

**BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO**

**VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM**

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ



Đào Thị Bích Thảo

**PHÁT HIỆN HƯ HỎNG CỦA KẾT CẤU DẠNG DÀM SỬ
DỤNG KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG HOẶC DI ĐỘNG
BẰNG PHƯƠNG PHÁP DAO ĐỘNG**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ CƠ KỸ THUẬT

Hà Nội - 2026

BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO

VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC
VÀ CÔNG NGHỆ VIỆT NAM

HỌC VIỆN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ

Đào Thị Bích Thảo

PHÁT HIỆN HƯ HỎNG CỦA KẾT CẤU DẠNG DẦM SỬ
DỤNG KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG HOẶC DI ĐỘNG BẰNG
PHƯƠNG PHÁP DAO ĐỘNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT CƠ KHÍ VÀ CƠ KỸ THUẬT

Ngành: Cơ kỹ thuật

Mã số: 9.52.01.01

Xác nhận của Học viện

Khoa học và Công nghệ

Người hướng dẫn

(Ký, ghi rõ họ tên)

GS. TS. Nguyễn Việt Khoa

Hà Nội - 2026

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận án: "**Phát hiện hư hỏng của kết cấu dạng dầm sử dụng khối lượng tập trung hoặc di động bằng phương pháp dao động**" là công trình nghiên cứu của chính mình dưới sự hướng dẫn khoa học của thầy hướng dẫn GS.TS. Nguyễn Việt Khoa. Luận án sử dụng thông tin trích dẫn từ nhiều nguồn tham khảo khác nhau và các thông tin trích dẫn được ghi rõ nguồn gốc. Các kết quả nghiên cứu của tôi được công bố chung với các tác giả khác đã được sự nhất trí của đồng tác giả khi đưa vào luận án. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận án là hoàn toàn trung thực và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác ngoài các công trình công bố của tác giả. Luận án được hoàn thành trong thời gian tôi làm nghiên cứu sinh tại Học viện Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Hà Nội, ngày tháng 7 năm 2026

Tác giả luận án

(Ký và ghi rõ họ tên)

Đào Thị Bích Thảo

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên, tác giả xin chân thành cảm ơn thầy hướng dẫn khoa học GS.TS. Nguyễn Việt Khoa, người thầy đã tận tâm hướng dẫn khoa học, giúp đỡ tác giả hoàn thành Luận án này. Trong quá trình theo học và làm Luận án, thầy Nguyễn Việt Khoa đã luôn theo sát, chỉ bảo, động viên để tác giả có thể hoàn thành Luận án.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn đến các Thầy, cô đã trực tiếp giảng dạy và truyền đạt kiến thức cho tác giả trong khuôn khổ chương trình đào tạo Tiến sĩ tại Học viện Khoa học và Công nghệ.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban lãnh đạo, phòng Đào tạo, các phòng chức năng của Học viện Khoa học và Công nghệ đã luôn quan tâm, tạo điều kiện và hỗ trợ tác giả trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu tại Học viện.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến Ban lãnh đạo Viện Cơ học, phòng Giám sát Kết cấu và Công nghệ Kiểm soát Rung, Ôn cùng các đồng nghiệp đã giúp đỡ hỗ trợ và tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tác giả trong quá trình nghiên cứu, làm thực nghiệm và hoàn thành luận án.

Tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình, người thân và bạn bè đã luôn hỗ trợ, động viên ủng hộ tác giả trong thời gian học tập và thực hiện luận án.

Cuối cùng tác giả xin cảm ơn tới các Thầy, Cô trong hội đồng, bạn đọc đã quan tâm và giành thời gian để đọc Luận án này. Trong quá trình tìm hiểu, nghiên cứu khoa học, kiến thức của tác giả còn hạn chế. Do vậy, tác giả không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong nhận được những đóng góp quý giá của Thầy, Cô và bạn đọc.

