 13.7 tỉ năm) và theo sau là quá trình giãn nở lạm phát (xảy ra ở $10^{-37}s$ sau vụ nổ với sự mở rộng không gian nhanh hơn rất nhiều vận tốc ánh sáng sao cho vũ trụ lạnh đủ nhanh). Tuy nhiên, Bigbang (chỉ ít vũ trụ trước $10^{-43}s$) và lạm phát là hai kỳ dị mà mô hình chuẩn và thuyết tương đối rộng không làm việc, ở đây hiệu ứng hấp dẫn lượng tử trở nên quan trọng.
- Bất đối xứng vật chất-phản vật chất: Mô hình chuẩn chỉ mô tả khoảng 5% thành phần vật chất vũ trụ (mặc dù nó rất thành công), gọi là vật chất thông thường. Hơn thế, ngày nay chúng ta chỉ quan sát thấy vật chất thông thường được cấu thành từ các hạt, không có phản vật chất được cấu thành từ các phản hạt (mâu thuẫn với lý thuyết trường tương đối tính vì số phản hạt phải bằng số hạt) [12]. Thậm chí, các quá trình vi phạm CP cơ sở trong mô hình chuẩn được tính đến, chúng cũng không đủ để sinh bất đối xứng vật chất-phản vật chất của vũ trụ. Ngoài ra

khối lượng Higgs yêu cầu để có sự chuyển pha điện yếu đủ mạnh dẫn đến sự mất cân bằng nhiệt động không được vượt quá 50GeV, điều này mâu thuẫn với kết quả đo khối lượng Higgs là 125 GeV tại LHC [2, 3].

- Ngoài ra còn một số vấn đề chưa được giải thích trong SM như mô tả tương tác hấp dẫn, sự lượng tử hóa điện tích, phân bậc năng lượng rất lớn giữa thang điện yếu và Planck, v.v. Giữa những vấn đề đó, dĩ nhiên vật lý mới ở máy gia tốc và các giả thuyết vật lý vi, như số thế hệ fermion, phân bậc khối lượng giữa các thế hệ, B physics, đang được nghiên cứu rộng và thời sự.

1.5. Kết luận chương 1

Trong chương này, chúng tôi đã trình bày tổng quan về tính phổ quát vị lepton và quark trong SM cũng như các cơ sở lý thuyết và thực nghiệm liên quan. Tính phổ quát vị lepton được xác lập dựa trên cấu trúc V-A của tương tác yếu. Phân tích lý thuyết và thực nghiệm cho thấy, ngoại trừ các hiệu ứng khối lượng, tương tác yếu đối với các thế hệ lepton (electron, muon và tau) có độ mạnh như nhau. Điều này được chứng minh bởi các phép đo chính xác cao trong các phân rã của boson W , Z , các meson giả vô hướng và quarkonia. Chúng tôi cũng đã khảo sát vai trò của ma trận trộn CKM trong phần quark, thể hiện sự khác biệt giữa tương tác của các thế hệ quark.

Ngoài ra chương này cũng đã trình bày tổng quan về SM - lý thuyết mô tả ba tương tác cơ bản: điện từ, yếu và mạnh. SM có cấu trúc đối xứng chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, sử dụng cơ chế Higgs để sinh khối lượng cho boson chuẩn và fermion, đồng thời tạo ra ma trận trộn CKM. SM là lý thuyết nhất quán cao, phù hợp với hầu hết dữ liệu thực nghiệm, đặc biệt trong việc tiên đoán tương tác yếu V-A, phân cực neutrino, bảo toàn số lepton và khối lượng các hạt gauge boson.

Tuy nhiên, SM có nhiều hạn chế: không giải thích được khối lượng neutrino, vật chất tối và các dị thường gần đây trong phân rã B meson. Các phân rã $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$, $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$, có thể là tín hiệu của sự vi phạm tính phổ quát vị lepton và là dấu hiệu cho vật lý mới vượt ra ngoài SM. Sự khác biệt này có thể cho thấy sự hiện diện của các tương tác mới, chẳng hạn như các hạt leptoquark, các boson chuẩn ngoài SM hoặc các trường vô hướng mở rộng. Những dị thường này đang thu hút sự quan tâm mạnh mẽ từ cả lý thuyết lẫn

thực nghiệm và là động lực thúc đẩy nghiên cứu các mô hình mở rộng SM.

Trong phần tiếp theo luận án, chúng tôi sẽ giới thiệu một số mô hình BSM theo hướng mở rộng phổ hạt hay mở rộng nhóm đối xứng điện yếu mà chúng có khả năng chứa những tương tác mới giải thích được những hiện tượng luận về sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong dị thường vật lý vị này.

CHƯƠNG 2. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong một số mô hình mở rộng

Để giải quyết vấn đề vi phạm tính phổ quát vị lepton (LFU), các mô hình vật lý mới được xây dựng với những đặc điểm riêng biệt, nhằm mục đích giải thích các dị thường quan sát được và mở rộng hiểu biết về thế giới hạt cơ bản. Điểm chung của các mô hình này là việc bổ sung thêm các hạt và tương tác mới vào SM, như leptoquark, boson Z' , hoặc các hạt bổ sung khác. Những hạt này tương tác với lepton theo những cách thức khác biệt, dẫn đến vi phạm LFU. Cơ chế vi phạm LFU thường liên quan đến sự trộn lẫn giữa các thế hệ lepton hoặc các tương tác mới vi phạm tính phổ quát của tương tác yếu. Điều quan trọng là các mô hình này đều hướng đến tính kiểm tra được, tức là đưa ra các tiên đoán cụ thể về các hiện tượng có thể quan sát được trong các thí nghiệm, từ đó cho phép các nhà khoa học xác minh tính đúng đắn của chúng. Các mô hình LFU cũng được xây dựng để giải quyết các vấn đề khác trong vật lý hạt, như khối lượng neutrino, vật chất tối, hay sự bất đối xứng vật chất-phản vật chất, cho thấy sự liên kết chặt chẽ giữa các hiện tượng này. Với sự đa dạng và linh hoạt, các mô hình mở rộng, mở rộng nhóm đối xứng không thời gian [106–109], mở rộng phổ hạt [110,111] và mở rộng nhóm đối xứng chuẩn của SM [112–117], mở ra những hướng đi mới trong việc khám phá thế giới hạt cơ bản, hứa hẹn mang lại những khám phá đột phá trong tương lai.

Các mô hình như vậy có thể là sự mở rộng phổ hạt với leptoquark [71–77,118] hay mở rộng đối xứng chuẩn với sự tương tác của fermion và boson chuẩn trung hòa mới Z' [46,47,90,91]. Trong mô hình leptoquark, việc giải quyết các dị thường trong các quá trình phân rã vi phạm tính phổ quát vị lepton (LFU) đòi hỏi áp đặt các điều kiện cụ thể lên hằng số tương tác leptoquark. Ngược lại, trong các mô hình mở rộng đối xứng, sự vi phạm LFU có thể xuất hiện một cách tự nhiên, được chi phối trực tiếp bởi chính cấu trúc

đối xứng của mô hình. Mô hình 3-3-1 là một minh chứng điển hình, dựa trên sự mở rộng đối xứng thống nhất điện yếu, cho phép giải quyết một cách tự nhiên các vấn đề hiện tại của vật lý hạt và vũ trụ. Mô hình này đồng thời dự đoán sự vi phạm LFU, với kết quả tiên đoán có thể kiểm chứng được qua thực nghiệm, do các tương tác mới bị chi phối bởi hằng số tương tác chuẩn. Trong chương này, chúng tôi sẽ trình bày hai cách tiếp cận để áp đặt các điều kiện vào mô hình mở rộng, nhằm thu được lời giải cho các kênh phân rã vi phạm LFU. Chúng tôi phân tích sâu vào cách tiếp cận thứ hai, đối xứng mở rộng sẽ chi phối tính không đồng nhất trong tương tác của các thế hệ lepton.

2.1. Mô hình với leptoquark

Như đã đề cập, cách đơn giản nhất đề xuất sự vi phạm tính LFU là giới thiệu các hạt mới có tương tác khác nhau giữa các thế hệ lepton. Chúng ta áp đặt các điều kiện cho các hằng số tương tác để từ đó khớp các tiên đoán của mô hình về sự vi phạm LFU. Điển hình cho cách tiếp cận này là mô hình vật lý mở rộng với leptoquark. Leptoquark là một boson biến đổi như tam tuyến của nhóm $SU(3)_C$, được đưa vào SM. Leptoquark mang cả số lepton và baryon, và tương tác với cả quark và lepton. Mô hình leptoquark đơn giản nhất có cấu trúc giống như SM, cộng thêm một hạt đơn tuyến của $SU(2)_L$, mang cả số baryon và số lepton, tương tác đồng thời với lepton và quark, và có siêu tích $Y = -\frac{1}{3}$ [72]. Dưới phép biến đổi chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, leptoquark được biểu diễn như sau: $(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3})$. Lagrangian của mô hình lúc này bao gồm Lagrangian của SM cộng thêm Lagrangian của Φ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Phi = & (D_\mu \Phi)^\dagger D_\mu \Phi - M_\Phi^2 |\Phi|^2 - g_{h\Phi} |\phi|^2 |\Phi|^2 \\ & + \bar{Q}^c \boldsymbol{\lambda}^L i\tau_2 L \Phi^* + \bar{u}_R^c \boldsymbol{\lambda}^R e_R \Phi^* + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

trong đó ϕ là lưỡng tuyến Higgs, $\boldsymbol{\lambda}^{L,R}$ là các ma trận trong không gian vị, và $\psi^c = C\bar{\psi}^T$ là spinor liên hợp điện tích. Tương tác của leptoquark được khai triển theo phương trình (2.1), cụ thể là thành phần ở dòng thứ hai. Đóng góp của các tương tác mới cho đóng góp vào các tỉ số R_K , R_{K^*} và R_D , R_{D^*} . Cụ thể, dòng mang điện ở mức cây cho phép giải thích R_D , R_{D^*} và dòng FCNC ở mức bổ chính một vòng cho phép giải thích R_K , R_{K^*} với ma trận CKM và PMNS tương ứng [92, 93]. Chi tiết của việc khảo sát được trình bày ở phụ lục (A). Kết quả cho thấy: khối lượng của leptoquark ở thang TeV thì các

hệ số tương tác $\lambda_{t\mu}^L, \lambda_{u\mu}^L, \lambda_{c\mu}^L$ rơi vào bậc $\mathcal{O}(1)$, các hằng số tương tác với các leptoquark phân cực phải là nhỏ thì chúng ta có thể khớp được các tỉ số R_K , R_{K^*} và R_D , R_{D^*} và một số các kênh rã khác của mô hình với số liệu thực nghiệm. Chi tiết chứng minh được trình bày trong phụ lục (A). Tuy nhiên mô hình vẫn còn hạn chế như còn tồn tại rã của proton [72]. Điều này dẫn đến mô hình cần phải được hiệu chỉnh bằng cách thêm vào một số đối xứng mới để có thể hạn chế được các tương tác đó [119, 120]. Trong luận án này chúng tôi đi theo hướng tiếp cận cách giải quyết vấn đề vi phạm tính LFU dựa trên mở rộng đối xứng chuẩn của SM mà cụ thể là các mô hình mở rộng dựa trên nhóm đối xứng $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ và được chúng tôi gọi gọn là mô hình 3-3-1.

2.2. Các mô hình 3-3-1

Chúng tôi phân loại mô hình 3-3-1 dựa theo cách sắp xếp hạt, phổ quát theo lepton (thường) hay phổ quát theo quark (đảo).

2.2.1. Mô hình 3-3-1 thường

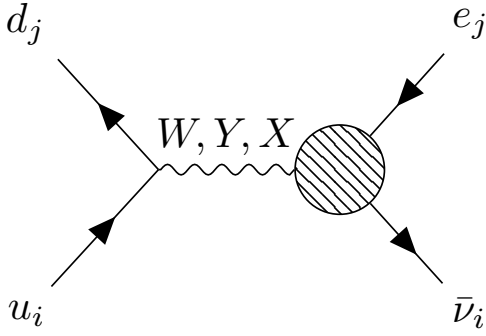
Mô hình 3-3-1 là mô hình làm việc với nhóm đối xứng chuẩn được mở rộng từ mô hình chuẩn, cụ thể là mô hình làm việc với nhóm đối xứng chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(3) \otimes U(1)_N$. Các ưu điểm của mô hình 3-3-1 là giải thích được số thế hệ fermion bằng ba [121, 137–140], khối lượng nhỏ của neutrino [122–132], vi phạm CP trong tương tác mạnh [133–135], sự lượng tử hóa điện tích [121, 137–140], top quark có khối lượng nặng bất thường [136]. Các mô hình 3-3-1 có thể chia ra thành nhiều phiên bản với các ưu nhược điểm khác nhau do cách sắp xếp phổ hạt và lựa chọn số lượng đa tuyến Higgs khác nhau. Sự sắp xếp các hạt trong mô hình phụ thuộc vào việc định nghĩa toán tử điện tích $Q = T_3 + \beta T_8 + N$. Chúng tôi trình bày chi tiết trong bảng (2.1). Các giá trị của β sẽ quyết định điện tích của mô hình. Với cách chọn β khác nhau thì sẽ cho ta các phiên bản khác nhau của mô hình 331 như mô hình 331 đơn giản (S331) [141], mô hình 331 tiết kiệm (E331) [142, 147], mô hình 331 với neutrino phân cực phải (ν 331) [143–146]...

Khi xây dựng mô hình vật lý dựa trên đối xứng chuẩn thì vấn đề khử dị thường là một trong những vấn đề cần được quan tâm đầu tiên. Đối với mô hình 3-3-1, để khử dị thường của nhóm $SU(3)_L$, số tam tuyến phải bằng số

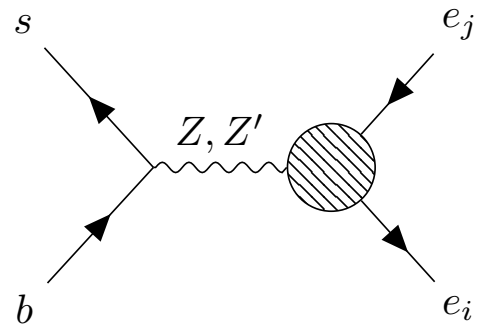
Hạt	Biểu diễn 331	Phân tích nhóm SM	Vị
ψ_ℓ	$\left(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\beta\right)$	$\left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2}\right) + \left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	3
ℓ^c	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 1)$	$(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, 1)$	3
ℓ_X	$\left(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	$\left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	3
Q_{12}	$\left(\mathbf{3}, \overline{\mathbf{3}}, \frac{1}{6} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\beta\right)$	$\left(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{1}{6}\right) + \left(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	2
Q_3	$\left(\mathbf{3}, \mathbf{3}, \frac{1}{6} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\beta\right)$	$\left(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{1}{6}\right) + \left(\mathbf{3}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	1
u^c	$(\overline{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$	$(\overline{\mathbf{3}}, \widehat{\mathbf{1}}, -\frac{2}{3})$	3
d^c	$(\overline{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$	$(\overline{\mathbf{3}}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{1}{3})$	3
J_{12}	$\left(\overline{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	$\left(\overline{\mathbf{3}}, \widehat{\mathbf{1}}, -\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	2
J_3	$\left(\overline{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	$\left(\overline{\mathbf{3}}, \widehat{\mathbf{1}}, -\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	1
ϕ_1	$\left(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\beta\right)$	$\left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{1}{2}\right) + \left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	1
ϕ_2	$\left(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}\beta\right)$	$\left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right) + \left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, 0\right)$	1
ϕ_3	$\left(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\beta\right)$	$\left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2}\right) + \left(\mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta\right)$	1

Bảng 2.1: Sự sắp xếp của các hạt trong mô hình 3-3-1 thông thường cho giá trị β bất kỳ. ϕ_i là trường vô hướng trong khi tất cả các trường khác là fermion Weyl phân cực trái. β có thể đảo ngược dấu, khi đó đồng thời hoán đổi tất cả các biểu diễn $SU(3)_L$ thành các phản biểu diễn tương ứng.

phản tam tuyến, do đó khi xây dựng mô hình các tác giả thường sắp xếp 3 thể hệ lepton và một thể hệ quark biến đổi như là một tam tuyến dưới nhóm đối xứng $SU(3)_L$ còn hai thể hệ còn lại biến đổi như là một phản tam tuyến dưới nhóm đối xứng $SU(3)_L$. Đây là cách sắp xếp thông thường. Theo cách sắp xếp này, các mô hình 3-3-1 dự đoán tồn tại các tương tác của dòng trung hòa thay đổi vị của quark gắn liền với Z' tại gần đúng mức cây, và tương tác Z' với cặp lepton có cùng vị và cường độ. Điều đó có nghĩa là mô hình này không dự đoán sự vi phạm tính phổ quát của lepton [148–151] tại gần đúng mức cây. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton có thể xảy ra tại gần đúng một vòng. Cụ thể, đóng góp mới vào tỉ số R_K , R_{K^*} và R_D , R_{D^*} đến từ cùng một loại giản đồ chim cánh cụt như hình vẽ (2.1) và (2.2). Đóng góp này được dự đoán sẽ phụ thuộc vào phần tử ma trộn trộn giữa các fermion trong SM và các fermion mới. Chính vì vậy, đóng góp này sẽ là rất nhỏ và không được kỳ vọng có thể giải quyết được kết quả thực nghiệm về giá trị của tỉ số R_D , R_{D^*} .



Hình 2.1: Giản đồ chim cánh cụt cho đóng góp mới vào tỉ số R_D , R_{D^*} .



Hình 2.2: Giản đồ chim cánh cụt cho đóng góp mới vào tỉ số R_K , R_{K^*} .

2.2.2. Mô hình 3-3-1 đảo

Như đã đề cập ở trên, mô hình 3-3-1 thông thường dự đoán tính phổ quát số vị lepton nhưng lại vi phạm tính phổ quát số vị quark. Đặc tính này bị chi phối bởi cấu trúc đối xứng chuẩn $SU(3)_L$, xuất phát từ việc sắp xếp ba thể hệ lepton và một thể hệ quark biến đổi như tam tuyến, trong khi hai thể hệ quark còn lại biến đổi như phản tam tuyến của nhóm $SU(3)_L$ để triệt tiêu dị thường của nhóm $SU(3)_L$. Đây là cách sắp xếp đơn giản nhất khi điều kiện khử dị thường đòi hỏi số tam tuyến fermion của nhóm $SU(3)_L$ bằng số phản tam tuyến của chúng. Tuy nhiên, đến năm 2016, các tác giả R. M. Fonseca

và M. Hirsch đã đề xuất một lời giải khác để triệt tiêu dị thường $SU(3)_L$. Cụ thể, các tác giả đã chỉ ra rằng dị thường gắn liền với nhóm $SU(3)_L$ của lực tuyến bằng 7 lần dị thường của tam tuyến: $\mathcal{A}(\mathbf{6}) = 7\mathcal{A}(\mathbf{3})$. Do đó, các tác giả đã đề xuất sắp xếp phổ hạt của mô hình 3-3-1 như sau:

- Trong phần lepton: Thế hệ thứ nhất của các lepton biến đổi như một lực tuyến, còn hai thế hệ còn lại biến đổi như một tam tuyến của $SU(3)_L$.
- Trong phần quark: Cả ba thế hệ quark biến đổi như phản tam tuyến của nhóm $SU(3)_L$.

Với cách sắp xếp này, tổng dị thường của tam tuyến là $9\mathcal{A}(\mathbf{3})$, và tổng dị thường của phản tam tuyến là $3 \times 3\mathcal{A}(\mathbf{3}^*) = 9\mathcal{A}(\mathbf{3}^*)$. Lý do là mỗi quark có 3 màu, nên mỗi thế hệ quark ta phải nhân thêm hệ số 3. Cách sắp xếp này đảo ngược tính phổ quát từ vị lepton sang vị quark, nên ta gọi là mô hình 3-3-1 đảo (F331) [48]. Chi tiết về các đặc tính khác của phổ hạt được trình bày trong bảng (2.2).

Do tính phổ quát của vị quark, mô hình 3-3-1 đảo loại bỏ dòng tương tác trung hòa thay đổi vị quark ở gần đúng mức cây. Ngược lại, tính đối xứng không đồng nhất của phần lepton dẫn đến sự vi phạm tính phổ quát vị lepton (LFU). Mô hình này dự đoán sự tồn tại của các quá trình trộn vị lepton ngay ở mức cây, bao gồm các kênh phân rã như $\mu \rightarrow 3e$, $\mu \rightarrow e\bar{\nu}_\mu\nu_e$, quá trình chuyển đổi $\mu \leftrightarrow e$ trong hạt nhân, và các tương tác không chuẩn của neutrino với vật chất [152]. Các nghiên cứu hiện tượng luận cho thấy mô hình này hoạt động tốt khi thang vật lý mới ở cỡ vài TeV, mở ra khả năng tìm kiếm các hạt vật lý mới khi LHC hoạt động ở thang 100 TeV trong tương lai. Hơn nữa, sự tồn tại của tương tác vi phạm LFU có thể giải thích một cách tự nhiên các phép đo vi phạm LFU trong các kênh phân rã của B-meson.

Để phá vỡ đối xứng và sinh khối lượng cho các hạt trong mô hình 3-3-1 đảo, các tác giả đã đưa vào ba tam tuyến vô hướng và một lực tuyến, như được liệt kê trong bảng 2.2. Điều này dẫn đến một phần vô hướng phức tạp, có khả năng xuất hiện các tương tác vi phạm vị lepton của hạt Higgs tựa Higgs trong SM ngay ở gần đúng mức cây. Để khắc phục điều này, mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu [49] đã được đề xuất. Luận án này tập trung nghiên cứu các hiện tượng luận liên quan đến LFU trong mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu. Do đó, trong phần tiếp theo của chương, chúng tôi sẽ trình bày chi tiết các dòng

tương tác trong mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu (MF331), và phân tích sự ảnh hưởng của các tương tác này đến các hiện tượng luận về sự vi phạm LFU.

Hạt	Biểu diễn 331	Phân tích nhóm SM	Thành phần	Vị
ψ_{1L}	$(\mathbf{1}, \mathbf{6}, -\frac{1}{3})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\bar{3}}, 0) + (\mathbf{1}, \mathbf{\bar{2}}, -\frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, -1)$	$\begin{pmatrix} \xi^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}\xi^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\nu_1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\xi^0 & \xi^- & \frac{1}{\sqrt{2}}e_1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\nu_1 & \frac{1}{\sqrt{2}}e_1 & E_1 \end{pmatrix}$	1
$\psi_{\alpha=\mu,\tau}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -\frac{2}{3})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\bar{2}}, -\frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, -1)$	$(\nu_\alpha, e_\alpha, E_\alpha)^T$	2
e_{aR}^c	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 1)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, 1)$	e_{aR}^c	6
Q_{aL}	$(\mathbf{3}, \mathbf{\bar{3}}, \frac{1}{3})$	$(\mathbf{3}, \mathbf{\bar{2}}, \frac{1}{6}) + (\mathbf{3}, \mathbf{\hat{1}}, \frac{2}{3})$	$(d_a, -u_a, U_a)_L^T$	3
u_{aR}^c	$(\mathbf{\bar{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$	$(\mathbf{\bar{3}}, \mathbf{\hat{1}}, -\frac{2}{3})$	u_{aR}^c	6
d_{aR}^c	$(\mathbf{\bar{3}}, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$	$(\mathbf{\bar{3}}, \mathbf{\hat{1}}, \frac{1}{3})$	d_{aR}^c	3
ρ	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \frac{1}{3})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\bar{2}}, \frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, 0)$	$(\rho_1^+, \rho_2^0, \rho_3^0)^T$	2
χ	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \frac{1}{3})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\bar{2}}, \frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, 0)$	$(\chi_1^+, \chi_2^0, \chi_3^0)^T$	2
η	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -\frac{2}{3})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\bar{2}}, -\frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, -1)$	$(\eta_1^0, \eta_2^-, \eta_3^-)^T$	1
S	$(\mathbf{1}, \mathbf{6}, \frac{2}{3})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{\bar{3}}, 1) + (\mathbf{1}, \mathbf{\bar{2}}, \frac{1}{2}) + (\mathbf{1}, \mathbf{\hat{1}}, 0)$	$\begin{pmatrix} S_{11}^{++} & \frac{1}{\sqrt{2}}S_{12}^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}S_{13}^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}S_{12}^+ & S_{22}^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}S_{23}^0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}S_{13}^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}S_{23}^0 & S_{33}^0 \end{pmatrix}$	1

Bảng 2.2: Sự sắp xếp các hạt trong mô hình 3-3-1 đảo. ρ, χ, η và S là các trường vô hướng trong khi tất cả các trường khác là các fermion phân cực trái. a biểu diễn số vị. Các thành phần của tam tuyến $SU(3)_L$ trong cột thứ tư ứng với phân tích nhóm của SM được đưa ra trong cột thứ hai; đối với các bộ sáu, ξ^+, ξ^0, ξ^- và $S_{11}^{++}, S_{12}^+, S_{22}^0$ là thành phần của lục tuyến, $(\nu_e, e_e)^T$ và $(S_{13}^+, S_{23}^0)^T$ là lưỡng tuyến của $SU(2)_L$, trong khi E_e và S_{23}^0 là các đơn tuyến.

2.3. Mô hình 3-3-1 đảo tối thiểu

2.3.1. Đối xứng chuẩn và phổ hạt

Trước tiên, chúng tôi muốn nhắc lại rằng mô hình 3-3-1 là phiên bản mở rộng của Mô hình Chuẩn dựa trên sự mở rộng nhóm đối xứng điện yếu từ nhóm $SU(2)_L \times U(1)_Y$ thành nhóm $SU(3)_L \times U(1)_X$. Toán tử điện tích và siêu tích yếu được xác định như sau:

$$Q = T_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}T_8 + X, \quad Y = \frac{1}{\sqrt{3}}T_8 + X, \quad (2.2)$$

với T_3, T_8 là các vi tử chéo của nhóm $SU(3)_L$, và X là vi tử của nhóm $U(1)_X$. Phổ hạt fermion trong mô hình MF331 được giữ nguyên như trong phiên

bản F331. Tức là, thể hệ lepton thứ nhất biến đổi như một lục tuyến, hai thể hệ lepton còn lại biến đổi như tam tuyến dưới phép biến đổi của nhóm $SU(3)_L$. Ba thể hệ quark biến đổi như một phản tam tuyến của đối xứng chuẩn $SU(3)_L$. Chi tiết về ký hiệu của các đa tuyến và biểu diễn của chúng dưới nhóm đối xứng $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_Y$ được trình bày trong bảng (2.2).

Sự khác biệt chính giữa hai phiên bản F331 và MF331 nằm ở phần vô hướng. Sự phức tạp và hậu quả không mong muốn phát sinh từ phần vô hướng trong phiên bản F331 được giải quyết trong phiên bản MF331. Trong mô hình MF331 [49], phần vô hướng được tối giản hóa, giảm từ ba tam tuyến và một lục tuyến trong mô hình F331 xuống còn hai tam tuyến vô hướng. Cụ thể, hai đa tuyến vô hướng được sử dụng trong mô hình MF331 có biểu diễn như sau:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho_2^0 \\ \rho_3^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, 1/3), \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^+ \\ \chi_2^0 \\ \chi_3^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, 1/3), \quad (2.3)$$

trong đó giá trị trung bình chân không (VEVs) của chúng có dạng

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ w' \end{pmatrix}, \quad \langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v' \\ w \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Để duy trì tính nhất quán với SM và khối lượng cho neutrino đủ nhỏ thì các VEVs này phải thỏa mãn $v', w' \ll v \ll w$. Sơ đồ phá vỡ đối xứng tự phát của mô hình diễn ra như sau:.

$$\begin{aligned} & SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X, \\ & \quad \downarrow \omega \\ & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y, \\ & \quad \downarrow v \\ & SU(3)_C \otimes U(1)_Q. \end{aligned}$$

Dựa trên nghiên cứu [49], toán tử $B - L$ là một tích chuẩn, tương tự như toán tử điện tích Q , nó không giao hoán cũng không khép kín theo đại số với nhóm $SU(3)_L$. Điều này cho thấy rằng tính đối xứng của mô hình được xem xét là một chuẩn hoàn toàn $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$, và tích $B - L$ có dạng

$$B - L = \frac{2}{\sqrt{3}} T_8 + N, \quad (2.5)$$

trong đó N là tích chuẩn của nhóm mở rộng $U(1)_N$ để đảm bảo điều kiện đóng kín đại số. Bảng (2.3) và (2.4) bao gồm tích N và tích $B - L$ cho các thành phần hạt tương ứng.¹

Đa tuyến	ψ_{1L}	$\psi_{\alpha L}$	Q_{aL}	e_{aR}	E_{aR}	u_{aR}	d_{aR}	U_{aR}	ρ	χ
N	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	-1	-2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Bảng 2.3: Tích N của các đa tuyến trong mô hình.

Hạt	e^-	ν	$u^{2/3}$	$d^{-1/3}$	ξ^+	ξ^0	ξ^-	E^-	$U^{2/3}$
$B - L$	-1	-1	1/3	1/3	0	0	0	-2	4/3
Hạt	X^+	Y^0	ρ_1^+	ρ_2^0	ρ_3^0	χ_1^+	χ_2^0	χ_3^0	
B-L	1	1	0	0	-1	1	1	0	

Bảng 2.4: Tích $B - L$ cho các hạt trong MF331.

2.3.2. Phần phổ khối lượng của hạt vô hướng

Với sự giới thiệu của hai tam tuyến vô hướng Higgs có biểu diễn như trong phương trình (2.3), thế vô hướng bất biến dưới nhóm đối xứng chuẩn $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ và tái chuẩn hóa được có dạng:

$$\begin{aligned}
 V = & \mu_1^2 \rho^\dagger \rho + \mu_2^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_2 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_3 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_4 (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) \\
 & + [\bar{\mu}_3^2 \chi^\dagger \rho + \bar{\lambda}_5 (\chi^\dagger \rho)^2 + (\bar{\lambda}_6 \rho^\dagger \rho + \bar{\lambda}_7 \chi^\dagger \chi) \chi^\dagger \rho + H.c.].
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Để đảm bảo thế vô hướng bị chặn dưới, đảm bảo cho cấu trúc chân không bền, thì cần các điều kiện cho các tham số trong thế vô hướng như sau:

$$\lambda_{1,2} > 0, \quad \lambda_3 + \lambda_4 \theta(-\lambda_4) > -2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}, \quad \mu_1^2 < 0, \quad \mu_2^2 < 0. \quad (2.7)$$

Chúng ta có thể phân tách thế vô hướng thành các thành phần sau:

$$V = V_{\min} + V_{\text{linear}} + V_{\text{mass}} + V_{\text{int}}, \quad (2.8)$$

trong đó:

¹Mô hình MF331 như là một gần đúng ở năng lượng thấp của một mô hình dựa trên đối xứng chuẩn $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \times U(1)_N$ [49]. Các hằng số không tái chuẩn hóa trong mô hình MF331 được xác định là nhỏ và tỉ lệ $\sim \frac{1}{\Lambda}$ với Λ là thang năng lượng mới (phá vỡ đối xứng $U(1)_N$ ngoại trừ tương tác $\bar{Q}_{\alpha L} \chi \rho d_{bR}$).

- $V_{\min}$ là năng lượng chân không.
- V_{linear} chứa các tổ hợp tuyến tính của các trường.
- V_{mass} chứa các số hạng khối lượng.
- V_{int} chứa các số hạng tương tác của các trường vô hướng.

Điều kiện số hạng tuyến tính của hàm trường bị triệt tiêu dẫn đến sự ràng buộc của các tham số như sau:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 v + \lambda_1(v^2 + w'^2)v + \lambda_3 \frac{(w^2 + v'^2)v}{2} + \lambda_4 \frac{(ww' + vv')v'}{2} \\ + \bar{\mu}_3^2 v' + \bar{\lambda}_5(ww' + vv')v' + \bar{\lambda}_6 \frac{2wvw' + 3v^2v' + w'^2v'}{2} + \bar{\lambda}_7 \frac{(w^2 + v'^2)v'}{2} = 0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \mu_2^2 w + \lambda_2(w^2 + v'^2)w + \lambda_3 \frac{(v^2 + w'^2)w}{2} + \lambda_4 \frac{(ww' + vv')w'}{2} \\ + \bar{\mu}_3^2 w' + \bar{\lambda}_5(ww' + vv')w' + \bar{\lambda}_6 \frac{(v^2 + w'^2)w'}{2} + \bar{\lambda}_7 \frac{3w^2w' + 2wvv' + w'v'^2}{2} = 0, \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \mu_2^2 v' + \lambda_2(w^2 + v'^2)v' + \lambda_3 \frac{(v^2 + w'^2)v'}{2} + \lambda_4 \frac{(ww' + vv')v}{2} \\ + \bar{\mu}_3^2 v + \bar{\lambda}_5(ww' + vv')v + \bar{\lambda}_6 \frac{(v^2 + w'^2)v}{2} + \bar{\lambda}_7 \frac{w^2v + 2ww'v' + 3vv'^2}{2} = 0, \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \mu_1^2 w' + \lambda_1(v^2 + w'^2)w' + \lambda_3 \frac{(w^2 + v'^2)w'}{2} + \lambda_4 \frac{(ww' + vv')w}{2} \\ + \bar{\mu}_3^2 w + \bar{\lambda}_5(ww' + vv')w + \bar{\lambda}_6 \frac{wv^2 + 3ww'^2 + 2vv'v'}{2} + \bar{\lambda}_7 \frac{(w^2 + v'^2)w}{2} = 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ngoài những đối xứng chuẩn kể trên, chúng ta nhận thấy, thế vô hướng còn chứa đựng một đối xứng gần đúng $B - L$. Dựa trên giá trị tích $B - L$ đưa ra trong bảng (2.4), các tham số $\bar{\lambda}$ và $\bar{\mu}_3$ vi phạm tích $B - L$ trong khi $\lambda, \mu_{1,2}$ bảo toàn $B - L$. Do đó, giả thiết: $\bar{\lambda} \ll \lambda$ và $\bar{\mu}_3 \ll \mu_{1,2}$ là có cơ sở vì khi đối xứng $B - L$ là chính xác thì $\bar{\lambda} = 0, \bar{\mu}_3 = 0$. Từ các phương trình (2.11) và (2.12), ta suy ra:

$$v' \simeq -\frac{[\bar{\mu}_3^2 + (\bar{\lambda}_6/2)v^2 + (\bar{\lambda}_7/2)w^2]v}{\mu_2^2 + \lambda_2w^2 + (\lambda_3/2)v^2 + (\lambda_4/2)(v^2 + wv')} \sim \frac{\bar{\mu}_3^2}{w},$$

$$w' \simeq -\frac{[\bar{\mu}_3^2 + (\bar{\lambda}_6/2)v^2 + (\bar{\lambda}_7/2)w^2]w}{\mu_1^2 + \lambda_1 v^2 + (\lambda_3/2)w^2 + (\lambda_4/2)(w^2 + wv/t)} \sim \frac{\bar{\mu}_3^2}{w},$$

trong đó $t \equiv w'/v'$ và ta giả thiết: $\bar{\mu}_3^2 \sim \bar{\lambda}_6 v^2 \sim \bar{\lambda}_7 w^2$. Vì $\bar{\mu}_3 \ll \mu_{1,2} \sim (v, w)$, ta có $v', w' \ll \bar{\mu}_3$. Trong thực tế, nếu lấy $\bar{\mu}_3 = 1$ MeV đến 1 GeV, điều này ngụ ý $v' \sim w' \sim 0.1$ eV đến 0.1 MeV. Giá trị này đủ nhỏ để giải thích khối lượng neutrino nhỏ. Với điều kiện: $v', w' \ll v, w$, các điều kiện (2.9) và (2.10), có thể viết thành:

$$v^2 \simeq \frac{-\mu_1^2 \lambda_2 + \mu_2^2 \lambda_3/2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2/4}, \quad w^2 \simeq \frac{-\mu_2^2 \lambda_1 + \mu_1^2 \lambda_3/2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2/4}. \quad (2.13)$$

Số hạng thứ ba của thế năng chứa phổ khối lượng của các trường vô hướng và được phân tách thành $V_{\text{mass}} = V_{\text{mass}}^S + V_{\text{mass}}^A$. Tất cả các trường vô hướng mang điện tích đều có khối lượng bằng không và được xác định là các Goldstone boson bị ăn bởi các trường gauge W và X . Cụ thể, $G_W^\pm = \rho_1^\pm$ và $G_X^\pm = \chi_1^\pm$.

