

**BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



Đào Minh Tiến

**PHÂN TÍCH TÍNH VÀ ĐỘNG CỦA TẮM NANO
HỮU CƠ NHIỀU LỚP CÓ KỂ ĐẾN HIỆU ỨNG
KÍCH THƯỚC NHỎ**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ
CƠ KỸ THUẬT**

Ngành: Cơ kỹ thuật

Mã số: 9520101

Hà Nội - Năm 2025

Công trình được hoàn thành tại: Học viện Khoa học và Công nghệ,
Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

1. Người hướng dẫn: PGS.TS. Đỗ Văn Thom, Học viện Kỹ thuật quân sự
2. Người hướng dẫn: PGS.TS. Đào Như Mai, Học viện Khoa học và Công nghệ

Phản biện 1: GS. TS Trần Văn Liên

Phản biện 2: TS Phạm Hồng Công

Luận án được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án tiến sĩ cấp Học viện họp tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam vào hồi 9 giờ 00 ngày 12 tháng 12 năm 2025

Có thể tìm hiểu luận án tại:

1. Thư viện Học viện Khoa học và Công nghệ
2. Thư viện Quốc gia Việt Nam

MỞ ĐẦU

1. Tính cấp thiết của luận án

Tiêu thụ năng lượng là nhu cầu tất yếu của tiến bộ xã hội, trong những năm trước đây, để phục vụ nhu cầu năng lượng, con người đã khai thác và sử dụng rất nhiều các loại nhiên liệu hóa thạch, các nguồn nhiên liệu này đang dần cạn kiệt, và hệ quả của nó gây ra cũng vô cùng tàn khốc, đó là hủy hoại môi trường sống của nhân loại. Cũng từ lý do đó, nhu cầu đối với các nguồn năng lượng thân thiện môi trường, có khả năng tái tạo đang trở nên vô cùng cấp thiết. Và thật may mắn, con người đã tìm ra cách sử dụng nguồn năng lượng mặt trời, đây là một trong những nguồn năng lượng tái tạo hứa hẹn nhất, hoàn toàn không gây ô nhiễm môi trường và không bị cạn kiệt. Để thu được nguồn năng lượng này, đơn giản nhất là tạo ra các tấm hấp thụ năng lượng trực tiếp từ ánh sáng mặt trời, biến quang năng thành các dạng năng lượng khác phục vụ cho nhu cầu của con người (Người ta thường gọi đó là tấm pin mặt trời). Để sử dụng các tấm hấp thụ năng lượng mặt trời và chuyển thành điện năng một cách hiệu quả nhất, cần phải có những nghiên cứu chi tiết tổng thể về các khía cạnh như vật liệu, sự làm việc, chế tạo,... và một trong số đó là nghiên cứu đáp ứng cơ học của tấm nano hữu cơ nhiều lớp (đây là kết cấu ứng dụng để làm tấm pin mặt trời).

Từ những phân tích trên, luận án nghiên cứu lựa chọn đề tài: “Phân tích tĩnh và động tấm nano hữu cơ nhiều lớp có kể đến hiệu ứng kích thước nhỏ”.

2. Mục tiêu của luận án

Nghiên cứu đáp ứng tĩnh và động của kết cấu tấm nano hữu cơ chịu tải trọng tĩnh và động trên cơ sở phương pháp phần tử hữu hạn và lý thuyết đàn hồi phi cục bộ.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu của luận án

Đối tượng nghiên cứu của luận án là tấm nano hữu cơ nhiều lớp chịu tải trọng tĩnh và động. Phạm vi nghiên cứu của luận án là bài toán uốn tĩnh tuyến tính, bài toán dao động tự do và dao động cưỡng bức tuyến tính.

4. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết đàn hồi phi cục bộ.

5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Bài toán phân tích đáp ứng tĩnh và động của tấm nano hữu cơ nhiều lớp có ý nghĩa quan trọng trong lĩnh vực cơ học kết cấu. Các kết quả nghiên cứu của luận án có đóng góp mới trong lĩnh vực phân tích kết cấu tấm nano hữu cơ, tham khảo giá trị cho các nhà thiết kế và chế tạo tấm nano hữu cơ.

6. Bố cục của luận án

Luận án gồm mở đầu, bốn chương nội dung, kết luận, các công trình khoa học của tác giả, tài liệu tham khảo.

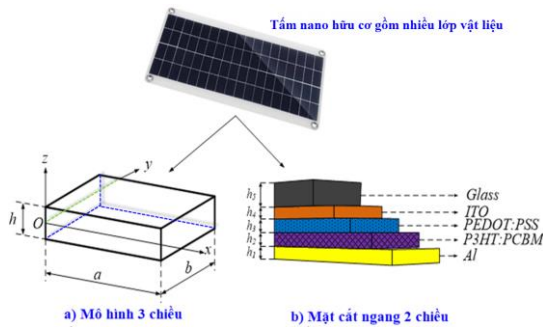
CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

Chương 1 (26 trang), Chương này trình bày tổng quan về vật liệu nano, công nghệ chế tạo, ứng dụng của vật liệu nano. Các lý thuyết tính toán đối với kết cấu nano nói chung cũng như các kết quả nghiên cứu đạt được đối với các kết cấu nano.

CHƯƠNG 2. CƠ SỞ LÝ THÍNH TOÁN TẤM NANO HỮU CƠ CÓ XÉT ĐẾN ẢNH HƯỞNG CỦA HIỆU ỨNG KÍCH THƯỚC

2.1. Mô hình bài toán và các giả thiết

Tấm nano hữu cơ có mô hình được mô tả như trên hình 2.1, tấm gồm năm lớp vật liệu khác nhau.



Hình 2.1. Mô hình tấm nano hữu cơ nhiều lớp

Luận án sử dụng một số giả thiết như sau: Tấm thỏa mãn biến dạng cắt cải tiến, xem $\varepsilon_z=0$; Biến dạng bé. Không xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ; Vật liệu đàn hồi tuyến tính; Không xét sự bong tách giữa các lớp vật liệu trong quá trình chịu lực; Hệ số đàn hồi phi cục bộ và hệ số cản như nhau trong mỗi lớp vật liệu.

2.2. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm

Dựa trên lý thuyết biến dạng cắt cải tiến, trường chuyển vị của tấm nano hữu cơ có dạng như sau [58,87,88]: $u(x, y, z) = -z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f_z \frac{\partial w_s}{\partial x}$; $v(x, y, z) = -z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f_z \frac{\partial w_s}{\partial y}$; $w(x, y, z) = w_b(x, y) + w_s(x, y)$

$$(2.1)$$

trong đó hàm f_z có thể có ba dạng như sau: hàm đa thức [87]: $f_z = -\frac{z}{4} + \frac{5z^3}{3h^2}$; Hàm sin [88]: $f_z = z - \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$; Hàm sin hyperbolic [89]: $f_z = z - h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) + z \cosh\left(\frac{1}{2}\right)$.

Trường biến dạng:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = -z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - f_z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + g_z \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ \frac{\partial w_s}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Luận án sử dụng lý thuyết đàn hồi phi cục bộ, do vậy biểu thức liên hệ giữa ứng suất và biến dạng trong lớp vật liệu thứ i có dạng [27], [89, 90]:

$$(1 - l^2 \nabla^2) \boldsymbol{\sigma}^i = \begin{bmatrix} c_{11}^i & c_{12}^i & 0 \\ c_{12}^i & c_{11}^i & 0 \\ 0 & 0 & c_{33}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^i = \mathbf{D}_b^i \boldsymbol{\varepsilon}^i + \chi \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^i}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$(1 - l^2 \nabla^2) \boldsymbol{\tau}^i = \begin{bmatrix} c_{33}^i & 0 \\ 0 & c_{33}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^i = \mathbf{D}_s^i \boldsymbol{\gamma}_s^i + \chi \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_s^i}{\partial t} \quad (2.9)$$

trong đó χ là hệ số kể đến tính đàn nhớt của vật liệu và t là biến thời gian, trong đó: $l = (e_0 \lambda)$ là hệ số nonlocal (nm), e_0 là hằng số, λ là hệ số phụ thuộc các đặc trưng của vật liệu nano, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ là toán tử Laplace.

Để đưa ra phương trình chuyển động của tấm nano hữu cơ, luận án sử

dụng nguyên lý năng lượng toàn phần cực tiểu ở dạng sau [91]:

$$\delta U - \delta W - \delta T = 0 \quad (2.15)$$

trong đó δU , δW và δT lần lượt là các thành phần biến phân thế năng biến dạng của tấm, biến phân công của ngoại lực và biến phân động năng của tấm.