Hà Nội, ngày tháng 7 năm 2026

Tác giả luận án

(Ký và ghi rõ họ tên)

Đào Thị Bích Thảo

MỤC LỤC

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ KÝ VIẾT TẮT	v
DANH MỤC BẢNG	viii
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ	ix
MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài.....	1
2. Mục tiêu nghiên cứu.....	2
3. Phạm vi và đối tượng nghiên cứu	2
4. Phương pháp nghiên cứu.....	2
5. Nội dung nghiên cứu	3
6. Những đóng góp mới của luận án	4
CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN NGHIÊN CỨU	5
1.1. Các phương pháp phát hiện hư hỏng của kết cấu bằng phân tích dao động.....	5
1.2. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung và vết nứt đến đặc trưng động lực học của kết cấu	10
1.3. Ảnh hưởng của khối lượng di động và vết nứt đến phản ứng động lực học của dầm.....	16
1.4. Kết luận	21
CHƯƠNG 2. PHÁT HIỆN HƯ HỎNG CỦA DẦM AFG CÓ THIẾT DIỆN THAY ĐỔI, CÓ VẾT NÚT VÀ KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG.....	23
2.1. Hàm receptance của dầm AFG có vết nứt, có khối lượng tập trung.....	23
2.2. Dạng dao động riêng của dầm AFG có thiết diện thay đổi, có vết nứt và khối lượng tập trung	29
2.3. Mô phỏng số.....	47
2.3.1. Kiểm tra độ tin cậy của lý thuyết.....	47
2.3.2. Nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt và sự thay đổi tính chất vật liệu đối với tần số riêng và dạng riêng của dầm.	50

2.3.3. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung và vết nứt đến hàm receptance của dầm AFG	56
2.4. Đề xuất phương pháp phát hiện vết nứt	64
2.5. Kết luận	65
CHƯƠNG 3. PHÁT HIỆN HƯ HỎNG DẦM CÓ KHỐI LƯỢNG DI ĐỘNG	67
3.1. Mô hình dầm chịu tác động của rô bốt di động	68
3.2. Mô hình dầm 2 chiều có vết nứt	77
3.3. Mô phỏng số.....	81
3.4 Đề xuất phương pháp phát hiện hư hỏng	88
3.5. Kết luận	89
CHƯƠNG 4. THỰC NGHIỆM KIỂM CHỨNG	91
4.1. Dầm có khối lượng tập trung	91
4.1.1. Đo hàm receptance của dầm thép có chiều rộng thay đổi và có khối lượng tập trung.....	91
4.1.2. Kết quả đo hàm receptance của dầm thép có thiết diện thay đổi và có khối lượng tập trung	94
4.2. Dây cáp có hư hỏng dạng suy giảm đường kính chịu tác động của rô bốt di động.....	98
4.2.1. Lắp đặt thực nghiệm	98
4.2.2. Kết quả thực nghiệm.....	104
4.3. Kết luận	107
KẾT LUẬN	109
DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN	111
DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO	113

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ KÝ VIẾT TẮT

Ký hiệu thông thường	
x	Chuyển vị của dầm theo phương ngang (m)
y	Độ võng của dầm (m)
$f(t)$	Lực kích động (N)
H	Hàm Heaviside
E	Mô đun đàn hồi (N/m^2).
E_0	Mô đun đàn hồi tại $\xi = 0$ (N/m^2).
I	Mô-men quán tính của mặt cắt ngang của dầm (kg.m^2)
I_0	Mô-men quán tính của mặt cắt ngang của dầm tại $\xi = 0$ (kg.m^2)
L	Chiều dài dầm (m)
l	Chiều dài phần tử dầm (m)
h	Độ dày của dầm (m)
h_0	Độ dày của dầm tại $\xi = 0$ (m)
b	Chiều rộng của dầm (m)
b_0	Chiều rộng của dầm tại $\xi = 0$
$\underline{a}$	Tỉ lệ hoặc độ giãn nở của vết nứt trong biến đổi wavelet
$\underline{b}$	Vị trí vết nứt trong biến đổi wavelet
m_k	Khối lượng tập trung thứ k (kg)
M	Mô men của phần tử vết nứt (Nm).
P	Lực dọc dầm của phần tử vết nứt (N).