Các phần thực của các trường vô hướng trung hòa tạo thành ma trận trộn khối lượng 4×4 :

$$V_{\text{mass}}^S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 & S'_2 & S'_3 \end{pmatrix} M_S^2 \begin{pmatrix} S_2 \\ S_3 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

Ma trận này cung cấp một Goldstone boson (G_1) và một trường Higgs mới ($\mathcal{H}$) trực giao với Goldstone boson (G_1). Các trạng thái này được biểu diễn như tổ hợp tuyến tính của S'_2, S'_3 như sau:

$$G_1 \simeq \frac{wS'_2 - vS'_3}{\sqrt{w^2 + v^2}}, \quad \mathcal{H} \simeq \frac{vS'_2 + wS'_3}{\sqrt{w^2 + v^2}}, \quad m_{\mathcal{H}}^2 \simeq \frac{\lambda_4}{2}(w^2 + v^2). \quad (2.15)$$

Hai trạng thái S_2 và S_3 trộn nhỏ với nhau. Chéo hoá ma trận khối lượng, ta thu được các trạng thái vật lý:

$$H \simeq S_2 - \epsilon S_3, \quad H_1 = S_3 + \epsilon S_2, \quad (2.16)$$

trong đó tham số trộn lẫn và khối lượng được cho bởi:

$$\epsilon \simeq \frac{\lambda_3}{2\lambda_2} \frac{v}{w}, \quad m_H^2 \simeq \frac{(4\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2)v^2}{2\lambda_2}, \quad m_{H_1}^2 \simeq 2\lambda_2 w^2. \quad (2.17)$$

Phần ảo của các trường vô hướng trung hòa trộn lẫn thông qua ma trận khối lượng 4×4 . Khi chéo hóa ma trận này, ta thu được ba hạt không khối

lượng, được xác định là ba boson Goldstone trung hòa điện tích, bị ăn bởi các boson gauge Z và Z' , một thành phần ảo của boson Goldstone phức bị hấp thụ bởi boson gauge phức trung hòa điện tích, và một pseudo-scalar có khối lượng.

$$G_Z \simeq A_2, \quad G_{Z'} \simeq A_3, \quad G_2 \simeq \frac{wA'_2 + vA'_3}{\sqrt{w^2 + v^2}},$$

$$\mathcal{A} \simeq \frac{-vA'_2 + wA'_3}{\sqrt{w^2 + v^2}}, \quad m_{\mathcal{A}}^2 \simeq \frac{\lambda_4}{2}(w^2 + v^2).$$

Chúng tôi nhận thấy: H là nhẹ, được đồng nhất là hạt Higgs tựa Higgs trong SM. Ngoài ra, ta có thể định nghĩa $H' = (\mathcal{H} + i\mathcal{A})/\sqrt{2}$ vì $\mathcal{H}$ và $\mathcal{A}$ có cùng khối lượng, tương tự cho $G_Y^0 = (G_1 + iG_2)/\sqrt{2}$ là boson Goldstone của trường gauge Y . Trong giới hạn hiệu dụng $v \ll w$, hai đa tuyến Higgs có thể biểu diễn theo các trạng thái vật lý như sau^{2 3 4}:

$$\rho \simeq \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H + iG_Z) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}w' + H' \end{pmatrix}, \quad \chi \simeq \begin{pmatrix} G_X^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}v' + G_Y^0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(w + H_1 + iG_{Z'}) \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

²Để phù hợp với dự đoán của SM đối với khối lượng boson chuẩn W , các VEVs v, v' phải thỏa mãn mối quan hệ: $\sqrt{v^2 + v'^2} \simeq 246 \text{ GeV} = (\sqrt{2}G_F)^{-1}$.

³Bỏ qua số lượng tử $B - L$, hai tam tuyến ρ, χ , có thể coi là tương đương. Hàm tái chuẩn hóa là bất biến dưới biến đổi $O(2)$: $\begin{pmatrix} \rho & \chi \end{pmatrix}^T = U \begin{pmatrix} \rho' & \chi' \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} e_{aR} & E_{aR} \end{pmatrix}^T = U \begin{pmatrix} e'_{aR} & E'_{aR} \end{pmatrix}^T, Y_{lq} = U Y'_{lq} U^T$ với $U = \begin{pmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' \\ \sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix}$, $Y_{lq} = \begin{pmatrix} h^{e(u)} & s^{E(U)} \\ s^{e(u)} & h^{E(U)} \end{pmatrix}$. Tuy nhiên một cặp đa tuyến vô hướng, (χ, ρ) , cũng như một cặp leptons (e_{aR}, E_{aR}) mang một tích $B - L$. Phép quay trên dẫn đến một cơ sở mới, là trộn giữa các trường có tích $B - L$ khác nhau. Do sự xấp xỉ của đối xứng $B - L$, nó cho phép góc trộn θ là nhỏ. Với lựa chọn: $\tan \theta' = -\frac{w'}{w} \ll 1$, các VEVs của các đa tuyến vô hướng, ρ', χ' , có thể được viết lại thành: $\langle \rho' \rangle^T \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & v - \frac{w'}{w}v' & 0 \end{pmatrix}, \langle \chi' \rangle^T \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & v' + \frac{w'}{w}v & w \end{pmatrix}$, và các trạng thái fermion phân cực phải mới được viết: $e'_{aR} \simeq e_{aR} - \frac{w'}{w}E_{aR}, E'_{aR} \simeq E_{aR} + \frac{w'}{w}e_{aR}$. Phép biến đổi với góc nhỏ θ' có thể dẫn đến tương tác vi phạm vị lepton với các tương tác đủ nhỏ để phù hợp với thực nghiệm thông qua các toán tử không thể tái chuẩn hóa.

⁴Trong công trình trước [49], các tác giả đã chỉ ra rằng mô hình được xem xét là bất biến theo phép biến đổi chuẩn $SU(3)_L$. Nếu chọn phép biến đổi chuẩn là $U = e^{i\lambda\gamma \frac{\kappa}{v_1}}$, tất cả các trường tam tuyến được biến đổi thành $f \rightarrow Uf$, sau phép biến đổi chuẩn, VEV của các đa tuyến vô hướng có dạng sau: $\langle \rho' \rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & w \end{pmatrix}^T, \langle \chi' \rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & v & w' + \frac{v'}{w}v \end{pmatrix}^T$, và các đa tuyến fermion cũng biến đổi dưới dạng đã được trình bày [49]. Tất cả các kết quả và kết luận đều không phụ thuộc vào phép quay của biến đổi chuẩn và cách chọn chân không.

trong đó $G_{W,X,Y,Z,Z'}$ là các Goldstone bosons.

2.3.3. Phổ khối lượng của các hạt boson chuẩn

Chúng tôi kí hiệu hằng số tương tác và boson chuẩn tương ứng của nhóm đối xứng điện yếu mở rộng như sau:

$$\begin{aligned} SU(3)_L &: g, \quad A_\mu^a, \quad a = 1, \dots, 8, \\ U(1)_X &: g' = t_X g, \quad B_\mu. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Khối lượng của các boson chuẩn được xác định từ số hạng động năng của các đa tuyến vô hướng sau khi đối xứng bị phá vỡ tự phát. Lagrangian chứa số hạng khối lượng của chúng có dạng

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{gauge}} = (D_\mu < \rho >)^\dagger (D^\mu < \rho >) + (D_\mu < \chi >)^\dagger (D^\mu \chi), \quad (2.20)$$

với $D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^a - ig_X X B_\mu$.

Do sự xuất hiện của các VEVs $v', w' \neq 0$, các boson gauge tích điện, $W^\pm = (A_1 \mp iA_2)/\sqrt{2}$ và $X^\pm = (A_4 \mp iA_5)/\sqrt{2}$, có sự trộn lẫn với nhau. Các trạng thái vật lý là (W', X') được xác định trong [49] là

$$\begin{cases} W'_\mu = \cos \theta W_\mu - \sin \theta X_\mu, \\ X'_\mu = \sin \theta W_\mu + \cos \theta X_\mu, \end{cases} \quad (2.21)$$

ở đây θ là góc trộn nhỏ và được định nghĩa bởi

$$t_{2\theta} \equiv \tan 2\theta = \frac{-2(w'v + ww')}{v^2 + v'^2 + w^2 + w'^2}. \quad (2.22)$$

Bên cạnh đó, các boson gauge trung hòa A_3 , A_8 , và B cũng trộn lẫn với thành phần A_6 , là phần thực của boson gauge trung hòa phức $Y^{0,0*} = (A_6 \mp iA_7)/\sqrt{2}$. Tuy nhiên, v' và w' là rất nhỏ nên ta có thể bỏ qua sự trộn lẫn này. Trong giới hạn này, khối lượng của các hạt boson chuẩn mang điện có biểu thức:

$$m_W^2 \simeq \frac{g^2 v^2}{4}, \quad m_X^2 \simeq \frac{g^2 w^2}{4}, \quad m_Y^2 \simeq \frac{g^2 (v^2 + w^2)}{4}. \quad (2.23)$$

Hạt W được đồng nhất là hạt boson mang điện trong tương tác yếu, điều này ngụ ý : $v \simeq 246 \text{ GeV}$

Tương tự, trạng thái vật lý của các boson chuẩn trung hoà là tổ hợp của các thành phần A_3, A_8 và B ,

$$A = s_W A_3 + c_W \left(\frac{t_W}{\sqrt{3}} A_8 + \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} B \right), \quad (2.24)$$

$$Z = c_W A_3 - s_W \left(\frac{t_W}{\sqrt{3}} A_8 + \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} B \right), \quad (2.25)$$

$$Z' = \sqrt{1 - \frac{t_W^2}{3}} A_8 - \frac{t_W}{\sqrt{3}} B, \quad (2.26)$$

với khối lượng tương ứng là

$$m_A = 0, \quad m_Z^2 \simeq \frac{g^2 v^2}{4c_W^2}, \quad m_{Z'}^2 \simeq \frac{g^2 [c_{2W}^2 v^2 + 4c_W^4 w^2]}{4c_W^2 (3 - 4s_W^2)}, \quad (2.27)$$

với $s_W = \sin \theta_W$, $c_W = \cos \theta_W$ và giá trị của góc θ_W được xác định bởi $s_W = \sqrt{3} t_X / \sqrt{3 + 4t_X^2}$ với $t_X = g_X / g$. Trạng thái vật lý A được đồng nhất là photon, Z và Z' có sự trộn nhỏ với góc trộn được xác định như sau:

$$t_{2\varphi} \simeq - \frac{c_{2W} \sqrt{1 + 2c_{2W} v^2}}{2c_W^4 w^2}, \quad (2.28)$$

Trạng thái vật lý của các trường boson chuẩn trung hoà truyền tương tác yếu là: $Z_1 = c_\varphi Z - s_\varphi Z'$ và $Z_2 = s_\varphi Z + c_\varphi Z'$.

2.3.4. Khối lượng các fermion

Bởi vì số đa tuyến Higgs bị giảm xuống nên các fermion nhẹ thu được khối lượng thông qua các tương tác không chuẩn được đặc trưng bởi các toán tử sáu chiều, trong khi khối lượng của các quark và lepton nặng được xác định bởi các toán tử bốn chiều. Tổng tương tác Yukawa tính đến 6 chiều đã được trình bày trong [49] như sau:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{quark}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{lepton}}. \quad (2.29)$$

Số hạng đầu tiên trong (2.29) chứa các tương tác Yukawa của các quark, và nó có thể được viết như sau:⁵

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{quark}} = h_{ab}^U \bar{Q}_{aL} \chi^* U_{bR} + h_{ab}^u \bar{Q}_{aL} \rho^* u_{bR} + s_{ab}^u \bar{Q}_{aL} \chi^* u_{bR}$$

⁵Lưu ý rằng các thành phần khác như $\bar{Q}_{aL} \rho \rho d_{bR}$ hay $\bar{Q}_{aL} \chi \chi d_{bR}$ không có trong các tương tác quark Yukawa. Điều này được giải thích như sau: các thành phần này sẽ bất biến theo đối xứng 3-3-1 nếu chúng được nhân với hằng số cấu

$$+ s_{ab}^U \bar{Q}_{aL} \rho^* U_{bR} + \frac{h_{ab}^d}{\Lambda} \bar{Q}_{aL} \chi \rho d_{bR} + H.c. \quad (2.30)$$

Sau khi phá vỡ đối xứng tự phát nhóm điện yếu $SU(3)_L \times U(1)_X$, d-quark thu được khối lượng thông qua các số hạng Yukawa không tái chuẩn hóa sau:

$$[\mathcal{M}_d]_{ab} = \frac{h_{ab}^d}{2\Lambda} (wv - w'v'). \quad (2.31)$$

Các u -quarks trong SM $u = (u_1, u_2, u_3)$, và các U -quarks mới, $U = (U_1, U_2, U_3)$, trộn thông qua ma trận trộn

$$\mathcal{M}_{\text{up}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h^u v + s^u v' & h^U v' + s^U v \\ -h^u w' - s^u w & -h^U w - s^U w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_u & M_{uU} \\ M_{uU}^T & M_U \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Các điều kiện, $w \gg v \gg w', u'$ và $h^u, h^U \gg s^u, s^U$, dẫn đến giới hạn

$$\frac{M_{uU}}{M_U} \ll 1, \quad \frac{M_{Uu}}{M_U} \ll 1, \quad \frac{M_u}{M_U} \ll 1. \quad (2.33)$$

Do đó, ma trận khối lượng $\mathcal{M}_{\text{up}}$ có thể được chéo hóa hộp bằng cách sử dụng các phép biến đổi bi-unitary.

$$(u_{L,R} \ U_{L,R})^T = \begin{pmatrix} 1 & T_{u_{L,R}} \\ -T_{u_{L,R}}^\dagger & 1 \end{pmatrix} (\tilde{u}_{L,R} \ \tilde{U}_{L,R})^T. \quad (2.34)$$

Do các điều kiện được đưa ra trong công thức (2.33), các ma trận $T_{u_{L,R}}$ có thể được viết như sau

$$T_{u_L} \simeq M_{uU} M_U^{-1}, \quad T_{u_R} \simeq M_{Uu}^\dagger (M_U^{-1})^\dagger. \quad (2.35)$$

Các quark nhẹ trộn lẫn với nhau và trạng thái vật lý của chúng được biểu diễn bằng

$$u'_{L,R} = \begin{pmatrix} u'_1, u'_2, u'_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T = V_{L,R}^u \begin{pmatrix} \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T,$$

trúc $SU(3)_L$: $\epsilon^{ijk}(\bar{Q}_{aL})_i(\rho)_j(\rho)_k d_{bR}$ ($i, j, k = 1, 2, 3$), tương tự đối với thành phần $\epsilon^{ijk}(\bar{Q}_{aL})_i(\rho)_j(\chi)_k d_{bR}$, trong đó ϵ^{ijk} là tensor Levi Civita hoàn toàn phản đối xứng. Tuy nhiên, $\epsilon^{ijk}(\bar{Q}_{aL})_i(\rho)_j(\rho)_k d_{bR}$ sẽ không bằng 0 do sự sao chép của hai ρ cũng như do tính chất đối xứng của ϵ^{ijk} , cụ thể là $\epsilon^{ijk}(\bar{Q}_{aL})_i(\rho)_j(\rho)_k d_{bR} + \epsilon^{ijk}(\bar{Q}_{aL})_i(\rho)_k(\rho)_j d_{bR} = \epsilon^{ijk}(\bar{Q}_{aL})_i[(\rho)_j(\rho)_k - (\rho)_k(\rho)_j] d_{bR} = 0$ cho mọi i, j, k . Do đó, sẽ không có tổ hợp nào như $\rho\rho$ hoặc $\chi\chi$ trong Lagrangian Yukawa cả phần lepton và quark, ngoại trừ các số hạng duy nhất bao gồm thế hệ lepton đầu tiên ψ_{1L} vì nó biến đổi như một lục tuyến dưới nhóm chuẩn $SU(3)_L$.

$$\begin{aligned}
d'_{L,R} &= \begin{pmatrix} d'_1, d'_2, d'_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T = V_{L,R}^d \begin{pmatrix} d_1, d_2, d_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T, \\
U'_{L,R} &= \begin{pmatrix} U'_1, U'_2, U'_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T = V_{L,R}^U \begin{pmatrix} \tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T.
\end{aligned} \quad (2.36)$$

Thành phần thứ hai trong công thức (2.29) chứa các tương tác Yukawa của các lepton ^{6,7}

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{lepton}} &= h_{ab}^E \bar{\psi}_{\alpha L} \chi E_{bR} + h_{ab}^e \bar{\psi}_{\alpha L} \rho e_{bR} + s_{ab}^e \bar{\psi}_{\alpha L} \chi e_{bR} + s_{ab}^E \bar{\psi}_{\alpha L} \rho E_{bR} \\
&+ \frac{h_{1b}^E}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L} \chi \chi E_{bR} + \frac{h_{1b}^e}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L} \chi \rho e_{bR} + \frac{s_{1b}^E}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L} \chi \rho E_{bR} \\
&+ \frac{s_{1b}^{'E}}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L} \rho \rho E_{bR} + \frac{s_{1b}^e}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L} \chi \chi e_{bR} + \frac{s_{1b}^{'e}}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L} \rho \rho e_{bR} \quad (2.37)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ \frac{h_{11}^\xi}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L}^c \chi \chi \psi_{1L} + \frac{s_{11}}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L}^c \chi \rho \psi_{1L} + \frac{s_{11}'}{\Lambda} \bar{\psi}_{1L}^c \rho \rho \psi_{1L} \\
&+ \frac{s_{1\alpha}}{\Lambda^2} \bar{\psi}_{1L}^c \chi \chi \rho \psi_{\alpha L} + \frac{s_{1\alpha}'}{\Lambda^2} \bar{\psi}_{1L}^c \chi \rho \rho \psi_{\alpha L} + H.c. \quad (2.38)
\end{aligned}$$

Từ các tương tác Yukawa của lepton tích điện, ta nhận thấy các lepton tích điện SM trộn lẫn với các lepton mới.

Trong cơ sở, $e_a^\pm, E_a^\pm, \xi^\pm$, ma trận khối lượng lepton tích điện có dạng:

$$\mathcal{M}_l = \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{eE} & M_{e\xi} \\ M_{Ee} & M_{EE} & M_{E\xi} \\ M_{\xi e} & M_{\xi E} & M_{\xi\xi} \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

ở đây,

$$\begin{aligned}
[M_{ee}]_{\alpha b} &\simeq -\frac{1}{\sqrt{2}} h_{\alpha b}^e v + f_{\alpha b}^{ee}, & [M_{ee}]_{1b} &\simeq -\frac{1}{2\sqrt{2}\Lambda} h_{1b}^e v w + f_{1b}^{ee}, \\
[M_{EE}]_{\alpha b} &\simeq -\frac{1}{\sqrt{2}} h_{\alpha b}^E w + f_{\alpha b}^{EE}, & [M_{EE}]_{1b} &\simeq -\frac{1}{2\Lambda} h_{1b}^E w^2 + f_{1b}^{EE}, \\
[M_{eE}]_{\alpha b} &\simeq f_{\alpha b}^{eE}, & [M_{Ee}]_{\alpha b} &\simeq f_{\alpha b}^{Ee}, & [M_{eE}]_{1b} &\simeq f_{1b}^{eE}, & [M_{Ee}]_{b1} &\simeq f_{b1}^{eE}, \\
[M_{\xi e}]_{1b} &\simeq f_{1b}^{\xi e}, & [M_{e\xi}]_{b1} &\simeq f_{b1}^{e\xi}, & [M_{\xi E}]_{1b} &\simeq f_{1b}^{\xi E}, & [M_{E\xi}]_{b1} &\simeq f_{b1}^{E\xi},
\end{aligned}$$

⁶Các thuật ngữ tương tác hiệu dụng trong công thức (2.38) có thể được viết một cách rõ ràng dưới dạng các dạng rút gọn sau: $\bar{\psi}_{1L} \chi \chi E_{bR} \equiv (\bar{\psi}_{1L})_{ij}(\chi)_i(\chi)_j E_{bR}$, $\bar{\psi}_{1L}^c \chi \chi \psi_{1L} \equiv \epsilon^{ikm} \epsilon^{jln} (\bar{\psi}_{1L}^c)_{ij}(\chi)_k(\chi)_l(\psi_{1L})_{mn}$, $\bar{\psi}_{1L}^c \chi \chi \rho \psi_{\alpha L} \equiv \epsilon^{ikm} \epsilon^{jln} (\bar{\psi}_{1L}^c)_{ij}(\chi)_k(\chi)_l(\rho)_m(\psi_{\alpha L})_n$, do ψ_{1L} biến đổi như là một lục tuyến dưới nhóm $SU(3)_L$

⁷Lagrangian có thể bao gồm các toán tử sáu chiều khác thu được trực tiếp từ các tương tác có thể chuẩn hóa, chẳng hạn như: $\bar{Q}_{\alpha L} \chi^* \chi \rho^* u_{bR}$, $\bar{\Psi}_{\alpha L} \chi^* \chi \rho e_{bR}$, và $\bar{\Psi}_{\alpha L} \chi^* \chi \rho E_{bR}$. Nhưng so với các toán tử có thể chuẩn hóa, chúng cung cấp khối lượng rất nhỏ cho các lepton và quark, vì vậy chúng ta có thể bỏ qua chúng.

$$M_{\xi\xi} \simeq h_{11}^\xi w + f^{\xi\xi}$$

với $\alpha = 2, 3$ và $b = 1, 2, 3$. Các hàm $f_{ab}^{EE}, f_{ab}^{eE}, f_{ab}^{ee}, f_{1b}^{e\xi}, f_{1b}^{E\xi}$, được trình bày trong Phụ lục B. Tương tự như việc chéo hóa ma trận khối lượng u-quark, $\mathcal{M}_l$ có thể được chéo hóa hộp bằng cách sử dụng các phép biến đổi bi-unitary cho các trường lepton trái và phải

$$(e_{L,R} \ E_{L,R} \ \xi_{L,R})^T = \begin{pmatrix} 1 & T_{eE_{L,R}} & T_{e\xi_{L,R}} \\ -T_{eE_{L,R}}^\dagger & 1 & T_{E\xi_{L,R}} \\ -T_{e\xi_{L,R}}^\dagger & -T_{E\xi_{L,R}}^\dagger & 1 \end{pmatrix} (\tilde{e}_{L,R} \ \tilde{E}_{L,R} \ \tilde{\xi}_{L,R})^T \quad (2.40)$$

Với phép gần đúng $M_{eE, e\xi, E\xi} \ll M_{ee} \ll M_{EE} \sim M_{\xi\xi}$, ta có

$$\begin{aligned} T_{eE_L} &\simeq M_{eE} M_{EE}^{-1}, & T_{eE_R} &\simeq M_{Ee}^\dagger (M_{EE}^{-1})^\dagger, \\ T_{e\xi_L} &\simeq M_{e\xi} M_{\xi\xi}^{-1}, & T_{e\xi_R} &\simeq M_{\xi e}^\dagger (M_{\xi\xi}^{-1})^\dagger, \\ T_{E\xi_L} &\simeq \left\{ 1 + M_{EE} [(M_{\xi\xi}^2 - M_{EE}^2)^{-1}] M_{EE}^\dagger \right\} M_{E\xi} M_{\xi\xi}^{-1} \\ &\quad + M_{EE} [(M_{\xi\xi}^2 - M_{EE}^2)^{-1}] M_{\xi E}^\dagger, \\ T_{E\xi_R} &\simeq [(M_{\xi\xi}^2 - M_{EE}^2)^{-1}] (M_{\xi E}^\dagger M_{\xi\xi} + M_{EE}^\dagger M_{E\xi}). \end{aligned} \quad (2.41)$$

Các lepton nhẹ e' , và các trạng thái nặng, E' tự trộn, và các trạng thái vật lý của chúng được xác định thông qua ma trận trộn như sau:

$$\begin{aligned} e'_{L,R} &= \begin{pmatrix} e'_1 & e'_2 & e'_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T = V_{L,R}^l \begin{pmatrix} \tilde{e}_1 & \tilde{e}_2 & \tilde{e}_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T, \\ E'_{L,R} &= \begin{pmatrix} E'_1 & E'_2 & E'_3 & \xi' \end{pmatrix}_{L,R}^T = V_{L,R}^E \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 & \tilde{E}_2 & \tilde{E}_3 & \tilde{\xi} \end{pmatrix}_{L,R}^T \end{aligned} \quad (2.42)$$

Các neutrino hoạt động thu được khối lượng nhỏ từ sự kết hợp của cơ chế seesaw loại II và III, từ các tương tác Yukawa lepton và được trình bày chi tiết trong [49]. Chúng tôi muốn lưu ý rằng các trạng thái neutrino vật lý có liên quan đến các trạng thái vị như sau

$$\nu' = \begin{pmatrix} \nu'_1 & \nu'_2 & \nu'_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T = V_{L,R}^\nu \begin{pmatrix} \nu_1 & \nu_2 & \nu_3 \end{pmatrix}_{L,R}^T. \quad (2.43)$$

2.3.5. Dòng mang điện và dòng trung hòa

Tương tác của các fermion với các boson chuẩn bắt nguồn từ Lagrangian và có dạng như sau

$$\mathcal{L}_{\text{Fermion}} = i\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu \Psi, \quad (2.44)$$

trong đó Ψ chạy trên tất cả các đa tuyến fermion của mô hình. Đạo hàm hiệp biến được định nghĩa $D_\mu = \partial_\mu + ig_s t_a G_\mu^a + ig P_\mu$, trong đó t_a là các vi tử của nhóm $SU(3)_C$ và bằng 0 cho lepton và bằng $\frac{\lambda_a}{2}$ cho quark. P_μ chứa các vi tử của $SU(3)_L \times U(1)_X$. Dạng của P_μ phụ thuộc vào biểu diễn của nhóm $SU(3)_L$ và $U(1)_X$ cụ thể,

$$P_\mu \Psi = \begin{cases} (T_a A_\mu^a + t_X X B_\mu) \Psi, & \text{cho tam tuyến của } SU(3)_L, \\ A_\mu^a (T_a \Psi + \Psi T_a) + t_X X B_\mu \Psi, & \text{cho lục tuyến của } SU(3)_L, \end{cases}$$

trong đó $T_a = \frac{\lambda_a}{2}$, T_a là bằng 0 với các đơn tuyến fermion phân cực phải. Trong mô hình F331, thế hệ lepton đầu tiên biến đổi như là một lục tuyến của $SU(3)_L$, trong khi hai thế hệ còn lại biến đổi như là tam tuyến $SU(3)_L$, dẫn đến sự vi phạm LFU ở cả hai phần lepton mang điện và trung hòa. Bằng cách thay $P_\mu \Psi$ vào trong công thức (2.44), người ta thu được các tương tác của dòng mang điện như sau

$$\mathcal{L}^{C.C} = J_W^{-\mu} W_\mu^+ + J_X^{-\mu} X_\mu^+ + J_Y^{0\mu} Y_\mu^0 + \text{H.c.}, \quad (2.45)$$

$$J_W^{-\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu e_{aL} + \bar{u}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} + \sqrt{2} \left(\bar{\xi}_L^+ \gamma^\mu \xi_L^0 + \bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu \xi_L^- \right) \right\} \quad (2.46)$$

$$J_X^{-\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu E_{\alpha L} + \sqrt{2} \left(\bar{\nu}_{1L} \gamma^\mu E_{1L} + \bar{\xi}_L^+ \gamma^\mu \nu_{1L} \right) \right. \\ \left. + \bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu e_{1L} - \bar{U}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} \right\}, \quad (2.47)$$

$$J_Y^{0\mu} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{e}_{\alpha L} \gamma^\mu E_{\alpha L} + \sqrt{2} \left(\bar{e}_{1L} \gamma^\mu E_{1L} + \bar{\xi}_L^- \gamma^\mu e_{1L} \right) \right. \\ \left. + \bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu \nu_{1L} + \bar{U}_{aL} \gamma^\mu u_{aL} \right\}. \quad (2.48)$$

Trong dòng mang điện liên quan đến các boson chuẩn mang điện mới, có sự vi phạm LFU, đặc biệt là trong phần lepton mang điện của SM khi chỉ có duy nhất electron tương tác với boson $X^\pm$. Tương tác này sẽ đóng vai trò quan trọng trong các dị thường R_K, R_{K^*} . Dòng trung hòa đã được nghiên cứu [49], Lagrangian mô tả tương tác gắn liền với nó có dạng (2.44)

$$\mathcal{L}^{N.C} = -\frac{g}{2c_W} \bar{f} \gamma^\mu \{ g_V^Z(f) - g_A^Z(f) \gamma_5 \} f Z_\mu \\ -\frac{g}{2c_W} \bar{f} \gamma^\mu \{ g_V^{Z'}(f) - g_A^{Z'}(f) \gamma_5 \} f Z'_\mu, \quad (2.49)$$

trong đó tương tác $g_V^{Z,(Z')}(f), g_A^{Z,(Z')}(f)$ được liệt kê trong bảng (2.5). Sự vi phạm LFU có thể được thấy rõ trong tương tác của boson Z' . Ba thế hệ quark

biến đổi đồng nhất dưới các nhóm $SU(3)_L \times U(1)_X$, các quá trình FCNC liên quan đến $b \rightarrow s$ không tồn tại ở mức cây, và chỉ được tính đến đóng góp bổ đính một vòng.

f	$g_V^{Z'}(f)$	$g_A^{Z'}(f)$	$g_L^{Z'}(f)$	$g_R^{Z'}(f)$
e_1	$\frac{1-2c_{2W}}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{-c_{2W}}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{s_W^2}{\sqrt{1+2c_{2W}}}$
e_α	$\frac{2-c_{2W}}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{c_{2W}}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{1}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{s_W^2}{\sqrt{1+2c_{2W}}}$
d_a	$-\frac{\sqrt{1+2c_{2W}}}{6}$	$-\frac{1}{2\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$-\frac{2+c_{2W}}{6\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{s_W^2}{3\sqrt{1+2c_{2W}}}$
U_a	$\frac{7c_{2W}-1}{6\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{c_W^2}{\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$\frac{1+5c_{2W}}{6\sqrt{1+2c_{2W}}}$	$-\frac{2s_W^2}{3\sqrt{1+2c_{2W}}}$
f	$g_V^Z(f)$	$g_A^Z(f)$	$g_L^Z(f)$	$g_R^Z(f)$
e_a	$-\frac{1}{2} + 2s_W^2$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + s_W^2$	s_W^2
d_a	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}s_W^2$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s_W^2$	$\frac{1}{3}s_W^2$
U_a	$-\frac{4}{3}s_W^2$	0	$-\frac{2}{3}s_W^2$	$-\frac{2}{3}s_W^2$

Bảng 2.5: Đỉnh tương tác của Z, Z' với các fermion.

Dựa trên sự phân tích các dòng tương tác trong mô hình MF331, có thể nhận thấy sự phân biệt rõ ràng trong tương tác của các lepton, giữa thế hệ thứ nhất và hai thế hệ còn lại, cả trong tương tác dòng trung hòa và dòng mang điện. Sự xuất hiện của các tương tác mới, đặc trưng bởi sự khác biệt trong cả dòng mang điện và dòng trung hòa, tạo cơ sở cho việc kỳ vọng rằng mô hình MF331 có khả năng giải thích các kết quả thực nghiệm liên quan đến sự vi phạm tính LFU.

2.4. Kết luận chương 2

Chúng tôi muốn nhấn mạnh trong mô hình chuẩn, quá trình phân rã bán leptonic $b \rightarrow c\ell^+\bar{\nu}_\ell$ là một quá trình gắn liền với dòng mang điện ở gần đúng cây. Trong khi đó quá trình phân rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ gắn liền với dòng trung hòa và tồn tại thông qua đóng góp bổ đính bậc một. Kết quả thực nghiệm cho thấy (2014) cả hai quá trình trên đều có sự lệch so với mô hình chuẩn (cỡ 25%). Điều này dẫn tới trong lý thuyết có thể tồn tại hạt trung gian nhẹ. Trên thực tế có nhiều đề xuất như mô hình dựa trên nhóm đối xứng chuẩn mở rộng [70], leptoquark [71–77, 118], tương tác mạnh [75] và phương pháp tiếp cận lý thuyết hiệu dụng [69, 153, 155] có thể tạo ra cả hai giải pháp. Một trong số chúng đã được chúng tôi đề cập đến ở phần trên. Cụ thể, trong các

phần mở rộng chuẩn không phổ quát của SM [70], các dị thường phân rã B được giải thích bằng cách điều chỉnh không tầm thường giữa các tham số của các trường vô hướng và trường chuẩn cũng như sự trộn giữa các thành phần, nhưng các hiệu ứng trộn chuẩn bị loại bỏ. Mô hình MF331 [49] có thể cung cấp một lời giải thích khả thi cho các độ lệch SM được quan sát thấy trong các phân rã meson B. Mô hình MF331 có tất cả các ưu điểm của mô hình 331 [156–161] vì nó bao gồm các giải pháp cho vật chất tối, khối lượng neutrino, lạm phát vũ trụ và bất đối xứng vật chất-phản vật chất, sự tồn tại của chỉ ba họ fermion SM, bảo toàn CP mạnh và lượng tử hóa điện tích. Sự khác biệt giữa mô hình MF331 so với các phiên bản khác của mô hình 331 là sự sắp xếp các fermion trong mỗi thế hệ. Trong mô hình F331, thế hệ lepton đầu tiên biến đổi như một lục tuyến của nhóm $SU(3)_L$ khác với hai thế hệ lepton biến đổi như một tam tuyến và ba thế hệ quark biến đổi như một phản tam tuyến. Do đó, mô hình dự đoán các tương tác vi phạm tính phổ quát vị lepton giữa các lepton SM và các hạt mới (fermion mới và boson chuẩn mới), vốn tự nhiên cung cấp các giải pháp để giải thích các bất thường trong quá trình phân rã B-meson. Tất cả những điều này sẽ được trình bày cụ thể trong chương 3 của luận án.

CHƯƠNG 3. Nghiên cứu một số quá trình vi phạm tính phổ quát vị lepton trong mô hình MF331

Trong khuôn khổ lý thuyết mô hình 3-3-1, sự vi phạm tính phổ quát vị có thể xảy ra ở cả phần quark và lepton, tùy thuộc vào cấu trúc hạt được lựa chọn. Mô hình MF331, một phiên bản mở rộng của 3-3-1, đặc biệt cho phép sự vi phạm tính phổ quát vị lepton thông qua cả tương tác dòng trung hòa và dòng mang điện. Điều này mở ra khả năng giải thích các dị thường thực nghiệm gần đây trong các tỷ lệ phân rã R_K , R_{K^*} , R_D , và R_{D^*} , vốn là một trong các kênh kiểm chứng sự tồn tại của vật lý mới ngoài SM.