Sau khi biến đổi phương trình cân bằng của tấm nano có dạng:

$$\int_{\Omega} \left\{ \begin{array}{l} -A_{z11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - B_{f11} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - A_{z12} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} \\ -B_{f12} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - 4A_{z33} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 4B_{f33} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} \\ -\chi A_{z\chi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ -\chi B_{f\chi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \end{array} \right\} \delta w_b \Bigg\} dx dy$$

$$+ \int_{\Omega} \left\{ \begin{array}{l} -B_{f11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - D_{f11} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - B_{f12} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} \\ -D_{f12} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - 4B_{f33} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 4D_{f33} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} \\ -\chi B_{f\chi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ -\chi D_{f\chi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ -\chi A_{s\chi} \left(\frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} \right) \end{array} \right\} \delta w_s \Bigg\} dx dy$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Omega} \left\{ \begin{aligned} & p_z \left[\delta w_b - \sum_i \frac{l_i^2 h_i}{h} \left(\frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial y^2} \right) \right] + p_z \left[- \sum_i \frac{l_i^2 h_i}{h} \left(\frac{\partial^2 \delta w_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta w_s}{\partial y^2} \right) \right] \\ & - (\delta w_b + \delta w_s) \sum_i \frac{l_i^2 h_i}{h} \left(\frac{\partial^2 p_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_z}{\partial y^2} \right) \\ & + \left[\begin{aligned} & H_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) \delta w_b \\ & + H_{0l} \left(\frac{\partial (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{\partial x} \frac{\partial \delta w_b}{\partial x} + \frac{\partial (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s)}{\partial y} \frac{\partial \delta w_b}{\partial y} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} dx dy \\
& - \int_{\Omega} \left\{ \begin{aligned} & + \left\{ H_1 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial y^2} \right) + H_2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial y^2} \right) \right\} \delta w_b \\ & - \nabla^2 \left\{ H_{1l} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial y^2} \right) + H_{2l} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial y^2} \right) \right\} \delta w_b \\ & + \left\{ H_2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial y^2} \right) + H_3 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial y^2} \right) \right\} \delta w_s \\ & - \nabla^2 \left\{ H_{2l} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_b}{\partial y^2} \right) + H_{3l} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_s}{\partial y^2} \right) \right\} \delta w_s \end{aligned} \right\} dx dy \\
& = 0
\end{aligned} \tag{2.43}$$

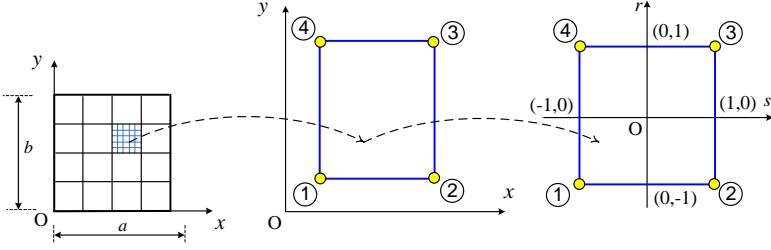
2.3. Mô hình phần tử hữu hạn

Tấm nano được chia thành các phần tử tứ giác bốn nút (hình 2.2), véc tơ chuyển vị nút $\mathbf{q}_e = \sum_{j=1}^4 \left[w_{bj}, w_{sj}, \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_j, \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_j, \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} \right)_j, \left(\frac{\partial w_s}{\partial y} \right)_j \right]$.

Công thức biến phân thế năng biến dạng đàn hồi:

$$\delta U_e = \mathbf{q}_e^T \mathbf{K}_e \delta \mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{C}_e \delta \mathbf{q}_e \tag{2.57}$$

trong đó ma trận độ cứng phần tử:



Hình 2.2. Biểu diễn phần tử tứ giác 4 nút.

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{K}_e^b + \mathbf{K}_e^s \quad (2.58)$$

$$\text{với: } \mathbf{K}_e^b = \int_{\Omega_e} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_z^T & \mathbf{V}_f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_z & \mathbf{B}_f \\ \mathbf{B}_f & \mathbf{D}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_z \\ \mathbf{V}_f \end{bmatrix} \right) dx dy \quad (2.59)$$

$$\mathbf{K}_e^s = \int_{\Omega_e} (\mathbf{V}_s^T \mathbf{A}_s \mathbf{V}_s) dx dy \quad (2.60)$$

Và ma trận cản phần tử tẩm do tính đàn nhớt của vật liệu:

$$\mathbf{C}_e = \chi \int_{\Omega_e} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_z^T & \mathbf{V}_f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{z\chi} & B_{f\chi} \\ B_{f\chi} & D_{f\chi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_z \\ \mathbf{V}_f \end{bmatrix} + (\mathbf{V}_s^T \mathbf{A}_{s\chi} \mathbf{V}_s) \right) dx dy \quad (2.62)$$

Công thức biến phân động năng

$$\delta T_e = \dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{M}_e \delta \mathbf{q}_e \quad (2.69)$$

trong đó ma trận khối lượng phần tử \mathbf{M}_e được xác định

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_b^T}{\partial x} H_1 \frac{\partial \mathbf{F}_b}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_b^T}{\partial x} H_2 \frac{\partial \mathbf{F}_s}{\partial x} \\ + \frac{\partial \mathbf{F}_s^T}{\partial x} H_2 \frac{\partial \mathbf{F}_b}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_s^T}{\partial x} H_3 \frac{\partial \mathbf{F}_s}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_b^T}{\partial y} H_1 \frac{\partial \mathbf{F}_b}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}_b^T}{\partial y} H_2 \frac{\partial \mathbf{F}_s}{\partial y} \\ + \frac{\partial \mathbf{F}_s^T}{\partial y} H_2 \frac{\partial \mathbf{F}_b}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}_s^T}{\partial y} H_3 \frac{\partial \mathbf{F}_s}{\partial y} \\ \mathbf{F}_b^T H_0 \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_b^T H_0 \mathbf{F}_s \\ + \mathbf{F}_s^T H_0 \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_s^T H_0 \mathbf{F}_s \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Từ biểu thức biến phân công ngoại lực, luận án rút ra véc tơ tải trọng

nút của phần tử:

$$\mathbf{P}_e = \int_{\Omega_e} \left\{ (\mathbf{F}_b + \mathbf{F}_s)^T p_z l^2 \left[p_z \left(\frac{\partial^2 (\mathbf{F}_b + \mathbf{F}_s)^T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mathbf{F}_b + \mathbf{F}_s)^T}{\partial y^2} \right) + (\mathbf{F}_b + \mathbf{F}_s)^T \left(\frac{\partial^2 p_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_z}{\partial y^2} \right) \right] \right\} dx dy \quad (2.74)$$

Sau khi tập hợp ma trận khối lượng phần tử, ma trận độ cứng phần tử và véc tơ lực nút phần tử ta được phương trình chuyển động của tấm nano hữu cơ như sau:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{P} \quad (2.78)$$

trong đó $\mathbf{M} = \sum_e \mathbf{M}_e$, $\mathbf{C} = \sum_e \mathbf{C}_e$, $\mathbf{K} = \sum_e \mathbf{K}_e$, $\mathbf{P} = \sum_e \mathbf{P}_e$ lần lượt là ma trận khối lượng tổng thể, ma trận cản tổng thể, ma trận độ cứng tổng thể và véc tơ tải trọng nút tổng thể, còn $\ddot{\mathbf{q}} = \sum_e \ddot{\mathbf{q}}_e$, $\dot{\mathbf{q}} = \sum_e \dot{\mathbf{q}}_e$, $\mathbf{q} = \sum_e \mathbf{q}_e$ là véc tơ gia tốc nút tổng thể, véc tơ vận tốc nút tổng thể và véc tơ chuyển vị nút tổng thể của tấm nano hữu cơ.