v	Tỷ lệ khác nhau của tính chất vật liệu
d	Đường kính của dầm có thiết diện tròn
n	Số khối lượng tập trung trên dầm
N	Số vết nứt trên dầm
Chữ cái Hy Lạp	
ξ	Đại lượng không thứ nguyên $\xi = x/l$
ξ_f	Vị trí lực tác động
ξ_{cj}	Vị trí của vết nứt thứ j trên dầm, với $0 < \xi_{01} < \xi_{02} < \dots < \xi_{0j} < 1$
ξ_{mk}	Vị trí của khối lượng tập trung thứ k , với $0 < \xi_{m1} < \xi_{m2} < \dots < \xi_{mn} < 1$
α_k	Tham số tần số không thứ nguyên thứ k
ρ	Mật độ khối lượng
ρ_0	Mật độ khối lượng tại $\xi = 0$
Ω	Tần số riêng của dầm (rad/s)
ω	Tần số lực kích động (rad/s)
ϕ_i	Dạng dao động riêng (dạng riêng) thứ i ;
λ_i	Tham số độ sâu vết nứt thứ i
δ_{ij}	Delta Kronecker
δ	Hàm Delta Dirac
$\alpha(\xi, \xi_f, \omega)$	Hàm phổ phản ứng tại vị trí ξ khi lực tác động tại vị trí ξ_f
Véc tơ, ma trận	
α	Ma trận hàm phổ phản ứng tần số
Φ	Ma trận dạng riêng

M	Ma trận khối lượng tổng thể
K	Ma trận độ cứng tổng thể
M_e	Ma trận khối lượng phần tử
K_e	Ma trận độ cứng phần tử nguyên vẹn
K_c	Ma trận độ cứng phần tử vết nứt
Chữ viết tắt	
AFG	Vật liệu có cơ tính biến thiên dọc dầm (<i>Axially Functionally Graded</i>)
PTHH	Phần tử hữu hạn
2D	Không gian hai chiều
3D	Không gian ba chiều

DANH MỤC BẢNG

Bảng 2. 1. Tần số riêng đã chuẩn hóa của dầm công xôn AFG nguyên vẹn có chiều dày thay đổi.	48
Bảng 2. 2. Tần số riêng chuẩn hóa của dầm với các mức độ của độ sâu vết nứt và tham số thay đổi kích thước của dầm khác nhau.....	50
Bảng 2. 3. Sự thay đổi độ cao của đỉnh trong độ cong receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$	61
Bảng 2. 4. Sự thay đổi độ cao của đỉnh nhọn trong độ cong hàm receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_4 = 0.5$	64
Bảng 4. 1. Hai trường hợp gần khối lượng khi đo đặc receptance của dầm có khối lượng tập trung.	93
Bảng 4. 2. Chuẩn hóa thiết bị đo	101
Bảng 4. 3. Năm kịch bản suy giảm đường kính dây cáp.....	104

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

Hình 2. 1. Mô hình dầm Euler-Bernoulli thiết diện đều.....	24
Hình 2. 2. Dầm Euler-Bernoulli mang n khối lượng tập trung	25
Hình 2. 3. Mô hình dầm AFG có thiết diện thay đổi, có vết nứt và khối lượng tập trung	30
Hình 2. 4. Tỷ số tần số riêng của hai tần số cơ bản đầu tiên theo vị trí của vết nứt thứ tư	49
Hình 2. 5. Tần số riêng chuẩn hóa của dầm công xôn AFG có vết nứt với chiều dày thay đổi.	51
Hình 2. 6. Tỷ số tần số của hai tần số riêng cơ bản đầu tiên theo vị trí vết nứt thứ tư..	53
Hình 2. 7. Biến đổi wavelet của dạng riêng thứ nhất của dầm với các điều kiện biên khác nhau	55
Hình 2. 8. Ma trận độ cong receptance của dầm H-H	57
Hình 2. 9. Độ cong hàm receptance của dầm AFG hai đầu gối tựa có vết nứt và khối lượng tập trung, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, $\omega = \omega_1$	59
Hình 2. 10. Độ cong hàm receptance của dầm AFG hai đầu gối tựa có vết nứt và khối lượng tập trung, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, $\omega = \omega_2$	60
Hình 2. 11. Độ cong hàm receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, $\omega = \omega_3$	61
Hình 2. 12. Độ cong hàm Receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản,	62
Hình 2. 13. Độ cong hàm Receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản,	62
Hình 2. 14. Độ cong hàm Receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_4 = 0.5$, $\omega = \omega_3$	63
Hình 3. 1. Mô hình dầm - rô bốt di động.....	68
Hình 3. 2. Dầm dưới tác động của rô bốt di động	69
Hình 3. 3. Phần tử dầm và hệ tọa độ địa phương.	72
Hình 3. 4. Mô hình dầm có vết nứt tại vị trí L_c	78
Hình 3. 5. Mô hình phân mặt cắt tròn có chứa vết nứt.	78
Hình 3. 6. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet chuyển vị, độ sâu vết nứt = 0%. 83	