Để đánh giá một cách chi tiết khả năng của mô hình MF331 trong việc giải thích các dị thường liên quan tới LFU, trong chương này sẽ tập trung vào việc phân tích chi tiết các tương tác vi phạm LFU, cũng như những đóng góp của chúng vào các tỷ lệ phân rã đã đề cập. Chúng tôi sẽ tiến hành nghiên cứu hiện tượng luận kỹ lưỡng, trong đó bao gồm việc thiết lập biểu thức giải tích, các ràng buộc từ dữ liệu thực nghiệm. Mục tiêu chính là làm sáng tỏ vai trò của mô hình MF331 trong việc giải quyết các bài toán liên quan đến các quá trình vật lý vị, đồng thời cung cấp những chỉ dẫn quan trọng cho việc tìm kiếm vật lý mới tại các máy gia tốc hạt.

3.1. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong $b \rightarrow sl^+l^-$

3.1.1. Hamiltonian hiệu dụng cho các quá trình phân rã gây ra bởi dịch chuyển $b - s$

Trong mô hình MF331 các quá trình dịch chuyển $b \rightarrow sl^+l^-$ được xác định bởi các toán tử sáu chiều, $O_{7,8,9,10}$. Hamiltonian hiệu dụng liên quan có thể được viết dưới dạng sau

$$\mathcal{H}_{eff} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \times \sum_{i=7,8,9,10} \{C_i(\mu) O_i(\mu)\} + \text{H.c.}, \quad (3.1)$$

trong đó

$$\begin{aligned} O_7 &= \frac{e}{4\pi^2} m_b (\bar{s} \sigma^{\mu\nu} P_R b) F_{\mu\nu}, & O_8 &= \frac{g_s}{16\pi^2} m_b (\bar{s}_\alpha \sigma_{\mu\nu} (T_a)^{\alpha\beta} P_R b_\beta) G^{a\mu\nu}, \\ O_9 &= \frac{e^2}{16\pi^2} (\bar{s} \gamma_\mu P_L b) (\bar{l} \gamma^\mu l), & O_{10} &= \frac{e^2}{16\pi^2} (\bar{s} \gamma_\mu P_L b) (\bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Mô hình MF331 không dự đoán sự tồn tại của các FCNC ở mức cây trong phần quark bởi vì tất cả các thế hệ quark đều biến đổi giống hệt nhau dưới nhóm $SU(3)_L$ nhưng nó cho phép chúng xảy ra ở mức gần đúng một vòng. Do đó, các điều chỉnh ở mức một vòng sẽ xác định quá trình dịch chuyển $b \rightarrow s$. Để thuận tiện, các hệ số Wilson (WCs) C_7, C_9 được chia thành các phần đóng góp sau

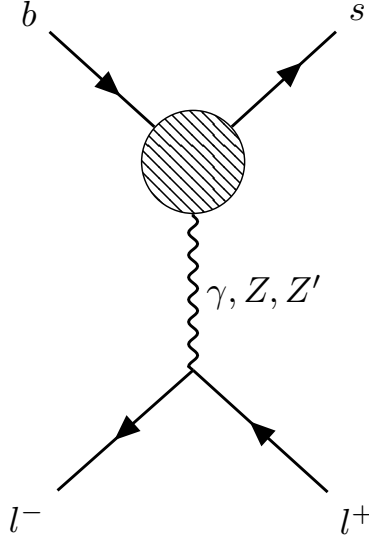
$$\begin{aligned} C_7 &= C_7^{\text{eff-SM}} + \Delta C_7, & C_8 &= C_8^{\text{SM}} + \Delta C_8, \\ C_9 &= C_9^{\text{eff-SM}} + \Delta C_9, & C_{10} &= C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

trong đó $C_{7,9}^{\text{eff-SM}}$ và $C_{8,10}^{\text{SM}}$ được xác định bởi tương tác của SM [162, 163], $\Delta C_{7,8,9,10}$ được xác định bởi các tương tác mới. Các đóng góp của tương tác mới cho $\Delta C_{9,10}$ đối với họ lepton đầu tiên hoàn toàn khác với hai họ còn lại vì thế hệ lepton đầu tiên biến đổi khác với các thế hệ lepton tiếp theo. Thế hệ đầu tiên, ΔC_9^e , nhận đóng góp từ giản đồ cánh cụt và giản đồ hộp γ, Z, Z' , trong khi $\Delta C_9^{\mu, \tau}$ chỉ nhận đóng góp từ các giản đồ cánh cụt γ, Z, Z' . Khi đó đóng góp của NP cho các hệ số WCs nói trên được tách thành như sau:

$$\begin{aligned} \Delta C_{9,10}^e &= \Delta C_{9,10}^{e,\gamma} + \Delta C_{9,10}^{e,Z} + \Delta C_{9,10}^{e,Z'} + \Delta C_{9,10}^{e,\text{box}}, \\ \Delta C_{9,10}^{\mu(\tau)} &= \Delta C_{9,10}^{\mu(\tau),\gamma} + \Delta C_{9,10}^{\mu(\tau),Z} + \Delta C_{9,10}^{\mu(\tau),Z'}, \\ \Delta C_{7,8} &= \Delta C_{7,8}^X. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sự đóng góp của mỗi loại giản đồ được thể hiện bằng các chỉ số trên. Nếu không tính đến hiệu chỉnh QCD, tất cả đóng góp NP được tính trong mức cây¹. Giản đồ cánh cụt Z — được giới thiệu trong Hình 3.1 được tạo ra bởi các dòng quark kết hợp với các boson chuẩn mang điện mới $X_\mu^\pm$.

¹Điều đáng chú ý là các đóng góp NP vào các hệ số WC, $\Delta C_i^{e\mu}$, phụ thuộc vào thang năng lượng. Khi xem xét quá trình chạy RGE, các hệ số WC $\Delta C_i^{e\mu}$, nhận được các hiệu chỉnh của bậc $\epsilon \sim \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{w}{m_b}$ [164]. Trong mô hình MF331, thang NP $w \simeq 0(1) \text{ TeV}$, $\alpha_s(w) \sim 0.1$, do đó ϵ bằng khoảng vài phần trăm của $\Delta C_i^{e\mu}$. Việc chạy các WC này trong các tỉ lệ quan sát được LFUV R_K^* sẽ hủy bỏ hiệu ứng ở tử số và mẫu số của các tỷ lệ này, cụ thể là $R_K = \frac{|\Delta C_i^\mu(w)^2|}{|\Delta C_i^e(w)^2|}$. Theo đó, chúng ta sẽ bỏ qua các hiệu ứng chạy RGE (Renormalization Group Equation) trên các hệ số WC của NP trong công trình hiện tại.



Hình 3.1: Giản đồ chim cánh cụt γ, Z, Z' do boson chuẩn mang điện $X_\mu^\pm$ mới gây ra. Phần gạch biểu thị cho sự kết hợp của boson $X^\pm$ và quark mới U là đường trong.

Áp dụng các quy tắc Feynman cho các giản đồ được đưa ra trong (3.1), chúng ta rút ra được các bổ đỉnh FCNC của tương tác $\bar{b}sZ$. Kết hợp với kết quả tìm kiếm tương tác của Z với lepton thu được bổ đỉnh vào các hệ số WCs

$$\begin{aligned}\Delta C_9^Z &= \frac{c_{2W} - 2s_W^2}{s_W^2} \left[\frac{-3x^2 c_W^2}{8(x-1)^2} \ln x + \frac{(x^2 + 5x - 3)c_{2W} + 3}{16(x-1)} \right], \\ \Delta C_{10}^Z &= -\frac{1}{s_W^2} \left[\frac{-3x^2 c_W^2}{8(x-1)^2} \ln x + \frac{(x^2 + 5x - 3)c_{2W} + 3}{16(x-1)} \right],\end{aligned}\quad (3.5)$$

trong đó $x = \frac{m_U^2}{m_X^2}$. Cho ba thế hệ lepton, những đóng góp này là như nhau. Cần lưu ý rằng khối lượng của thế hệ quark ngoại lai thứ ba được giả sử là $m_{U_3} \gg m_{U_{1,2}}$ tương tự như phần quark trong SM $m_t \gg m_{u,c}$, do đó các giản đồ có U_3 chiếm ưu thế.

Bởi vì thế hệ lepton đầu tiên biến đổi khác với hai thế hệ trước dưới nhóm $SU(3)_L$, boson chuẩn Z' tương tác với chúng về cơ bản là theo một cách khác với hai thế hệ còn lại. Những tương tác này, kết hợp với các bổ đỉnh do các giản đồ Feynman (3.1) gắn với γ, Z tạo ra, cho đóng góp vào các hệ số WCs. Chúng ta nhận được những đóng góp sau cho các thế hệ khác nhau:

$$\Delta C_9^{e,Z'} = -\tilde{g}_V^{Z'}(e)f(x), \quad \Delta C_{10}^{e,Z'} = \tilde{g}_A^{Z'}(e)f(x),$$

$$\Delta C_9^{\mu(\tau),Z'} = -\tilde{g}_V^{Z'}(\mu, \tau)f(x), \quad \Delta C_{10}^{\mu(\tau),Z'} = \tilde{g}_A^{Z'}(\mu, \tau)f(x), \quad (3.6)$$

với $f(x)$ được xác định bởi

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2c_{2W}s_W^2}} \frac{m_Z^2}{m_{Z'}^2} \times \left[\frac{x(3x+2)c_W^2}{2(x-1)^2} \ln x + \frac{(3x^2-x-12)c_{2W}+2(x^2-3x-3)}{8(x-1)} \right], \quad (3.7)$$

và $\tilde{g}_{V,A}^{Z'}(f)$ được định nghĩa trong các trạng thái riêng của khối lượng

$$\begin{aligned} \tilde{g}_V^{Z'}(f) &= V_{IL}^\dagger g_L^{Z'}(f) V_{IL} + V_{IR}^\dagger g_R^{Z'}(f) V_{IR}, \\ \tilde{g}_A^{Z'}(f) &= V_{IL}^\dagger g_L^{Z'}(f) V_{IL} - V_{IR}^\dagger g_R^{Z'}(f) V_{IR}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

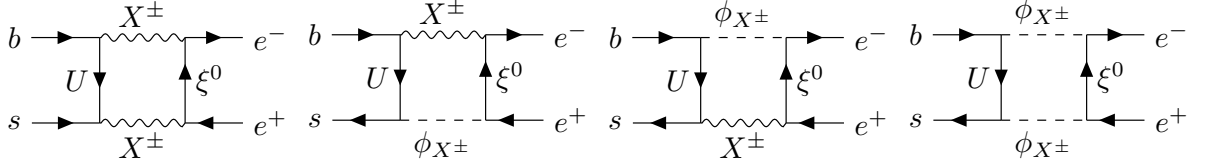
với $g_{L,R}^{Z'}(f)$ là hằng số tương tác của boson mới Z' với một cặp leptons trái (phải) được định nghĩa trong bảng 2.5. Ma trận trộn lepton trái là V_{IL} và được giả định là $V_{\nu L} = U_{PMNS}$, trong đó U_{PMNS} biểu thị ma trận Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS). Như được trình bày trong bảng 2.5, hằng số tương tác của các lepton phân cực phải của Z' với thể hệ lepton đầu tiên bằng với hằng số tương tác của các lepton phân cực phải của Z' với hai thể hệ lepton còn lại, $g_R^{Z'}(e_1) = g_R^{Z'}(e_\alpha)$. Điều này được giải thích là do cả ba thể hệ lepton phân cực phải đều biến đổi giống hệt nhau dưới nhóm $SU(3)_L$, $e_{aR} \sim (1, 1, -1)$. Do đó ảnh hưởng của ma trận trộn lepton phải mới V_{IR} sẽ bị loại bỏ và chúng ta sẽ có

$$\begin{aligned} \tilde{g}_V^{Z'}(f) &= V_{IL}^\dagger g_L^{Z'}(f) V_{IL} + g_R^{Z'}(f), \\ \tilde{g}_A^{Z'}(f) &= V_{IL}^\dagger g_L^{Z'}(f) V_{IL} - g_R^{Z'}(f). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Sự sắp xếp khác nhau của các thể hệ fermion cũng dẫn đến sự đóng góp khác nhau rõ rệt cho các hệ số WCs. Chỉ $C_{9,10}^e$ nhận được đóng góp từ giản đồ hộp trong Hình 3.2. Những đóng góp bổ sung này được đưa ra dưới dạng

$$\begin{aligned} \Delta C_9^{e,\text{box}} &= -\frac{1}{s_W^2} \frac{m_W^2}{m_X^2} \left\{ \frac{x^2[4+(x-8)y]}{16(y-x)(x-1)^2} \ln x \right. \\ &\quad \left. - \frac{xy[(y-4)^2-12]}{16(y-x)(y-1)^2} \ln y + \frac{x(-4+7y)}{16(y-1)(x-1)} \right\}, \\ \Delta C_{10}^{e,\text{box}} &= \frac{1}{s_W^2} \frac{m_W^2}{m_X^2} \left\{ \frac{x^2[4+(x-8)y]}{16(y-x)(x-1)^2} \ln x \right. \\ &\quad \left. - \frac{xy[(y-4)^2-12]}{16(y-x)(y-1)^2} \ln y + \frac{x(-4+7y)}{16(y-1)(x-1)} \right\}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

trong đó $y = \frac{m_{\xi^0}^2}{m_X^2}$. Vì các đỉnh tương tác của các boson chuẩn mới $X_\mu^\pm$ với fermion trong các giản đồ hộp, chẳng hạn như UdX , $\bar{\xi}^0 Xe$, đều tỉ lệ thuận với hằng số tương tác chuẩn g , nên $C_{9,10}^{\text{box}}$ không chứa các tương tác vật lý mới như trong biểu thức (2.48).



Hình 3.2: Giản đồ hộp chỉ cho thể hệ lepton đầu tiên.

Tương tác bổ đính $bs\gamma$ được tạo ra bởi biểu đồ chim cánh cụt photon gây ra bởi các boson mang điện mới $X_\mu^\pm$ được chỉ ra trong Hình 3.1. Các dòng điện từ lepton kết hợp với tương tác này để tạo ra các đóng góp bổ sung cho $C_{7,9}$. Các kết quả được liệt kê như sau:

$$\begin{aligned}\Delta C_9^\gamma &= \frac{4}{9} \ln x - \frac{x^2(5x^2 - 2x - 6)}{18(x-1)^4} \ln x - \frac{-19x^3 + 25x^2}{36(x-1)^3}, \\ \Delta C_7^X &= -\frac{8x^3 + 5x^2 - 7x}{24(x-1)^3} - \frac{x^2(2-3x)}{4(x-1)^4} \ln x.\end{aligned}\quad (3.11)$$

3.1.2. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong kênh rã $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$

Tương tác của các boson chuẩn với các thể hệ lepton mang điện là khác nhau trong mô hình MF331, và do đó dự đoán sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong một số kênh rã. Cụ thể chúng ta xét tỷ số nhánh cho kênh rã $B^{+(*)} \rightarrow K^{+(*)} l^+ l^-$ trong một khoảng nhất định của bình phương xung lượng bất biến của cặp lepton. Tỷ lệ rã vi phân của phân rã $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$ với khối lượng lepton (m_l) xác định, đã được nghiên cứu trong [167] và được xác định như sau

$$\frac{d^2\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-)}{dq^2 d(\cos \theta)} = a(q^2) + b(q^2) \cos \theta + c(q^2) \cos^2 \theta, \quad (3.12)$$

trong đó

$$\begin{aligned}
a &= \frac{\Gamma_0 \lambda^{3/2} \beta_l}{4} \left\{ |G|^2 + |(C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}) f_+(q^2)|^2 \right. \\
&\quad \left. + |(C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}) f_0(q^2)|^2 \frac{4m_l^2}{\lambda q^2} (m_B^2 - m_K^2)^2 \right\}, \\
b &= 0, \\
c &= -\frac{\Gamma_0 \lambda^{3/2} \beta_l^2}{4} \left\{ |G|^2 + |(C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}) f_+(q^2)|^2 \right\}, \quad (3.13)
\end{aligned}$$

với

$$\begin{aligned}
G &= (C_9^{\text{eff-SM}} + \Delta C_9) f_+(q^2) \\
&\quad + \frac{2m_b}{m_B + m_K} (C_7^{\text{eff-SM}} + \Delta C_7) f_T(q^2) + h_K(q^2), \\
\Gamma_0 &= \frac{G_F^2 \alpha_{\text{em}}^2 |V_{tb} V_{ts}^*|^2}{512 \pi^5 m_B^3}, \\
\beta_l &= \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}}, \quad (3.14)
\end{aligned}$$

f_+, f_T là các thừa số dạng đầy đủ QCD và h_K bao gồm các đóng góp không thể phân tích được đến từ Hamiltonian hiệu dụng tương tác yếu [167]; λ là hàm phụ thuộc khối lượng B-meson, Kaon, và dilepton. Nó có dạng như sau

$$\lambda \equiv \lambda(m_B^2, m_K^2, q^2) = m_B^4 + m_K^4 + q^4 - 2(m_B^2 m_K^2 + m_B^2 q^2 + m_K^2 q^2). \quad (3.15)$$

Góc θ là góc hợp bởi xung lượng lepton và xung lượng của hạt B-meson.

Các hệ số hiệu dụng WCs $C_{7,9}^{\text{eff-SM}}(q^2)$ được chỉ ra thông qua các hệ số Wilson của SM và có dạng như trong [162]:

$$\begin{aligned}
C_7^{\text{eff-SM}}(q^2) &= C_7 - \frac{1}{3} \left(C_3 + \frac{4}{3} C_4 + 20 C_5 + \frac{80}{3} C_6 \right) \\
&\quad - \frac{\alpha_s}{4\pi} \left\{ (C_1 - 6C_2) F_{1,c}^{(7)}(q^2) + C_8 F_8^{(7)}(q^2) \right\}, \\
C_9^{\text{eff-SM}}(q^2) &= C_9 + \frac{4}{3} \left(C_3 + \frac{16}{3} C_5 + \frac{16}{9} C_6 \right) \\
&\quad - h(0, q^2) \left(\frac{1}{2} C_3 + \frac{2}{3} C_4 + 8 C_5 + \frac{32}{3} C_6 \right) \\
&\quad - h(m_b^{\text{pole}}, q^2) \left(\frac{7}{2} C_3 + \frac{2}{3} C_4 + 38 C_5 + \frac{32}{3} C_6 \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + h(m_c^{\text{pole}}, q^2) \left(\frac{4}{3} C_1 + C_2 + 6C_3 + 60C_5 \right) \\
& - \frac{\alpha_s}{4\pi} \left(C_1 F_{1,c}^{(9)}(q^2) + C_2 F_{2,c}^{(9)}(q^2) + C_8 F_8^{(9)}(q^2) \right), \quad (3.16)
\end{aligned}$$

trong đó các hệ số WCs SM, C_i , được liệt kê trong bảng 3.1. Các hàm $h(m_{c,b}^{\text{pole}}, q^2)$, $F_{1,2,c}^{(7),(9)}$, và $F_8^{(7),(9)}$ được xác định trong [162].

Cho quá trình $B \rightarrow K$, hệ số thành phần của QCD $f_{+,T}(q^2)$, và $f_0(q^2)$ có thể được biểu diễn đơn giản dưới dạng chuỗi khai triển của z được đưa ra trong [168]

$$\begin{aligned}
f_{B \rightarrow K}^{+,T}(q^2) &= \frac{f_{B \rightarrow K}^{+,T}(0)}{1 - \frac{q^2}{m_B^2}} + \frac{f_{B \rightarrow K}^{+,T}(0)}{1 - \frac{q^2}{m_B^2}} \left\{ \sum_{k=1}^{N-1} b_{k,K}^{+,T} \{z(q^2, t_0)^k - z(0, q^2)^k\} \right. \\
&\quad \left. - (-1)^{N-k} \frac{k}{N} (z(q^2, t_0)^N - z(0, t_0)^N) \right\}, \\
f_{B \rightarrow K}^0(q^2) &= f_{B \rightarrow K}^0(0) \left\{ 1 + \sum_{k=1}^N b_{k,K}^0 (z(q^2, t_0)^k - z(0, t_0)^k) \right\}, \quad (3.17)
\end{aligned}$$

trong đó $z(q^2, t_0) = \frac{\sqrt{t_+ - q^2} - \sqrt{t_+ - t_0}}{\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}}$ với $t_+ = (m_B + m_K)^2$, $t_0 = (\sqrt{m_B} - \sqrt{m_K})^2(m_B + m_K)$. Trong trường hợp này, $N = 2$ cho hệ số dạng vector và tensor $f_{+,T}(q^2)$, và $N=1$ cho hệ số dạng vô hướng $f_0(q^2)$. Các tham số $b_{k,K}^{0,(+,T)}$ có các giá trị được lấy từ [165]. h_K trình bày những đóng góp không thể phân tích được đến từ Hamiltonian hiệu dụng yếu và có dạng tham số hóa như được xác định bởi [167]

$$\begin{aligned}
h_K &= C_9^{\text{eff-SM}}(q^2) f_+(q^2) \\
&\times \begin{cases} a_K e^{i\phi_a} + b_K e^{i\phi_b} \left(\frac{q^2}{6} \text{ GeV}^2 \right) & \text{cho } q^2 < 6 \text{ GeV}^2 \\ c_K e^{i\phi_c} & \text{cho } q^2 > 6 \text{ GeV}^2, \end{cases} \quad (3.18)
\end{aligned}$$

trong đó các pha mạnh nằm trong khoảng $\phi_{a,b,c} \in (-\pi, \pi]$. Các hệ số a , b , c thỏa mãn các điều kiện sau: $a \in [0, 0.02]$, $b \in [0, 0.05]$, và $c \in [0, 0.05]$. Sau khi loại bỏ θ khỏi biểu thức (3.12), chúng ta thu được

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-)}{dq^2} &= \frac{\Gamma_0 \lambda^{3/2} \beta_1^3}{3} \left\{ |G|^2 + |(C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}) f_+(q^2)|^2 \right\} \\
&+ \frac{\Gamma_0 \lambda^{3/2} \beta_1 (1 - \beta_1^2)}{2} \left\{ |G|^2 + \frac{(m_B^2 - m_K^2)^2}{\lambda} |(C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}) f_0(q^2)|^2 \right\}. \quad (3.19)
\end{aligned}$$

Thí nghiệm LHCb đo tỷ số [38] $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.846_{-0.039-0.012}^{+0.042+0.013}$, với độ lệch 3.1σ với dự đoán SM, như được mô tả trong phần giới thiệu. Các

Tham số	Giá trị	$C_i(\mu = 5 \text{ GeV})$	Giá trị
G_F	$1.166379 \times 10^{-5} \text{ GeV}^2$ [103]	C_1	-0.25
s_W^2	0.23126(5) MeV [103]	C_2	1.01
m_Z	91.1876(21) GeV [103]	C_3	-0.005
$\alpha_s(m_Z)$	0.1181(10) [103]	C_4	-0.077
$\alpha_{em}(m_Z)$	1/127.955(10) [103]	C_5	0.0003
$ V_{tb}V_{ts}^* $	$0.0397^{+0.0008}_{-0.0006}$ [103]	C_6	0.0009
m_{B^+}	5279.34(12) MeV [103]	C_7	-0.324
m_{K^+}	493.677(16) MeV [103]	C_8	-0.176
m_b^{pole}	4.91(12) GeV [170]	C_9	4.344
m_c^{pole}	1.77(14) GeV [170]	C_{10}	-4.198
m_{B^0}	5279.65(12) MeV [103]		
$m_{K^{0*}}$	895.55(20) MeV [103]		
m_{B_s}	5366.88(14) MeV [103]		
τ_{B_s}	$1.516(6) \times 10^{-12} \text{ s}$ [103]		
f_{B_s}	230.3(1.3) MeV [103]		
m_e	0.510998461(31) MeV [103]		
m_μ	105.6583745(24) MeV [103]		

Bảng 3.1: Các giá trị của SM đang được sử dụng để tính số. Hệ số WCs trong SM, C_{1-10} tại thang $\mu = 5 \text{ GeV}$, độ chính xác tính đến bậc NNLO. [163], [169]

tương tác LUV được kể đến gồm trong mô hình MF331, có thể phù hợp hơn với dữ liệu này. Chúng tôi định nghĩa R_K như sau

$$R_K = \frac{\int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} \frac{d\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{dq^2} dq^2}{\int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} \frac{d\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}{dq^2} dq^2}. \quad (3.20)$$

Để khảo sát số về tỷ số R_K trong mô hình, chúng ta cần phải liệt kê các tham số đầu vào. Cụ thể, Bảng 3.1 liệt kê các tham số đầu vào ứng với các hệ số WCs tiên đoán trong SM (các hệ số đó được tính bậc hai của lý thuyết nhiễu loạn).

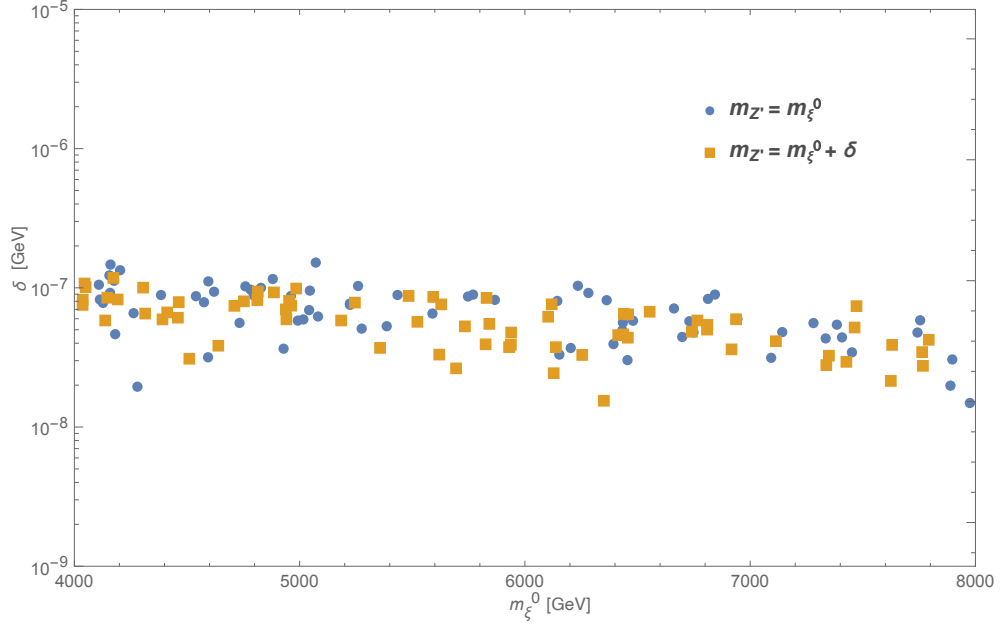
Trong mô hình MF331, R_K cũng phụ thuộc vào các tham số chưa biết, chẳng hạn như khối lượng của các hạt mới m_{U_a}, m_{ξ^0} và $m_{Z'}$. Chúng tôi xem xét hai kịch bản trong đó khối lượng của các fermion mới m_U, m_{ξ^0} hoặc là suy biến hoặc không suy biến

- Trường hợp 1: Có sự suy biến khối lượng

$$\Delta m \equiv m_{U,Z'} - m_{\xi^0} = \delta, \quad \delta \ll 1. \quad (3.21)$$

- Trường hợp 2: Không có sự suy biến khối lượng

$$m_U = a_1 m_{\xi^0}, \quad m_{Z'} = a_2 m_{\xi^0}, \quad a_{1,2} \sim \mathcal{O}(1). \quad (3.22)$$

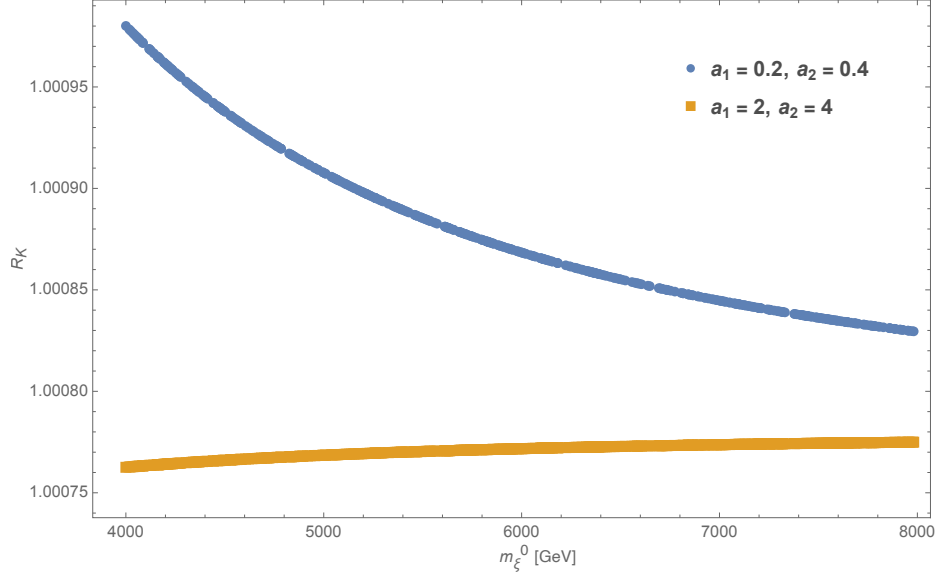


Hình 3.3: Đồ thị hiển thị không gian tham số khả thi thu được từ phép đo gần đây nhất [38], $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.846^{+0.042+0.013}_{-0.039-0.012}$. Ở đây $m_U = m_{\xi^0} + \delta$

Trong trường hợp đầu tiên, chúng tôi chọn ngẫu nhiên m_{ξ^0} và δ để thu được các giá trị thỏa mãn ràng buộc R_K . Hình 3.3 mô tả các kết quả thu được. Các điểm màu xanh và nâu tương ứng với $m_U = m_{\xi^0} + \delta, m_{Z'} = m_{\xi^0}$ và $m_U = m_{\xi^0} + \delta, m_{Z'} = m_{\xi^0} + \delta$. Các phát hiện chỉ ra rằng, sự suy biến khối lượng giữa boson chuẩn Z' và lepton mới m_{ξ^0} ít ảnh hưởng đến tỷ lệ R_K , nhưng sự phân bố điểm bị ảnh hưởng bởi sự suy biến khối lượng của các quark mới và lepton mới.

Điều đáng chú ý là LHC tìm kiếm boson Z' nặng ở trạng thái cuối cùng của fermion đã thu được một giới hạn về khối lượng Z' , $m_{Z'} > 4000 \text{ GeV}$ [103] và không có giới hạn trên của m_{ξ^0} . Trường hợp đặc biệt $m_{Z'} = m_{\xi^0}$, được xem xét trong Hình 3.3. Vì vậy, nó là ràng buộc cố định của $m_{\xi^0} > 4000 \text{ GeV}$. Để đơn giản hóa, chúng ta chọn các vùng như sau: m_{ξ^0} là $[4000, 8000] \text{ GeV}$, trong

khi δ nằm trong khoảng $[10^{-9}, 10^{-5}]$. Ta thấy rằng hầu như không có sự khác biệt giữa hai trường hợp khối lượng của $m_{Z'}$ và phạm vi cho phép của δ là từ 10^{-8} đến 10^{-7} GeV.



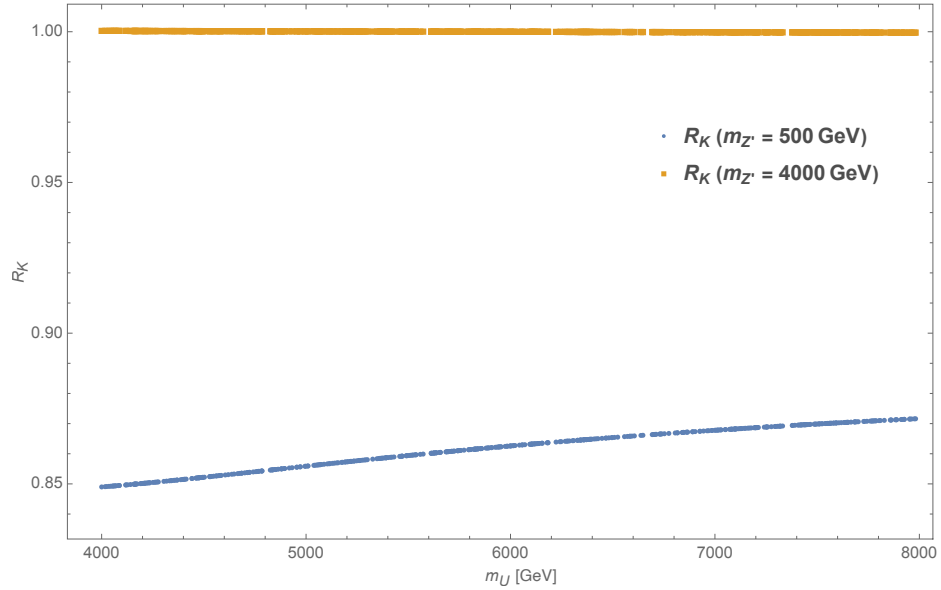
Hình 3.4: Tỷ số R_K như là hàm của khối lượng các fermion mới trong trường hợp không có sự suy biến khối lượng.

Trong kịch bản thứ hai, không có sự suy biến khối lượng, chúng ta vẽ R_K như một hàm của khối lượng fermion mới. Kết quả dự đoán được đưa ra trong Hình 3.4 tương tự như kết quả của SM là gần bằng 1. Trong trường hợp này, tỷ lệ R_K không thể đạt được giá trị thực nghiệm. Mô hình MF331 cho tỷ số R_K tiệm cận đến 1 trùng với tiên đoán của SM, trùng với giá trị của số liệu thực nghiệm năm 2022 [94, 95].

Các kết quả tính số được đưa ra trong Hình 3.4 và 3.5 được diễn giải như sau: Đóng góp từ biểu đồ chim cánh cụt chỉ phụ thuộc vào tham số x , trong khi đóng góp từ biểu đồ hộp phụ thuộc vào cả hai tham số y và x , đặc biệt là đóng góp có chứa số hạng $\frac{1}{x-y}$. Ta có $y = \frac{m_{\xi^0}^2}{m_X^2} = \frac{4c_W^2}{3-4s_W^2} \frac{m_{\xi^0}^2}{m_{Z'}^2} \simeq 1.5 \frac{m_{\xi^0}^2}{m_{Z'}^2}$ cũng như $x = \frac{m_U^2}{m_X^2} \simeq 1.5 \frac{(m_{\xi^0} + \delta)^2}{m_{Z'}^2}$. Chúng ta có thể chỉ ra $x \simeq \left(1 + \frac{2\delta}{m_{\xi^0}}\right)$ trong trường hợp suy biến khối lượng, điều đó dẫn đến yếu tố: $\frac{1}{y-x} \simeq -\frac{m_{\xi^0}}{2y\delta} \gg 1 \gg \frac{m_W^2}{m_X^2} \sim 10^{-4}$. Kết quả là, đóng góp từ các giản đồ hộp, $\Delta C_{9,10}^{\text{box-e}} \gg 1$, có ý nghĩa trong tỷ số R_K . Trong trường hợp không có sự suy biến khối lượng, yếu tố $\frac{1}{y-x} \simeq 1$, do đó tất cả các giản đồ đóng góp vào các hệ số CWs sẽ bị loại bỏ bởi hai hệ số $\frac{m_W^2}{m_X^2}, \frac{m_{Z'}^2}{m_X^2}$. Dĩ thường R_K chỉ có thể được giải thích trong trường hợp suy biến khối lượng, và các giản đồ hộp đóng vai trò nguồn chính

trong dị thường này.