2.4. Điều kiện biên

Xét tấm với các điều kiện liên kết khác nhau như liên kết tựa đơn (ký hiệu là S), liên kết ngàm (ký hiệu là C). Điều kiện biên với từng trường hợp cụ thể đối với trường hợp tấm chữ nhật như sau:

- *Tấm tựa đơn tại $x = 0$ và $x = a$ thì*

$$w_{bi} = 0, w_{si} = 0, \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} \right)_i = 0, \left(\frac{\partial w_s}{\partial y} \right)_i = 0 \quad (2.79)$$

- *Tấm tựa đơn tại $y = 0$ và $y = b$ thì*

$$w_{bi} = 0, w_{si} = 0, \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i = 0, \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i = 0 \quad (2.80)$$

- *Tấm ngàm tại $x = 0$ và $x = a$ thì*

$$w_{bi} = 0, w_{si} = 0, \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i = 0, \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i, \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} \right)_i = 0, \left(\frac{\partial w_s}{\partial y} \right)_i = 0 \quad (2.81)$$

- *Tấm ngàm tại $y = 0$ và $y = b$ thì*

$$w_{bi} = 0, w_{si} = 0, \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} \right)_i = 0, \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)_i, \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} \right)_i = 0, \left(\frac{\partial w_s}{\partial y} \right)_i = 0 \quad (2.82)$$

Nếu tấm có bốn cạnh tựa đơn thì ký hiệu là SSSS, nếu tấm có bốn cạnh ngàm thì ký hiệu là CCCC.

2.5. Kết luận chương 2

Trên cơ sở lý thuyết biến dạng cắt cải tiến, lý thuyết đàn hồi phi cục bộ và phương pháp phân tử hữu hạn tác giả đã xây dựng được ma trận độ cứng của tấm, ma trận khối lượng và véc tơ lực nút. Từ đó, sử dụng nguyên lý năng lượng toàn phần cực tiểu thiết lập được hệ phương trình chuyển động để giải bài toán tấm nano hữu cơ chịu tác dụng của tải trọng tĩnh và động.

Chương này cũng xác định các điều kiện biên cụ thể cho các mô hình liên kết khác nhau.

Các biểu thức xây dựng trong chương này là cơ sở khoa học để xây dựng thuật toán và chương trình tính giải bài toán tĩnh trong chương 3, bài toán dao động riêng và dao động cưỡng bức trong chương 4.

Các công thức trong chương 2, quan hệ ứng xử cơ học của tấm nano hữu cơ được tác giả công bố trong các bài báo thứ 1-5 (Danh mục công trình của tác giả).

CHƯƠNG 3. PHÂN TÍCH TĨNH TĨNH TẤM NANO HỮU CƠ CÓ XÉT ĐẾN HIỆU ỨNG KÍCH THƯỚC VÀ KHẢO SÁT ẢNH HƯỞNG CỦA MỘT SỐ YẾU TỐ

3.1. Thuật toán PTHH giải bài toán uốn tĩnh của tấm nano hữu cơ

Phương trình cân bằng đối với tấm nano hữu cơ chịu tải trọng tĩnh:

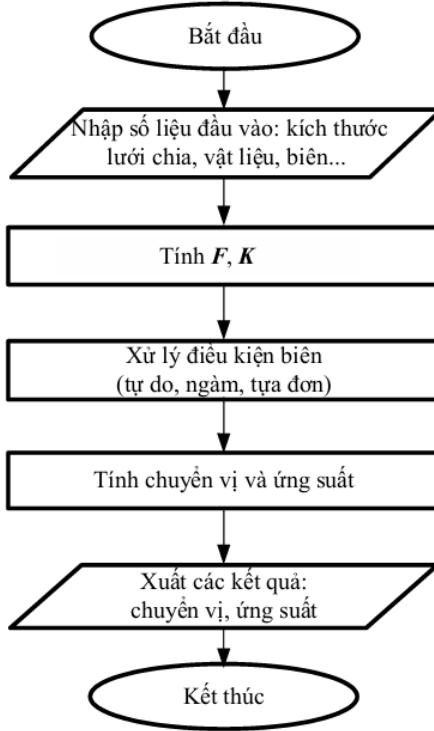
$$K \cdot q = P \quad (3.1)$$

Từ công thức (3.1) tính được véc tơ chuyển vị nút tổng thể của tấm:

$$q = K^{-1}P \quad (3.2)$$

Sơ đồ thuật toán giải bài toán tấm nano hữu cơ chịu tác dụng của tải trọng tĩnh như Hình 3.1. Trên cơ sở thuật toán trình bày ở trên tác giả đã xây dựng chương trình tính Solar_Nonlocal_Static_2025 (SNS_2025) trong môi trường Matlab để phân tích tĩnh tấm nano hữu cơ. Chương trình gồm ba mô đun chủ yếu sau:

- Mô đun nhập số liệu, chia lưới phân tử.
- Mô đun giải bài toán tĩnh cho tấm nano hữu cơ.
- Mô đun xuất kết quả.



Hình 3.1. Sơ đồ thuật toán giải bài toán tấm nano hữu cơ chịu tác dụng của tải trọng tĩnh.

3.2. Kiểm tra độ tin cậy của chương trình tính

Phần này sẽ đưa ra các ví dụ để kiểm tra độ chính xác của lý thuyết và chương trình tính toán bằng cả phương pháp giải tích và phương pháp phần tử hữu hạn. Dạng nghiệm Navier của phương trình (2.43) như sau:

$$w_b(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{bmn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.3)$$

$$w_s(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{smn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

trong đó m và n là các số tự nhiên, và W_{bmn} , W_{smn} là biên độ của các chuyển vị tương ứng. Tải trọng tác dụng lên tấm với biên độ P_{max} có biểu thức xác

định như sau:

$$p_z(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16P_{max}}{\pi^2 mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.4)$$

Thay các biểu thức (3.3) và (3.4) vào (2.43), thu được hệ phương trình chỉ gồm hai ẩn số là W_{bmn} và W_{smn} như sau:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_b \\ P_s \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Giải phương trình (3.5), sẽ thu được các biên độ W_{bmn} và W_{smn} :

$$\begin{Bmatrix} W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} P_b \\ P_s \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Thay (3.7) vào biểu thức (3.3), ta sẽ thu được chuyển vị uốn tĩnh.

Ví dụ kiểm chứng 1: Ví dụ này so sánh chuyển vị uốn tĩnh của tấm nano có xét đến ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước thông qua tham số phi cục bộ l . Tấm có $a = b = 10$ nm, h biến đổi từ $a/10$ đến $a/100$, $E = 30$ MPa, $\nu = 0.3$, $\rho = 1$, tải trọng phân bố đều $Q_0 = 1$, tấm tựa đơn trên các cạnh.

Chuyển vị không thứ nguyên lớn nhất được tính toán theo công thức $\tilde{w} = 10^3 h^3 w_{max} / (12(1-\nu^2)Q_0 a^4)$. Bảng 3.1 trình bày sự hội tụ của kết quả tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) đối với chuyển vị uốn tĩnh của tấm nano bằng cách tăng dần lưới chia phần tử của tấm với các tham số đàn hồi phi cục bộ khác nhau, kết quả trong bảng này chứng tỏ khi số lượng phần tử của lưới chia tăng lên, kết quả tính toán chuyển vị của tấm nano hội tụ, và với lưới chia 16×16 phần tử đảm bảo độ chính xác cần thiết khi so sánh với kết quả tính bằng phương pháp giải tích dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc ba trong tài liệu [45], do vậy các tính toán dưới đây sẽ sử dụng lưới chia này để tính toán.

Bảng 3.2 trình bày kết quả so sánh chuyển vị lớn nhất với các tham số phi cục bộ khác nhau và tham số chiều dày khác nhau, kết quả tính toán này chứng tỏ các kết quả tính toán bằng phương pháp giải tích và phương pháp

phần tử hữu hạn rất gần nhau và gần với kết quả đã công bố trong tài liệu [45], sự khác biệt ở đây là do lý thuyết tính toán của tài liệu [45] dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc ba, còn trường chuyển vị trong luận án dựa trên lý thuyết biến dạng cắt kiểu mới.