Hình 3. 7. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị,	83
Hình 3. 8. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị,	83
Hình 3. 9. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị,	84
Hình 3. 10. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của nó. Độ sâu vùng suy giảm = 0.1% đường kính dầm.....	85
Hình 3. 11. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị;	85
Hình 3. 12. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị;	86
Hình 3. 13. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị, độ dài vùng suy giảm = 1m.....	87
Hình 3. 14. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị, độ dài vùng suy giảm = 5m:.....	88
Hình 4. 1. Thiết bị kích rung Bruel & Kjaer Permanent magnet Vibration Exciter Type 4808	91
Hình 4. 2. Hệ thống đo dao động Bruel & Kjaer Pulse	92
Hình 4. 4. Thu thập số liệu đo đáp ứng của dầm từ phần mềm Pulse Labshop	94
Hình 4. 6. Ma trận receptance của dầm C-F có chiều rộng thay đổi khi không có khối lượng.....	96
Hình 4. 8. Ma trận receptance của dầm C-F có chiều rộng thay đổi và có khối lượng đo được từ thực nghiệm.....	97
Hình 4. 9. Đường cong receptance của dầm có khối lượng đo được từ thực nghiệm...98	
Hình 4. 10. Mô hình dây cáp và rô bốt leo cáp trong thực nghiệm.....	100
Hình 4. 11. Giao diện phần mềm hiển thị tín hiệu	100
Hình 4. 12. Toàn cảnh mô hình thực nghiệm	101
Hình 4. 14. Rô bốt chạy qua vùng hư hỏng đầu tiên.....	103
Hình 4. 15. Rô bốt chạy qua vùng hư hỏng thứ 2	103
Hình 4. 16. Rô bốt chạy qua vùng hư hỏng thứ 3	104
Hình 4. 17. Tín hiệu dao động của rô bốt và biến đổi wavelet của tín hiệu.....	104

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Trong quá trình xây dựng và hoạt động kết cấu sẽ thường xuyên chịu những tác động của ngoại lực có cường độ lớn hoặc các ngoại lực lặp lại gây ra những hư hỏng cục bộ hoặc gây ra những tổn thương môi. Theo thời gian các hư hỏng này, ví dụ như vết nứt, sẽ phát triển làm giảm độ cứng và suy giảm sức chịu lực của kết cấu. Khi các hư hỏng này phát triển đến một mức độ nào đó, nếu không được phát hiện sớm và gia cố thì kết cấu có thể bị sụp đổ hoàn toàn khi chịu một tác động của tải trọng thông thường, gây ra những thiệt hại nghiêm trọng về người và của.

Vì lý do đó, việc phát hiện sớm các hư hỏng là một vấn đề rất quan trọng, đã và đang được nghiên cứu và phát triển mạnh mẽ trên thế giới. Các phương pháp phát hiện hư hỏng có thể chia thành các phương pháp trực tiếp và các phương pháp gián tiếp. Trong các phương pháp đó thì phương pháp gián tiếp thường được ứng dụng hơn do có ưu điểm là không phải dừng hoạt động của kết cấu, không phải tháo rời, phá hủy phần tử cần kiểm tra.

Các phương pháp gián tiếp hiện nay có thể kể đến như phương pháp từ, phương pháp dòng điện xoáy, phương pháp dao động v.v. Trong các phương pháp trên thì phương pháp dao động được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi do các ưu điểm của nó như đơn giản, dễ áp dụng, ít tốn kém. Các phương pháp phát hiện hư hỏng dựa trên dao động có thể được chia thành các loại chính như sau:

- Phương pháp dựa trên sự thay đổi của tần số riêng;
- Phương pháp dựa trên sự thay đổi dạng riêng;
- Phương pháp dựa trên sự thay đổi của độ cong của dạng riêng;
- Phương pháp dựa trên sự thay đổi của ma trận độ mềm;
- Phương pháp dựa trên các chỉ số hư hỏng;
- Phương pháp dựa trên biến đổi wavelet.

Mặc dù các phương pháp dao động phục vụ giám sát kết cấu hiện đã và đang được phát triển và ứng dụng rộng rãi, vẫn chưa có một phương pháp nào là hoàn thiện cho mọi loại kết cấu. Trong các loại kết cấu, có những loại kết cấu chịu những tải trọng đặc thù như kết cấu có khối lượng tập trung, kết cấu có khối lượng di động. Việc tiếp tục phát triển phương pháp dao động cho giám sát kết cấu có những tải trọng đặc thù như vậy là rất cần thiết. Vì vậy, tác giả của Luận án đề xuất đề tài “Phát hiện hư hỏng của kết cấu dạng dầm sử dụng khối lượng tập trung hoặc di

động bằng phương pháp dao động” làm chủ đề nghiên cứu của Luận án.