Để làm rõ điều này, chúng tôi tính số đóng góp của từng loại giản đồ vào tỷ số R_K . Chúng tôi xem xét đóng góp của các giản đồ chim cánh cụt vào dị thường R_K gây bởi các tương tác vi phạm tính phổ quát vị lepton của boson chuẩn mới Z' với các lepton, $g^{Z'}(e) \neq g^{Z'}(\mu, \tau)$. Kết quả là tỷ số R_K được xác định bởi khối lượng của boson mới Z' , các quark mới. Hình 3.5 biểu diễn mối quan hệ giữa R_K và khối lượng quark mới m_U thông qua việc cố định khối lượng Z' . Nếu khối lượng của boson chuẩn mới $m_{Z'} = 500$ GeV, thì tỷ số R_K có thể đạt tới giá trị thực nghiệm, và nếu $m_{Z'} = 4000$ GeV, tỷ số này sẽ tiến tới 1. Mặt khác, giới hạn của LHC cho thấy rằng giới hạn dưới khối lượng của Z' là vài TeV, khi đó giá trị của R_K gần bằng giá trị của dự đoán SM $R_K^{\text{SM}} \simeq 1$. Điều này có nghĩa là sự đóng góp của các giản đồ chim cánh cụt không phải là một nguồn có liên quan để giải thích dị thường R_K . Vì vậy, chúng tôi kết luận rằng câu hỏi về R_K trong mô hình MF331 chỉ có thể được giải thích nếu có cả sự suy biến về khối lượng của các hạt mới và đóng góp của các giản đồ hộp chỉ cho các lepton thế hệ đầu tiên.



Hình 3.5: Tỷ số R_K như là hàm của khối lượng các quark ngoại lai khi đóng góp của các giản đồ hộp $\Delta C_{9,10}^{\text{box}-e}$ bị loại trừ.

3.1.3. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong $B^0 \rightarrow K^{0*} l^+ l^-$

Nghiên cứu phân rã $B^0 \rightarrow K^{0*} l^+ l^-$ phức tạp hơn so với nghiên cứu quá trình $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$, do sự phân cực của hạt K^{0*} meson. Tỷ lệ rã vi phân của

phân rã $B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-$ có thể được biểu diễn dưới dạng tổng của các thành phần phân cực dọc và ngang [169]. Dùng ký hiệu được sử dụng trong biểu thức (3.12) và giữ nguyên khối lượng lepton m_l

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma(B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-)}{dq^2} &= \frac{d\Gamma_L(B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-)}{dq^2} + \frac{d\Gamma_T(B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-)}{dq^2}, \\
\frac{d\Gamma_L(B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-)}{dq^2} &= \frac{\Gamma_0 q^2 \sqrt{\lambda^*} \beta_l}{3} \\
&\times \left[\frac{3(1 - \beta_l^2)}{2} (|H_t^2|^2 + |H_0^1|^2) + \beta_l^2 (|H_0^1|^2 + |H_0^2|^2) \right], \\
\frac{d\Gamma_T(B^0 \rightarrow K^{0*}l^+l^-)}{dq^2} &= \frac{\Gamma_0 q^2 \sqrt{\lambda^*} \beta_l}{3} \\
&\times \sum_{i=\pm} \left[\frac{3(1 - \beta_l^2)}{2} |H_i^1|^2 + \beta_l^2 (|H_i^1|^2 + |H_i^2|^2) \right], \tag{3.23}
\end{aligned}$$

trong đó biên độ xoắn $H_i^{1,2}, i = 0, \pm, t$ có dạng như sau

$$\begin{aligned}
H_t^2 &= -i[C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}] \sqrt{\frac{\lambda^*}{q^2}} A_0(q^2), \\
H_{\pm}^1 &= [C_9^{\text{eff-SM}}(q^2) + \Delta C_9] \left[\pm i \sqrt{\lambda^*} \frac{V(q^2)}{m_{B^0} + m_{K^{0*}}} - i(m_{B^0} + m_{K^{0*}}) A_1(q^2) \right] \\
&+ \frac{2m_b}{q^2} [C_7^{\text{eff-SM}}(q^2) + \Delta C_7] \left[\pm i \sqrt{\lambda^*} T_1(q^2) - i(m_{B^0}^2 - m_{K^{0*}}^2) T_2(q^2) \right], \\
H_{\pm}^2 &= (C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}) \left[\pm i \sqrt{\lambda^*} \frac{V(q^2)}{m_{B^0} + m_{K^{0*}}} - i(m_{B^0} + m_{K^{0*}}) A_1(q^2) \right], \\
H_0^1 &= -i \frac{8m_{B^0} m_{K^{0*}}}{\sqrt{q^2}} \times [(C_9^{\text{eff-SM}}(q^2) + \Delta C_9) A_{12}(q^2) \\
&+ \frac{m_b}{m_{B^0} + m_{K^{0*}}} (C_7^{\text{eff-SM}}(q^2) + \Delta C_7) T_{23}(q^2)], \\
H_0^2 &= -i \frac{8m_{B^0} m_{K^{0*}}}{\sqrt{q^2}} [C_{10}^{\text{SM}} + \Delta C_{10}] A_{12}(q^2), \tag{3.24}
\end{aligned}$$

với λ^* là hàm của $m_{B^0}, m_{K^{0*}},$ và q^2

$$\lambda^*(q^2) = m_{B^0}^4 + m_{K^{0*}}^4 + q^4 - 2(m_{B^0}^2 m_{K^{0*}}^2 + q^2 m_{B^0}^2 + q^2 m_{K^{0*}}^2). \tag{3.25}$$

Các đóng góp không thể tham số hóa trong vùng $q^2 \in [0, 6] \text{ GeV}^2$ có thể được đưa vào trong tính toán bằng cách biến đổi $C_7^{\text{eff-SM}}(q^2)$ [166] như sau

$$C_7^{\text{eff-SM}}(q^2) \rightarrow C_7^{\text{eff-SM}}(q^2) \left[1 + a_i e^{i\phi_{a_i}} + b_i e^{i\phi_{b_i}} \left(\frac{q^2}{6 \text{ GeV}^2} \right) \right], \tag{3.26}$$

trong các vùng của tham số a_i, b_i là $a_{\pm} \in [0, 0.05], b_{\pm} \in [0, 0.2], a_0 \in [0, 0.2], b_0 \in [0, 0.05]$. Các pha ϕ_{a_i, b_i} có dạng giống như trong phân rã $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$. Bảy yếu tố $F_i = V, T_{1,2,23}, A_{0,12}$ được đưa ra trong [166]

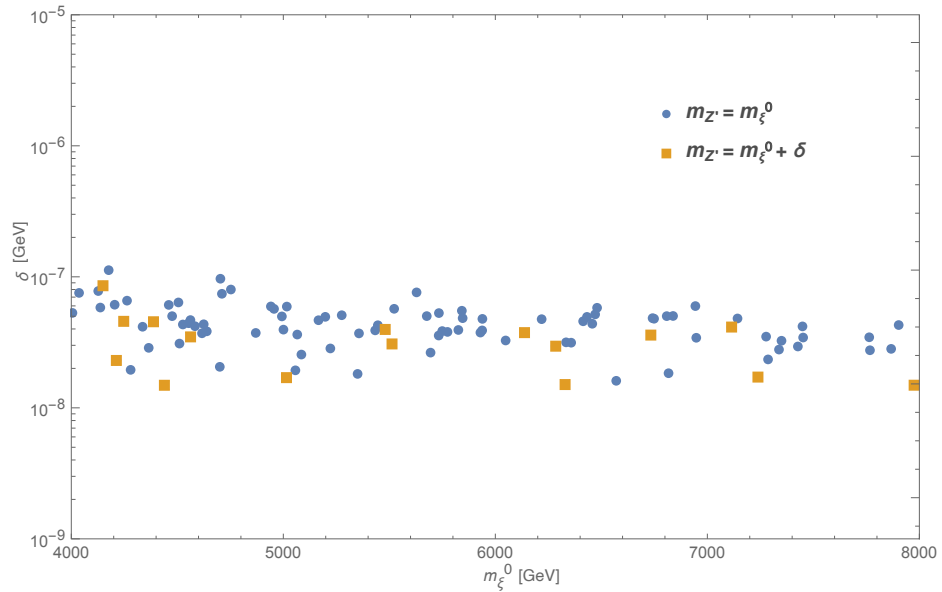
$$F_i(q^2) = \frac{1}{1 - q^2/m_{R,i}^2} \sum_{k=0,1,2} \alpha_k^i [z'(q^2) - z'(0)]^k, \\ z'(q^2) = \frac{\sqrt{t'_+ - q^2} - \sqrt{t'_+ - t'_0}}{\sqrt{t'_+ - q^2} + \sqrt{t'_+ - t'_0}}, \quad (3.27)$$

với $t'_+ = (m_{B^0} + m_{K^{0*}})^2, t'_0 = (m_{B^0} + m_{K^{0*}})(\sqrt{m_{B^0}} - \sqrt{m_{K^{0*}}})^2$.

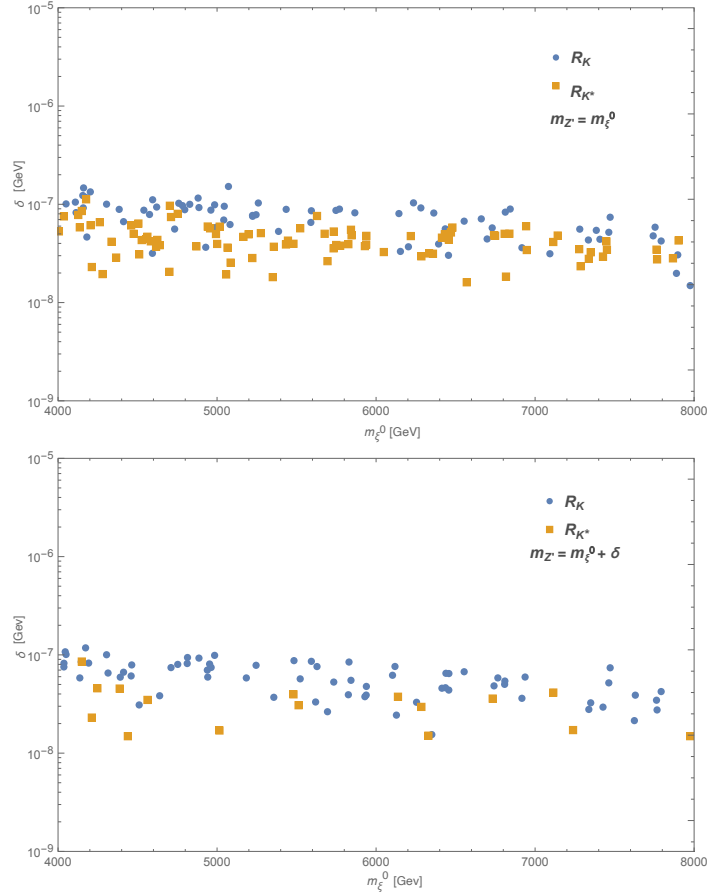
Khối lượng cộng hưởng $m_{R,i}$ và các hệ số α_k^i có thể tìm thấy tương ứng trong Bảng 3 và Bảng 15 của [166]. Tỷ lệ R_{K^*} trong vùng bình phương xung lượng bất biến $q^2 \in [q_{\min}^2, q_{\max}^2]$ được xác định bởi

$$R_{K^*} = \frac{\int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} \frac{d\Gamma(B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-)}{dq^2} dq^2}{\int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} \frac{d\Gamma(B^0 \rightarrow K^{0*} e^+ e^-)}{dq^2} dq^2}. \quad (3.28)$$

Như đã đề cập trước đây, LHCb đã xác nhận tỷ số R_{K^*} trong phạm vi bình phương xung lượng bất biến $q^2 \in [1.1, 6] \text{ GeV}^2$: $R_{K^*}^{\text{LHCb}} = 0.685_{-0.069}^{+0.113} \pm 0.047$ [39] có độ lệch khoảng $2,5 \sigma$ so với dự đoán SM. Bây giờ, chúng tôi sẽ khảo sát số cho tỷ số R_{K^*} được dự đoán bởi mô hình MF331 bằng cách sử dụng các tham số đầu vào được liệt kê trong Bảng 3.1



Hình 3.6: Các giá trị khả thi (xanh lam, cam) thỏa mãn giá trị thực nghiệm của $R_{K^*}^{\text{LHCb}} ([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.685_{-0.069}^{+0.113} \pm 0.047$ [39]. Ở đây $m_U = m_{\xi^0} + \delta$



Hình 3.7: Bảng bên trên và bên dưới hiển thị tương ứng các vùng tham số cho cả hai giá trị thực nghiệm $R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2)$ [38] và $R_{K^*}^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2)$ [39], với $m_{Z'} = m_{\xi^0}$ và $m_{Z'} = m_{\xi^0} + \delta$.

Hình 3.6 hiển thị vùng tham số thỏa mãn các ràng buộc thực nghiệm, $R_{K^*}^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.685_{-0.069}^{+0.113} \pm 0.047$ bằng cách gieo các tham số m_{ξ^0}, δ ngẫu nhiên trong phạm vi $m_{\xi^0} \in [4000, 8000] \text{ GeV}$, $\delta \in [10^{-8}, 10^{-5}]$. Các tham số thu được biểu thị trong Hình 3.6 trùng lặp với miền tham số thu được do ràng buộc của phép đo R_K . Hình 3.7 hiển thị hình ảnh cụ thể của vùng không tham số cho hai tỷ số R_K và R_{K^*} .

3.1.4. Kết luận

Mô hình MF331 phá vỡ LFU một cách tự nhiên ở mức cây vì thế hệ lepton đầu tiên biến đổi khác với các thế hệ lepton còn lại. FCNC trong phần quark không tồn tại ở mức cây nhưng được phép ở mức bỏ đỉnh một vòng do ba thế hệ quark biến đổi giống hệt nhau dưới các đối xứng chuẩn. Do đó, tương tác giữa boson chuẩn trung hòa mới Z' với cặp e^+e^- khác với cặp $\mu^+\mu^-$ và $\tau^+\tau^-$, trong khi ba thế hệ quark kết hợp với Z' -boson có cùng cường độ.

Dựa trên đặc điểm này, chúng tôi khảo sát các đóng góp từ giản đồ cánh cụt γ , Z , Z' – cho các dịch chuyển b-s và kết hợp chúng với các tương tác mức cây của γ, Z, Z' với một cặp lepton, từ đó tạo ra đóng góp NP vào các hệ số WCs $\Delta C_{7,8,9,10}^{e,\mu,\tau}$. Các giản đồ cánh cụt γ , Z – đưa ra những đóng góp giống nhau cho WC đối với ba thế hệ lepton, nhưng giản đồ cánh cụt Z' – lại cho những đóng góp khác nhau giữa thế hệ lepton đầu tiên và hai thế hệ còn lại. Một đặc điểm thú vị khác của mô hình là các lepton trái của thế hệ được xếp là lục tuyến của nhóm $SU(3)_L$ dẫn đến sự xuất hiện của các lepton mới, $\xi^0, \xi^\pm$. Dòng lepton mang điện mới, $\bar{\xi}^0 \gamma^\mu e$, tương tác với boson chuẩn mang điện mới X_μ^+ , dẫn đến các giản đồ hộp chỉ hiển thị đóng góp của thế hệ lepton đầu tiên vào các hệ số WCs. Đó là lý do tại sao mô hình MF331 cung cấp hai nguồn có thể đóng góp cho các tương tác hiệu dụng vi phạm tính phổ quát vị lepton, cho phép chúng tôi giải thích dị thường R_K, R_{K^*} . Giản đồ chim cánh cụt gắn với Z' có đóng góp không đáng kể khi so sánh với các đóng góp của SM vì đóng góp của Z' bị chi phối bởi đại lượng $\frac{m_Z^2}{m_{Z'}^2}$. Chúng tôi chỉ ra rằng dị thường R_K, R_{K^*} có thể được giải thích bằng cách đóng góp từ giản đồ hộp trong trường hợp suy biến khối lượng của hạt mới. Trong trường hợp ngược lại thì tỉ số R_K, R_{K^*} tiệm cận đến 1 trùng với tiên đoán của SM.

3.2. Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton trong dịch chuyển quark $b \rightarrow c$ trong mô hình MF331

3.2.1. Ảnh hưởng của vật lý mới lên dòng mang điện

Xét tương tác không phổ biến của Z' và $X^\pm, Y^{0(*)}$ boson với các lepton được thể hiện thông qua dòng mang điện dưới đây: [49]:

$$\mathcal{L}^{C.C} = J_W^{-\mu} W_\mu^+ + J_X^{-\mu} X_\mu^+ + J_Y^{0\mu} Y_\mu^0 + \text{H.c.}, \quad (3.29)$$

trong đó $J_W^{-\mu}$, $J_X^{-\mu}$ và $J_Y^{0\mu}$ được cho bởi:

$$\begin{aligned} J_W^{-\mu} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu e_{aL} + \bar{u}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2} \left(\bar{\xi}_L^+ \gamma^\mu \xi_L^0 + \bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu \xi_L^- \right) \right\}, \\ J_X^{-\mu} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu E_{\alpha L} + \sqrt{2} \left(\bar{\nu}_{1L} \gamma^\mu E_{1L} + \bar{\xi}_L^+ \gamma^\mu \nu_{1L} \right) \right. \\ &\quad \left. + \bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu e_{1L} - \bar{U}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} \right\}, \\ J_Y^{0\mu} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{e}_{\alpha L} \gamma^\mu E_{\alpha L} + \sqrt{2} \left(\bar{e}_{1L} \gamma^\mu E_{1L} + \bar{\xi}_L^- \gamma^\mu e_{1L} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$+\bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu \nu_{1L} + \bar{U}_{aL} \gamma^\mu u_{aL} \}. \quad (3.30)$$

Sự vi phạm tính phổ quát vị lepton phát sinh từ các dòng điện tích liên quan đến các boson chuẩn phức $X^\pm$, Y^* . Ngoài các liên kết khác nhau của các thể hệ lepton với các boson chuẩn phức, các tương tác $\bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu e_{1L} X_\mu^- + \bar{\xi}_L^0 \gamma^\mu \nu_{1L} Y_\mu^0$ chỉ tồn tại đối với thể hệ đầu tiên, sẽ được đưa ra với mong đợi gợi ý để giải thích các độ lệch trong LFU.

Để tìm các đỉnh tương tác của các fermion-quark- boson chuẩn mang điện tích, chúng ta phải làm việc với các trạng thái vật lý như sau:

$$\begin{aligned} u_{L,R} &= (V_{L,R}^u)^{-1} u'_{L,R} - T_u (V_{L,R}^U)^{-1} U'_{L,R}, \\ U_{L,R} &= (V_{L,R}^U)^{-1} U'_{L,R} + T'_u (V_{L,R}^u)^{-1} u'_{L,R}, \\ d_{L,R} &= (V_{L,R}^d)^{-1} d'_{L,R}, \\ e_{L,R} &= (V_{L,R}^l)^{-1} e'_{L,R} - T_e (V_{L,R}^E)^{-1} E'_{L,R}, \\ E_{L,R} &= (V_{L,R}^E)^{-1} E'_{L,R} + T'_e (V_{L,R}^l)^{-1} e'_{L,R}. \end{aligned}$$

với $T_{eL,R} = (T_{eEL,R} \quad T_{e\xi L,R})$, $T_{eL,R}^\dagger = (T_{eEL,R}^\dagger \quad T_{e\xi L,R}^\dagger)$. Ở đây chúng tôi đã bỏ qua thành phần trộn vị lepton ngoại lai $\xi^\pm$ với $E_b^\pm$. Điều đáng chú ý là $V_{CKM} = V_L^u (V_L^d)^\dagger$, $U_{PMNS} = V_L^l (V_L^\nu)^\dagger$. Do sự trộn gauge, $W^\pm$ trộn với $X^\pm$, và hiệu ứng trộn fermion, các fermion phân cực trái SM có dị thường kết cặp thay đổi vị. Phần Lagrangian mô tả các tương tác này, thu được từ phương trình (3.29) là:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L}^{C.C} &\ni -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[(V_{CKM} \Delta_L^q)_{ij} W_\mu'^+ u_L^{\bar{i}} \gamma^\mu d_L'^j \right. \\ &\quad \left. + \left((U_{PMNS})^\dagger \Delta_L^l \right)_{ij} W_\mu'^+ \bar{\nu}_L^i \gamma^\mu l_L'^j \right] \\ &\quad -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\left(V_{CKM} \Delta_L'^q \right)_{ij} X_\mu'^+ u_L^{\bar{i}} \gamma^\mu d_L'^j \right. \\ &\quad \left. + \left((U_{PMNS})^\dagger \Delta_L''^l \right)_{ij} X_\mu'^+ \bar{\nu}_L^i \gamma^\mu l_L'^j \right] + H.c, \end{aligned} \quad (3.31)$$

với ,

$$(\Delta_L^q)_{ij} = c_\theta \delta_{ij} + (\bar{T}_u')_{ij} s_\theta, \quad (3.32)$$

$$(\Delta_L'^q)_{ij} = s_\theta \delta_{ij} - (\bar{T}_u')_{ij} c_\theta, \quad (3.33)$$

$$(\Delta_L^l)_{ij} = \begin{cases} c_\theta \delta_{ij} - \sqrt{2} s_\theta (T'_e)_{ij} & \text{for } i, j = 1, \\ c_\theta \delta_{ij} - s_\theta (T'_e)_{ij} & \text{for } i, j = 2, 3, \end{cases} \quad (3.34)$$

$$(\Delta_L'^l)_{ij} = \begin{cases} s_\theta \delta_{ij} + \sqrt{2} c_\theta (T'_e)_{ij} & \text{for } i, j = 1, \\ s_\theta \delta_{ij} + c_\theta (T'_e)_{ij} & \text{for } i, j = 2, 3. \end{cases} \quad (3.35)$$

3.2.2. Hamiltonian hiệu dụng vi phạm vị trong dịch chuyển $u^i - d^j$

Đóng góp của dòng mang điện (3.31) vào các quá trình vi phạm vị lepton như là dịch chuyển $u^i - d^j$, được chứa trong thể Hamiltonian hiệu dụng:

$$\mathcal{H}_{eff} = \left[C_{\nu_a e b}^{u_i d_j} \right] \left(\bar{u}'_{iL} \gamma^\mu d'_{jL} \bar{\nu}'_{aL} \gamma_\mu e'_{bL} \right). \quad (3.36)$$

Ở mức cây, các hệ số Wilson, $\left[C_{\nu_a e b}^{u_i d_j} \right]_{\text{tree}}$, được phân tách như sau:

$$\left[C_{\nu_a e b}^{u_i d_j} \right]_{\text{tree}} = \left[C_{\nu_a e c}^{u_i d_k} \right]_{\text{SM}} \left(\delta \left[C_{\nu_c e b}^{u_k d_j} \right]_{W'_\mu} + \delta \left[C_{\nu_c e b}^{u_k d_j} \right]_{X'_\mu} \right) \quad (3.37)$$

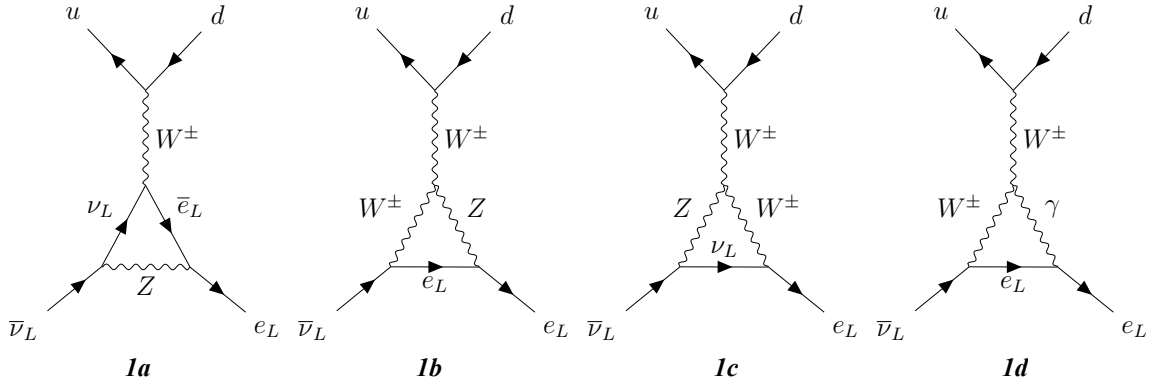
với

$$\left[C_{\nu_a e c}^{u_i d_k} \right]_{\text{SM}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} (U_{PMNS})_{ac}^\dagger (V_{CKM})_{ik}, \quad (3.38)$$

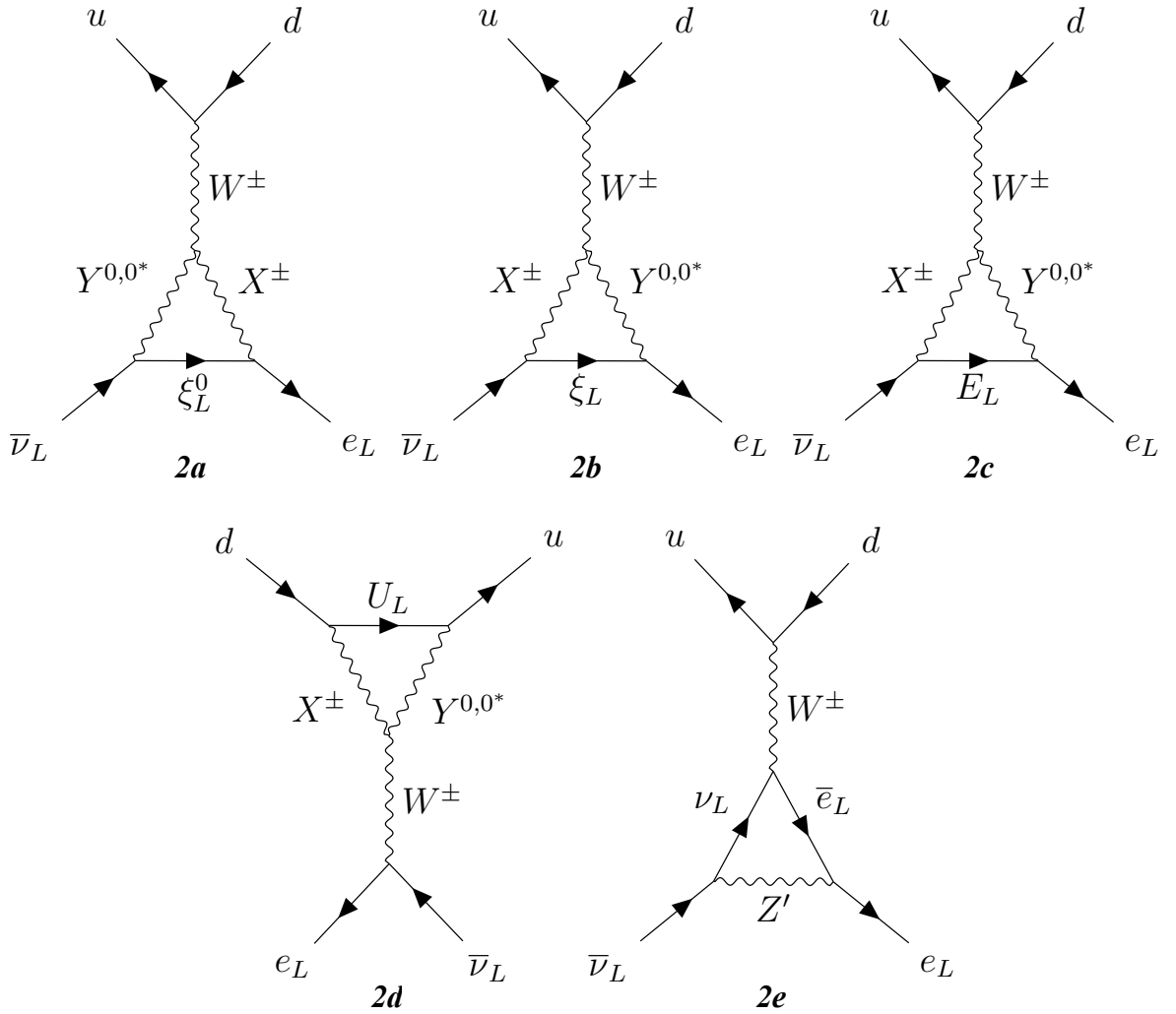
$$\delta \left[C_{\nu_c e b}^{u_k d_j} \right]_{W'_\mu} = (\Delta_L^q)_{kj} (\Delta_L^l)_{cb}, \quad (3.39)$$

$$\delta \left[C_{\nu_c e b}^{u_k d_j} \right]_{X'_\mu} = \frac{m_W^2}{m_X^2} (\Delta_L'^q)_{kj} (\Delta_L'^l)_{cb}. \quad (3.40)$$

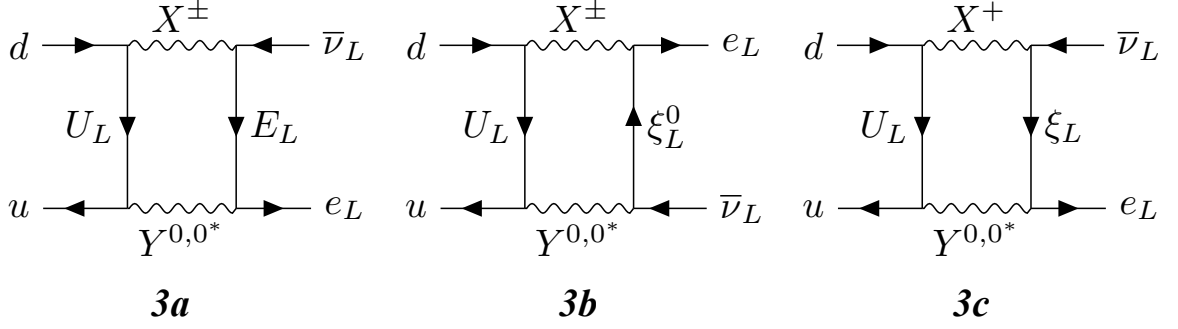
Cường độ của các tương tác mới tỷ lệ với $\frac{v', w'}{v, w} \simeq (\varepsilon^2)$, dẫn tới các đóng góp của NP từ tương tác với các vectơ boson nặng ở mức cây bị triệt tiêu. Tương tác không phổ quát của các lepton trong SM và các lepton mới với các boson chuẩn mới cũng tạo ra các tương tác bốn fermion thông qua giản các đồ chim cánh cụt và hộp ở một mức một vòng được chỉ ra trong Hình 3.8, 3.9, 3.10.



Hình 3.8: Các giản đồ chim cánh cụt nhận được từ SM



Hình 3.9: Các giản đồ chim cánh cụt nhận được từ các tương tác mới



Hình 3.10: Giảm đồ hộp

Khi có tính đến các đóng góp ở mức một vòng, các hệ số WCs $C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j}$ có thể chia ra như sau:

$$C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} = \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{tree}} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}. \quad (3.41)$$

Đóng góp của biểu đồ chim cánh cụt được chia thành hai thành phần:

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}} = \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{\text{SM}} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{\text{NP}}. \quad (3.42)$$

Số hạng đầu tiên là đóng góp của SM được xác định bởi hệ số $\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{\text{SM}}$ được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{\text{SM}} &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{3g^2}{512\pi^2} \times \left\{ \frac{1}{m_Z^2 - m_W^2} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]^{WWZ} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{m_{\tilde{e}_b}^2 - m_{\nu_a}^2} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_Z^{We\nu} + \frac{1}{m_W^2} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]^{WW\gamma} \right\}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

trong đó hệ số $\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]^{WWZ}$ cho đóng góp của giản đồ chim cánh cụt với kí hiệu (1b,1c) trong Hình 3.8 và có dạng:

$$\begin{aligned} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]^{WWZ} &= \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{1b}^{WWZ} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{1c}^{WWZ} \\ &= 4 (U_{PMNS})_{ab}^\dagger \left\{ (2s_W^2 - 1) \Gamma^{WZe_b} + \Gamma^{WZ\nu_a} \right\} (V_{CKM})_{ij}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Theo sơ đồ chim cánh cụt (1a) được hiển thị trong Hình 3.8, hệ số $\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_Z^{We\nu}$ được tính bởi

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_Z^{We\nu} = (t_W^2 - 1) (U_{PMNS})_{ab}^\dagger \Gamma_Z^{W\nu_a e_b} (V_{CKM})_{ij}. \quad (3.45)$$

Giản đồ chim cánh cụt (1d) là đóng góp cuối cùng được tạo ra bởi SM. Hệ số Willson của đóng góp này có dạng:

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]^{WW\gamma} = 8s_W^2 (U_{PMNS})_{ab}^\dagger \Gamma_Z^{W\gamma e_b} (V_{CKM})_{ij}. \quad (3.46)$$

Các giản đồ chim cánh cụt cho các đóng góp mới:

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{\text{NP}} = \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{Z'}^{We\nu} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{WXY} \quad (3.47)$$

với

$$\begin{aligned} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{Z'}^{We\nu} &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{3g^2}{512\pi^2} \frac{1}{m_{e_b}^2 - m_{\nu_a}^2} \frac{1}{c_W^2 (1 + 2c_{2W})} \\ &\times \left[c_{2W}^2 (V_L^\nu)_{1a} (V_L^l)_{1b}^\dagger + (V_L^\nu)_{\alpha a} (V_L^l)_{\alpha b}^\dagger \right] \Gamma_{Z'}^{W\nu_a e_b} (V_{CKM})_{ij}, \\ \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{penguin}}^{WXY} &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{3g^2}{128\pi^2} \frac{1}{m_X^2 - m_Y^2} \left\{ \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2a}^{WXY} \right. \\ &\quad \left. + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2b}^{WXY} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2c}^{WXY} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2d}^{WXY} \right\}, \end{aligned} \quad (3.48)$$

trong đó

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2a}^{WXY} = (V_L^\nu)_{1a} (V_L^l)_{1b}^\dagger \Gamma^{XY\xi^0} (V_{CKM})_{ij}, \quad (3.49)$$

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2b}^{WXY} = 2 (V_L^\nu)_{1a} (V_L^l)_{1b}^\dagger \Gamma^{XY\xi} (V_{CKM})_{ij},$$

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2c}^{WXY} = \sum_{c=1}^3 \mathcal{G}^{\nu_a E_c X} \Gamma^{XY E_c} (\mathcal{G}^{l_b E_c Y})^\dagger (V_{CKM})_{ij}, \quad (3.50)$$

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{2d}^{WXY} = (U_{PMNS})_{ab} \sum_{c=1}^3 \left(V_L^u (V_L^U)^\dagger \right)_{ic} \Gamma^{XY U_c} \left(V_L^U (V_L^d)^\dagger \right)_{cj}.$$

Hệ số tương tác $\mathcal{G}^{\nu_a E_c X}, \mathcal{G}^{e_b E_c Y}$ được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{\nu_a E_c X} &= (V_L^\nu)_{a\alpha} (V_L^E)_{\alpha c}^\dagger + \sqrt{2} (V_L^\nu)_{a1} (V_L^E)_{1c}^\dagger, \\ (\mathcal{G}^{e_b E_c Y})^\dagger &= (V_L^E)_{c\alpha} (V_L^l)_{\alpha b}^\dagger + \sqrt{2} (V_L^E)_{c1} (V_L^l)_{1b}^\dagger, \end{aligned} \quad (3.51)$$

trong đó $\alpha = 2, 3$, và Γ^{ABC} được đưa ra trong Phụ lục C.