Bảng 3.1. Sự hội tụ của chuyển vị lớn nhất w của tấm nano chịu tác dụng của tải trọng tĩnh, $a/h = 10$, [45] sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc ba

| l (nm) | Kết quả của luận án sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với lưới chia khác nhau | | | | | | Kết quả giải tích [45] |
|---------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| | 6×6 | 10×10 | 14×14 | 16×16 | 18×18 | 20×20 | |
| f_z là hàm đa thức | | | | | | | |
| 0 | 4.394 | 4.314 | 4.292 | 4.287 | 4.283 | 4.281 | 4.185 |
| 0.5 | 4.583 | 4.506 | 4.484 | 4.478 | 4.475 | 4.472 | 4.560 |
| 1 | 5.151 | 5.081 | 5.059 | 5.053 | 5.049 | 5.046 | 4.936 |
| f_z là hàm sin | | | | | | | |
| 0 | 4.393 | 4.313 | 4.292 | 4.286 | 4.283 | 4.280 | 4.185 |
| 0.5 | 4.583 | 4.505 | 4.483 | 4.478 | 4.474 | 4.472 | 4.560 |
| 1 | 5.152 | 5.081 | 5.058 | 5.052 | 5.049 | 5.046 | 4.936 |
| f_z là hàm sin hyperbol | | | | | | | |
| 0 | 4.394 | 4.314 | 4.292 | 4.287 | 4.283 | 4.281 | 4.185 |
| 0.5 | 4.583 | 4.506 | 4.484 | 4.478 | 4.475 | 4.472 | 4.560 |
| 1 | 5.151 | 5.081 | 5.059 | 5.053 | 5.049 | 5.046 | 4.936 |

Bảng 3.2. So sánh chuyển vị không thứ nguyên w của tấm nano với các kết quả giải tích, [45] sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc ba

| l (nm) | Luận án | | | | | | Kết quả giải tích [45] |
|----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| | LA1 | LA2 | LA3 | LA4 | LA5 | LA6 | |
| $a/h=10$ | | | | | | | |
| 0 | 4.261 | 4.261 | 4.261 | 4.287 | 4.286 | 4.287 | 4.185 |

| | | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.5 | 4.447 | 4.446 | 4.447 | 4.478 | 4.478 | 4.478 | 4.560 |
| 1 | 5.004 | 5.003 | 5.004 | 5.053 | 5.052 | 5.053 | 4.936 |
| $a/h=50$ | | | | | | | |
| 0 | 4.063 | 4.063 | 4.063 | 4.085 | 4.085 | 4.085 | 4.015 |
| 0.5 | 4.244 | 4.244 | 4.244 | 4.269 | 4.269 | 4.269 | 4.377 |
| 1 | 4.786 | 4.786 | 4.786 | 4.823 | 4.823 | 4.823 | 4.740 |
| $a/h=100$ | | | | | | | |
| 0 | 4.057 | 4.057 | 4.057 | 4.078 | 4.078 | 4.078 | 4.010 |
| 0.5 | 4.237 | 4.237 | 4.237 | 4.263 | 4.263 | 4.263 | 4.372 |
| 1 | 4.779 | 4.779 | 4.779 | 4.816 | 4.816 | 4.816 | 4.734 |

Ghi chú: LA1: Lời giải dạng giải tích, f_z là hàm đa thức; LA2: Lời giải dạng giải tích, f_z là hàm sin; LA3: Lời giải dạng giải tích, f_z là hàm sin hyperbol; LA4: Lời giải FEM, f_z là hàm đa thức; LA5: Lời giải FEM, f_z là hàm sin; LA6: Lời giải FEM, f_z là hàm sin hyperbol

3.3. Khảo sát ảnh hưởng của một số tham số đến đáp ứng uốn tĩnh của tấm nano hữu cơ

Tấm nano có các tham số a , b , h , tỷ lệ a/b thay đổi từ 1 đến 4, tỷ lệ chiều dày a/h thay đổi từ 10 đến 50. Tấm gồm 5 lớp vật liệu, tổng chiều dày là $h = 0.55044$ nm, mỗi lớp có chiều dày là h_i , chiều dày các lớp tương ứng là 550:0.120:0.050:0.170:0.100. Các đặc trưng cơ tính của từng lớp được cho như trong bảng 3.5, tải trọng phân bố đều có cường độ là P_{max} .

Bảng 3.5. Các đặc trưng cơ tính từng lớp vật liệu của nano hữu cơ [48]

| Thứ tự lớp | Tên gọi | Mô đun đàn hồi (GPa) | Hệ số Poát xông | Khối lượng riêng (kg/m^3) |
|------------|---------------|----------------------|-----------------|--------------------------------------|
| 1 | Glass | 69 | 0.23 | 2400 |
| 2 | ITO | 116 | 0.35 | 7120 |
| 3 | PEDOT: PSS | 2.3 | 0.4 | 1000 |
| 4 | P3HT: | 6 | 0.23 | 1200 |

| | PCBM | | | |
|---|----------|----|------|------|
| 5 | Aluminum | 70 | 0.35 | 2601 |

Hai tham số được tính toán và khảo sát đối với bài toán uốn tĩnh là

chuyển vị và ứng suất của điểm giữa tấm: $w^* = \frac{10h_0^3 E_{glass}}{P_{max} a^4} w \left(x = \frac{a}{2}, y = \frac{b}{2} \right)$;

$\sigma_x^* = \frac{h_0}{P_{max} a} \sigma_x \left(x = \frac{a}{2}, y = \frac{b}{2}, z = \frac{h}{2} \right)$, trong đó $h_0 = 1$ nm. Để thấy rõ ảnh

hưởng của hiệu ứng kích thước nhỏ đến đáp ứng của tấm nano hữu cơ, nghiên cứu này tính toán sự khác biệt giữa trường hợp bỏ qua tham số đàn hồi phi cục bộ l_i và trường hợp có tính đến tham số đàn hồi phi cục bộ l_i , công thức tính toán sự khác biệt này như sau:

$$Diff_w = \frac{w^*(l_i \neq 0)}{w^*(l_i = 0)}; Diff_\sigma = \frac{\sigma_x^*(l_i \neq 0)}{\sigma_x^*(l_i = 0)}; Diff_\omega = \frac{\omega_i^*(l_i \neq 0)}{\omega_i^*(l_i = 0)} \quad (3.9)$$

- Ảnh hưởng của chiều dày tấm và tham số đàn hồi phi cục bộ

Luận án cho tham số phi cục bộ của mỗi lớp l_i biến đổi từ 0 đến $2h_i$, tỷ lệ chiều dài và chiều dày của tấm biến đổi từ 10 đến 50, kết quả tính toán được thể hiện như trong các bảng 3.6 và 3.7. Các nhận xét được rút ra:

+ Nếu tham số đàn hồi phi cục bộ l_i có giá trị càng lớn thì cả chuyển vị và ứng suất của tấm nano hữu cơ có giá trị càng lớn, điều này chứng tỏ tham số đàn hồi phi cục bộ đã làm giảm độ cứng của tấm nano hữu cơ.

+ Các kết quả tính toán bằng cả phương pháp giải tích và phương pháp phần tử hữu hạn với ba lý thuyết tấm khác nhau đều cho các kết quả gần giống nhau, điều này chứng tỏ rằng có thể dùng phương pháp tính giải tích hoặc phương pháp số để giải quyết bài toán uốn của tấm nano hữu cơ.

Hình 3.2 là đồ thị biểu diễn sự khác biệt của chuyển vị và ứng suất theo tỷ lệ l_i/h ứng với ba giá trị của tỷ lệ chiều dài và chiều dày a/h , khi tỷ lệ $a/h = 10$, thì sự sai lệch của chuyển vị và ứng suất (giữa hai trường hợp tính đến tham số phi cục bộ và bỏ qua tham số phi cục bộ l_i) càng rõ rệt khi tỷ lệ l_i/h nhận giá trị càng lớn. Tuy nhiên đối với trường hợp $a/h = 50$ thì sự sai lệch giữa hai trường hợp này lại không rõ rệt (sai lệch lớn nhất của chuyển vị không vượt quá 3% ứng với $l_i/h_i = 2$), điều này cũng có nghĩa rằng nếu không yêu cầu độ chính xác quá cao thì có thể bỏ qua ảnh hưởng của tham

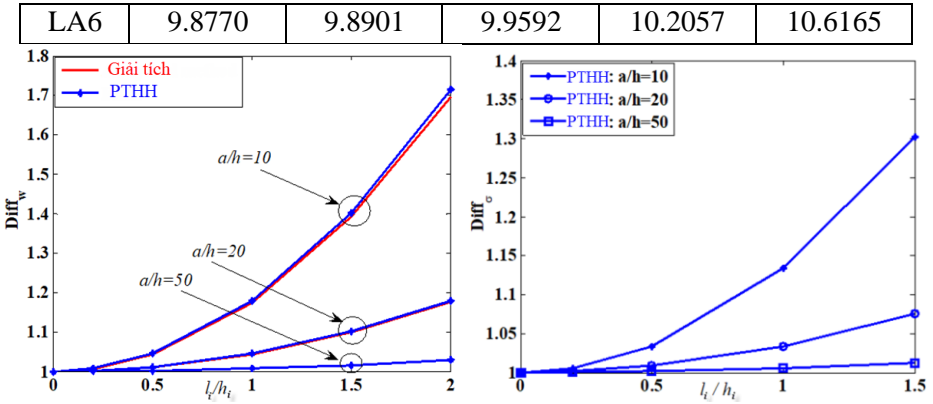
số đàn hồi phi cục bộ, và sẽ đơn giản tính toán hơn rất nhiều.