2. Mục tiêu nghiên cứu

Mục tiêu của luận án này là: Phát triển các phương pháp dao động để phát hiện hư hỏng nhằm giám sát và cảnh báo nguy cơ mất an toàn của kết cấu. Các mục tiêu cụ thể của luận án như sau:

- Phát triển phương pháp dao động để phát hiện hư hỏng của dầm có tính chất vật liệu thay đổi dọc trục (Axially Functionally Graded - AFG) có thiết diện thay đổi dựa trên sự thay đổi của hàm phản ứng tần số của dầm khi có khối lượng tập trung.
- Phát triển phương pháp dao động để phát hiện hư hỏng của kết cấu dầm dựa trên sự phân tích tín hiệu dao động của hệ dầm – khối lượng di động.

3. Phạm vi và đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu trong luận án là dầm Euler – Bernoulli có hư hỏng, với vật liệu của kết cấu là đồng nhất và không đồng nhất.

Trong thực tế, có rất nhiều dạng hư hỏng khác nhau đối với kết cấu như các hư hỏng gây ra bởi vết nứt, móp méo, suy giảm đường kính, tăng - giảm khối lượng, xoắn vặn,... Trong khuôn khổ của luận án này chỉ xét hư hỏng dạng vết nứt và hư hỏng dạng suy giảm đường kính của dầm. Vết nứt được coi là mở hoàn toàn, có hình dạng đường thẳng vuông góc với bề mặt của dầm, chiều rộng vết nứt nhỏ và vết nứt không làm thay đổi khối lượng của dầm. Dạng suy giảm đường kính xét theo dạng nửa sóng hình sin.

Hàm phản ứng tần số được sử dụng trong luận án là hàm receptance, được định nghĩa như là tỷ số giữa chuyển vị của dầm tại một điểm (đầu ra) và biên độ của một lực điều hòa với tần số xác định tác động tại điểm khác (đầu vào) trong miền tần số. Trong khi đó, các hàm phản ứng tần số khác với đầu ra là gia tốc được gọi là “accelerant”, với đầu ra là vận tốc được gọi là “mobility” sẽ không sử dụng trong luận án này.

4. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu của luận án là phương pháp lý thuyết, phương pháp phân tử hữu hạn kết hợp với mô phỏng số và thực nghiệm kiểm chứng. Cụ thể:

- Sử dụng phương pháp lý thuyết để xây dựng công thức chính xác của hàm receptance đối với dầm AFG có khối lượng tập trung.
- Sử dụng phương pháp phân tử hữu hạn để xây dựng phương trình động lực học của một dầm thép chịu tác động của rô bốt di động.
- Sử dụng các công thức đã xây dựng để mô phỏng số nhằm xác định ảnh hưởng của hư hỏng đến các đặc trưng động lực học của dầm nhằm phát triển các phương pháp phát hiện hư hỏng.
- Cuối cùng, luận án thực hiện các thí nghiệm nhằm kiểm chứng tính đúng đắn của các công thức đã xây dựng và đánh giá khả năng ứng dụng trong thực tiễn của các phương pháp đã đề xuất.

5. Nội dung nghiên cứu

Luận án bao gồm 4 chương và phần mở đầu, phần kết luận, phần danh mục công trình của tác giả và phần tài liệu tham khảo. Nội dung chính của các Chương như sau:

CHƯƠNG 1: TỔNG QUAN

Chương này phân tích tổng quan các phương pháp dao động nhằm phát hiện hư hỏng của dầm có khối lượng tập trung hoặc di động ở Việt Nam và trên thế giới, nêu các vấn đề còn tồn tại và định hướng cho đề tài nghiên cứu.

CHƯƠNG 2: PHÁT HIỆN HƯ HỎNG CỦA DẦM CÓ KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG

Chương này thiết lập và giải các phương trình động lực học của dầm có thiết diện và tính chất vật liệu thay đổi dọc theo trục của dầm, có vết nứt và có khối lượng tập trung. Hàm receptance chính xác của dầm được tìm dưới dạng chuỗi lũy thừa dựa trên phương pháp Adomian. Dựa trên việc phân tích hàm receptance của dầm khi không có và có vết nứt, luận án sẽ đề xuất phương pháp phát hiện vị trí nứt của dầm.