Các giản đồ hộp được biểu diễn trong Hình 3.10 và đóng góp của chúng vào các hệ số WCs có dạng;

$$\left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{51g^2}{64\pi^2} \frac{m_W^2}{m_X^2 - m_Y^2} \left\{ \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}^E \right.$$

$$+ \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}^{\xi^0} + \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}^{\xi} \Big\}, \quad (3.52)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}^E &= \sum_{l=1}^3 \sum_{c=1}^3 \left(V_L^u (V_L^U)^\dagger \right)_{il} \left(V_L^U (V_L^d)^\dagger \right)_{lj} \Gamma^{U_l E_c} \mathcal{G}^{\nu_a E_c X} (\mathcal{G}^{l_b E_c Y})^\dagger, \\ \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}^{\xi^0} &= \sum_{l=1}^3 \left(V_L^u (V_L^U)^\dagger \right)_{il} \left(V_L^U (V_L^d)^\dagger \right)_{lj} \Gamma^{U_l \xi^0} (V_L^\nu)_{a1} (V_L^l)_{1b}^\dagger, \\ \left[C_{\nu_a e_b}^{u_i d_j} \right]_{\text{box}}^{\xi} &= 2 \sum_{l=1}^3 \left(V_L^u (V_L^U)^\dagger \right)_{il} \left(V_L^U (V_L^d)^\dagger \right)_{lj} \Gamma^{U_l \xi} (V_L^\nu)_{a1} (V_L^l)_{1b}^\dagger. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Các hàm $\Gamma^{U_l E_c}$, $\Gamma^{U_l \xi^0}$, $\Gamma^{U_l \xi}$ được chỉ ra trong Phụ lục D

3.2.3. Khảo sát quá trình dịch chuyển $b \rightarrow c$ vi phạm tính phổ quát vị lepton

Xem xét ảnh hưởng của các tương tác mới lên dịch chuyển $b \rightarrow c$. Tỷ số $R(D^{(*)})$, $R(X_c)$, đến từ các tương tác mới, dưới dạng các hệ số Wilson, có dạng như trong [70]:

$$\begin{aligned} R(D^{(*)}) &\equiv \frac{\Gamma(B \rightarrow D^{(*)} \tau \bar{\nu})}{\Gamma(B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu})} = \frac{\sum_k |C_{3j}^{cb}|^2}{\sum_k (|C_{1k}^{cb}|^2 + |C_{2k}^{cb}|^2)} \\ &\times \left[\frac{\sum_k (|C_{1k}^{cb}|^2 + |C_{2k}^{cb}|^2)}{\sum_k |C_{3k}^{cb}|^2} \right]_{\text{SM}} \times R(D^{(*)})_{\text{SM}}, \\ R(X_c) &\equiv \frac{\Gamma(B \rightarrow X_c \tau \bar{\nu})}{\Gamma(B \rightarrow X_c l \bar{\nu})} \\ &= \frac{\sum_k |C_{3k}^{cb}|^2}{\sum_k |C_{1k}^{cb}|^2} \times \left[\frac{\sum_k |C_{1k}^{cb}|^2}{\sum_k |C_{3k}^{cb}|^2} \right]_{\text{SM}} \times R(X_c)_{\text{SM}}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

với $k = 1, 2, 3$ là chỉ số lepton thế hệ.

Công thức (1.87) xác định tỷ số $R(D^{(*)})_{\text{SM}}$ và tỉ số $R(X_c)_{\text{SM}} = 0.223(5)$ được thông báo trong [171].

Thêm vào đó, giá trị thực nghiệm cho tất cả tỉ số $R(X_c)$ được xác định như sau:

$$R(X_c)_{\text{exp}} = 0.222(22), \quad (3.55)$$

và giá trị trung bình của các phép đo $R(D), R(D^{(*)})$, được đưa ra trong công thức (1.88). Sự khác biệt giữa các giá trị đo được của $R(D), R(D^{(*)})$ và các dự đoán SM tương ứng của chúng, là dấu hiệu cho thấy sự hiện diện của vật lý mới, được thể hiện trong hệ số Wilson NP. Ngược lại các kết quả thực nghiệm sai khác khá ít so với dự đoán của SM về $R(X_c)$. Các hiệu ứng vật lý mới trong $R(X_c)$ dẫn đến các ràng buộc nghiêm ngặt mới đối với các tham số.

Tiếp theo, chúng tôi điều chỉnh không gian tham số của mô hình được xem xét bằng cách sử dụng dữ liệu thực nghiệm của các tỉ số $R(D), R(D^{(*)})$. Như đã được chỉ ra, các hệ số NP Wilson không chỉ phụ thuộc vào các tham số SM mà còn phụ thuộc vào các tham số mới như ma trận trộn, $V_L^d, V_L^u, V_L^U, V_L^E, V_L^l, V_L^\nu$, khối lượng các hạt mới, $m_X, m_Y, m_{Z'}, m_{E_i}, m_\xi, m_{\xi^0}$, and m_{U_i} . Để thực hiện tính số, chúng tôi sử dụng các tham số SM được đưa ra trong [172] và các tham số mới được giả định như sau:

- Ma trận trộn lepton và quark có dạng sau:

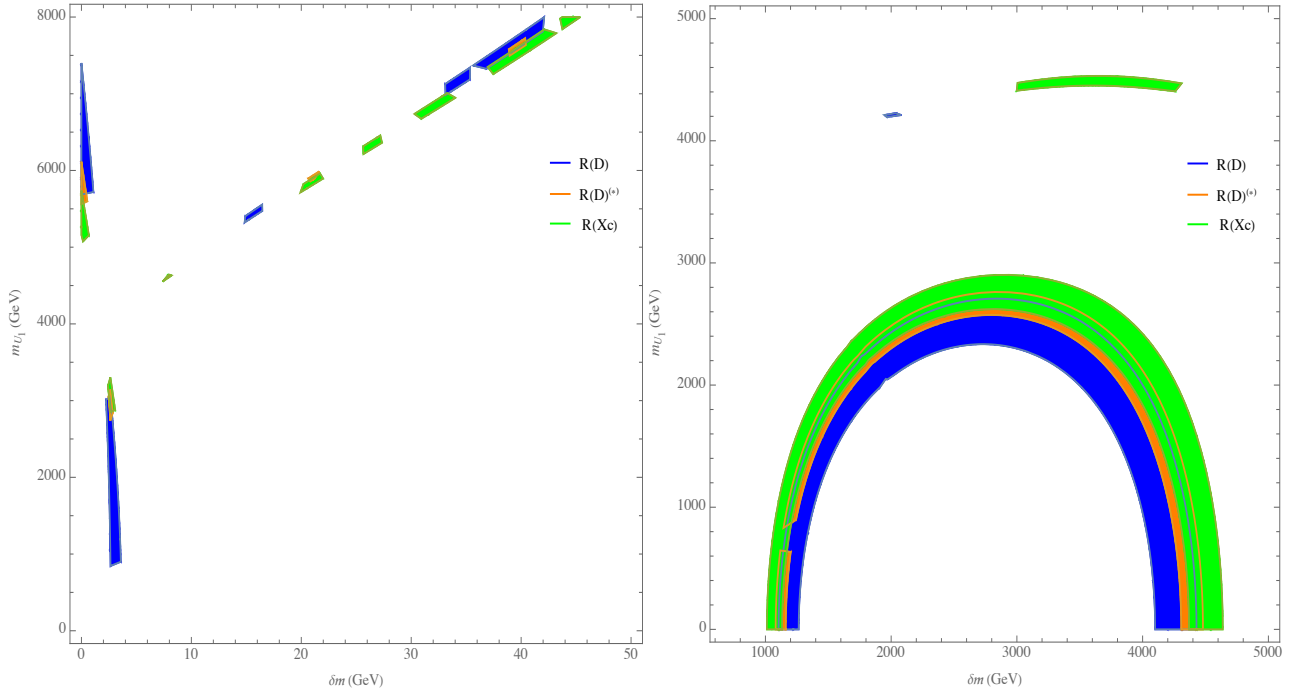
$$V_L^l = V_L^u = V_L^U = V_L^E = \text{Diag}(1, 1, 1), \quad V_L^\nu = U_{\text{PMNS}}, \quad V_L^d = V_{\text{CKM}}.$$

Điều này tương ứng với việc lựa chọn cơ sở trong đó ma trận khối lượng quark up và lepton mang điện có dạng chéo sao cho sự trộn quark và lepton quan sát được chỉ thu được từ các quark down và neutrino tương ứng.

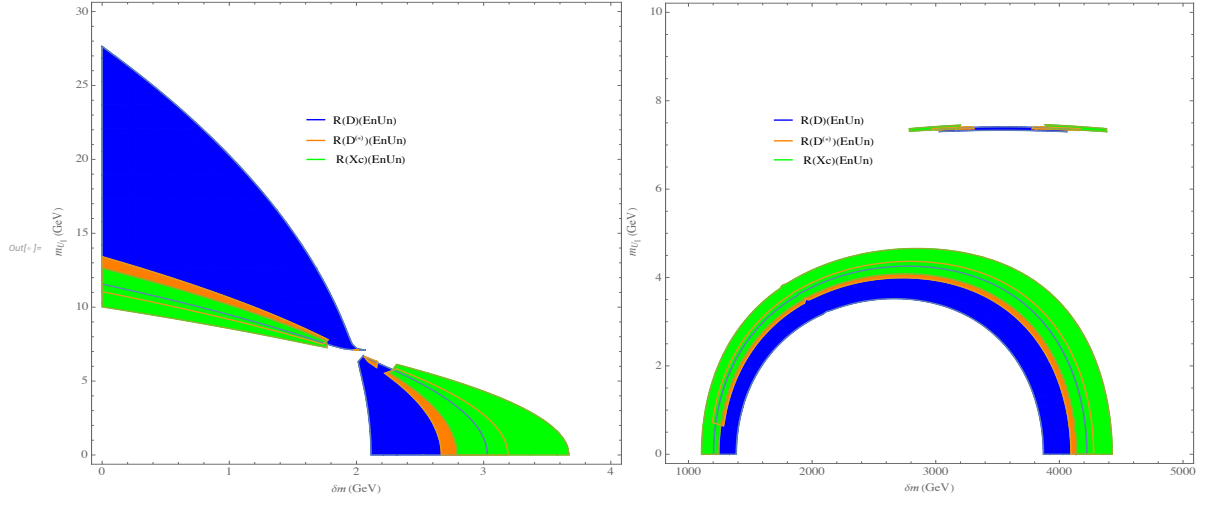
- Để thỏa mãn các ràng buộc của LHC [172], khối lượng của các boson chuẩn mới được chọn là: $m_{Z'} = 4500\text{GeV}, m_X = 4100\text{GeV}, m_Y^2 = m_X^2 + m_W^2$.
- Không làm mất tính tổng quát, chúng tôi khảo sát phân bậc khối lượng của các fermion mới theo đến bốn kịch bản:

- Khối lượng của ba lepton mới E_i là $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$ và khối lượng của ba quark ngoại lai là $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$.
- Cả quarks mới và lepton mới đều có khối lượng phân bậc thuận:
($E_n U_n$): $\frac{m_{E_1}}{m_{E_2}} = \frac{m_e}{m_\mu}, \frac{m_{E_1}}{m_{E_3}} = \frac{m_e}{m_\tau}, \frac{m_{U_1}}{m_{U_2}} = \frac{m_u}{m_c}, \frac{m_{U_1}}{m_{U_3}} = \frac{m_u}{m_t}$.
- Cả quarks mới và lepton mới đều có khối lượng phân bậc ngược:
($E_i U_i$): $\frac{m_{E_1}}{m_{E_2}} = \frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_{E_1}}{m_{E_3}} = \frac{m_\tau}{m_e}, \frac{m_{U_1}}{m_{U_2}} = \frac{m_c}{m_u}, \frac{m_{U_1}}{m_{U_3}} = \frac{m_t}{m_u}$.
- Các lepton mới có khối lượng phân bậc thuận, các quark ngoại lai có khối lượng phân bậc nghịch ($E_n U_i$): $\frac{m_{E_1}}{m_{E_2}} = \frac{m_e}{m_\mu}, \frac{m_{E_1}}{m_{E_3}} = \frac{m_e}{m_\tau}, \frac{m_{U_1}}{m_{U_2}} = \frac{m_c}{m_u}, \frac{m_{U_1}}{m_{U_3}} = \frac{m_t}{m_u}$, và ngược lại ($E_i U_n$).

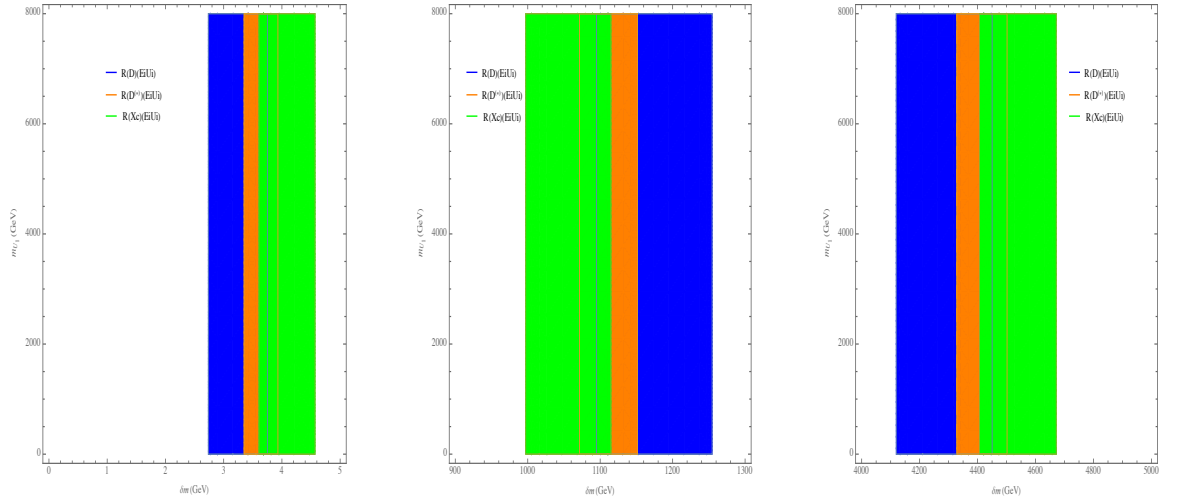
Trong kịch bản đầu tiên, được hiển thị trong các đồ thị của Hình 3.11, chúng tôi biểu thị màu xanh, cam, xanh lục của vùng không gian tham số trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với các ràng buộc thực nghiệm của $R(D), R(D^*), R(X_c)$ quan sát được tương ứng. Giả thiết $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$ và $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, $m_\xi = m_{E_1} + \delta m, m_{\xi^0} = m_{E_1} - \delta m$. Từ các đồ thị của Hình 3.11 chúng tôi nhận thấy các giá trị thực nghiệm quan sát được của $R(D), R(D^*), R(X_c)$ có thể đạt được trong hai vùng không gian của δm , một trong vùng cỡ vài GeV đến vài chục GeV và một trong vùng cỡ vài TeV. Từ đồ thị trong bảng bên trái của Hình 3.11, chúng tôi thu được giới hạn trên của khối lượng quark ngoại lai $m_{U_1} < 5$ TeV.



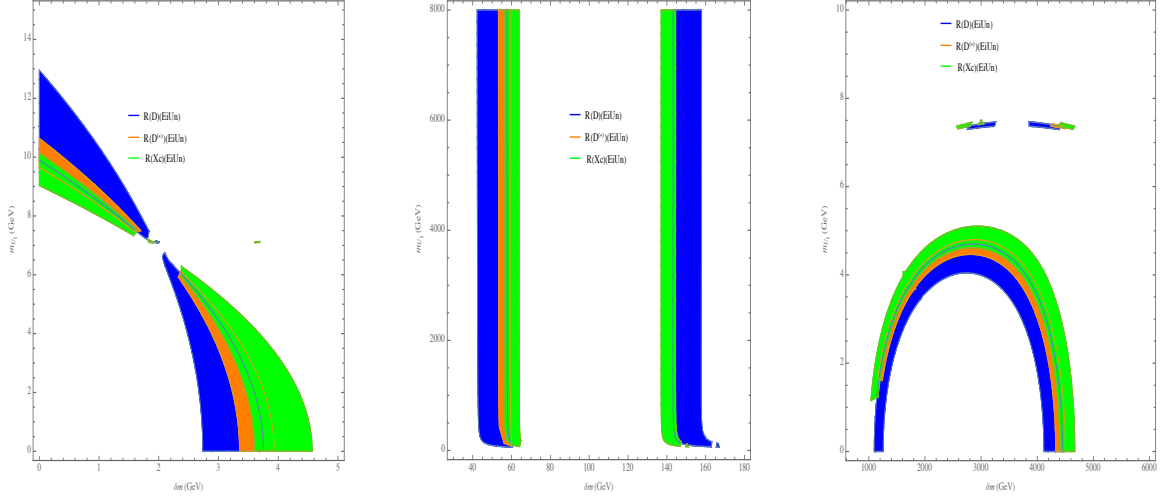
Hình 3.11: Không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc của thực nghiệm $R(D), R(D^*), R(X_c)$ quan sát được cho kịch bản đầu tiên. Ở đây chúng tôi đã thiết lập $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$ và $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, $m_\xi = m_{E_1} + \delta m, m_{\xi^0} = m_{E_1} - \delta m$. Các vùng màu xanh, cam, xanh lá cây phù hợp với phạm vi cho phép của thực nghiệm của $R(D), R(D^*)$ và $R(X_c)$ quan sát được tương ứng.



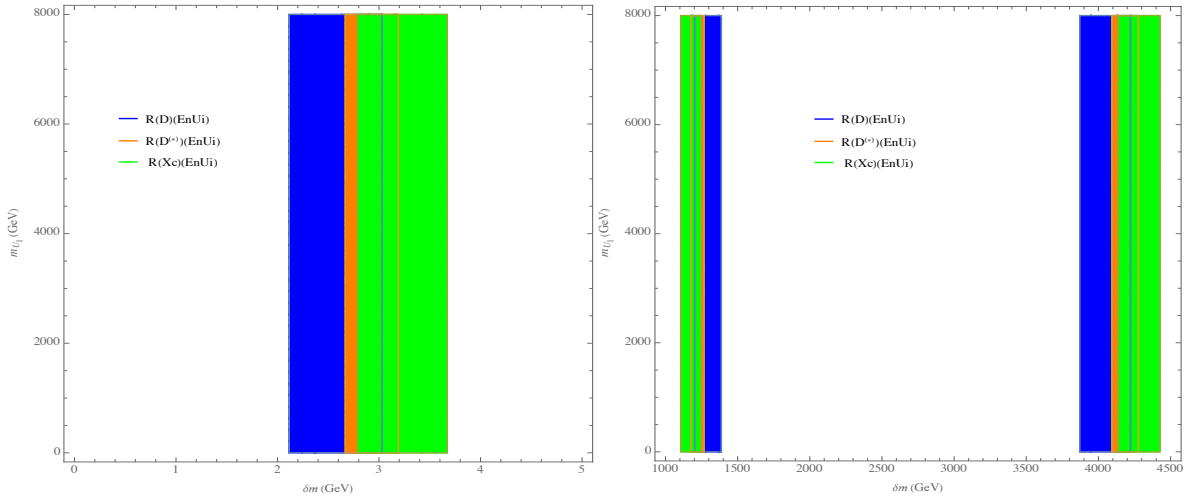
Hình 3.12: Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D)$, $R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_n U_n$.



Hình 3.13: Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D)$, $R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_i U_i$.



Hình 3.14: Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D)$, $R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_i U_n$.



Hình 3.15: Vùng không gian tham số cho phép trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ phù hợp với ràng buộc thực nghiệm của tỉ số $R(D)$, $R(D^*)$, and $R(X_c)$ trong trường hợp $E_n U_i$.

Trong các kịch bản cả quark và lepton có khối lượng phân bậc cùng loại $E_n U_n$ hoặc $E_i U_i$ hoặc quark hoặc lepton có khối lượng phân bậc ngược $E_i U_n$, $E_n U_i$, có thể tìm ra vùng không gian tham số m_{U_1} , δm mà tại đó đạt được các giá trị của thực nghiệm quan sát được của $R(D)$, $R(D^*)$, $R(X_c)$. Chúng tôi biểu diễn vùng không gian tham số cho phép phù hợp với các giá trị thực nghiệm này trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ ở Hình 3.12, 3.13, 3.14, 3.15. δm bị ràng buộc bởi các giá trị thực nghiệm của các tỉ số này và phân bậc

khối lượng của các lepton và quark mới, như đã chỉ ra trong Hình 3.12, 3.13, 3.14, 3.15. Tất cả các kịch bản $E_i U_i, E_n U_n, E_i U_n, E_n U_i$, hiệu chỉnh δm đạt giá trị ở thang năng lượng điện yếu và thang TeV. Vùng không gian tham số phụ thuộc vào phân bậc khối lượng của các quark ngoại lai. Đối với trường hợp $E_i U_n, E_n U_n$ vùng không gian tham số của δm chỉ đạt đến cỡ vài GeV đến vài chục GeV, vùng năng lượng cho phép tại thang TeV bị giới hạn bởi mặt cong, tạo ra giới hạn cho khối lượng của các quark ngoại lai. Đối với trường hợp $E_i U_i, E_n U_i$, vùng không gian tham số của δm chỉ đạt đến cỡ vài GeV hoặc vài TeV. Vùng năng lượng cho phép của δm tại thang TeV là một phần của mặt phẳng bị giới hạn bởi các đường mà δm là không đổi trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$. Điều này tương đương với việc không có giới hạn cho khối lượng các quark ngoại lai. Các kết quả dự đoán ở trên phụ thuộc rất mạnh vào δm và sự phân bậc khối lượng của các lepton mới và quark mới.

3.2.4. Nghiên cứu một số quan sát liên quan đến sự không phổ quát vị của tương tác.

Dịch chuyển $s \rightarrow u$

Chúng tôi xem xét các quá trình phân rã khác, $K^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu, K \rightarrow l \nu, \tau \rightarrow K \nu$, tạo ra ràng buộc về vị của tính không phổ quát. Để đơn giản hóa, chúng tôi xem xét các tỉ lệ: $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}, \frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$. Trong mô hình được xem xét, chúng tôi thu được

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} &= \frac{\sum_k |C_{2k}^{us}|^2}{\sum_k |C_{1k}^{us}|^2} \times \left[\frac{\sum_k |C_{1k}^{us}|^2}{\sum_k |C_{2k}^{us}|^2} \right]_{\text{SM}} \times \left[\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} \right]_{\text{SM}}, \\ \frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} &= \frac{\sum_k |C_{3k}^{us}|^2}{\sum_k |C_{1k}^{us}|^2} \times \left[\frac{\sum_k |C_{1k}^{us}|^2}{\sum_k |C_{3k}^{us}|^2} \right]_{\text{SM}} \times \left[\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} \right]_{\text{SM}}, \\ \frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)} &= \frac{\sum_k |C_{2k}^{us}|^2}{\sum_k |C_{1k}^{us}|^2} \times \left[\frac{\sum_k |C_{1k}^{us}|^2}{\sum_k |C_{2k}^{us}|^2} \right]_{\text{SM}} \times \left[\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)} \right]_{\text{SM}}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

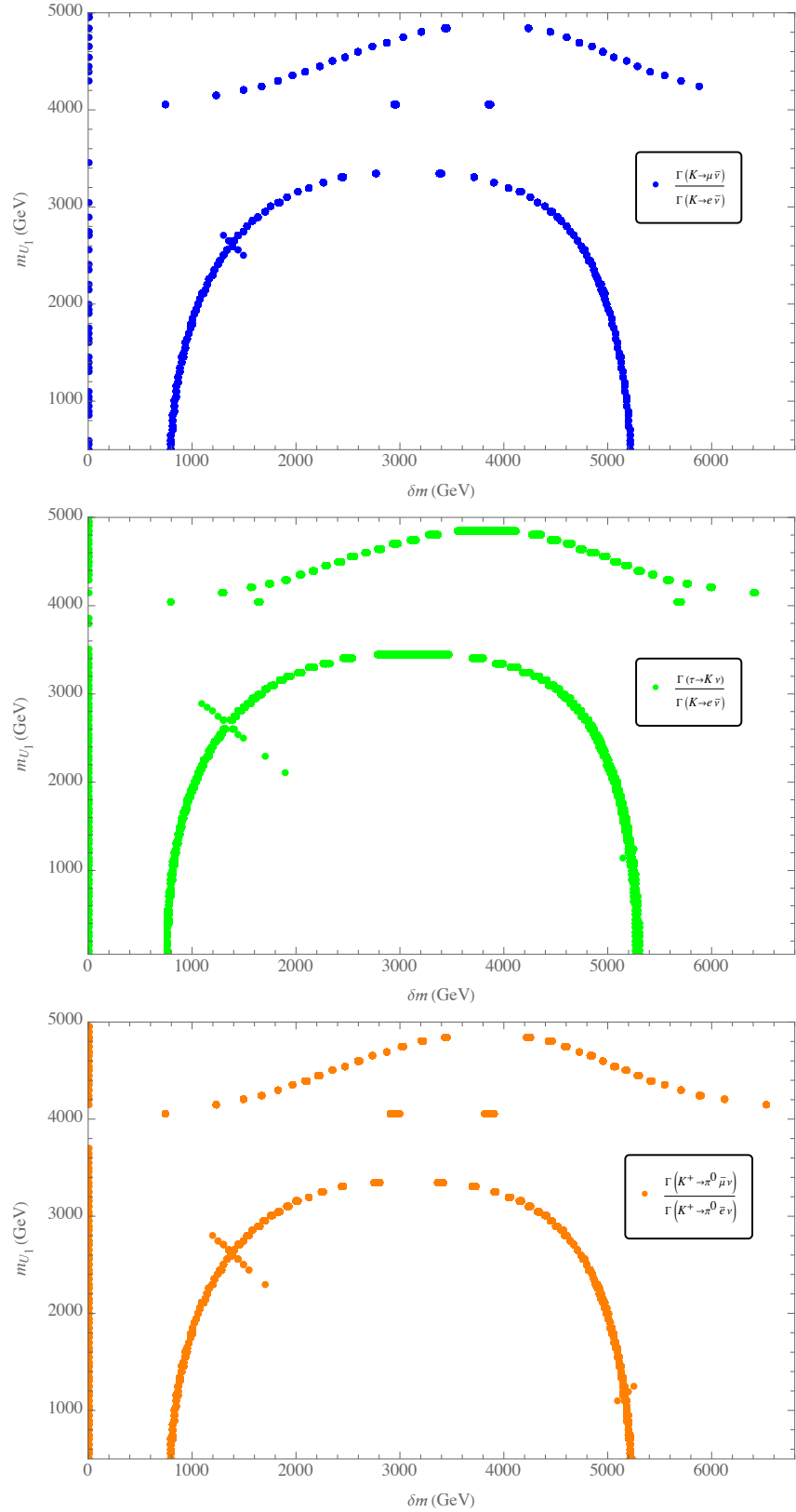
Các giá trị thực nghiệm cho các tỉ số này được đưa ra trong [172]

$$\begin{aligned} \left[\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} \right]_{\text{exp}} &= 4.018(3) \times 10^4, \\ \left[\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} \right]_{\text{exp}} &= 1.89(3) \times 10^7, \quad \left[\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)} \right]_{\text{exp}} = 0.660(3), \end{aligned} \quad (3.57)$$

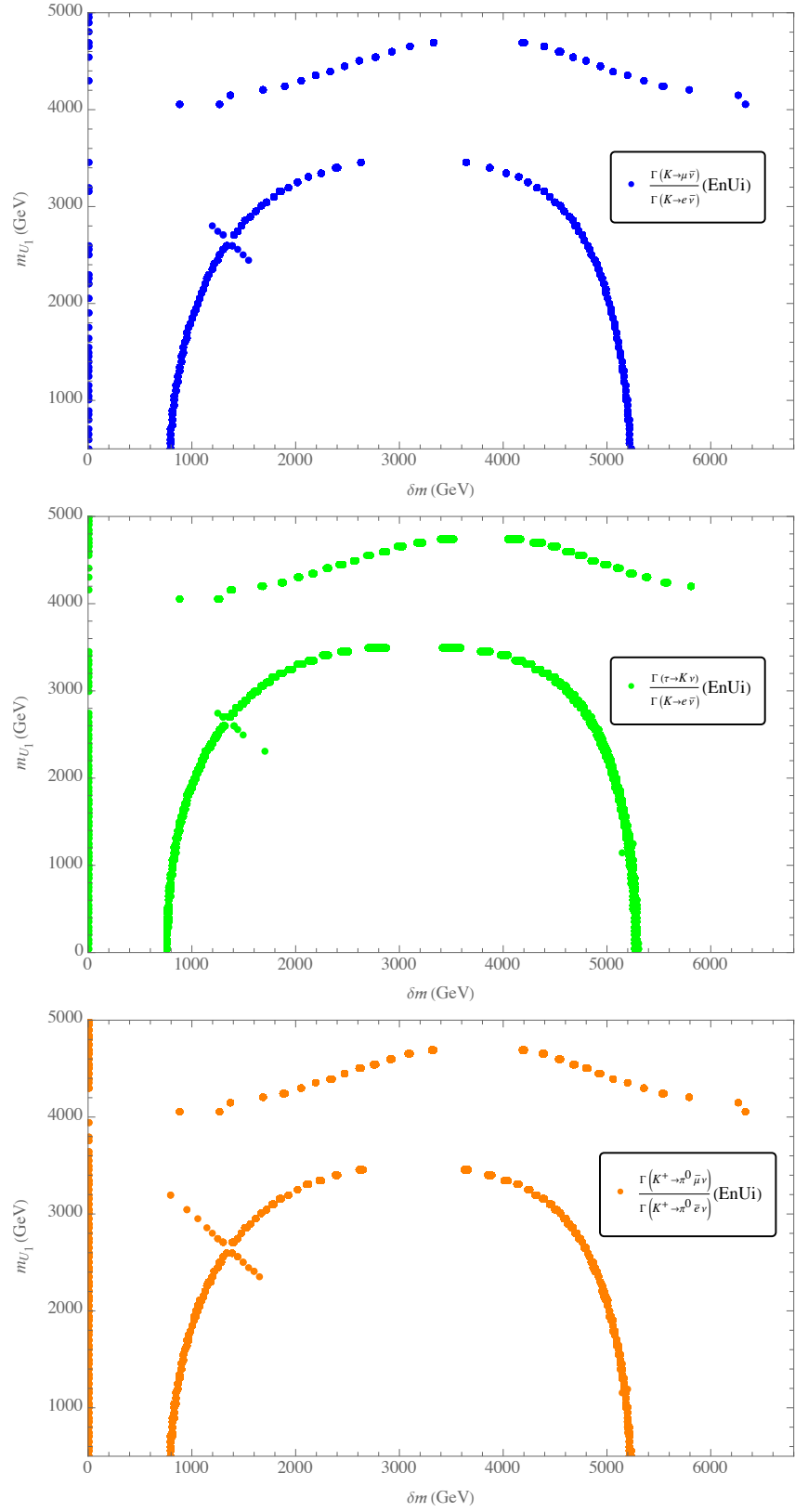
cũng như các giá trị dự đoán bởi SM:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} \right]_{\text{SM}} &= 4.0037(2) \times 10^4, \\ \left[\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})} \right]_{\text{SM}} &= 1.939(4) \times 10^7, \left[\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)} \right]_{\text{SM}} = 0.663(2). \end{aligned} \quad (3.58)$$

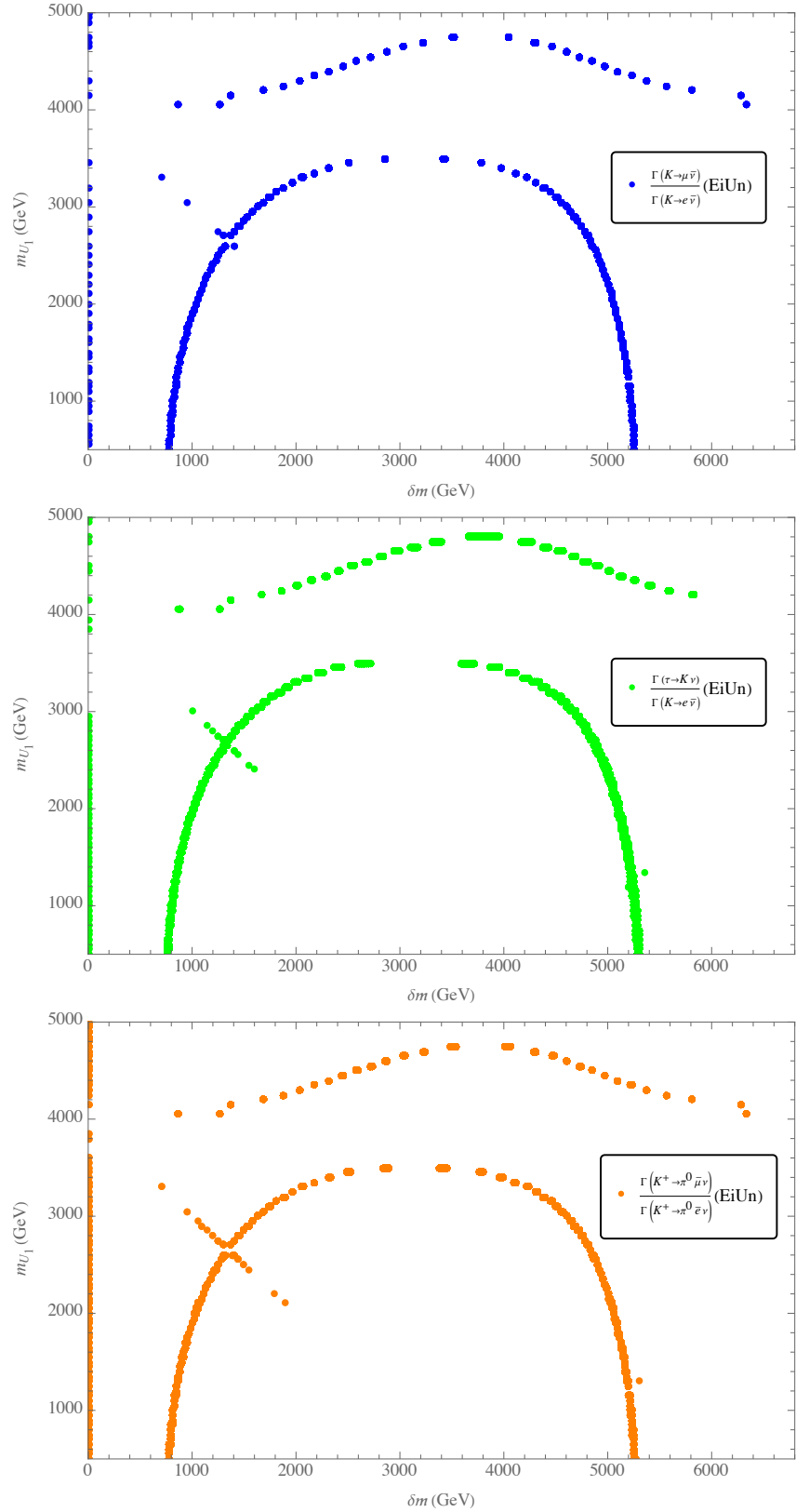
Dựa trên các ràng buộc được đưa ra trong các nghiên cứu trước, chúng tôi tiếp tục phân tích số của các quá trình chuyển đổi $s - u$. Trong Hình 3.16, 3.17, 3.18 chúng tôi tạo ra một đường viền của các tỉ lệ $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ and $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$, trong mặt phẳng $\delta m - m_{U_1}$ với các trường hợp $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$, $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$; $E_n U_i$; $E_i U_n$. Trong cả ba trường hợp, vùng không gian tham số của δm có thể giải thích các giá trị thực nghiệm này cũng được chia thành thang điện yếu hoặc thang TeV. Các vùng không gian tham số cho phép này được xác định bởi tính nhất quán của chúng với các giá trị thực nghiệm của $R(D)$, $R(D^{(*)})$ và $R(X_c)$ như đã xem xét trước đó.



Hình 3.16: Các tỉ số $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$ được tạo thành các đường như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ tương ứng với trường hợp $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$, $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$.



Hình 3.17: Các tỉ số $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{\mu} \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \bar{e} \nu)}$ được tạo thành các đường như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ tương ứng với trường hợp EnU_i .