Bảng 3.6. Chuyển vị uốn w^* phụ thuộc tỷ lệ a/h và tham số phi cục bộ l_i

| l_i/h_i | 0 | 0.2 | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $a = 10h$ | | | | | | |
| LA1 | 2.9347 | 2.9552 | 3.0625 | 3.4458 | 4.0847 | 4.9791 |
| LA2 | 2.9345 | 2.9550 | 3.0623 | 3.4456 | 4.0845 | 4.9788 |
| LA3 | 2.9347 | 2.9552 | 3.0625 | 3.4458 | 4.0847 | 4.9791 |
| LA4 | 2.9068 | 2.9276 | 3.0365 | 3.4257 | 4.0742 | 4.9822 |
| LA5 | 2.9066 | 2.9273 | 3.0363 | 3.4253 | 4.0737 | 4.9815 |
| LA6 | 2.9068 | 2.9276 | 3.0365 | 3.4257 | 4.0742 | 4.9822 |
| $a = 20h$ | | | | | | |
| LA1 | 2.8375 | 2.8425 | 2.8689 | 2.9629 | 3.1196 | 3.3389 |
| LA2 | 2.8375 | 2.8425 | 2.8688 | 2.9628 | 3.1195 | 3.3389 |
| LA3 | 2.8375 | 2.8425 | 2.8689 | 2.9629 | 3.1196 | 3.3389 |
| LA4 | 2.8091 | 2.8141 | 2.8406 | 2.9354 | 3.0933 | 3.3144 |
| LA5 | 2.8090 | 2.8141 | 2.8406 | 2.9354 | 3.0933 | 3.3144 |
| LA6 | 2.8091 | 2.8141 | 2.8406 | 2.9354 | 3.0933 | 3.3144 |

Bảng 3.7. Ứng suất σ_x^* phụ thuộc tỷ lệ a/h và tham số đàn hồi phi cục bộ l_i

| l_i/h_i | 0 | 0.2 | 0.5 | 1.0 | 1.5 |
|-----------|--------|--------|--------|---------|---------|
| $a = 10h$ | | | | | |
| LA1 | 4.8630 | 4.8818 | 4.9804 | 5.3327 | 5.9200 |
| LA2 | 4.8643 | 4.8831 | 4.9816 | 5.3333 | 5.9196 |
| LA3 | 4.8628 | 4.8816 | 4.9803 | 5.3327 | 5.9200 |
| LA4 | 4.9602 | 4.9868 | 5.1267 | 5.6263 | 6.4590 |
| LA5 | 4.9621 | 4.9887 | 5.1287 | 5.6285 | 6.4615 |
| LA6 | 4.9600 | 4.9867 | 5.1265 | 5.6261 | 6.4587 |
| $a = 20h$ | | | | | |
| LA1 | 9.6945 | 9.7041 | 9.7544 | 9.9340 | 10.2334 |
| LA2 | 9.6952 | 9.7048 | 9.7550 | 9.9346 | 10.2339 |
| LA3 | 9.6945 | 9.7040 | 9.7543 | 9.9340 | 10.2334 |
| LA4 | 9.8771 | 9.8902 | 9.9593 | 10.2059 | 10.6170 |
| LA5 | 9.8781 | 9.8913 | 9.9606 | 10.2084 | 10.6213 |



Hình 3.2 Biểu đồ biểu diễn sai số của chuyển vị và ứng suất phụ thuộc l_i/h_i ứng với các trường hợp của tỷ lệ $a/h, f_z$ là hàm đa thức, $a/b=1$

- Ảnh hưởng của tỷ lệ chiều dài b/a và tham số đàn hồi phi cục bộ

Bảng 3.8 và 3.9 thể hiện chuyển vị và ứng suất của tấm nano hữu cơ với trường hợp tỷ lệ chiều dài các cạnh tấm b/a và tỷ lệ l_i/h_i nhận các giá trị khác nhau. Các kết quả tính toán thể hiện rằng:

Với các giá trị của tỷ lệ b/a khác nhau thì khi giá trị của tham số đàn hồi phi cục bộ l_i càng lớn, thì sự sai lệch giữa chuyển vị và ứng suất của tấm nano hữu cơ so với trường hợp tính theo lý thuyết cổ điển. Điều này tiếp tục khẳng định rằng không thể bỏ qua ảnh hưởng của tham số đàn hồi phi cục bộ khi tính toán đối với tấm nano hữu cơ. Kết quả tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn và phương pháp giải tích với cả ba lý thuyết biến dạng cắt đều cho kết quả rất gần nhau.

Trên hình 3.3 trình bày kết quả tính toán sai khác ứng suất và chuyển vị theo tỷ lệ l_i/h_i , sự sai lệch này tăng dần khi tăng giá trị của tham số đàn hồi phi cục bộ l_i , và sự sai lệch này giảm dần khi tỷ lệ b/a tăng dần. Như vậy sự sai lệch ứng suất và chuyển vị trong trường hợp có tính đến lý thuyết đàn hồi phi cục bộ và tính theo lý thuyết cổ điển phụ thuộc vào cả tỷ lệ chiều dài các cạnh của tấm và tỷ lệ chiều dài so với chiều dày của tấm nano hữu cơ.

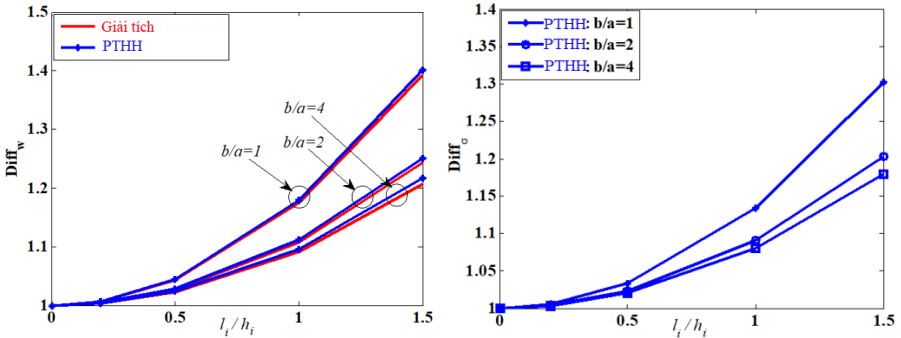
Bảng 3.8. Chuyển vị uốn w^* của tấm nano phụ thuộc tỷ lệ $b/a, a/h=10$

| l_i/h_i | 0 | 0.2 | 0.5 | 1.0 | 1.5 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $b = a$ | | | | | |
| LA1 | 2.9347 | 2.9552 | 3.0625 | 3.4458 | 4.0847 |
| LA2 | 2.9345 | 2.9550 | 3.0623 | 3.4456 | 4.0845 |

| | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|
| LA3 | 2.9347 | 2.9552 | 3.0625 | 3.4458 | 4.0847 |
| LA4 | 2.9068 | 2.9276 | 3.0365 | 3.4257 | 4.0742 |
| LA5 | 2.9066 | 2.9273 | 3.0363 | 3.4253 | 4.0737 |
| LA6 | 2.9068 | 2.9276 | 3.0365 | 3.4257 | 4.0742 |

Bảng 3.9. Ứng suất σ_x^* phụ thuộc tỷ lệ b/a và tham số đàn hồi phi cục bộ l_i

| l_i/h_i | LA1 | LA2 | LA3 | LA4 | LA5 | LA6 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $b = a$ | | | | | | |
| 1.5 | 5.9200 | 5.9196 | 5.9200 | 6.4590 | 6.4615 | 6.4587 |
| 1.0 | 5.3327 | 5.3333 | 5.3327 | 5.6263 | 5.6285 | 5.6261 |
| 0.5 | 4.9804 | 4.9816 | 4.9803 | 5.1267 | 5.1287 | 5.1265 |
| 0.2 | 4.8818 | 4.8831 | 4.8816 | 4.9868 | 4.9887 | 4.9867 |
| 0 | 4.8630 | 4.8643 | 4.8628 | 4.9602 | 4.9621 | 4.9600 |



Hình 3.3. Biểu đồ biểu diễn sai số của ứng suất và chuyển vị theo tỷ lệ l_i/h_i ứng với các trường hợp của tỷ lệ b/a , f_z là hàm đa thức, $a/h=10$

3.5. Kết luận chương 3

Chương 3 đã giải quyết những nội dung chủ yếu sau:

Tác giả đã xây dựng được thuật toán phân tử hữu hạn và chương trình Solar_Nonlocal_Static_2025 (SNS_2025) tính toán tấm nano hữu cơ có tính đến hiệu ứng kích thước. Tác giả cũng đưa ra lời giải dạng Navier để kiểm chứng với lời giải bằng phương pháp phân tử hữu hạn. Kết quả tính toán của phương pháp phân tử hữu hạn được so sánh với các kết quả tính bằng phương pháp giải tích và với các kết quả đã công bố cho thấy độ chính xác và tin cậy.