CHƯƠNG 3: PHÁT HIỆN HƯ HỎNG CỦA DẦM CÓ KHỐI LƯỢNG DI ĐỘNG

Trong chương này, phương trình động lực học của hệ dầm có hư hỏng (dạng vết nứt và suy giảm thiết diện) – khối lượng di động được thiết lập và giải để tìm phản ứng động của hệ. Dựa trên việc phân tích wavelet, ảnh hưởng của hư hỏng lên phản ứng động của dầm khi có tải trọng di chuyển qua sẽ được phát hiện. Dựa trên phân tích này, vị trí, độ rộng và độ sâu của hư hỏng sẽ được xác định.

CHƯƠNG 4: MÔ PHỎNG SỐ VÀ THỰC NGHIỆM

Chương này sẽ trình bày hai thí nghiệm kiểm chứng đối với mô hình dầm thép đồng chất có thiết diện thay đổi, có khối lượng tập trung và dây cáp có hư hỏng, có rô bốt di động di động trên cáp. Các kết quả mô phỏng số thu được ở Chương 2 và 3 được so sánh với các kết quả thí nghiệm để khẳng định tính đúng đắn của các phương pháp đề xuất trong luận án.

KẾT LUẬN

Phần kết luận trình bày các các kết quả nghiên cứu đạt được của luận án, trình bày các đóng góp mới về khoa học của luận án và các vấn đề cần nghiên cứu trong tương lai.

6. Những đóng góp mới của luận án

Luận án đã xây dựng phương trình động lực học và tìm được công thức chính xác cho hàm receptance của dầm có thiết diện và tính chất vật liệu thay đổi dọc trục, có vết nứt và có khối lượng tập trung.

Luận án đã xây dựng phương trình động lực học của hệ dầm có hư hỏng - khối lượng di động. Giải phương trình động lực học đã phát triển để thu được ứng xử động lực học của hệ.

Từ các công thức đã phát triển, luận án đã tính toán, mô phỏng số và phân tích ảnh hưởng đồng thời của khối lượng tập trung hoặc khối lượng di động đến các tính chất động lực học của dầm. Từ các kết quả đó, đề xuất các phương pháp phát hiện vết nứt của dầm dựa trên hàm receptance sử dụng khối lượng tập trung và phương pháp phát hiện hư hỏng của dầm có rô bốt di động dựa trên biến đổi wavelet.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN NGHIÊN CỨU

Chương này trình bày tổng quan tình hình nghiên cứu đối với bài toán phát hiện hư hỏng của kết cấu bằng phương pháp dao động. Khi có hư hỏng thì các tính chất động lực học của kết cấu sẽ bị thay đổi. Dựa trên sự thay đổi này, các phương pháp phát hiện hư hỏng có thể được thiết lập. Trong thực tế, có nhiều yếu tố có thể kết hợp với hư hỏng gây ảnh hưởng đồng thời đến dao động của kết cấu, ví dụ như khối lượng tập trung, khối lượng di động v.v. Trong nghiên cứu tổng quan này, các nghiên cứu về ảnh hưởng đồng thời của khối lượng tập trung hoặc khối lượng di động cùng với hư hỏng lên các đặc trưng động lực học của các kết cấu dạng dầm sẽ được phân tích. Từ việc phân tích các ưu nhược điểm của các nghiên cứu hiện tại, luận án sẽ xác định những vấn đề còn tồn tại, chưa được giải quyết để từ đó dẫn đến định hướng nghiên cứu của luận án, đó là phát triển các phương pháp phát hiện hư hỏng của kết cấu dạng dầm sử dụng khối lượng tập trung hoặc di động bằng phương pháp dao động.

1.1. Các phương pháp phát hiện hư hỏng của kết cấu bằng phân tích dao động

Như đã nêu ở trên, trong quá trình làm việc, dưới tác động của tải trọng và các tác động của môi trường, các kết cấu có thể xuất hiện những loại hư hỏng như vết nứt, móp méo, suy giảm thiết diện v.v. Theo thời gian, các hư hỏng này sẽ phát triển và nếu không được kiểm tra giám sát và phát hiện sớm thì nó có thể gây nên sự sụp đổ của toàn bộ kết cấu, gây thiệt hại nặng nề về người và của.