Hình 3.18: Các tỉ số $\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow K \nu)}{\Gamma(K \rightarrow e \bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 \mu \nu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 e \bar{\nu})}$ được tạo thành các đường như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ tương ứng với trường hợp $E_i U_n$.

Dịch chuyển $d \rightarrow u$.

Một trong những ràng buộc chặt chẽ hơn đối với tính không phổ quát

vị lepton là các quá trình phân rã $d \rightarrow ul\bar{\nu}$, tương ứng với $\pi \rightarrow l\bar{\nu}$. Để hủy bỏ sự phụ thuộc của tổ hợp $G_F |V_{ud}|$, chúng ta xem xét các tỉ số $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})}$ và $\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})}$. Các giá trị thực nghiệm cho các tỉ số này được thu thập bởi [70]

$$\left[\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} \right]_{\text{exp}} = 7.90(5) \times 10^7, \quad \left[\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} \right]_{\text{exp}} = 8.13(3) \times 10^3, \quad (3.59)$$

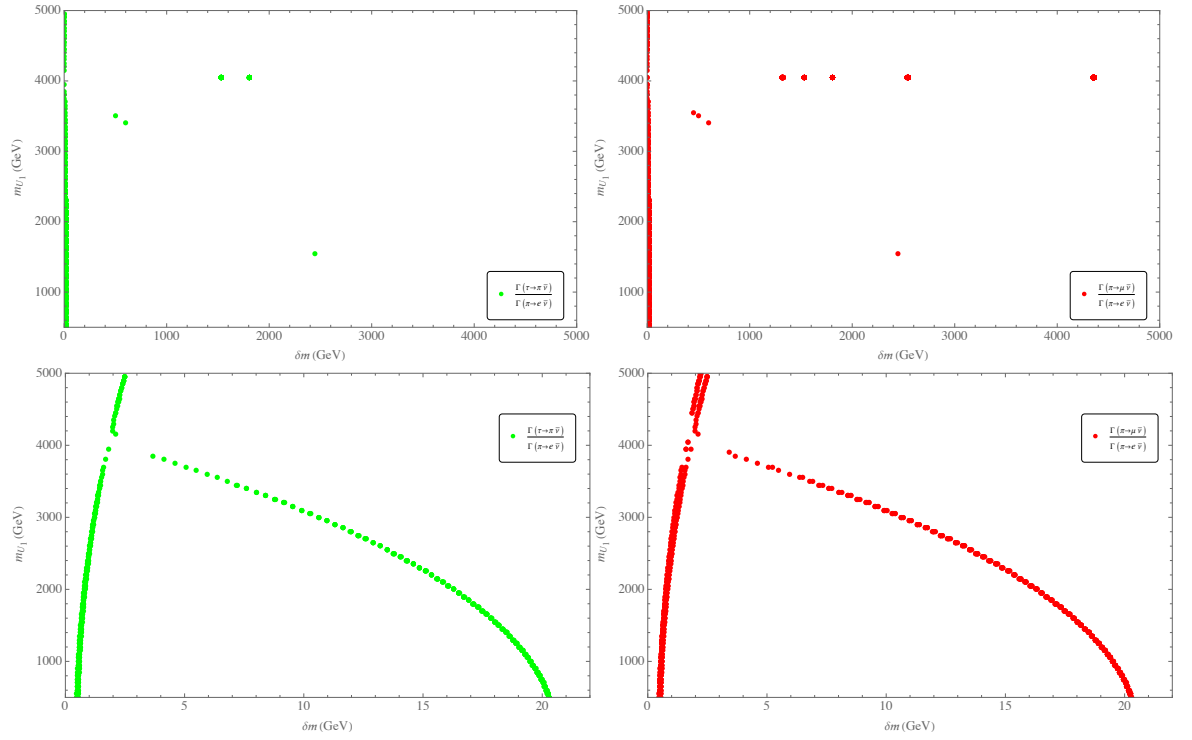
trong khi các giá trị dự đoán của SM là [70, 173]

$$\left[\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} \right]_{\text{SM}} = 7.91(1) \times 10^7, \quad \left[\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} \right]_{\text{SM}} = 8.096(1) \times 10^3. \quad (3.60)$$

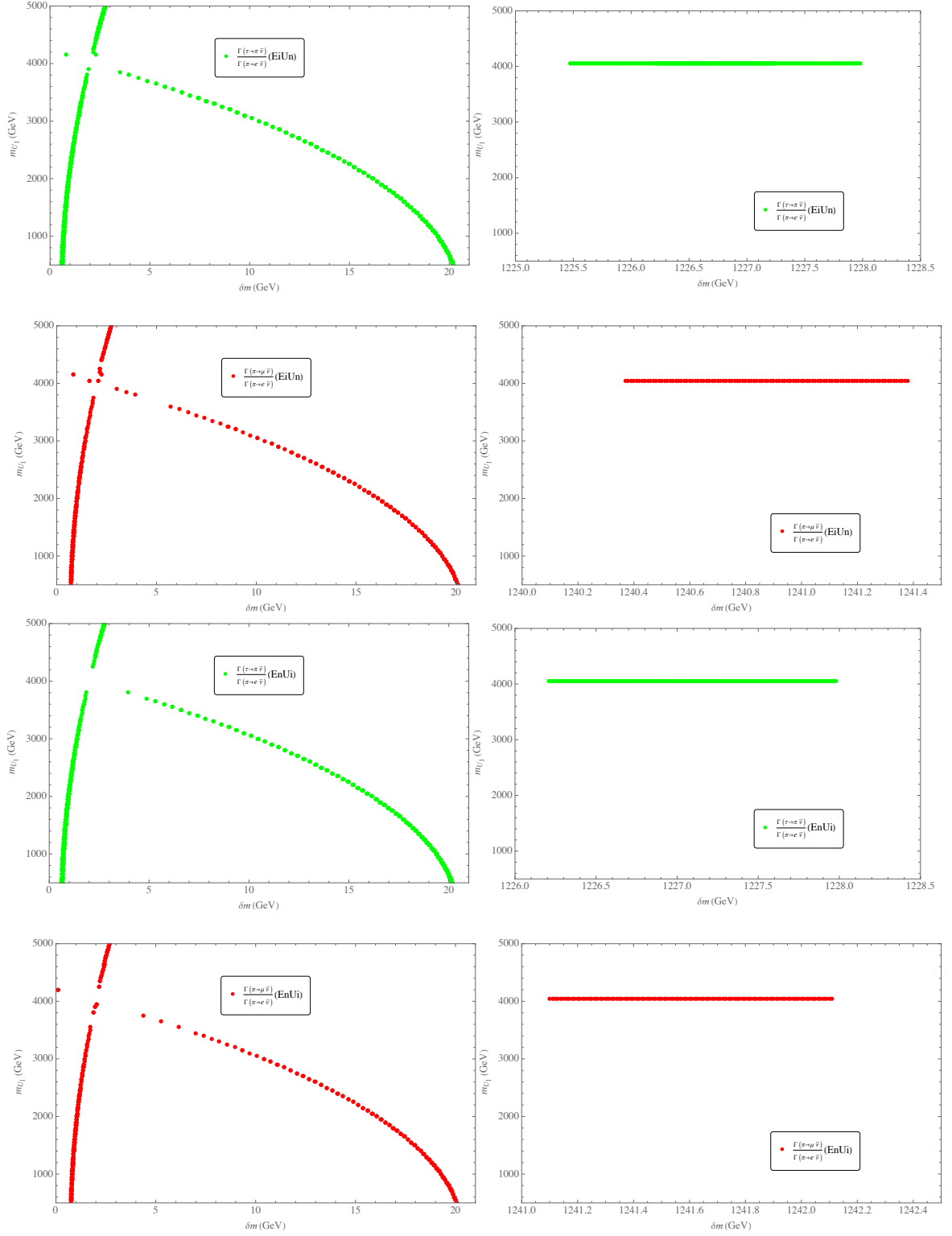
Đối với các tỉ lệ này, mô hình MF331 dự đoán:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} &= \frac{\sum_k |C_{2k}^{ud}|^2}{\sum_k |C_{1k}^{ud}|^2} \times \left[\frac{\sum_k |C_{1k}^{ud}|^2}{\sum_k |C_{2k}^{ud}|^2} \right]_{\text{SM}} \times \left[\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} \right]_{\text{SM}}, \\ \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} &= \frac{\sum_k |C_{3k}^{ud}|^2}{\sum_k |C_{1k}^{ud}|^2} \times \left[\frac{\sum_k |C_{1k}^{ud}|^2}{\sum_k |C_{3k}^{ud}|^2} \right]_{\text{SM}} \times \left[\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})} \right]_{\text{SM}}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Trong Hình 3.19, 3.20, chúng tôi tạo đường biên cho các tỉ lệ, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})}$, là một hàm của $m_{U_1}, \delta m$ trong các trường hợp có thể được chỉ ra trong hai phần trên. Đối với trường hợp, $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, chúng ta nhận ra rằng trong vùng thang TeV, có một vài giá trị của δm dự đoán các tỉ số $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})}, \frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e\bar{\nu})}$ là phù hợp với các giá trị thực nghiệm, trong khi vùng GeV của δm được dự đoán để giải thích các giá trị này. Trong giới hạn, $2\text{GeV} < \delta m < 20\text{GeV}$, giới hạn trên của m_{U_1} nhỏ hơn 4 TeV. Những kết luận này cũng áp dụng cho các trường hợp: $E_i U_n, E_n U_i$.



Hình 3.19: Các tỉ số, $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi \nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}$ tương ứng với khung từ trái sang phải, được tạo thành đường viền như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ trong trường hợp: $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}$, $m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$.



Hình 3.20: Các tỉ số $\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \pi \bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}$, $\frac{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \bar{\nu})}{\Gamma(\pi \rightarrow e \bar{\nu})}$, được tạo thành đường viền như một hàm của $\delta m, m_{U_1}$ trong hai trường hợp: $E_i U_n$, $E_n U_i$.

Chúng ta hãy xem xét không gian tham số được phép thu được từ việc nghiên cứu các quá trình chuyển đổi, $b \rightarrow c, s \rightarrow u, d \rightarrow u$. Vùng không gian tham số trong trường hợp đầu tiên, trong đó $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$,

được xác định bởi giao điểm của các mặt phẳng $m_{U_1} - \delta m$ được hiển thị trong Hình 3.11, 3.16 và 3.19. Chúng ta đi đến kết luận rằng vùng được phép là một phần của mặt phẳng giới hạn bởi $\delta m, m_{U_1}$ là: $2 < \delta m < 20$ GeV, và $m_{U_1} < 4$ TeV hoặc $\delta m < 2$ TeV. Không gian tham số bắt nguồn từ các trường hợp, $E_i U_n, E_n U_i$, phải đồng thời nhất quán với các giá trị được mô tả trong Hình 3.14, 3.15 và 3.20. Cụ thể, khi δm có thang năng lượng GeV thì không có cặp giá trị chung $m_{U_1} - \delta m$, trong khi với thang năng lượng TeV, có một vùng hẹp của $m_{U_1} - \delta m$ phù hợp với các giá trị thực nghiệm của các quan sát phổ quát về vị lepton. Tóm lại, các kết quả dự đoán trên phụ thuộc mạnh vào sự phân tách khối lượng δm và sự phân bậc khối lượng của các lepton mới và quark mới.

Chúng tôi muốn nhấn mạnh rằng, không giống như hầu hết các mô hình dựa trên nhóm đối xứng chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ như trong [174], trong mô hình được xem xét, cả ba thế hệ quark đều biến đổi như một phản tam tuyến và không tồn tại các dòng trung hòa thay đổi vị trong phần quark ở gần đúng cây. Thế hệ lepton phân cực trái đầu tiên biến đổi như một lục tuyến của đối xứng $SU(3)_L$ và hai thế hệ cuối cùng biến đổi như một tam tuyến của đối xứng này. So với hai thế hệ lepton phân cực trái cuối, thế hệ đầu tiên đưa thêm nhiều lepton bổ sung: $\xi^\pm, \xi^0$. Sự tương tác của các lepton này với các lepton SM hỗ trợ cho các giải thích về các bất thường trong vật lý B, chịu ảnh hưởng mạnh mẽ bởi tham số $\delta m = m_{\xi^\pm} - m_{E_1} = m_{E_1} - m_{\xi^0}$ biểu thị sự khác biệt về khối lượng giữa các lepton mới xuất hiện trong các lục tuyến của nhóm $SU(3)_L$. Sự sắp xếp của các fermion cũng tạo ra các dòng điện trung hòa thay đổi vị trong khu vực lepton ở mức cây, ảnh hưởng đến các quá trình phân rã như $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^+ \mu^- e^- \dots$ [152]. Điều đáng nói đến là sự trao đổi mức một vòng của các fermion ngoại lai nặng, $U_a, E_a, \xi^\pm, \xi^0$, và các boson chuẩn không phải SM, $Y^{0*}, X^\pm$, tạo ra sự phân rã mức một vòng, $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$, $h \rightarrow \mu \tau$, $\tau \rightarrow h c$, $\tau \rightarrow h \mu$. Các lepton ngoại lai tích điện cũng có thể gây ra các đóng góp bổ sung vào mômen từ dị thường của muon, giá trị thực nghiệm của chúng có thể được điều chỉnh trong một vùng không gian tham số thích hợp. Kết quả cho thấy thang NP là vài TeV và các đóng góp của NP vào các quá trình này phù hợp với các phép đo thực nghiệm. Khối lượng của các quark loại up ngoại lai và các lepton mới ở thang TeV, và độ chênh lệch khối lượng của hai lepton mới, δm , ở thang điện yếu, khiến các hạt này có thể tiếp cận được tại máy gia tốc trong tương lai. Thí nghiệm LEP II tìm

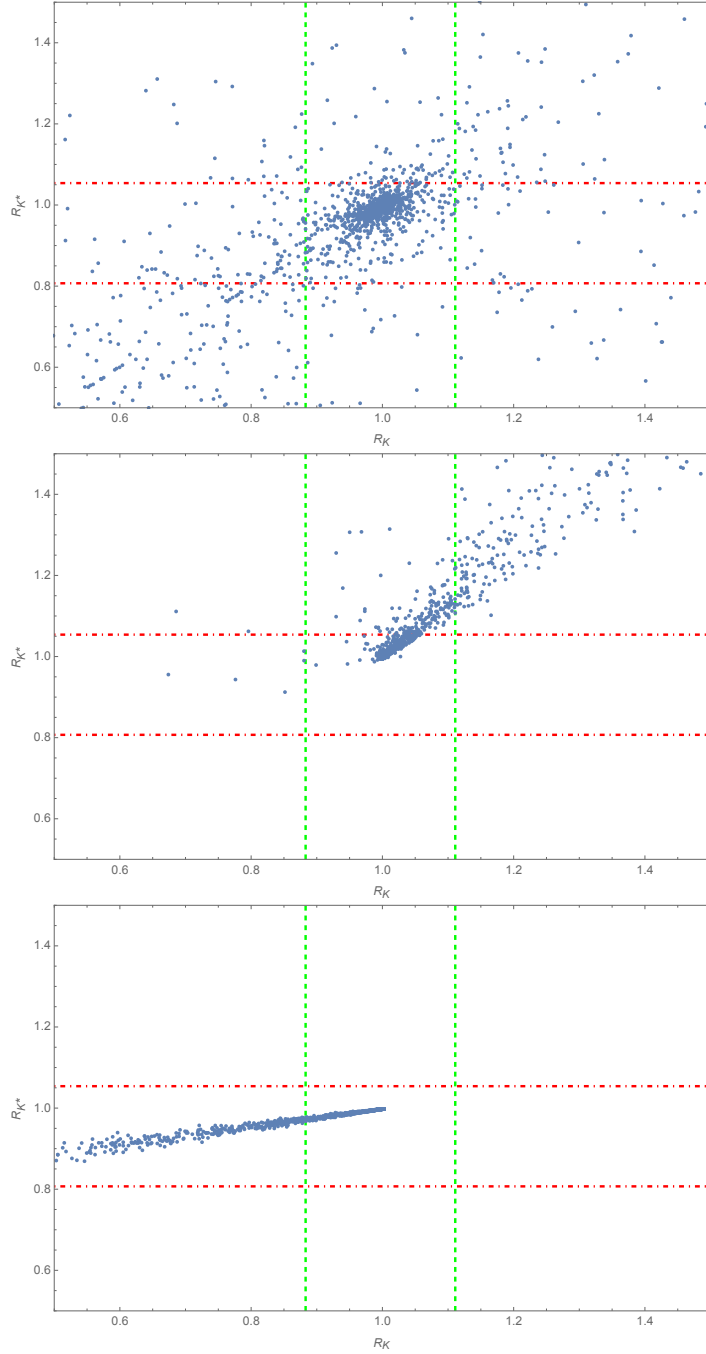
kiểm một boson chuẩn trung hòa mới Z' thông qua kênh $e^+e^- \rightarrow ff^-$ với f là fermion [49], dẫn đến giới hạn $m_{Z'} > 1,13$ TeV. Hơn nữa, các ràng buộc phát sinh từ sự pha trộn meson $K^0 - \bar{K}^0, D^0 - \bar{D}^0, B_d^0 - \bar{B}_d^0, B_s^0 - \bar{B}_s^0$ tạo ra giới hạn dưới $m_{Z'} > 4$ TeV cho khối lượng boson chuẩn Z' trong mô hình 331, như được thể hiện trong [175, 176]. Tại LHC, các quark ngoại lai nặng có thể được tạo ra thông qua cả phản ứng tổng hợp gluon và cơ chế Drell–Yan, và các lepton ngoại lai chỉ có thể được tạo ra thông qua các quá trình kiểu Drell–Yan, $q\bar{q} \rightarrow W^{*\pm} \rightarrow \xi^\pm \xi^*$, $q\bar{q} \rightarrow Z^{*\pm} \rightarrow \xi^0 \xi^0$ và $q\bar{q} \rightarrow Z'^{* \pm} \rightarrow \xi^0 \xi^0$. Do chênh lệch khối lượng nhỏ, $\delta m \simeq$ vài chục GeV $< m_W$, nên chế độ phân rã $\xi^\pm \rightarrow \xi^0 \pi^\pm$ được phép về mặt động học và tương ứng với sự chiếm ưu thế của các kênh phân rã của các lepton ngoại lai $\xi^\pm$. Ở mức cây, các fermion tích điện ngoại lai nặng có thể phân rã thành fermion tích điện SM và một vô hướng trung hòa điện, $\xi^\pm \rightarrow e^\pm h$, trong khi các fermion trung hòa ngoại lai nặng có thể phân rã thành lepton tích điện SM và boson $W^\pm$, tức là $\xi^0 \rightarrow e^\pm W^\mp$, cũng như thành boson chuẩn Z , tức là $\xi^0 \rightarrow \gamma Z$. Do đó, các trạng thái cuối cùng cho các quá trình Drell–Yan ở trên có thể là $e^\pm e^\pm J_1 J_1' J_2 J_2'$, trong đó J_1, J_1' và J_2, J_2' là các hạt phát sinh từ sự phân rã của W, h và Z, h . Chúng tôi chỉ ra rằng $\xi^0, \xi^\pm$ có số lepton bằng không, do đó quá trình $\xi^0 \xi^\pm \rightarrow (e^\pm W^\pm)(e^\pm h)$ vi phạm số lepton theo hai đơn vị, $\Delta L = 2$. Hơn nữa, do vô hướng trung hòa nặng H' có liên kết trực tiếp với các quark U_a ngoại lai, nên nó có thể có tiết diện sản sinh đáng kể tại LHC thông qua cơ chế hợp nhất gluon liên quan đến một bổ đỉnh một vòng của các quark U_a nặng. Vì các quark U_a ngoại lai có khối lượng ở thang TeV, nên tiết diện sản sinh cho vô hướng trung hòa nặng H' tại các máy gia tốc có thể lớn hơn tiết diện sản sinh của các vô hướng ngoài SM của các mô hình lưỡng tuyến Higgs [177], trong đó không có quark ngoại lai nào được đưa vào phổ fermion.

3.3. Phân tích tỉ số R_K, R_{K^*} dựa trên số liệu thực nghiệm mới năm 2022

Trong [178], chúng tôi đã nghiên cứu các tỉ số R_K, R_{K^*} tương ứng với các quan sát phổ quát vị lepton trong mô hình MF331. Chúng tôi đã chứng minh rằng có hai nguồn đóng góp vào các tỉ lệ R_K, R_{K^*} , cụ thể là biểu đồ hộp và biểu đồ chim cánh cụt, trong đó biểu đồ hộp có ảnh hưởng mạnh hơn. Với một số giả định khác được đưa ra, chúng tôi đã chỉ ra rằng chỉ có sự suy biến khối lượng của các hạt mới trong giản đồ hộp, mới có thể giải thích cho việc

khớp với dữ liệu dị thường $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ [38–40, 42, 43, 82].

Tháng 12 năm 2022, một phân tích LHCb được cập nhật về R_K, R_{K^*} dựa trên toàn bộ tập dữ liệu Run 1 và 2 đã được trình bày [94, 95]. Những kết quả mới này phù hợp với các dự đoán của SM. Những kết quả này thay đổi đáng kể kịch bản của các hiệu ứng NP trong các tỉ lệ R_K, R_{K^*} . Vì vậy, trong mô hình được xem xét, chúng tôi đánh giá lại các hiệu ứng NP trong R_K, R_{K^*} . Hình 3.21 hiển thị các kết quả dự đoán, các tỉ lệ R_K, R_{K^*} , thu được bằng cách lấy các giá trị ngẫu nhiên cho $\delta m \in [2, 20]$ GeV, $m_{U_1} \in [200, 5000]$ GeV trong ba trường hợp: $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, và $E_i U_n, E_n U_i$. Chúng tôi quan sát thấy rằng sự phân bố các điểm thể hiện mối tương quan giữa R_K và R_{K^*} phụ thuộc vào hệ thống phân bậc khối lượng của các quark mới (lepton). Mật độ phân bố lớn hơn phản ứng với các phép đo gần đây nhất [94, 95], R_K, R_{K^*} , tương ứng với các kịch bản, $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, và $E_i U_n$. Mô hình cũng dự đoán các cặp giá trị R_K, R_{K^*} phù hợp với kết quả trước tháng 12 năm 2022 [38–40, 42, 43, 82] trong trường hợp $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}$, nhưng mật độ trùng khớp thấp hơn. Đây không phải là kết luận trong trường hợp $E_i U_n$. So với hai trường hợp đã nêu, sự phân bố các điểm trong trường hợp $E_n U_i$ hoàn toàn khác. Tương quan giữa các tỉ số R_K, R_{K^*} gần như phân bố tuyến tính. Trong trường hợp này, không chỉ có một không gian tham số có thể chứa các phép đo gần đây nhất của các tỉ lệ R_K, R_{K^*} mà còn có một không gian tham số khác chứa dữ liệu cũ của các biến quan sát R_K, R_{K^*} [38–40, 42, 43, 82].



Hình 3.21: Sự tương quan giữa R_K và R_{K^*} bằng cách gieo ngẫu nhiên các giá trị của $\delta m, m_{U_1}$ trong miền: $\delta \in [2, 20]$ GeV, $m_{U_1} \in [200, 5000]$ GeV. Từ dưới lên trên, các kịch bản là $m_{E_1} = m_{E_2} = m_{E_3}, m_{U_1} = m_{U_2} = m_{U_3}; E_i U_n; E_n U_i$. Các đường màu xanh lá cây (màu đỏ) biểu thị giới hạn trên và dưới của các phép đo $R_K(R_{K^*})$ gần đây nhất [94, 95]

3.4. Kết luận chương 3

Mô hình vật lý 3-3-1 đảo tối thiểu có sự sắp xếp không đồng nhất giữa các thế hệ lepton, tương tác yếu tồn tại tính không phổ quát vị lepton tại gần

đúng cây. Chính vì vậy, chúng tôi đã khảo sát và nghiên cứu đóng góp của các tương tác mới có tính không phổ quát vị lepton vào các quá trình phân rã của B meson. Kết quả, chúng tôi thu được, kết quả thực nghiệm năm 2014 về tỉ số R_K đòi hỏi tồn tại sự suy biến tại khối lượng giữa quark mới và fermion mới. Nếu không có sự suy biến này thì tỉ số R_K trong mô hình nghiên cứu sẽ tiến tới kết quả tiên đoán của SM.

Chúng tôi khảo sát đóng góp mới của mô hình MF331 vào các tỉ số R_D và R_{D^*} . Nghiên cứu chỉ ra các tỉ số này phụ thuộc mạnh vào độ tách khối lượng giữa các lepton mới trong cùng một đa tuyến, δm . Kết quả thực nghiệm đòi hỏi δm cỡ vài chục GeV đến cỡ TeV. Trên miền tham số phù hợp được chỉ ra, chúng tôi đánh giá đóng góp của vật lý mới vào các kênh rã chuyển vị khác như $b \rightarrow c, s \rightarrow u, d \rightarrow u$, và nhận thấy kết quả tiên đoán của MF331 cũng nằm trong vùng cho phép bởi dữ liệu thực nghiệm.

Chúng tôi cũng dự đoán tín hiệu vật lý mới tại LHC và các máy gia tốc khác: Quá trình sinh hạt boson trung hòa mới Z' , quark và lepton ngoại lai, quá trình rã vi phạm số lepton của các lepton mới. Chúng tôi chỉ ra các vô hướng trung hòa nặng có thể được sản sinh ra qua đóng góp của quark ngoại lai trong các sơ đồ vòng hoặc phân rã trực tiếp.

KẾT LUẬN

- Chúng tôi đã trình bày một cách hệ thống tổng quan về tính phổ quát vị lepton và quark trong Mô hình Chuẩn, cũng như các hạn chế của mô hình này, từ đó làm nền tảng cho việc xây dựng và nghiên cứu Mô hình 331 đảo tối thiểu.
- Chúng tôi đã chỉ ra rằng mô hình MF331, với cách xây dựng đơn giản trong đó thế hệ lepton thứ nhất biến đổi như lục tuyến và hai thế hệ tiếp theo biến đổi như tam tuyến, đã giải thích được các tương tác mới, đồng thời chỉ ra các đặc điểm quan trọng về tính phổ quát vị của lepton và quark trong các vùng không gian tham số thực nghiệm.
- Chúng tôi đã giải thích các dị thường R_K , R_K^* , R_D và R_D^* bằng cơ chế xuất hiện lepton mới và sự chênh lệch khối lượng giữa các thế hệ lepton và quark trong mô hình MF331.
- Vai trò quan trọng của các đóng góp vật lý mới (giản đồ box, giản đồ chim cánh cụt) trong các quá trình phân rã meson B cũng đã được làm rõ, đặc biệt liên quan đến sự khác biệt giữa các thế hệ lepton.
- Các kết quả tính toán cho thấy mô hình MF331 có khả năng đồng thời giải thích một số dị thường vật lý hiện nay, góp phần định hướng kiểm chứng ở các thí nghiệm trong tương lai.

NHỮNG ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN

1. Luận án đã tiếp cận với các kết quả thực nghiệm mới nhất liên quan tới các dị thường gần đây. Cụ thể là các kết quả thực nghiệm liên quan đến sự vi phạm tính phổ quát vị lepton gắn liền với các dòng tương tác yếu. Dị thường gắn liền với dòng mang điện thể hiện qua kênh rã $b \rightarrow c\ell^-\bar{\nu}_\ell$. Kênh rã này được tiên đoán trong mô hình chuẩn tại gần đúng cây. Tuy nhiên kết quả thực nghiệm gần đây cho thấy có sự khác biệt lớn so với tiên đoán của mô hình chuẩn. Cụ thể các R_D và R_{D^*} được thực nghiệm chỉ ra lớn hơn 25% tiên đoán của mô hình chuẩn. Bên cạnh đó thực nghiệm năm 2014 tại LHC, nhóm tác giả R. Aaij đã công bố trên tạp chí Phys. Rev. Lett. [42] một thông tin liên quan đến sự vi phạm tính phổ quát vị lepton gắn liền với kênh rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ với bình phương xung lượng bất biến của các lepton đi ra ($1.0 \leq q^2 \leq 6.0 \text{ GeV}^2$). Đây là kênh rã tiên đoán tồn tại trong SM thông qua đóng góp bổ đính một vòng và kết quả thực nghiệm được thể hiện qua giá trị đo

$$R_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.745_{-0.074}^{+0.090} \pm 0.036,$$

trong khi mô hình chuẩn tiên đoán $R_K \simeq 1$. Nhóm nghiên cứu của chúng tôi dựa trên các kết quả thực nghiệm này và tiếp cận với các mô hình vật lý mới đi tìm kiếm lời giải cho sự vi phạm tính phổ quát vị lepton. Bên cạnh các nghiên cứu của cộng đồng các nhà nghiên cứu vật lý lý thuyết, chúng tôi nhận thấy lời giải cho dị thường kể trên có thể đến từ lý thuyết mở rộng phổ hạt bằng cách thêm vào hạt vô hướng leptoquark. Tuy nhiên lý thuyết với leptoquark có thể gặp phải các ràng buộc chặt chẽ từ quá trình rã proton. Tại thời điểm này chúng tôi nhận thấy có thể xây dựng mô hình vật lý mà tồn tại sự vi phạm tính phổ quát vị lepton sẽ là một trong những lời giải đáp tốt cho các thực nghiệm kể

trên. Chúng tôi khám phá ra mô hình F331 là một mô hình khá đơn giản cho sự vi phạm tính phổ quát vị lepton. Trong mô hình MF331, thế hệ lepton thứ nhất biến đổi như lục tuyến và hai thế hệ còn lại biến đổi như tam tuyến dưới phép biến đổi $SU(3)_L$. Cả ba thế hệ quark biến đổi như phản tam tuyến dưới phép biến đổi $SU(3)_L$. Với cách sắp xếp như vậy thì chúng ta nhận thấy:

- Tồn tại các tương tác giữa các lepton và các boson chuẩn sẽ không đảm bảo tính phổ quát vị lepton.
- Thế hệ lepton thứ nhất sẽ tồn tại các tương tác mới mà hai thế hệ lepton còn lại không có.
- Ba thế hệ quark biến đổi như nhau nên sẽ có sự tương tác đảm bảo tính phổ quát vị quark tại gần đúng cây. Không tồn tại dòng trung hòa thay đổi vị tại gần đúng cây.

Dựa trên các đặc điểm của tương tác vi phạm tính phổ quát vị lepton đã nêu ra, chúng tôi khảo sát các quá trình chuyển vị liên quan đến dòng trung hòa $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ và từ đó tính toán đóng góp vào các tỉ số R_K và R_{K^*} . Chúng tôi tiến hành khảo sát số để giải thích số liệu thực nghiệm về tỉ số R_K và R_{K^*} được LHC công bố năm 2014. Kết quả cho thấy tỉ số R_K và R_{K^*} chỉ được giải thích khi mô hình tồn tại sự suy biến khối lượng giữa các lepton mới xuất hiện trong lục tuyến của thế hệ lepton thứ nhất và quark mới. Nếu không có sự suy biến này thì mô hình tiên đoán đóng góp mới là rất nhỏ tức là các tỉ số $R_K, R_{K^*} \simeq 1$ giống như tiên đoán từ mô hình chuẩn.

2. Bên cạnh dị thường ảnh hưởng từ dòng trung hòa, chúng tôi tiếp tục khám phá đóng góp của vật lý mới liên quan tới dòng mang điện. Các đóng góp của vật lý mới vào đại lượng R_D và R_{D^*} phụ thuộc mạnh vào đại lượng tách khối lượng $\delta m = m_{\xi^\pm} - m_{E_1} = m_{E_1} - m_{\xi^0}$. Chúng tôi thấy đại lượng δm cỡ vài chục GeV hay δm cỡ TeV thì mô hình cho phép giải thích giá trị thực nghiệm của R_D và R_{D^*} . Dựa trên vùng không gian tham số cho giải thích rằng R_D và R_{D^*} chúng tôi khảo sát đánh giá các quá trình liên quan tới R_{X_c} và các quá trình chuyển vị $s \rightarrow u, d \rightarrow u$. Chúng tôi tìm thấy các kết quả tiên đoán của chúng tôi hoàn toàn nằm trong vùng thực nghiệm.

Ngoài ra, nếu vùng không gian tham số cho giải thích thực nghiệm về R_D , R_{D^*} và R_{X_c} cũng như thực nghiệm về quá trình chuyển vị $s \rightarrow u, d \rightarrow u$ đòi hỏi sự tách biệt khối lượng lepton mới và quark mới. Điều đó có nghĩa là tỉ số R_K và R_{K^*} công bố năm 2014 là không giải thích được. Tuy nhiên tháng 12 năm 2022 LHCb phân tích lại số liệu thực nghiệm với bộ số liệu chạy lần một và lần hai thì cho thấy tỉ số $R_K \simeq 1$ và $R_{K^*} \simeq 1$. Chính vì vậy, chúng tôi khảo sát lại và nhận thấy sự tách khối lượng δm cỡ vài chục GeV hay δm cỡ TeV thì tỉ số R_K và R_{K^*} của mô hình tiếp cận đến 1.

3. Chúng tôi cũng thảo luận về khả năng tìm kiếm NP khác tại các máy gia tốc LHC và LEP. Thí nghiệm LEP II đã tìm kiếm boson trung hòa Z' với giới hạn khối lượng trên 1,13 TeV, và các ràng buộc từ sự pha trộn meson đẩy giới hạn này lên trên 4 TeV trong mô hình 331. Tại LHC, các quark và lepton ngoại lai nặng có thể được tạo ra thông qua các tương tác gluon và cơ chế Drell-Yan. Do chênh lệch khối lượng nhỏ, các lepton ngoại lai có các chế độ phân rã đặc biệt, bao gồm việc phân rã thành các hạt mô hình chuẩn như lepton, boson W và Z . Đáng chú ý, các lepton ngoại lai ξ^0 và $\xi^\pm$ có số lepton bằng không, dẫn đến một số quá trình phân rã vi phạm bảo toàn số lepton. Ngoài ra, trong mô hình MF331, các vô hướng trung hòa nặng H' có thể được sản sinh hiệu quả tại LHC thông qua các cơ chế liên quan đến quark ngoại lai nặng. Các quark này đóng vai trò như các hạt chạy trong bổ đính một vòng trong các sơ đồ tổng hợp gluon, hoặc là các hạt mẹ trong quá trình phân rã sinh H' . Nhờ các quark ngoại lai có khối lượng lớn và liên kết mạnh hơn do đó tiết diện sản sinh H' có thể vượt trội so với các hạt vô hướng ngoài Mô hình Chuẩn trong các mô hình nhiều lưỡng tuyến Higgs, làm tăng đáng kể khả năng quan sát các tín hiệu vật lý mới tại các máy gia tốc hiện đại.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. P. N. Thu , N. T. Duy, A E Cárcamo Hernández, D. T. Huong, *Lepton universality violation in the minimal flipped 331 model*, Progress of Theoretical and Experimental Physics **12**, 123B01, 2023.
2. N. T. Duy, P. N. Thu, D. T. Huong, *New physics in $b \rightarrow s$ transitions the MF331 model*, European Physical Journal C **82**, 966, 2022.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), 2016, *Chin. Phys. C* , 40, 100001.
- [2] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), 2012, Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B*, 716, 1-29.
- [3] S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collaboration), 2012, Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, *Phys. Lett. B*, 716, 30-61.
- [4] G. Bellini *et al.* (BOREXINO), 2014, Neutrinos from the primary proton–proton fusion process in the Sun, *Nature*, 512, no.7515, 383-386.
- [5] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain and J. Ullman, 1998, Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector, *Astrophys. J.*, 496, 505-526.
- [6] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko and T. Kirsten, 2010, Re-analysis of the GALLEX solar neutrino flux and source experiments, *Phys. Lett. B*, 685, 47-54.
- [7] J. N. Abdurashitov *et al.* (SAGE), 2009, Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III: Results for the 2002- 2007 data-taking period, *Phys. Rev. C*, 80, 015807.
- [8] K. Abe *et al.* (Super-Kamiokande), **2011**, Solar neutrino results in Super-Kamiokande-III, *Phys. Rev. D*, 83, 052010.