Qua các kết quả khảo sát, luận án nhận thấy tùy thuộc vào thông số hình học của tấm, ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước (thông qua tham số đàn hồi phi cục bộ) sẽ khác nhau. Do đó, khi thiết kế tấm nano hữu cơ sử dụng

cho những yêu cầu đặc biệt người kỹ sư cần lưu ý những vấn đề trên để kết cấu hoạt động đạt được hiệu quả cao.

Nội dung của chương này đã được công bố trong bài báo thứ 1 (Danh mục công trình của tác giả).

CHƯƠNG 4. PHÂN TÍCH ĐÁP ỨNG ĐỘNG CỦA TẮM NANO HỮU CƠ CÓ XÉT ĐẾN ẢNH HƯỞNG CỦA HIỆU ỨNG KÍCH THƯỚC VÀ KHẢO SÁT ẢNH HƯỞNG CỦA MỘT SỐ YẾU TỐ

4.1. Bài toán dao động riêng

Phương trình dao động tự do không cản của tấm như sau:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

Để tìm tần số dao động tự do và các dạng dao động riêng tương ứng của tấm nano hữu cơ, giả thiết nghiệm của (4.1) có dạng: $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \sin(\omega t)$, trong đó \mathbf{q}_0 là biên độ và ω là tần số dao động của tấm. Từ đó phương trình dao động tự do (4.1) dẫn tới bài toán trị riêng có dạng như sau:

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2)\mathbf{q}_0 = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

Phương trình (4.2) là hệ phương trình tuyến tính thuần nhất và có nghiệm không tầm thường $\mathbf{q}_0 \neq \mathbf{0}$ khi và chỉ khi định thức của ma trận $(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2)$ bằng không:

$$\det(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2) = 0 \quad (4.3)$$

Giải phương trình (4.3) ta tìm được N giá trị tần số riêng ω_i của kết cấu. Tương ứng với mỗi tần số riêng ω_i thay vào phương trình (4.2) ta tìm được véc tơ riêng \mathbf{q}_i tương ứng.

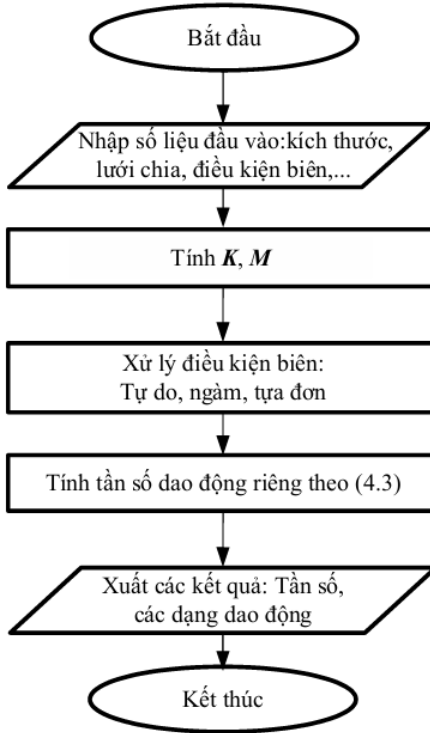
Sơ đồ thuật toán giải bài toán dao động riêng tấm nano hữu cơ được thể hiện như Hình 4.1.

Trên cơ sở thuật toán trình bày ở trên tác giả đã xây dựng bộ chương trình tính Solar_Nonlocal_Freevibration_2025 (SNF_2025).

Đối với bài toán dao động riêng, từ phương trình (2.43), không xét đến vế phải và bỏ qua cản, luận án sử dụng dạng nghiệm Navier như sau:

$$w_b(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{bmn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (4.4)$$

$$w_s(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{smn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i\omega t}$$



Hình 4.1. Sơ đồ giải thuật giải quyết bài toán dao động riêng tấm nano hữu cơ

trong đó m và n là các số tự nhiên, và W_{bmn} , W_{smn} là biên độ của các chuyển vị tương ứng, $i^2 = -1$, ω là tần số dao động của tấm. Thay các biểu thức (4.4) vào (2.43), ta thu được hệ phương trình như sau:

$$\begin{bmatrix} K_{11} - M_{11} & K_{12} - M_{12} \\ K_{21} - M_{21} & K_{22} - M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

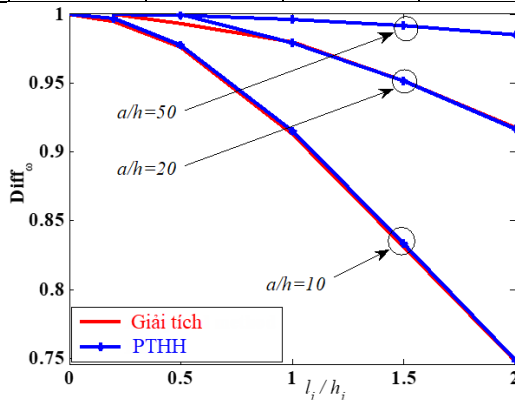
Giải phương trình (4.5), ta sẽ thu được các tần số dao động riêng và các dạng riêng tương ứng. Luận án sử dụng dạng nghiệm gồm ba số hạng đầu tiên.

Bảng 4.3 trình bày kết quả tính toán tần số dao động riêng đầu tiên của tấm nano hữu cơ, bằng việc nhìn vào các số liệu này, chúng ta thấy rằng khi tăng tỷ lệ l_i/h_i thì tần số dao động riêng của tấm giảm xuống, và khi tấm càng mỏng (thể hiện ở tỷ lệ a/h càng lớn) thì sự giảm của tần số dao động riêng đầu tiên của tấm càng không rõ rệt. Hình 4.2 thể hiện sự khác biệt của tần số dao động riêng đầu tiên trong trường hợp tính đến ảnh hưởng của tham số đàn hồi phi cục bộ và bỏ qua ảnh hưởng của tham số này, người ta thấy rằng

khi tấm càng mỏng (tức tỷ lệ a/h càng lớn) thì sự khác biệt tần số dao động riêng đầu tiên giữa hai trường hợp này là càng nhỏ, ví dụ như trường hợp $a/h=50$, sự khác biệt giữa hai trường hợp là chưa đến 4%, nếu không cần độ chính xác cao, có thể không cần tính đến ảnh hưởng của tham số đàn hồi phi cục bộ l_i . Nhưng với tỷ lệ $a/h=10$, có thể thấy rằng khi tỷ lệ l_i/h_i càng lớn thì việc bỏ qua ảnh hưởng của tham số đàn hồi phi cục bộ l_i sẽ không còn chính xác khi tính toán dao động riêng của tấm nano hữu cơ.