Phương pháp phát hiện hư hỏng có thể được chia thành hai loại là phương pháp trực tiếp và phương pháp gián tiếp. Phương pháp trực tiếp bao gồm việc quan sát bằng mắt thường, quay phim, chụp ảnh, phương pháp siêu âm hoặc phá hủy chi tiết của dầm để kiểm tra, v.v. Các phương pháp trực tiếp thường cho kết quả rõ ràng nhưng rất tốn kém và sẽ khó phát hiện ra các vết nứt ở các vị trí khuất không thể quan sát được. Trong khi đó, các phương pháp gián tiếp có thể phát hiện hư hỏng của kết cấu thông qua việc đo đạc và phân tích những thay đổi các tính chất động lực học của kết cấu. Các phương pháp gián tiếp có thể áp dụng với nhiều dạng kết cấu, nhiều dạng hư hỏng. Các phương pháp này có thể phát hiện được hư hỏng nằm bên trong kết cấu hoặc những vị trí khó tiếp cận. Trong các phương pháp gián tiếp thì phương pháp phân tích dao động hiện đã và đang được nghiên cứu, phát triển và ứng dụng mạnh mẽ trên thế giới cũng như ở Việt Nam do phương pháp này kinh tế và đơn giản hơn so với nhiều phương pháp khác.

Khi có hư hỏng, các tham số động lực học của kết cấu như tần số riêng, dạng riêng, độ cứng hay hàm phản ứng tần số v.v. sẽ bị thay đổi. Việc đo đạc và phân tích sự thay đổi của các tham số động lực học này là cơ sở cho các phương pháp phát hiện hư hỏng của kết cấu. Tác giả Yang và Oyadiji [1] đã trình bày nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về phương pháp phát hiện hư hỏng dựa trên tần số. Dựa trên bài toán giá trị riêng và ảnh hưởng của vết nứt đến dạng riêng, cơ sở lý thuyết cho việc xây dựng đường cong tần số - vị trí khối lượng tập trung đã được thiết lập. Các tác giả đã nghiên cứu hư hỏng dựa trên đường cong tần số - vị trí khối lượng thông qua phép biến đổi wavelet rời rạc, từ đó đề xuất phương pháp chỉ số hư hỏng để xác định vị trí và mức độ của hư hỏng. Sha và đồng nghiệp [2] đã trình bày một phương pháp sử dụng mối liên hệ giữa vết nứt và sự thay đổi của tần số riêng để phát hiện vết nứt của dầm có một hay nhiều vết nứt. Trong nghiên cứu này, các tác giả đã trình bày khái niệm sự thay đổi tần số riêng tương đối (relative natural frequency change-RNFC curves) và sử dụng nó để xác định vị trí của một hay nhiều vết nứt trên dầm và xác định mức độ của hư hỏng. Tính hiệu quả của phương pháp đã được nhóm tác giả kiểm chứng bằng phương pháp số và thực nghiệm trên các dầm bị nứt.

Tác giả Nguyễn Tiến Khiêm và Trần Văn Liên [3, 4] đã sử dụng tần số riêng để phát hiện nhiều vết nứt trên dầm. Các tác giả đã đề xuất một phương pháp phân tích tần số riêng của dầm có nhiều vết nứt, dựa trên ma trận truyền và vết nứt được mô hình hóa bằng các lò xo không khối lượng. Phương pháp này cho phép xây dựng phương trình tần số tổng quát với nhiều điều kiện biên khác nhau và giúp giảm thời gian tính toán. Kết quả nghiên cứu cho thấy ảnh hưởng rõ rệt của vị trí, số lượng vết nứt và điều kiện biên đến tần số riêng của dầm. Tác giả Lee [5] và đồng nghiệp sử dụng tần số riêng để xác định vị trí và kích thước của vết nứt trong dầm. Các tác giả đã dùng phương pháp phần tử hữu hạn để tính bốn tần số riêng đầu tiên của dầm có vết nứt. Sau đó các tác giả sử dụng xếp hạng thứ bậc độ dịch chuyển tần số riêng và phương trình Gudmundson để xác định vị trí và kích thước của vết nứt. Phương pháp phần tử hữu hạn đã được sử dụng bởi Zheng và đồng nghiệp [6] để xác định tần số riêng và dạng riêng của dầm có vết nứt với hai loại thiết diện khác nhau là hình chữ nhật và hình tròn. Trong nghiên cứu này, các tác giả đã sử dụng ma trận độ mềm tổng thể thay vì ma trận độ mềm địa phương để biểu diễn ảnh hưởng của vết nứt.