- [9] B. Aharmim *et al.* (SNO), 2013, Combined analysis of all three phases of solar neutrino data from the Sudbury Neutrino Observatory , *Phys. Rev. C*, 88, 025501.
- [10] G. Bellini, J. Benziger, D. Bick, S. Bonetti, G. Bonfini, M. Buizza Avanzini, B. Caccianiga, L. Cadonati, F. Calaprice and C. Carraro,*et al.*, 2011, Precision measurement of the 7Be solar neutrino interaction rate in Borexino, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 141302.
- [11] E. Aprile *et al.* (XENON Collaboration), First Dark Matter Search Results from the XENON1T Experiment, *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 119, 181301.
- [12] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, 1985, On the anomalous electroweak baryon number non-conservation in the early universe, *Phys. Lett. B*, 155, 36.
- [13] G. 't Hooft, 1980, Naturalness, chiral symmetry, and spontaneous chiral symmetry breaking, *NATO Sci. Ser. B*, 59, 135-157.
- [14] , Lees, J. P. and others, BaBar, 2012 Evidence for an excess of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ decays, 1205.5442, arXiv, hep-ex BABAR-PUB-12-012, SLAC-PUB-15028, 10.1103/PhysRevLett.109.101802, *Phys. Rev. Lett.*, 109, 101802.
- [15] Lees, J. P. and others, BaBar, 2013, Measurement of an Excess of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ Decays and Implications for Charged Higgs Bosons, 1303.0571, arXiv, hep-ex, BABAR-PUB-13-001, SLAC-PUB-15381, 10.1103/PhysRevD.88.072012, *Phys. Rev. D*, 8, 7, 072012.
- [16] Huschle, M. and others, Belle, 2015, Measurement of the branching ratio of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ relative to $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell$ decays with hadronic tagging at Bell, 1507.03233, arXiv, hep-ex, KEK-REPORT-2015-18, 10.1103/PhysRevD.92.072014, *Phys. Rev. D*, 92, 7, 072014.
- [17] Abdesselam, A. and others, Belle, 2016, *Measurement of the branching ratio of $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ relative to $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\ell^-\bar{\nu}_\ell$ decays with a semileptonic tagging method*, 51st Rencontres de Moriond on EW Interactions and Unified Theories, 1603.06711, arXiv, hep-ex, BELLE-CONF-160, 3.

- [18] Abdesselam, A. and others, 2016, Measurement of the τ lepton polarization in the decay $\bar{B} \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$, 608.06391, arXiv, hep-ex, 8.
- [19] Aaij, Roel and others, LHCb, 2015, Measurement of the ratio of branching fractions $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \tau^- \bar{\nu}_\tau) / \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \mu^- \bar{\nu}_\mu)$, *Phys. Rev. Lett.*, 11, 11, 111803.
- [20] Y. S. Amhis *et al.* (HFLAV), 2021, Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton properties as of 2018, *Eur. Phys. J. C*, 81, 22.
- [21] Bigi, Dante and Gambino, Paolo, 2016, Revisiting $B \rightarrow D \ell \nu$, 1606.08030, arXiv, hep-ph, doi = 10.1103/PhysRevD.94.094008, *Phys. Rev. D*, 94, 9, 094008.
- [22] Bernlochner, Florian U. and Ligeti, Zoltan and Papucci, Michele and Robinson, Dean J, 2017, Combined analysis of semileptonic B decays to D and D^* : $R(D^{(*)})$, $|V_{cb}|$, and new physics, 1703.05330, arXiv, hep-ph, doi = 10.1103/PhysRevD.95.115008, *Phys. Rev. D*, 95, 11, 115008. Erratum: Phys.Rev.D 97, 059902 (2018).
- [23] Bigi, Dante and Gambino, Paolo and Schacht, Stefan, 2017, $R(D^*)$, $|V_{cb}|$, and the Heavy Quark Symmetry relations between form factors, 1707.09509, arXiv, hep-ph, doi = 10.1007/JHEP11(2017)061, *JHEP*, 11, 06.
- [24] Jaiswal, Sneha and Nandi, Soumitra and Patra, Sunando Kumar, 2017, Extraction of $|V_{cb}|$ from $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu_\ell$ and the Standard Model predictions of $R(D^{(*)})$, 1707.09977, arXiv, hep-ph, doi = 10.1007/JHEP12(2017)060, *JHEP*, 12, 060.
- [25] Fajfer, Svjetlana and Kamenik, Jernej F. and Nisandzic, Ivan, 2012, On the $B \rightarrow D^* \tau \bar{\nu}_\tau$ Sensitivity to New Physics, 1203.2654, arXiv, hep-ph, doi = 10.1103/PhysRevD.85.094025, *Phys. Rev. D*, 85, 094025.
- [26] Bećirević, Damir and Košnik, Nejc and Tayduganov, Andrey, 2012, $\bar{B} \rightarrow D \tau \bar{\nu}_\tau$ vs. $\bar{B} \rightarrow D \mu \bar{\nu}_\mu$, doi 10.1016/j.physletb.2012.08.016, *Phys. Lett. B*, 716, 208–213.
- [27] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2016, Measurement of the phase difference between short- and long-distance amplitudes in the $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ decay, *Eur. Phys. J. C*, 77, 161.

- [28] S. Wehle *et al.* (Belle Collaboration), 2017, Lepton flavor dependent angular analysis of $B \rightarrow K^* l^+ l^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 118, 111801.
- [29] Khachatryan *et al.* (CMS Collaboration), 2016, Angular analysis of the decay $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ from pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV, *Phys. Lett. B*, 753, 424.
- [30] A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration), 2018, Measurement of angular parameters from the decay $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV, *Phys. Rev. D*, 98, 112011.
- [31] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2014, Differential branching fractions and isospin asymmetries of $B \rightarrow K^{(*)} \mu^+ \mu^-$ decays, *JHEP*, 06, 133.
- [32] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2021, Branching fraction measurements of the rare $B_s^0 \rightarrow \phi \mu^+ \mu^-$ and $B_s^0 \rightarrow f_2'(1525) \mu^+ \mu^-$ decays, *Phys. Rev. Lett.*, 127, 151801.
- [33] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2013, Measurement of form-factor-independent observables in the decay $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 111, 191801.
- [34] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2016, Angular analysis of the $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay using 3 fb^{-1} of integrated luminosity, *JHEP*, 02, 104.
- [35] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2015, Angular analysis of the decay $B \rightarrow K^{*0} e^+ e^-$ decay in low- q^2 region, *JHEP*, 04, 064.
- [36] M. Aaboud *et al.* (ATLAS Collaboration), Angular analysis of $B_d^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ decay in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector, *JHEP*, 10, 047.
- [37] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2020, Measurement of CP -averaged observables in the $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay, *Phys. Rev. Lett.*, 125, 011802.
- [38] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2021, Angular analysis of the decay $B^+ \rightarrow K^{*+} \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 126, 161802.
- [39] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2017, Test of lepton universality with $B^0 \rightarrow K^{*0} l^+ l^-$ decays, *JHEP*, 08, 55.

- [40] S. Wehle *et al.* (Belle Collaboration), 2021, Test of lepton universality using $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$ decays at Belle, *Phys. Rev. Lett.*, 126, 161801.
- [41] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2022, Test of lepton universality in beauty-quark decays, *Nature Phys.*, 18, 277-282.
- [42] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2014, Test of lepton universality using $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$ decays, *Phys. Rev. Lett.*, 113, 151601.
- [43] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), 2019, Search for lepton-universality violation in $B^+ \rightarrow K^+ l^+ l^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 122, 191801.
- [44] M. Bordone, G. Isidori and A. Pattori, 2016, the Standard Model predictions for R_K and R_{K^*} , *Eur. Phys. J. C*, 76, 440.
- [45] B. Capdevila, A. Crivellin, S. Descotes-Genon, J. Matias and J. Virto, 2018, Patterns of New Physics in $b \rightarrow sl^+ l^-$ transitions in the light of recent data, *JHEP*, 01, 093.
- [46] P. Van Dong, N. T. K. Ngan, T. D. Tham, L. D. Thien, N. T. Thuy, 2019, Phenomenology of the simple 3-3-1 model with inert scalars, *Phys. Rev. D*, 99, 095031.
- [47] P. V. Dong, D. T. Huong, F. S. Queiroz, and N. T. Thuy, 2014, Phenomenology of the 3-3-1-1 model, *Phys. Rev. D*, 90, 075021.
- [48] R. M. Fonseca and M. Hirsch, 2016, A flipped 331 model, *JHEP* 08, 003.
- [49] Van Loi, Duong and Van Dong, Phung and Van Soa, Dang, 2020, Neutrino mass and dark matter from an approximate B – L symmetry, *JHEP*, 090, 5, 2020.
- [50] T Morii (Kobe University, Japan), C S Lim (Kobe University, Japan), and S N Mukherjee (Banaras Hindu University, India), 2004, The Physics of the Standard Model and Beyond, <https://doi.org/10.1142/4655>
- [51] Roos và Sirlin, 1971, *Nucl. Phys. B*, 29, 296-304; M. A. Beg and A. Sirlin, 1982, *Phys. Rep.*, 88, 1.
- [52] The Particle Data Group, C. Patrignani *et al.*, 2016, Review of particle physics, *Chin. Phys. C* 40 (2016) 100001, and 2017 update.

- [53] Particle Data Group, 2002, *Phys. Rev. D* 66, 010001
- [54] Braun *et al.*, 1975, A Study of the Semileptonic Decays of K^+ Mesons, *Nucl.Phys.B*, 89, 210-252.
- [55] Bourquin *et al.*, 1983, Measurements of Hyperon Semileptonic Decays at the CERN Super Proton Synchrotron, *Z.Phys.C* 21, 1. <https://doi.org/10.1007/BF01648771>
- [56] The ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collaborations, the LEP Electroweak Working Group, the SLD Electroweak and Heavy Flavour Groups, 2006, Precision Electroweak Measurements on the Z Resonance, *Phys. Rept.*, 427, 257, arXiv:hep-ex/0509008.
- [57] DELPHI, OPAL, LEP Electroweak, ALEPH, L3, S. Schael *et al.*, 2013, Electroweak Measurements in Electron-Positron Collisions at W-Boson-Pair Energies at LEP, *Phys. Rept.*, 532, 119, arXiv:1302.3415.
- [58] V. Cirigliano and I. Rosell, 2007, Two-Loop Effective Theory Analysis of $\pi(K) \rightarrow e\bar{\nu}_e[\gamma]$ Branching Ratios, *Phys. Rev. Lett.*, 99, 231801, arXiv:0707.3439.
- [59] NA62 collaboration, C. Lazzeroni *et al.*, 2013, Precision Measurement of the Ratio of the Charged Kaon Leptonic Decay Rates, *Phys. Lett. B*, 719, 326, arXiv:1212.4012.
- [60] PiENu, A. Aguilar-Arevalo *et al.*, 2015, Improved Measurement of the $\pi \rightarrow e\nu$ Branching Ratio, *Phys. Rev. Lett.*, 115, no. 7 071801, arXiv:1506.05845.
- [61] HFLAV collaboration, Y. Amhis *et al.*, Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton properties as of summer 2016, *Eur. Phys. J. C*, 77, 895, arXiv:1612.07233.
- [62] B. A. Dobrescu and A. S. Kronfeld, 2008, Accumulating evidence for nonstandard leptonic decays of Ds mesons, *Phys. Rev. Lett.*, 100, 241802, arXiv:0803.0512.
- [63] Simone Bifani, Sebastien Descotes-Genon, Antonio Romero Vidal, Marie-Helene Schune, 2019, Review of Lepton Universality tests in B decays,

Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, Volume 46, Number 2.

- [64] MILC collaboration, J. A. Bailey et al., 2015, $B \rightarrow D\ell\nu$ form factors at nonzero recoil and $|V_{cb}|$ from 2+1-flavor lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 92, 034506, arXiv:1503.07237.
- [65] HPQCD collaboration, H. Na et al., 2015, $B \rightarrow D\ell\nu$ form factors at nonzero recoil and extraction of $|V_{cb}|$, *Phys. Rev. D*, 92, 054510, arXiv:1505.03925, [Erratum: Phys. Rev.D93,119906(2016)].
- [66] A. Crivellin, C. Greub, and A. Kokulu, *Phys. Rev. D*, 86, 054014. [arXiv:1206.2634[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.054014>.
- [67] A. Celis, M. Jung, X.-Q. Li, and A. Pich, 2013, *J. High Energy Phys.*, 1301, 054. [arXiv:1210.8443[hep-ph]].
[https://doi.org/10.1007/JHEP01\(2013\)054](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2013)054).
- [68] A. Crivellin, A. Kokulu, and C. Greub, 2013, *Phys. Rev. D*, 87, 094031. [arXiv:1303.5877[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.094031>.
- [69] A. Greljo, G. Isidori, and D. Marzocca, 2015, *J. High Energy Phys.*, 1507, 142. [arXiv:1506.01705[hep-ph]].
[https://doi.org/10.1007/JHEP07\(2015\)142](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2015)142).
- [70] S. M. Boucenna, A. Celis, J. Fuentes-Martin, A. Vicente, and J. Virto, 2016, *J. High Energy Phys.*, 1612, 059. [arXiv:1608.01349[hep-ph]].
[https://doi.org/10.1007/JHEP12\(2016\)059](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2016)059).
- [71] I. Doršner, S. Fajfer, A. Greljo, J. F. Kamenik, and N. Košnik, 2016, *Phys. Rept*, 641, 1. [arXiv:1603.04993[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1016/j.physrep.2016.06.001>.
- [72] M. Bauer and M. Neubert, 2016, *Phys. Rev. Lett*, 116, 141802. [arXiv:1511.01900[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.141802>.
- [73] S. Fajfer and N. Košnik, *Phys. Lett. B*, 755, 270. [arXiv:1511.06024[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.02.018>.

- [74] R. Barbieri, G. Isidori, A. Pattori, and F. Senia, 2016, *Eur. Phys. J. C*, 76, 67. [arXiv:1512.01560[hep-ph]]. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-3905-3>.
- [75] D. Bećirević, S. Fajfer, N. Košnik, and O. Sumenari, *Phys. Rev. D*, 94, 115021. [arXiv:1608.08501[hep-ph]]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.115021>.
- [76] G. Hiller, D. Loose, and K. Schönwald, 2016, *J. High Energy Phys*, 1612, 027. [arXiv:1609.08895[hep-ph]]. [https://doi.org/10.1007/JHEP12\(2016\)027](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2016)027).
- [77] A. Crivellin, D. Müller, and T. Ota, 2017, *J. High Energy Phys*, 1709, 040. [arXiv:1703.09226[hep-ph]]. [https://doi.org/10.1007/JHEP09\(2017\)040](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2017)040). Downloaded from <https://academic.oup.com/ptep/article/2023/12/123B01/7382242> by guest on 13 December 2023.
- [78] A. Abada, A. M. Teixeira, A. Vicente, and C. Weiland, 2014, *J. High Energy Phys*, 1402, 091. [arXiv:1311.2830[hep-ph]]. [https://doi.org/10.1007/JHEP02\(2014\)091](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2014)091).
- [79] G. Cvetič and C. S. Kim, 2017, *Phys. Rev. D*, 94, 053001 (2016); 95, 039901. [erratum][arXiv:1606.04140[hep-ph]]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.053001>.
- [80] L.-S. Geng et al., 2017, Towards the discovery of new physics with lepton-universality ratios of $b \rightarrow s\ell\ell$ decays, *Phys. Rev. D*, 96, 093006, arXiv:1704.05446.
- [81] W. Altmannshofer, C. Niehoff, P. Stangl, and D. M. Straub, 2017, Status of the $b \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ anomaly after Moriond 2017, *Eur. Phys. J. C*, 77, 377, arXiv:1703.09189.
- [82] Choudhury, S., Sandilya, S. et al., (Belle), 2021, Test of lepton flavor universality and search for lepton flavor violation in $B \rightarrow K l^+ l^-$ decays, *JHEP*, 3, 105.
- [83] Hiller, Gudrun and Kruger, Frank, 2014, More Model-Independent Analysis of $b \rightarrow s$ Processes, *Phys. Rev. D*, 79, 074020.

- [84] Hiller, Gudrun and Kruger, Frank, 2015, Diagnosing lepton-nonuniversality $b \rightarrow sl$, *JHEP*, 2, 055.
- [85] Altmannshofer, Wolfgang and Stangl, Peter and Straub, David M, 2017, Interpreting hints for lepton flavor universality violation , *Phys. Rev. D*, 96, 055008.
- [86] Arbey, A. and Hurth, T. and Mahmoudi, F. and Martínez Santos, D. and Neshatpour, S, 2019, Update on the $b \rightarrow s$ anomalies, *Phys. Rev. D*, 100, 015045.
- [87] Arbey, A. and Hurth, T. and Mahmoudi, F. and Martínez Santos, D. and Neshatpour, S, 2019, Continuing search for new physics in $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ decays: two operators at a time , *JHEP*, 06, 089.
- [88] Wolfgang Altmannshofer and Peter Stangl, 2021, New physics in rare B decays after Moriond 2021, *JHEP*, arXiv: 2103.13370.
- [89] T. Hurth, F. Mahmoudi, D. Martinez Santos, S. Neshatpour, 2014, More indications for lepton nonuniversality $b \rightarrow sl^+l^-$, *JHEP*, arXiv: 2104.10058
- [90] Allanach, Ben and Queiroz, Farinaldo S. and Strmia, Alessandro and Sun, Sichun, 2016, Z' models for the LHCb and $g - 2$ muon anomalies, *Phys. Rev. D*, 93, 055045.
- [91] Altmannshofer, Wolfgang and Gori, Stefania and Profumo, Stefano and Queiro, Farinaldo S, 2016, Explaining dark matter and B decay anomalies with an $L_\mu - L_\tau$ model, *JHEP*, 12, 106.
- [92] Altmannshofer, Ben Gripaios, Marco Nardecchia, S. A. Renner, 2015, Composite leptoquarks and anomalies in B -meson decays, *JHEP*, 05, 065.
- [93] S. Fajfer and N. Konik, 2016, Vector leptoquark resolution of R_K and R_{D^*} puzzles, *Phys. Lett. B*, 10, 270.
- [94] L. collaboration, 2022, Test of lepton universality in $b \rightarrow sl^+l^-$ decays.
- [95] L. collaboration, 2022, Measurement of lepton universality parameters in $b \rightarrow k\ell^+\ell^-$ and $b^0 \rightarrow k^{0*}\ell^+\ell^-$ decays.

- [96] M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky, in *Supergravity*, edited by P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman, North-Holland, Amsterdam, (1979), 315; T. Yanagida, edited by O. Sawada and A. Sugamoto KEK Report No. 79-18, Tsukuba, Japan, 1979), p. 95; R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, *Phys. Rev. Lett.* 44, 912(1980).
- [97] H. Ishimori, T. Kobayashi, H. Ohki, Y. Shimizu, H. Okada, and M. Tanimoto, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 183 (2010), 1; G. Altarelli and F. Feruglio, *Rev. Mod. Phys.* 82, (2010), 2701; E. Ma and G. Rajasekaran, *Phys. Rev. D* 64, (2001), 113012; E. Ma, *Mod. Phys. Lett. A* 17, (2002), 289; K. S. Babu, E. Ma, and J. W. F. Valle, *Phys. Lett. B* 552, (2003) 207; P. Q. Hung and T. Le, *JHEP* 1509, (2015) 001, [*JHEP* 1509, (2015),134]; Nguyen Anh Ky, Phi Quang Van and Nguyen Thi Hong Van, *Phys. Rev. D* 94, (2016), 095009.
- [98] K. Abe et al., (2017), *Phys. Rev. Lett.* 118, no. 15, 151801.
- [99] P. Coloma, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, and T. Schwetz, COHERENT Enlightenment of the Neutrino Dark Side, *Phys. Rev. D*, 96 no. 11, (2017) 115007; J. Liao and D. Marfatia, *Phys. Lett. B*, 775 (2017) 54–57, arXiv:1708.04255 [hep-ph]
- [100] S. K. Agarwalla, P. Bagchi, D. V. Forero, and M. Tortola, *JHEP*, 07 (2015) 06; J. Liao, D. Marfatia, and K. lores, E. A. Garces, and O. G. Miranda, *Phys. Rev. D* 98 no. 3, (2018) 035030; K. N. Deepthi, S. Goswami, and N. Nath, *Phys. Rev. D*, 96 no. 7, (2017) 075023; S. K. Agarwalla, S. S. Chatterjee, and A. Palazzo, *Phys. Lett. B*, 762 (2016) 64–71.
- [101] Refregier, A., 2003, Weak gravitational lensing by large-scale structure, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 41 (1): 645–668. arXiv:astro-ph/0307212, doi:10.1146/annurev.astro.41.111302.102207; “Quasars, lensing, and dark matter”. Physics for the 21st Century. Annenberg Foundation. 2017.; Myslewski, Rik, 2011, “Hubble snaps dark matter warping spacetime”, The Register.
- [102] Peebles, P. J. E.; Ratra, Bharat, 2003, The cosmological constant and dark energy”. *Reviews of Modern Physics.*, 75 (2): 559–606. arXiv:astro-ph/0207347. doi:10.1103/RevModPhys.75.559. S2CID 118961123.

- [103] P. Zyla et al. (Particle Data Group), 2020, Review of Particle Physics, *Prog. Theor. Exp. Phys* 8.
- [104] M. Lisanti and J. G. Wacker, arxiv: 0704.2816, M. Cirelli, N. Fornengo and A. Strumia, *Nucl. Phys. B*, 753, (2006),178, T. Hambye, F.-S. Ling, L. Lopez Honorez, J. Rocher, *JHEP* 0907, (2009), 090; Erratum-ibid.1005, (2010), 066.
- [105] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest, *Phys. Reports*, 267, (1996), 195; D. Hooper and S. Profumo, *Phys.Rept.*453, (2007), 29; J. Hubisz and P. Meade, *Phys. Rev. D* 71, (2005), 035016; P. V. Dong, D. T. Huong, *Commun. Phys.* 28, (2018), 21.Whisnant, *Phys. Rev. D*, 93 no. 9, (2016) 093016; L. J. F
- [106] P. Fayet and S. Ferrara, 1977, Supersymmetry, *Phys. Rep* 32
- [107] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, 1998, The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter, *Physics Letters*, B429, 263–272.
- [108] R. Lisa and S. Raman, 1999, A Large mass hierarchy from a small extra dimension, *Phys. Rev. Lett.*, 83, 3370–3373.
- [109] T. Appelquist, H.C. Cheng and A. D. Dobrescu, 2001, Bounds on universal extra dimensions, *Phys. Rev. D*, 64, 035002.
- [110] T. D. Lee, 1973, A Theory of Spontaneous Violation, *Phys. Rev. D*, 8, 1226.
- [111] K.S. Babu, 1988, Model of 'calculable' Majorana neutrino masses, *Phys. Lett. B*, 203, 132-136.
- [112] H. Georgi and S.L. Glashow, 1974, Unity of all elementary particle forces, *Phys. Rev. Lett*, 32 , 438–41.
- [113] H. Georgi, 1975, *Particles and Fields, Proceedings of the APS Div. of Particles and Fields*, 575.
- [114] H. Fritzsch and P. Minkowski, 1975, Unified interactions of leptons and hadrons, *Annals of Physics*, 93, 193–266.

- [115] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, 1975, Gauge symmetry and an "iso-conjugate" model of CP violation, *Phys. Rev. D*, 11, 566.
- [116] G. Senjanovic, 1979, Spontaneous breakdown of parity in a class of gauge theories, *Nucl. Phys. B*, 153, 334.
- [117] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, 1980, Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation, *Phys. Rev. D*, 23, 165.
- [118] R. Alonso, A. Kobach, and J. Martin Camalich, 2016, New physics in the kinematic distributions of $\bar{B} \rightarrow \bar{D}^* \tau^- (\rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau) \bar{\nu}_\tau$, *Phys. Rev. D*, 94, 094021, arXiv:1602.07671.
- [119] Chuan-HungChen, Cheng-WeiChiang, andChun-WeiSu, 2024, Phenomenological study of a gauged $L_\mu - L_\tau$ model with a scalar leptoquark, *Phys. Rev. D* 109, 055038 <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.055038>
- [120] Chuan-Hung Chen, Cheng-Wei Chiang, 2024, Flavor anomalies in leptoquark model with gauged $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$, *Phys. Rev. D* 109, 075004 <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.075004>
- [121] P. V. Dong and H. N. Long, 2006, Electric charge quantization in $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ models, *Int. J. Mod. Phys. A*, 21, 6677.
- [122] M. B. Tully and G. C. Joshi, 2001, Generating neutrino mass in the 331 model, *Phys. Rev. D*, 64, 011301.
- [123] A.G. Dias, C.A.S. de Pires, and P. S. da Rodrigues Silva, 2015, Naturally light right-handed neutrinos in a 3-3-1 model, *Phys. Lett. B*, 628, 85.
- [124] D. Chang and H. N. Long, 2006, Interesting radiative patterns of neutrino mass in an $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ model with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, 73, 053006.
- [125] P. V. Dong and H. N. Long, 2008, Neutrino masses and lepton flavor violation in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, 77, 057302.
- [126] P. V. Dong, L. T. Hue, H. N. Long, and D. V. Soa, 2010, The 3-3-1 model with A_4 flavor symmetry, *Phys. Rev. D*, 81, 053004.

- [127] P. V. Dong, H. N. Long, D. V. Soa, and V. V. Vien, 2011, The 3-3-1 model with S_4 flavor symmetry, *Eur. Phys. J. C*, 71, 1544.
- [128] P. V. Dong, H. N. Long, C. H. Nam, and V. V. Vien, 2012, The S_3 flavor symmetry in 3-3-1 models, *Phys. Rev. D*, 85, 053001.
- [129] S. M. Boucenna, S. Morisi, and J. W. F. Valle, 2014, Radiative neutrino mass in 3-3-1 scheme, *Phys. Rev. D*, 90, 013005.
- [130] S. M. Boucenna, R. M. Fonseca, F. Gonzalez-Canales, and J. W. F. Valle, 2015, Small neutrino masses and gauge coupling unification, *Phys. Rev. D*, 91, 031702.
- [131] H. Okada, N. Okada, and Y. Orikasa, 2016, Radiative seesaw mechanism in a minimal 3-3-1 model, *Phys. Rev. D*, 93, 073006.
- [132] C.A.S. de Pires, 2015, *Phys. Int* , 6, 33.
- [133] P. B. Pal, 1995, The strong CP question in $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ models, *Phys. Rev. D*, 52, 1659.
- [134] A. G. Dias, C.A.S. de Pires, and P. S. R. da Silva, 2003, Discrete symmetries, invisible axion and lepton number symmetry in an economic 3 3 1 model, *Phys. Rev. D*, 68 , 115009.
- [135] A. G. Dias and V. Pleitez, 2004, Stabilizing the invisible axion in 3-3-1 models, *Phys. Rev. D*, 69, 077702.
- [136] H. N. Long and V. T. Van, 1999, Quark family discrimination and flavor changing neutral currents in the $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)$ model with right-handed neutrinos, *J. Phys. G*, 25, 2319 .
- [137] F. Pisano, 1996, A Simple solution for the flavor question, *Mod. Phys. Lett A*, 11, 2639.
- [138] A. Doff and F. Pisano, 1999, Charge quantization in the largest lepto-quark bilepton chiral electroweak scheme, *Mod. Phys. Lett. A*, 14, 1133.
- [139] C.A.S. de Pires and O. P. Ravinez, 1998, Charge quantization in a chiral bilepton gauge model, *Phys. Rev. D*, 58, 035008.

- [140] C.A. S. de Pires, 1999, Remark on the vector - like nature of the electromagnetism and the electric charge quantization, *Phys. Rev. D*, 60, 075013.
- [141] P. V. Dong, N. T. K. Ngan, D.V. Soa, Simple 331 model and implication for dark matter, 2014, *Phys. Rev. D* 90, 075019.
- [142] P. V. Dong, D. T. Huong, Tr. T. Huong, H. N. Long, Fermion masses in the economical 3-3-1 model, 2006, *Phys. Rev. D* 74, 053003
- [143] J. C. Montero, F. Pisano and V. Pleitez, Neutral currents and Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism in $SU(3)L \otimes U(1)N$ models for electroweak interactions, *Physics Review D*, 1993, 47, 2918.
- [144] H. N. Long, $SU(3)L \otimes U(1)N$ model for right-handed neutrino neutral currents, *Physics Review D*, 1996, 54, 4691.
- [145] H.N.Long, $SU(3)L \otimes U(1)N$ model with right-handed neutrinos, *Physics Review D*, 1996, 53, 437.
- [146] M. Ozer, $SU(3)L \otimes U(1)X$ model of electroweak interactions without exotic quarks, *Physics Review D*, 1996, 54, 1143-1149, DOI: 10.1103/PhysRevD.54.1143.
- [147] P. V. Dong and H. N. Long, The economical $SU(3)C \otimes SU(3)L \otimes U(1)X$ model, *Advance in High Energy Physics*, 2008, 2008, 739492.
- [148] Andrzej J. Buras, Fulvia De Fazio, Jennifer Girrbach, 2014, 331 models facing new $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ data, *Journal of High Energy Physics*, 02,112.
- [149] Buras, Andrzej J. and De Fazio, Fulvia and Girrbach, Jennifer and Carlucci, Maria V., 2013, The anatomy of quark flavour observables in 331 models in the flavour precision era, *JHEP*, 02,023.
- [150] Gauld, Rhorry and Goertz, Florian and Haisch, Ulrich, 2014, An explicit Z' boson explanation of the $B \rightarrow K^*\mu^+\mu^-$ anomaly, *JHEP*, 01, 069.
- [151] Buras, Andrzej J. and De Fazio, Fulvia, 2016, ε'/ε in 331 models, *JHEP*, 3, 010
- [152] D. T. Huong, D. N. Dinh, L. D. Thien, and P. Van Dong, 2019, *J. High Energy Phys.*, 051 [arXiv:1906.05240[hep-ph]]

- [153] B. Bhattacharya, A. Datta, D. London, and S. Shivashankara, 2015, *Phys. Lett. B*, 742, 370. [arXiv:1412.7164[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.02.011>.
- [154] G. Senjanovic and R. N. Mohapatra, 1975, Exact left-right symmetry and spontaneous violation of parity, *Phys. Rev. D*, 12, 1502
- [155] L. Calibbi, A. Crivellin, and T. Ota, (2015, *Phys. Rev. Lett*, 115, 181801. [arXiv:1506.02661[hep-ph]].
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.181801>.
- [156] Pisano, F. and Pleitez, V., 1992, $SU(3) \times U(1)$ model for electroweak interactions puzzles, *Phys. Rev. D*, 46, 410
- [157] P. H. Frampton, 1992, Chiral dilepton model and the flavor question, *Phys. Rev. Lett*, 69.2889
- [158] Foot, R. and Hernández, O. F. and Pisano, F. and Pleitez, V, 1993, Lepton masses in an $SU(3)_L \times U(1)_N$ gauge model, *Phys. Rev. D*, 47.4158
- [159] Foot, R. and Hernández, O. F. and Pisano, F. and Pleitez, V, 1980, Canonical neutral-current predictions from the weak-electromagnetic gauge group $SU(3) \times U(1)$, *Phys. Rev. D*, 47.4158
- [160] Montero, J. C. and Pisano, F. and Pleitez, V., 1993, Neutral currents and Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism in $SU(3)_L \times U(1)_N$, *Phys. Rev. D*, 47.2918
- [161] Foot, Robert and Long, Hoang Ngoc and Tran, Tuan, 1994, $SU(3)_L \times U(1)_N$ and $SU(4)_L \times U(1)_N$ gauge models with right-handed neutrinos, *Phys. Rev. D*, 50.R34
- [162] Du, Daping and El-Khadra, A. X. and Gottlieb, Steven and Kronfeld, A. S. and Laiho, J. and Lunghi, E. and Van de Water, R. S. and Zhou, Ran, 2016, Phenomenology of semileptonic B-meson decays with form factors from lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 93.034005.
- [163] Beneke, Martin and Bobeth, Christoph and Szafron, Robert, 2018, Enhanced electromagnetic correction to the rare B-meson decay $B_{s,d} \rightarrow \mu^+ \mu^-$, *Phys. Rev. Lett.*, 120.011801.

- [164] L. Di Luzio, M. Nardecchia, What is the scale of new physics behind the B-flavour anomalies? *Eur. Phys. J. C* 77(8), 536 (2017). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5118-9>. arXiv:1706.01868 [hep-ph]
- [165] Lü, Cai-Dian and Shen, Yue-Long and Wang, Yu-Ming and Wei, Yan-Bing, 2019, QCD calculations of $B \rightarrow \pi, K$ form factors with higher-twist corrections, *JHEP* 01, 024.
- [166] Bharucha, Aoife and Straub, David M. and Zwicky, Roman, 2015, $B \rightarrow V\ell^+\ell^-$ in the Standard Model from light-cone sum rules, *JHEP*, 08,098.
- [167] Altmannshofer, Wolfgang and Straub, David M, 2015, New physics in $b \rightarrow s$ transitions after LHC run 1, *Eur. Phys. J. C*, 75, 382.
- [168] C. Bourrely, I. Caprini, and L. Lellouch, 2009, Model-independent description of $B \rightarrow \pi\ell\nu$ decays and a determination of $V(ub)$, *Phys. Rev. D*, 79 013008, arXiv:0807.2722 [hep-ph]. [Erratum: *Phys.Rev.D* 82, 099902 (2010)].
- [169] Munir Bhutta, Faisal and Huang, Zhuo-Ran and Lü, Cai-Dian and Paracha, M. Ali and Wang, Wenyu, 2020, New Physics in $b \rightarrow s\ell\ell$ anomalies and its implications for the complementary neutral current decays, arXiv: 2009.03588 ICHEP2016,1.282.0554
- [170] Ali, A. Y. Parkhomenko, and A. V. Rusov, 2014, Precise Calculation of the Dilepton Invariant-Mass Spectrum and the Decay Rate in $B^\pm \rightarrow \pi^\pm\mu^+\mu^-$ in the SM, *Phys. Rev. D*, 89 no. 9, 094021, arXiv:1312.2523 [hep-ph].
- [171] Ligeti, Zoltan and Tackmann, Frank J., 2014, Precise predictions for $B \rightarrow Xc\tau\nu$ decay distributions, *Phys. Rev. D*, 90, 3, 034021, 7, Aug, American Physical Society, <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.034021>.
- [172] Particle Data Group, 2022, R L Workman *et al.*, *Review of Particle Physics*, Progress of Theoretical and Experimental Physics, Volume 2, Issue 8, August 2022, 083C01, <https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097>

- [173] V. Cirigliano and I. Rosell, J. High Energy Phys. 0710, 005 (2007) [arXiv:0707.4464[hep-ph]]. <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2007/10/005>.
- [174] V. H. Binh, D. T. Binh, A. E. Carcamo Hernández, D. T. Huong, D. V. Soa, and H. N. Long, 2023, Higgs sector phenomenology in the 3-3-1 model with an axionlike particle, *Phys. Rev. D* 107 no. 9, 095030, arXiv:2007.05004 [hep-ph].
- [175] V. T. N. Huyen, H. N. Long, T. T. Lam, and V. Q. Phong, 2014, *Commun. Phys.* 24, 97 [arXiv:1210.5833[hep-ph]]. <https://doi.org/10.15625/0868-3166/24/2/3774>.
- [176] A. E. Cárcamo Hernández, L. Duarte, A. S. de Jesus, S. Kovalenko, F. S. Queiroz, C. Siqueira, Y. M. Oviedo-Torres, and Y. Villamizar, 2023, *Phys. Rev. D*, 107, 063005 [arXiv:2208.08462[hep-ph]]. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.063005>(publication).
- [177] A. E. Cárcamo Hernández, C. O. Dib, and U. J. Saldaña Salazar, 2020, *Phys. Lett. B*, 809, 135750 [arXiv:2001.07140[hep-ph]]. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2020.135750>(publication). [https://doi.org/10.1007/JHEP08\(2019\)051](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2019)051)(publication).
- [178] N. T. Duy, P. N. Thu, and D. T. Huong, 2022, New physics in $b \rightarrow s$ transitions in the MF331 model, *Eur. Phys. J. C*, 82 no. 10, 966, arXiv:2205.02995 [hep-ph].
- [179] T. Hurth, F. Mahmoudi and S. Neshatpour, Global fits to $b \rightarrow s\ell\ell$ data and signs for lepton non-universality, *JHEP* **1412**, 053 (2014) [arXiv:1410.4545 [hep-ph]].
- [180] Y. Sakaki, M. Tanaka, A. Tayduganov and R. Watanabe, Testing leptoquark models in $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}$, *Phys. Rev. D* **88**, no. 9, 094012 (2013) [arXiv:1309.0301 [hep-ph]].
- [181] M. Freytsis, Z. Ligeti and J. T. Ruderman, Flavor models for $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}$, *Phys. Rev. D* **92**, no. 5, 054018 (2015) [arXiv:1506.08896 [hep-ph]].