Bảng 4.3. Tần số dao động riêng đầu tiên ω_1^* của tấm nano hữu cơ phụ thuộc vào a/h và tham số đàn hồi phi cục bộ, $b/a = 1$, $\omega_1^* = \omega_1 h \sqrt{\rho_{glass} / E_{glass}}$

| l_i/h_i | LA1 | LA2 | LA3 | LA4 | LA5 | LA6 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $a=10h$ | | | | | | |
| 2.0 | 0.0430 | 0.0430 | 0.0430 | 0.0423 | 0.0423 | 0.0423 |
| 1.5 | 0.0478 | 0.0478 | 0.0478 | 0.0471 | 0.0471 | 0.0471 |
| 1.0 | 0.0525 | 0.0525 | 0.0525 | 0.0517 | 0.0517 | 0.0517 |
| 0.5 | 0.0561 | 0.0561 | 0.0561 | 0.0552 | 0.0552 | 0.0552 |
| $a=20h$ | | | | | | |
| 2.0 | 0.0133 | 0.0133 | 0.0133 | 0.0132 | 0.0132 | 0.0132 |
| 1.5 | 0.0138 | 0.0138 | 0.0138 | 0.0137 | 0.0137 | 0.0137 |
| 1.0 | 0.0142 | 0.0142 | 0.0142 | 0.0141 | 0.0141 | 0.0141 |
| 0.5 | 0.0144 | 0.0144 | 0.0144 | 0.0144 | 0.0144 | 0.0144 |



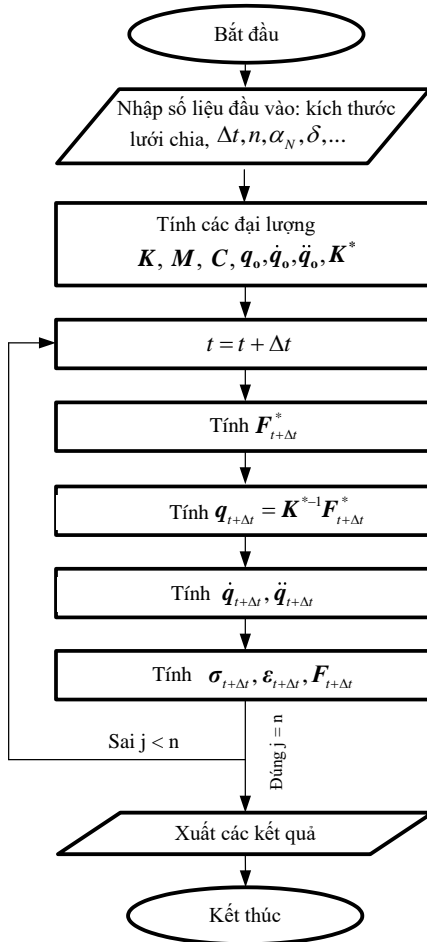
Hình 4.2. Sự khác biệt của tần số dao động riêng đầu tiên trong trường hợp có tính đến ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước và trường hợp bỏ qua hiệu ứng kích thước, f_z là hàm đa thức

4.2. Bài toán dao động cưỡng bức

Phương trình dao động cưỡng bức có cản của tấm nano hữu cơ như (2.78) được viết lại như sau:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F \quad (4.7)$$

Để giải phương trình (4.7), luận án sử dụng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark và xây dựng bộ chương trình tính Solar_Nonlocal_Dynamic_2025 (SND_2025), sơ đồ giải thuật như hình 4.6



Hình 4.6. Sơ đồ thuật toán giải đối với bài toán dao động cưỡng bức cho tấm nano hữu cơ.

Tấm chịu tải trọng phân bố đều và biến đổi theo quy luật: $p_z = P_0 \cdot F(t)$, trong đó P_0 là biên độ tải trọng, còn hàm $F(t)$ biến đổi theo thời gian và có hai dạng sau: Tải trọng dạng hình sin:

$$F(t) = \begin{cases} \sin\left(\omega \frac{t}{t_1}\right) & 0 \leq t \leq t_1; \\ 0 & t > t_1 \end{cases} \quad t_1 = 5 \text{ ms};$$

$$\text{Tải trọng dạng hình tam giác: } F(t) = \begin{cases} 1 - \frac{t}{t_1} & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases}$$

Thông số tính toán là chuyển vị tại giữa tấm: $w^* = \frac{E_{Al} h^3}{12 P_0 a_0^4} w\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$; $a_0 = 10h$.

Trong các kết quả tính toán dưới đây, chiều dày h của tấm không thay đổi $h = 0.55044 \text{ nm}$, tại mỗi ví dụ số dưới đây tham số chiều dài cạnh tấm a , b có thể thay đổi.

Tham số cản của tấm nano hữu cơ được tính theo công thức không thứ nguyên của tham số đàn nhớt $\alpha = \frac{\chi}{E_{Al}}$, trong trường hợp tổng quát, tham số cản này phụ thuộc vào đặc trưng từng loại vật liệu, và cần phải có thí nghiệm để xác định chính xác hệ số này. Tuy nhiên, để thuận lợi cho quá trình tính toán, luận án chỉ xem xét trường hợp tham số cản không thay đổi trong tất cả các lớp vật liệu, giá trị của nó được lấy trong phạm vi từ 0 đến 10^{-4} .

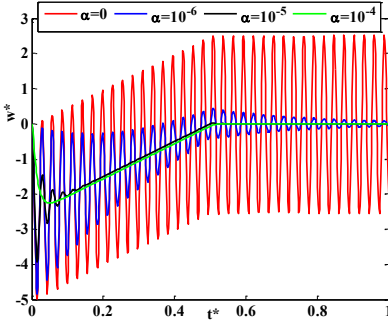
- Ảnh hưởng của tham số cản

Sự biến đổi của chuyển vị giữa tấm theo thời gian tương ứng với các giá trị khác nhau của hệ số cản được thể hiện như trên các hình 4.9-4.12, một số nhận xét được rút ra như sau:

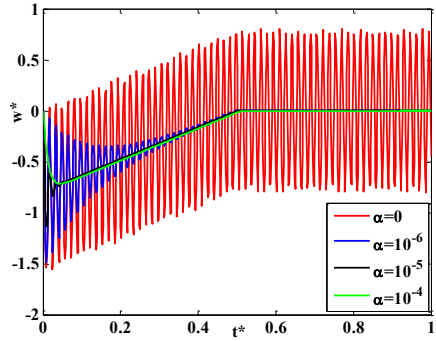
- Trong trường hợp bỏ qua cản, khi ngoại lực ngừng tác dụng thì tấm sẽ tiếp tục dao động tự do và không bị tắt dần. Nhưng khi xét đến cản của kết cấu thì khi ngoại lực ngừng tác dụng, dao động của tấm sẽ giảm dần. Khi tăng hệ số cản, chuyển vị sẽ tiến dần về 0 nhanh hơn, điều này là do năng lượng dao động của tấm bị tiêu hao bởi cản sẽ nhanh hơn. Và với tham số cản $\alpha = 10^{-4}$ thì dao động của tấm nano tắt dần nhanh sau khi ngoại lực ngừng tác dụng, do vậy có thể xem giá trị của tham số cản nằm trong khoảng giá trị $0-10^{-4}$ là vùng giá trị của tham số cản đối với tấm nano hữu cơ có các đặc trưng hình học và vật liệu như trong luận án đã xét.

- Trong quá trình dao động cưỡng bức (lực kích thích vẫn còn tác dụng): hệ số cản càng lớn thì chuyển vị lớn nhất của tấm càng nhỏ, điều này

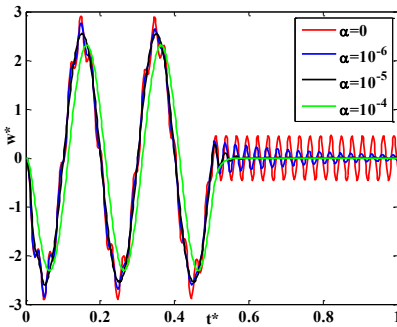
cũng là do năng lượng bị tiêu hao một phần bởi cản của kết cấu.