- [182] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], Search for $B \rightarrow K^{(*)}\bar{\ell}\ell$ and invisible quarkonium decays, *Phys. Rev. D* **87**, no. 11, 112005 (2013) [arXiv:1303.7465 [hep-ex]].
- [183] O. Lutz *et al.* [Belle Collaboration], Search for $B \rightarrow h^{(*)}\nu\bar{\nu}$ with the full Belle $\Upsilon(4S)$ data sample, *Phys. Rev. D* **87**, no. 11, 111103 (2013) [arXiv:1303.3719 [hep-ex]].
- [184] A. J. Buras, J. Girrbach-Noe, C. Niehoff and D. M. Straub, $B \rightarrow K^{(*)}\nu\bar{\nu}$ decays in the Standard Model and beyond, *JHEP* **1502**, 184 (2015) [arXiv:1409.4557 [hep-ph]].
- [185] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], Search for the rare decay $D^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, *Phys. Lett. B* **725**, 15 (2013) [arXiv:1305.5059 [hep-ex]].
- [186] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], Measurement of the $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ branching fraction and search for $B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ decays at the LHCb experiment, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 101805 (2013) [arXiv:1307.5024 [hep-ex]].
- [187] F. Beaujean, C. Bobeth and S. Jahn, Constraints on tensor and scalar couplings from $B \rightarrow K\bar{\mu}\mu$ and $B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$, *Eur. Phys. J. C* **75**, no. 9, 456 (2015) [arXiv:1508.01526 [hep-ph]].
- [188] S. Descotes-Genon, L. Hofer, J. Matias and J. Virto, 2016, Global analysis of $b \rightarrow s\ell\ell$ anomalies, *JHEP* 06 092 arXiv:1510.04239 [hep-ph].
- [189] G. Hiller and M. Schmaltz, 2014, R_K and future $b \rightarrow s\ell\ell$ physics beyond the standard model opportunities, *Phys. Rev. D*, **90**, 054014. [arXiv:1408.1627 [hep-ph]].
- [190] W. Altmannshofer and D. M. Straub, New physics in $b \rightarrow s$ transitions after LHC run 1, *Eur. Phys. J. C* **75**, no. 8, 382 (2015) [arXiv:1411.3161 [hep-ph]].
- [191] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Measurement of the $B(s)$ to $\mu^+\mu^-$ branching fraction and search for B^0 to $\mu^+\mu^-$ with the CMS Experiment, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 101804 (2013) [arXiv:1307.5025 [hep-ex]].

PHỤ LỤC

A. Mô hình cực tiểu với leptoquark

Mô hình có cấu trúc giống như SM cộng thêm phần mở rộng hạt là một hạt đơn tuyến của $SU((2)_L$, mang cả số baryon và số lepton nên hạt sẽ tương tác với đồng thời với lepton và quark, có siêu tích $Y = -\frac{1}{3}$ [72]. Dưới biến đổi chuẩn $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ leptoquark được biểu diễn như sau $(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3})$. Lagrangian của mô hình lúc này bao gồm Lagrangian của SM cộng thêm Lagrangian của Φ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Phi = & (D_\mu \Phi)^\dagger D_\mu \Phi - M_\Phi^2 |\Phi|^2 - g_{h\Phi} |\phi|^2 |\Phi|^2 \\ & + \bar{Q}^c \lambda^L i\tau_2 L \Phi^* + \bar{u}_R^c \lambda^R e_R \Phi^* + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

trong đó ϕ là lưỡng tuyến Higgs, $\lambda^{L,R}$ là các ma trận trong không gian vị, và $\psi^c = C\bar{\psi}^T$ là các spinor liên hợp điện tích. Tương tác của các leptoquark được khai triển theo (A.1), cụ thể ở đây là thành phần ở dòng thứ 2. Với sự đóng góp của các tương tác mới này sẽ cho đóng góp để giải quyết vấn đề của vật lý vị. Khai triển chúng trong cơ sở các trạng thái vật lý của quark và lepton tích điện trong đó ma trận quay U_f (V_f) với $f_{L,R}$ là fermion phân cực trái, phải.

$$\begin{aligned} u'_L &= U_u^\dagger u_L, & d'_L &= U_d^\dagger d_L, & e'_L &= U_e^\dagger e_L, & \nu'_L &= U_\nu^\dagger \nu_L \\ u'_R &= V_u^\dagger u_R, & d'_R &= V_d^\dagger d_R, & e'_R &= V_e^\dagger e_R, & \nu'_R &= V_\nu^\dagger \nu_R \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Ta có

$$\mathcal{L}_\Phi \ni \bar{u}_L^c \lambda_{ue}^L e_L \Phi^* - \bar{d}_L^c \lambda_{d\nu}^L \nu_L \Phi^* + \bar{u}_R^c \lambda_{ue}^R e_R \Phi^* + \text{h.c.}, \quad (\text{A.3})$$

trong đó

$$\lambda_{ue}^L = U_u^T \lambda^L U_e, \quad \lambda_{d\nu}^L = U_d^T \lambda^L, \quad \lambda_{ue}^R = V_u^T \lambda_R V_e, \quad (\text{A.4})$$

và ma trận CKM và ma trận PMNS

$$V_{\text{CKM}} = U_u^\dagger U_d, \quad U_{\text{PMNS}} = U_\nu^\dagger U_e. \quad (\text{A.5})$$

Vì số lepton là bảo toàn trong phần lepton mang điện ở gần đúng cây nên U_e có thể coi ma trận là bằng ma trận đơn vị, dẫn tới $U_{\text{PMNS}} = U_\nu$.

Với số hạng thứ 1 và 3 trong (A.3) sẽ cho chúng ta đóng góp vào quá trình rã bán lepton B meson với leptoquark làm trung gian ở ngay ở gần đúng cây, được mô tả trong hình 22. Lagrangian hiệu dụng cho quá trình này có dạng

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(\Phi)} = \frac{1}{2M_\Phi^2} & \left[-\lambda_{u_i \ell_j}^{L*} \lambda_{b \nu_k}^L \bar{u}_L^i \gamma_\mu b_L \bar{\ell}_L^j \gamma^\mu \nu_L^k \right. \\ & \left. + \lambda_{u_i \ell_j}^{R*} \lambda_{b \nu_k}^L \left(\bar{u}_R^i b_L \bar{\ell}_R^j \nu_L^k - \frac{\bar{u}_R^i \sigma_{\mu\nu} b_L \bar{\ell}_R^j \sigma^{\mu\nu} \nu_L^k}{4} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

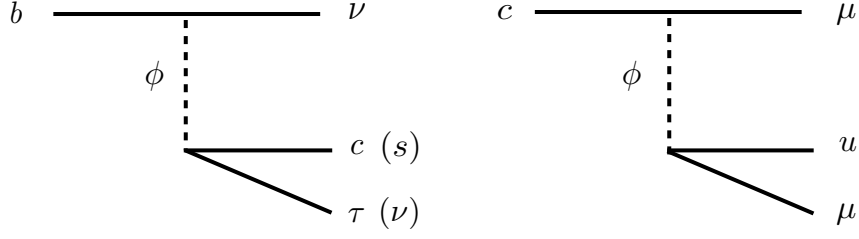
trong đó i, j, k là các chỉ số vị. Khai triển chúng trong hệ cơ sở các trạng thái vật lý thì thành phần đầu tiên sẽ tạo ra các đóng góp tỷ lệ với các phần tử của ma trận CKM V_{ub} và V_{cb} . Các hệ số $V_{ub} V_{cb}$ với vị lepton khác nhau là khác nhau vì nó tỷ lệ với $\lambda_{u_i \ell_j}^{L*} \lambda_{b \nu_k}^L$, hay đối với vị $l_j \nu_k$ thì các hằng số tương tác này là khác nhau. Thành phần thứ hai bao gồm các tương tác mới không có trong mô hình chuẩn. Chính vì vậy nó có thể giúp giải thích được tất cả các tỷ số rã từ phân rã B-meson.

Một trong kênh rã đang được chú ý hiện nay là kênh rã $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau \bar{\nu}$. Thực nghiệm cho thấy rằng tỷ số rã này là lớn hơn khoảng 30% so với tiên đoán của SM. Bằng một phân tích độc lập không phụ thuộc vào mô hình thì người ta đã tính toán toán tử hiệu dụng và cho sự ảnh hưởng của các toán tử hiệu dụng này khi mà cho chạy từ $\mu = M_\Phi$ đến $\mu = m_b$ [180, 181]. Ở bài báo sau cùng, người ta tìm ra được một kết quả cho các hằng số tương tác mới là phù hợp rất tốt với thực nghiệm cho tỷ số rã $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau \bar{\nu}$

$$\lambda_{c\tau}^{L*} \lambda_{b\nu_\tau}^L \approx 0.35 \hat{M}_\Phi^2, \quad \lambda_{c\tau}^{R*} \lambda_{b\nu_\tau}^L \approx -0.03 \hat{M}_\Phi^2, \quad (\text{A.7})$$

với giả sử rằng chỉ có neutrino ν_τ là liên quan đến quá trình rã (vì có biên độ lớn và do đó tạo ra hiệu ứng lớn). Trong mô hình với vô hướng đơn tuyến leptoquark, $\hat{M}_\Phi \equiv M_\Phi/\text{TeV}$. Như vậy, với khối lượng leptoquark ở gần thang TeV thì $\lambda_{c\tau}^{L*} \lambda_{b\nu_\tau}^L$ cỡ bậc $\mathcal{O}(1)$ và các hằng số tương tác của leptoquark phân cực phải là nhỏ hơn rất nhiều so với các hằng số tương tác của các leptoquark phân cực trái.

Ngoài ra trong mô hình này cũng xuất hiện dòng trung hòa thay đổi vị ở gần đúng cây và thể hiện thông qua Hình 22. Hình 22 cho phép giải thích các tỷ số rã $\bar{B} \rightarrow \bar{K} \nu \bar{\nu}$ và $D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Cụ thể toán tử Lagrangian hiệu dụng



Hình 22: Giảm đồ mức cây đóng góp vào phân rã yếu.

mô tả cho kênh rã $\bar{B} \rightarrow \bar{K} \nu \bar{\nu}$ có dạng

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(\Phi)} = \frac{1}{2M_\Phi^2} \lambda_{s\nu_i}^{L*} \lambda_{b\nu_j}^L \bar{s}_L \gamma_\mu b_L \bar{\nu}_L^i \gamma^\mu \nu_L^j. \quad (\text{A.8})$$

Công thức (A.8) cho phép ta xác định tỷ số rã $R_{\nu\bar{\nu}} = \Gamma/\Gamma_{\text{SM}}$ với đóng góp của hạt leptoquark dưới dạng

$$R_{\nu\bar{\nu}}^{(\Phi)} = 1 - \frac{2r}{3} \text{Re} \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}}{V_{tb} V_{ts}^*} + \frac{r^2}{3} \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bb} (\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{ss}}{|V_{tb} V_{ts}^*|^2}, \quad (\text{A.9})$$

trong đó $(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs} = \sum_i \lambda_{b\nu_i}^L \lambda_{s\nu_i}^{L*} \dots$, và

$$r = \frac{s_W^4}{2\alpha^2} \frac{1}{X_0(x_t)} \frac{m_W^2}{M_\phi^2} \approx \frac{1.91}{\hat{M}_\phi^2}. \quad (\text{A.10})$$

Tại đây $X_0(x_t) = \frac{x_t(2+x_t)}{8(x_t-1)} + \frac{3x_t(x_t-2)}{8(1-x_t)^2} \ln x_t \approx 1.48$ với $x_t = m_t^2/m_W^2$, $s_W^2 = 0.2313$ là bình phương của góc trộn yếu. Một trong những ràng buộc rất mạnh mẽ là tỷ số rã $B^- \rightarrow K^- \nu \bar{\nu}$ và $B^- \rightarrow K^{*-} \nu \bar{\nu}$ được đưa ra bởi BaBar [182] và Belle [183], đưa đến ràng buộc $R_{\nu\bar{\nu}} < 4.3$ và $R_{\nu\bar{\nu}} < 4.4$ tại 90% CL [184]. sử dụng bất đẳng thức Schwarz, người ta thu được từ công thức (A.9)

$$-1.20 \hat{M}_\Phi^2 < \text{Re} \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}}{V_{tb} V_{ts}^*} < 2.25 \hat{M}_\Phi^2. \quad (\text{A.11})$$

Quá trình FCNC trong kênh rã $D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ có thể xuất hiện ở gần đúng cây trong mô hình của chúng ta. Ở đây chúng ta giả thiết rằng trong SM không có sự đóng góp của kênh rã $D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Người ta tìm thấy tỷ số rã từ các tương tác hiệu dụng đưa ra bởi phương trình A.8, chúng tôi tìm thấy tốc độ phân rã

$$\Gamma = \frac{f_D^2 m_D^3}{256\pi M_\phi^4} \left(\frac{m_D}{m_c} \right)^2 \beta_\mu \left[\beta_\mu^2 |\lambda_{c\mu}^L \lambda_{u\mu}^{R*} - \lambda_{c\mu}^R \lambda_{u\mu}^{L*}|^2 \right] \quad (\text{A.12})$$

$$+ \left| \lambda_{c\mu}^L \lambda_{u\mu}^{R*} + \lambda_{c\mu}^R \lambda_{u\mu}^{L*} + \frac{2m_\mu m_c}{m_D^2} (\lambda_{c\mu}^L \lambda_{u\mu}^{L*} + \lambda_{c\mu}^R \lambda_{u\mu}^{R*}) \right|^2 \Bigg],$$

trong đó $f_D = 212(1)$ MeV là hằng số phân rã meson D và $\beta_\mu = (1 - 4m_\mu^2/m_D^2)^{1/2}$. Chúng tôi sử dụng khối lượng quark charm đang chạy cỡ $m_c \equiv m_c(M_\Phi) \approx 0,54$ GeV, $M_\Phi \sim 1$ TeV. Với những giả thiết như vậy và sử dụng giới hạn trên thực nghiệm $\text{Br}(D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) < 7.6 \cdot 10^{-9}$ (tại 95% CL) [185] ta thu được điều kiện ràng buộc

$$\begin{aligned} \sqrt{|\lambda_{c\mu}^L|^2 |\lambda_{u\mu}^R|^2 + |\lambda_{c\mu}^R|^2 |\lambda_{u\mu}^L|^2} &< 1.2 \cdot 10^{-3} \hat{M}_\phi^2, \\ |\lambda_{c\mu}^L \lambda_{u\mu}^{L*} + \lambda_{c\mu}^R \lambda_{u\mu}^{R*}| &< 0.051 \hat{M}_\phi^2. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Như vậy với phương trình A.7 cho chúng ta ràng buộc về giải quyết tỷ số rã $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau \bar{\nu}$, phương trình A.11 cho ràng buộc về tỷ số rã và phương trình A.13 cho ràng buộc về tỷ số rã $D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Như vậy chúng ta có 3 điều kiện ràng buộc về các hằng số tương tác của leptoquark phân cực trái và phải λ^L, λ^R . Ở đây chúng ta thấy nếu như λ^L cỡ vào bậc $\mathcal{O}(1)$, λ^R nhỏ hơn rất nhiều so với λ^L thì tự động giải quyết về thực nghiệm các tỷ số rã $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau \bar{\nu}$, $B^- \rightarrow K^{*-} \nu \bar{\nu}$ và $D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$.

Mô hình tiếp tục đi khảo sát kênh rã $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ nhằm giải thích các kết quả thực nghiệm tại LHCb

$$\text{R}_K^{\text{LHCb}}([1.1, 6] \text{ GeV}^2) = 0.745_{-0.074}^{+0.090} \pm 0.036,$$

với khối lượng bất biến của cặp lepton đi ra là $(1.0 \leq q^2 \leq 6.0 \text{ GeV}^2)$. Kết quả này được nhóm tác giả R. Aaij công bố trên tạp chí Phys. Rev. Lett. năm 2014.

Trong một phân tích không phụ thuộc vào mô hình [189] để giải thích dữ liệu người ta sử dụng hàm Hamiltonian hiệu dụng

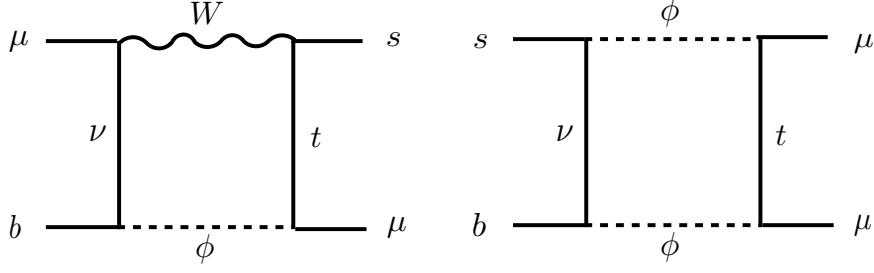
$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \frac{\alpha_e}{4\pi} \sum_i C_i(\mu) \mathcal{O}_i(\mu), \quad (\text{A.14})$$

với các toán tử dạng V, A mô tả quá trình $b \rightarrow s \ell \ell$ ứng với các lepton mang điện

$$\mathcal{O}_9 = [\bar{s} \gamma_\mu P_L b] [\bar{\ell} \gamma^\mu \ell], \quad \mathcal{O}_{10} = [\bar{s} \gamma_\mu P_L b] [\bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell], \quad (\text{A.15})$$

với

$$\mathcal{O}_{LL}^\ell \equiv (\mathcal{O}_9^\ell - \mathcal{O}_{10}^\ell)/2, \quad \mathcal{O}_{LR}^\ell \equiv (\mathcal{O}_9^\ell + \mathcal{O}_{10}^\ell)/2, \quad (\text{A.16})$$



Hình 23: Giản đồ hộp đóng góp vào dịch chuyển $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$.

do đó

$$C_{LL}^\ell = C_9^\ell - C_{10}^\ell, \quad C_{LR}^\ell = C_9^\ell + C_{10}^\ell. \quad (\text{A.17})$$

Trong mô hình cực tiểu với leptoquark, dị thường R_K có thể nhận được từ bổ đính một vòng của các hạt leptoquark được mô tả bởi hai giản đồ trong Hình 23. Một giản đồ với các đường trong là hạt gauge boson W và hạt leptoquark Φ . Một giản đồ với các đường trong chỉ là hạt leptoquark Φ . Hai giản đồ sẽ cho đóng góp vào các hệ số Wilson. Trong giới hạn $M_\Phi^2 \gg m_{t,W}^2$, chúng ta thu được cho các đóng góp vào hệ số Wilson [189]

$$\begin{aligned} C_{LL}^{\mu(\Phi)} &= \frac{m_t^2}{8\pi\alpha M_\Phi^2} |\lambda_{t\mu}^L|^2 \\ &\quad - \frac{1}{64\pi\alpha} \frac{\sqrt{2}}{G_F M_\Phi^2} \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}}{V_{tb} V_{ts}^*} (\lambda^{L\dagger} \lambda^L)_{\mu\mu}, \\ C_{LR}^{\mu(\Phi)} &= \frac{m_t^2}{16\pi\alpha M_\Phi^2} |\lambda_{t\mu}^R|^2 \left[\ln \frac{M_\Phi^2}{m_t^2} - f(x_t) \right] \\ &\quad - \frac{1}{64\pi\alpha} \frac{\sqrt{2}}{G_F M_\Phi^2} \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}}{V_{tb} V_{ts}^*} (\lambda^{R\dagger} \lambda^R)_{\mu\mu}, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

trong đó $m_t \equiv m_t(m_t) \approx 162,3$ GeV là khối lượng của top quark và $f(x_t) = 1 + \frac{3}{x_t-1} \left(\frac{\ln x_t}{x_t-1} - 1 \right) \approx 0,47$. Khi nghiên cứu độc lập với mô hình, điều kiện để có thể giải thích tốt nhất các kết thực nghiệm về các tỷ số R_K, R_{K^*} thì tương ứng với $-1,5 < C_{LL}^\mu < -0,7$ và $C_{LR}^\mu \approx 0$ tại thang năng lượng $\mu \sim M_\Phi$ [189]. Và ở đây với dữ liệu của chúng tôi thì trong mô hình này sẽ có $C_{LL}^\mu \approx -1$ và $C_{LR}^\mu \approx 0$. Điều này hoàn toàn đồng thuận với tài liệu [179, 187, 188, 190]. Với giả thiết trên thì mô hình không chỉ giải quyết tốt vấn đề R_K, R_{K^*} mà thậm chí nó còn có thể giải thích tốt vấn đề tỷ số r_μ

$\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)/\text{Br}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)_{\text{SM}} = 0.79 \pm 0.20$ được đưa ra bởi LHCb [186] và CMS [191].

Các đóng góp từ giản đồ hộp W - Φ hỗn hợp trong (A.18) bị ràng buộc bởi các liên kết của leptoquark với top-quark và muon. Các đại lượng này được dự đoán là dương trong mô hình và do đó riêng chúng không thể giải thích được dị thường R_K . Các đóng góp từ giản đồ hộp với hai leptoquark Φ là đường trong là cần thiết để tái tạo giá trị chuẩn $C_{LL}^\mu \approx -1$. Điều này đòi hỏi

$$\sum_i |\lambda_{u_i \mu}^L|^2 \text{Re} \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}}{V_{tb} V_{ts}^*} - 1.74 |\lambda_{t\mu}^L|^2 \approx 12.5 \hat{M}_\phi^2. \quad (\text{A.19})$$

Để thu được $C_{LR}^\mu \approx 0$ thì đóng góp của các hằng số tương tác với các leptoquark phân cực phải phải nhỏ hơn nhiều so với các leptoquark phân cực trái. Kết hợp (A.19) với giới hạn trên trong A.11 tạo ra

$$\sqrt{|\lambda_{u\mu}^L|^2 + |\lambda_{c\mu}^L|^2 + \left(1 - \frac{0.77}{\hat{M}_\phi^2}\right) |\lambda_{t\mu}^L|^2} > 2.36, \quad (\text{A.20})$$

Như vậy ở đây ta cũng thu được với khối lượng của leptoquark ở thang TeV thì các hệ số tương tác $\lambda_{t\mu}^L, \lambda_{u\mu}^L, \lambda_{c\mu}^L$ rơi vào bậc $\mathcal{O}(1)$ của M_Φ , các hằng số tương tác với các leptoquark phân cực phải là nhỏ. Điều này hoàn toàn phù hợp với không gian tham số trong trường hợp R_D, R_{D^*} . Với $C_{LL}^\mu = -0.7$ hoặc -1.5 thay thế cho -1 thì vế phải của giới hạn này phải bằng 2.0 hoặc 2.9.

Như vậy bằng các kết quả lập luận [72], mô hình cực tiểu với một vô hướng đơn tuyến leptoquark sẽ cho chúng ta giải thích được đồng thời tỷ số R_D, R_{D^*} và R_K, R_{K^*} .

Mô hình cũng giải thích được cho dao động $B_s - \bar{B}_s$. Tỷ lệ $(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}/(V_{tb} V_{ts}^*)$ trong (A.19) cũng có thể bị giới hạn bởi các phép đo hiện có của biên độ trộn $B_s - \bar{B}_s$. Đóng góp của leptoquark vào hệ số lưỡng cực $C_{7\gamma}$ cho sự phân rã $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ dẫn đến

$$C_{7\gamma} = C_{7\gamma}^{\text{SM}} + \left(\frac{v}{12M_\Phi}\right)^2 \frac{(\lambda^L \lambda^{L\dagger})_{bs}}{V_{tb} V_{ts}^*}. \quad (\text{A.21})$$

Mối quan hệ [72] ngụ ý rằng sự thay đổi tương ứng trong tỷ lệ phân nhánh $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ nhỏ hơn khoảng 1% và do đó an toàn dưới giới hạn thực nghiệm. Mô hình thậm chí cũng giải thích được mômen từ dị thường của muon [72].

B. Các tham số xuất hiện trong ma trận khối lượng lepton

Khai triển của các hàm $f_{ab}^{EE}, f_{ab}^{eE}, f_{ab}^{ee}, f_{1b}^{e\xi}, f_{1b}^{E\xi}$ trong ma trận trộn khối lượng lepton $\mathcal{M}_l$ được đưa ra bởi

$$f_{ab}^{ee} = -\frac{1}{\sqrt{2}} s_{ab}^e v', \quad (\text{B.1})$$

$$f_{1b}^{ee} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{s_{1b}^e}{\Lambda} v' w - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{s_{1b}'^e}{\Lambda} v w' - \frac{h_{1b}^e}{2\sqrt{2}\Lambda v' w'}, \quad (\text{B.2})$$

$$f_{ab}^{EE} = -\frac{1}{\sqrt{2}} s_{ab}^E w', \quad (\text{B.3})$$

$$f_{1b}^{EE} = -\frac{1}{2} \frac{s_{1b}^E}{\Lambda} w w' - \frac{1}{2} \frac{s_{1b}'^E}{\Lambda} w'^2, \quad (\text{B.4})$$

$$f_{ab}^{eE} = -\frac{1}{\sqrt{2}} h_{ab}^E v' - \frac{1}{\sqrt{2}} s_{ab}^E v, \quad (\text{B.5})$$

$$f_{ab}^{Ee} = -\frac{1}{\sqrt{2}} s_{ab}^e w - \frac{1}{\sqrt{2}} h_{ab}^e w', \quad (\text{B.6})$$

$$f_{1b}^{eE} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{h_{1b}^E}{\Lambda} v' w - \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{s_{1b}^E}{\Lambda} (v' w' + v w) - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{s_{1b}'^E}{\Lambda} v w', \quad (\text{B.7})$$

$$f_{1b}^{Ee} = -\frac{1}{2\Lambda} h_{1b}^e w w' - \frac{1}{2\Lambda} s_{1b}^e w^2 - \frac{1}{2\Lambda} s_{1b}'^e w'^2, \quad (\text{B.8})$$

$$f_{1b}^{\xi e} = -\frac{1}{2\Lambda} s_{1b}'^e v^2 - \frac{1}{2\Lambda} s_{1b}^e v'^2 - \frac{1}{2\Lambda} h_{1b}^e v v' + \delta_{1b} f_{11}^{e\xi}, \quad (\text{B.9})$$

$$f_{b1}^{e\xi} = \delta_{1b} f_{11}^{e\xi}, \quad (\text{B.10})$$

$$f_{1b}^{\xi E} = -\frac{1}{2\Lambda} s_{1b}'^E v^2 - \frac{1}{2\Lambda} s_{1b}^E v v' + \frac{1}{2\Lambda} h_{1b}^E v'^2 + \delta_{1b} f_{11}^{E\xi}, \quad (\text{B.11})$$

$$f_{b1}^{E\xi} = \delta_{b1} f_{11}^{E\xi}, \quad (\text{B.12})$$

$$f^{\xi\xi} = s_{11} w w' + s_{11}' w'^2. \quad (\text{B.13})$$

với

$$f_{11}^{e\xi} = -\left(h_{11}^\xi\right)^* \frac{\sqrt{2}}{\Lambda} w v' - \left(s_{11}'\right)^* \frac{\sqrt{2}}{\Lambda} v w' - \frac{(s_{11})^*}{\sqrt{2}\Lambda} (v w + v' w'), \quad (\text{B.14})$$

$$f_{11}^{E_1\xi} = \frac{\left(h_{11}^\xi\right)^*}{\sqrt{2}\Lambda} (v')^2 + \frac{(s_{11}')^*}{\sqrt{2}\Lambda} v^2 + \frac{(s_{11})^*}{\sqrt{2}\Lambda} v v'. \quad (\text{B.15})$$

C. Hàm Γ^{ABC}

$$\Gamma^{WZ e_b} = (m_Z^2 - m_W^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{e_b}^2\right) - m_Z^2 \frac{\ln x_Z^{e_b}}{x_Z^{e_b} - 1} + m_W^2 \frac{\ln x_W^{e_b}}{x_W^{e_b} - 1}, \quad (\text{C.1})$$

$$\Gamma^{WZ \nu_a} = (m_Z^2 - m_W^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{\nu_a}^2\right) - m_Z^2 \frac{\ln x_Z^{\nu_a}}{x_Z^{\nu_a} - 1} + m_W^2 \frac{\ln x_W^{\nu_a}}{x_W^{\nu_a} - 1}, \quad (\text{C.2})$$

$$\Gamma_Z^{W\nu_a e_b} = (m_{e_b}^2 - m_{\nu_a}^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_Z^2 \right) - m_{e_b}^2 \frac{\ln x_{e_b}^Z}{x_{e_b}^Z - 1} + m_{\nu_a}^2 \frac{\ln x_{\nu_a}^Z}{x_{\nu_a}^Z - 1}, \quad (\text{C.3})$$

$$\Gamma_{Z'}^{W\nu_a e_b} = (m_{e_b}^2 - m_{\nu_a}^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{Z'}^2 \right) - m_{e_b}^2 \frac{\ln x_{e_b}^{Z'}}{x_{e_b}^{Z'} - 1} + m_{\nu_a}^2 \frac{\ln x_{\nu_a}^{Z'}}{x_{\nu_a}^{Z'} - 1}, \quad (\text{C.4})$$

$$\Gamma^{W\gamma e_c} = \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{e_c}^2 \right) - \frac{\ln x_W^{e_c}}{x_W^{e_c} - 1}, \quad (\text{C.5})$$

$$\Gamma^{XY E_c} = (m_X^2 - m_Y^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{E_c}^2 \right) - m_X^2 \frac{\ln x_X^{E_c}}{x_X^{E_c} - 1} + m_Y^2 \frac{\ln x_Y^{E_c}}{x_Y^{E_c} - 1}, \quad (\text{C.6})$$

$$\Gamma^{XY \xi^0} = (m_X^2 - m_Y^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{\xi^0}^2 \right) - m_X^2 \frac{\ln x_X^{\xi^0}}{x_X^{\xi^0} - 1} + m_Y^2 \frac{\ln x_Y^{\xi^0}}{x_Y^{\xi^0} - 1}, \quad (\text{C.7})$$

$$\Gamma^{XY \xi} = (m_X^2 - m_Y^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{\xi}^2 \right) - m_X^2 \frac{\ln x_X^{\xi}}{x_X^{\xi} - 1} + m_Y^2 \frac{\ln x_Y^{\xi}}{x_Y^{\xi} - 1}, \quad (\text{C.8})$$

$$\Gamma^{XY U_c} = (m_X^2 - m_Y^2) \left(1 + \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \ln 4\pi - \ln m_{U_c}^2 \right) - m_X^2 \frac{\ln x_X^{U_c}}{x_X^{U_c} - 1} + m_Y^2 \frac{\ln x_Y^{U_c}}{x_Y^{U_c} - 1}, \quad (\text{C.9})$$

với $x_b^a = \frac{m_a^2}{m_b^2}$.

D. Các hàm $\Gamma^{U_l E_c}$, $\Gamma^{U_l \xi^0}$, $\Gamma^{U_l \xi}$

$$\begin{aligned} \Gamma^{U_l E_c} &= \left[\frac{(x_X^{U_l})^2}{(x_X^{U_l} - x_X^{E_c})(x_X^{U_l} - 1)} - \frac{(x_Y^{U_l})^2}{(x_Y^{U_l} - x_Y^{E_c})(x_Y^{U_l} - 1)} \right] \ln m_{U_l} \\ &- \left[\frac{(x_X^{E_c})^2}{(x_X^{E_c} - x_X^{U_l})(x_X^{E_c} - 1)} - \frac{(x_Y^{E_c})^2}{(x_Y^{E_c} - x_Y^{U_l})(x_Y^{E_c} - 1)} \right] \ln m_{E_c} \\ &+ \frac{x_X^{U_l} x_X^{E_c}}{(x_X^{U_l} - 1)(x_X^{E_c} - 1)} \ln m_X - \frac{x_Y^{U_l} x_Y^{E_c}}{(x_Y^{U_l} - 1)(x_Y^{E_c} - 1)} \ln m_Y \quad (\text{D.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma^{U_l \xi^0} &= \left[\frac{(x_X^{U_l})^2}{(x_X^{U_l} - x_X^{\xi^0})(x_X^{U_l} - 1)} - \frac{(x_Y^{U_l})^2}{(x_Y^{U_l} - x_Y^{\xi^0})(x_Y^{U_l} - 1)} \right] \ln m_{U_l} \\ &- \left[\frac{(x_X^{\xi^0})^2}{(x_X^{\xi^0} - x_X^{U_l})(x_X^{\xi^0} - 1)} - \frac{(x_Y^{\xi^0})^2}{(x_Y^{\xi^0} - x_Y^{U_l})(x_Y^{\xi^0} - 1)} \right] \ln m_{\xi^0} \end{aligned}$$

$$+ \frac{x_X^{U_l} x_X^{\xi^0}}{(x_X^{U_l} - 1)(x_X^{\xi^0} - 1)} \ln m_X - \frac{x_Y^{U_l} x_Y^{\xi^0}}{(x_Y^{U_l} - 1)(x_Y^{\xi^0} - 1)} \ln m_Y \quad (\text{D.2})$$

$$\begin{aligned} \Gamma^{U_l \xi} &= \left[\frac{(x_X^{U_l})^2}{(x_X^{U_l} - x_X^{\xi})(x_X^{U_l} - 1)} - \frac{(x_Y^{U_l})^2}{(x_Y^{U_l} - x_Y^{\xi})(x_Y^{U_l} - 1)} \right] \ln m_{U_l} \\ &- \left[\frac{(x_X^{\xi})^2}{(x_X^{\xi} - x_X^{U_l})(x_X^{\xi} - 1)} - \frac{(x_Y^{\xi})^2}{(x_Y^{\xi} - x_Y^{U_l})(x_Y^{\xi} - 1)} \right] \ln m_{\xi} \\ &+ \frac{x_X^{U_l} x_X^{\xi}}{(x_X^{U_l} - 1)(x_X^{\xi} - 1)} \ln m_X - \frac{x_Y^{U_l} x_Y^{\xi}}{(x_Y^{U_l} - 1)(x_Y^{\xi} - 1)} \ln m_Y \quad (\text{D.3}) \end{aligned}$$

với $x_b^a = \frac{m_a^2}{m_b^2}$.