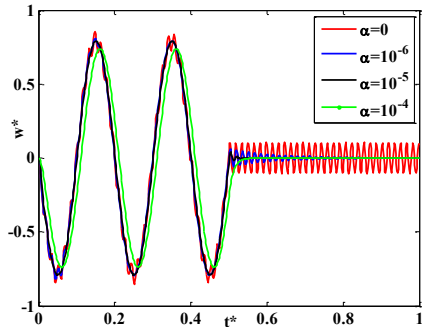
Hình 4.9. Sự biến đổi của chuyển vị theo thời gian SSSS, tải tam giác, f_z là hàm đa thức, $l_i/h_i = 1$, $a/h=50$, $t^*=t/2t_1$



Hình 4.10. Sự biến đổi của chuyển vị theo thời gian CCCC, tải tam giác, $l_i/h_i = 1$, $a/h=50$



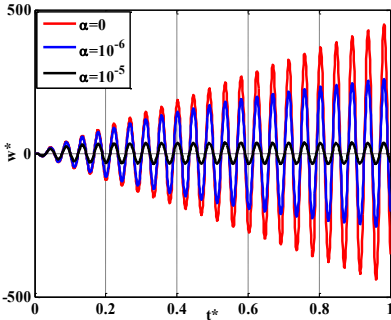
Hình 4.11. Sự thay đổi của chuyển vị theo thời gian SSSS, tải hình sin, $l_i/h_i = 1$, $\omega = 5\pi$, $a/h=50$, $t^*=t/2t_1$



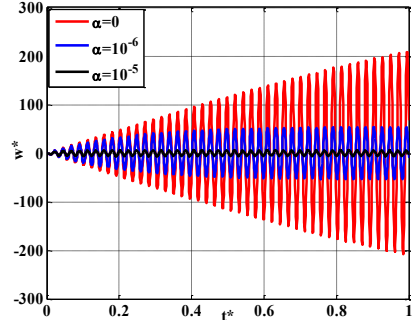
Hình 4.12. Sự biến đổi của chuyển vị theo thời gian CCCC, tải hình sin, $l_i/h_i = 1$, $\omega = 5\pi$, $a/h=50$

- Ảnh hưởng của tần số tải trọng tác dụng lên tấm

Khi tần số ngoại lực đúng bằng tần số dao động tự do của tấm, chuyển vị lớn nhất của tấm tăng dần theo thời gian, đây chính là hiện tượng cộng hưởng đối với tấm nano hữu cơ. Hệ số cản càng lớn, thì chuyển vị cộng hưởng càng chậm, điều này là do năng lượng của tấm nano hữu cơ bị mất mát càng lớn.



Hình 4.21. Sự biến đổi của chuyển vị theo thời gian và hệ số cản α , SSSS, tải hình sin, $l_i/h_i = 1$, $\omega = \omega_1 t_1$, $b/a = 2$, $a/h = 50$



Hình 4.22. Sự biến đổi của chuyển vị theo thời gian và hệ số cản α , CCCC, tải hình sin, $l_i/h_i = 1$, $\omega = \omega_1 t_1$, $b/a = 2$, $a/h = 50$

4.5. Kết luận chương 4

Kết quả chương 4 đã giải quyết những nội dung chủ yếu sau

Đã xây dựng được chương trình máy tính để phân tích dao động riêng của tấm nano hữu cơ Solar_Nonlocal_Freevibration_2025 (SNF_2025). Chương trình kiểm chứng với các kết quả đã công bố cho thấy độ tin cậy.

Luận án đã chỉ ra ảnh hưởng của tham số đàn hồi phi cục bộ và chiều dày tấm đến tần số dao động riêng của tấm nano hữu cơ khi sử dụng cả lời giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn và lời giải bằng phương pháp giải tích. Kết quả tính toán cho thấy đối với tấm dày ($a/h=10$) thì ảnh hưởng của tham số đàn hồi phi cục bộ thể hiện rõ rệt, tuy nhiên với tấm mỏng ($a/h=50$) thì ảnh hưởng của tham số này rất mờ nhạt, do vậy nếu không yêu cầu quá cao về độ chính xác thì có thể bỏ qua tham số đàn hồi phi cục bộ khi tính toán cho tấm nano mỏng.

Luận án đã xây dựng được chương trình tính toán phân tích dao động cưỡng bức cho tấm nano hữu cơ chịu tác dụng tải trọng động Solar_Nonlocal_Dynamic_2025 (SND_2025) có độ chính xác và tin cậy tốt.

Luận án đã khảo sát ảnh hưởng của một số tham số hình học, vật liệu, ngoại lực ảnh hưởng đến đáp ứng động lực học của tấm nano hữu cơ. Kết quả tính toán cho thấy có một số tham số ảnh hưởng lớn như tỷ lệ chiều dài các cạnh của tấm, hệ số cản, tần số của ngoại lực kích động. Qua các kết quả tính toán, luận án nhận thấy vùng giá trị của tham số cản là từ $0-10^{-4}$ khi tính

toán đối với tấm nano hữu cơ gồm các đặc trưng hình học và vật liệu như trong luận án đề xuất. Do đó, khi thiết kế tấm nano hữu cơ sử dụng cho những yêu cầu cụ thể, người kỹ sư cần lưu ý những vấn đề trên để kết cấu hoạt động đạt được hiệu quả cao.

Kết quả tính toán trong chương này đã được NCS thể hiện trong các bài báo số 1 và 2 (Danh mục công trình của tác giả).

KẾT LUẬN

Luận án có những đóng góp mới nổi bật sau

1. Đã thiết lập mô hình, xây dựng phương trình cân bằng cho tấm nano hữu cơ trong trường hợp tổng quát cũng như trong bài toán uốn khi chịu tải trọng tĩnh, dao động tự do và dao động cưỡng bức trong trường hợp có kể đến hiệu ứng kích thước nhỏ.

2. Sử dụng phương pháp PTHH, lý thuyết đàn hồi phi cục bộ xây dựng thuật toán giải bài toán uốn tĩnh, dao động tự do và dao động cưỡng bức của tấm nano hữu cơ có xét đến hiệu ứng kích thước. Kết quả cho thấy sự khác biệt khi sử dụng lý thuyết đàn hồi phi cục bộ (xem xét ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước nhỏ) và lý thuyết đàn hồi thông thường (Bỏ qua ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước nhỏ).

3. Xây dựng bộ chương trình SNS_2025, SNF_2025, SND_2025 tính chuyển vị, ứng suất trong trường hợp tấm nano chịu tải trọng tĩnh, tần số dao động tự do, chuyển vị cưỡng bức đối với tấm nano hữu cơ gồm năm lớp vật liệu có xét đến ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước nhỏ. Chương trình đã được kiểm chứng sự chính xác và tin cậy.

4. Đã nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số như hệ số đàn hồi phi cục bộ, kích thước hình học, hệ số cản, điều kiện biên, tần số kích động đến đáp ứng uốn, dao động tự do, dao động cưỡng bức của tấm nano hữu cơ có xét đến hiệu ứng kích thước. Các kết quả tính toán cho thấy ảnh hưởng của hiệu ứng kích thước trở lên đáng kể khi tấm có chiều dày lớn, khi tấm càng mỏng thì hiệu ứng kích thước càng trở nên mờ nhạt.

5. Bộ số liệu tính toán của luận án có thể tham chiếu khi thiết kế kết cấu dạng tấm nano hữu cơ chịu các loại tải trọng tĩnh, tải trọng động như các bộ tích trữ năng lượng cỡ nhỏ, cảm biến, chip điện tử, sensor.

DANH MỤC CÁC BÀI BÁO ĐÃ XUẤT BẢN

LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

- 1. Dao Minh Tien**, Do Van Thom, Phung Van Minh, Nguyen Chi Tho, Tran Ngoc Doan, Dao Nhu Mai (2023). The application of the nonlocal theory and various shear strain theories for bending and free vibration analysis of organic nanoplates. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, vol. 52 (1), pp. 588-610. <https://doi.org/10.1080/15397734.2023.2186893>. (ISI).
- 2. Dao Minh Tien**, Do Van Thom, Nguyen Thi Hai Van, Abdelouahed Tounsi, Phung Van Minh, Dao Nhu Mai, 2023, Buckling and forced oscillation of organic nanoplates taking the structural drag coefficient into account. *Computers and Concrete*, vol. 33 (1), pp. 91-102. <https://doi.org/10.12989/cac.2024.33.1.091>. (ISI).
- Nguyen Chi Tho, **Dao Minh Tien**, Do Van Thom, Phung Van Minh, Dao Van Doan (2024). A new approach to the static bending problem of organic nanoplates. *Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 239 (8), pp. 3052-3064. <https://doi.org/10.1177/09544062241306986> (ISI).
- 4. Dao Minh Tien**, Nguyen Thi Cam Nhung, Do Van Thom, Ta Duc Tam (2023). Thermal buckling of organic nanoplates. The 7th International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA 2023), Hanoi, November, 11÷12, 2023.
- 5. Dao Minh Tien**, Đỗ Văn Thom, Phùng Văn Minh, Phạm Huy Hiếu (2024). Bending and buckling responses of organic nanoplates considering the size effect. *Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải*, số. 75(7), tr. 2015-2029. <https://doi.org/10.47869/tcsj.75.7.1>