Sự thay đổi của dạng dao động riêng của dầm cũng là một dấu hiệu để chỉ ra sự xuất hiện của hư hỏng trong dầm. Tác giả Caddemi và Calio [7] đã đưa ra công

thức chính xác cho các dạng dao động riêng của dầm Euler-Bernoulli khi dầm có nhiều vết nứt tập trung. Các biểu thức này có bốn hằng số tích phân, được xác định qua các điều kiện biên, giúp xác định tần số riêng của dầm. Các vết nứt được mô hình hóa thông qua một hàm delta Dirac trong biểu thức độ cứng chống uốn của dầm. Kisa và Gurel [8] đã sử dụng lý thuyết cơ học phá hủy để nghiên cứu các dạng riêng của dầm thiết diện là hình tròn có nhiều vết nứt mở thông qua ma trận độ cứng của dầm. Dầm được chia thành các phần tử tại các vị trí có vết nứt và các phần tử đó được nối với nhau bằng các ma trận độ mềm có xét đến các lực liên kết giữa hai phần tử. Lee và Chung [9] đã sử dụng cả tần số riêng và dạng riêng để xác định vị trí và kích thước của một vết nứt trong kết cấu dạng thanh, dầm. Vị trí thực của vết nứt được xác định bởi phương trình Gudmundson sử dụng độ sâu vết nứt và tần số riêng được tính bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Tác giả Nguyễn Tiến Khiêm và Trần Thanh Hải [10] đã dựa trên dạng dao động riêng để nhận dạng nhiều vết nứt trên kết cấu dạng dầm. Một biểu thức tường minh cho dạng dao động của dầm có số lượng vết nứt bất kỳ được thiết lập, cho phép xây dựng bài toán trị riêng mới và thuận lợi cho việc giải bài toán ngược. Nhờ đó, các vết nứt có thể được xác định từ dữ liệu dạng dao động đo được. Tác giả Nguyễn Việt Khoa [11] đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với phần tử dầm 3D để phân tích dạng riêng của dầm chứa vết nứt với thiết diện ngang là hình chữ nhật. Tại vị trí có vết nứt thì dạng riêng sẽ bị biến dạng hoặc thay đổi đột ngột. Ngoài ra, báo cáo cũng đưa ra phân tích định lượng giữa độ sâu và vị trí của vết nứt. Tuy nhiên các phương pháp dạng riêng cần phải có một số lượng lớn số liệu đo dao động để có thể tính được các dạng riêng một cách chính xác.

Độ cứng của dầm cũng là một tham số được nhiều nhà khoa học quan tâm và sử dụng để phát hiện hư hỏng của dầm. Các công trình [12-14] đã mô hình hóa vết nứt bằng lo xo xoắn không khối lượng, sử dụng cơ học phá hủy để xác định độ cứng của dầm, từ đó nghiên cứu tần số riêng của dầm có vết nứt. Khi dầm có vết nứt, tần số riêng của dầm thay đổi. Tuy nhiên đối với vết nứt nhỏ, sự suy giảm của tần số riêng là ít, khó nhận biết. Tác giả Li và đồng nghiệp [15] đã đề xuất một phương pháp bán giải tích sử dụng độ cứng để phân tích dao động phi tuyến của các cầu dạng dầm với vết nứt mở dưới tác động của tải trọng di động. Phương pháp có xét đến các tương tác động lực giữa phương tiện giao thông và cầu có vết nứt bằng cách sử dụng hàm delta Dirac để mô hình hóa sự thay đổi độ cứng tại vị trí vết nứt. Tác giả Nguyễn Tiến Khiêm và Trần Văn Liên [16] đã sử dụng phương pháp ma trận độ cứng để phân tích dao động cường bức của dầm có nhiều vết nứt. Dựa trên mô hình

lò xo xoắn tương đương của vết nứt và ma trận truyền cho dầm, phương pháp ma trận độ cứng động đã được phát triển để phân tích phổ dao động cưỡng bức của dầm có nhiều vết nứt.

Phân tích sự thay đổi của hàm đáp ứng tần số đã được Li và đồng nghiệp [17] thực hiện để phát hiện hư hỏng của dầm. Các tác giả đã loại bỏ ảnh hưởng của các dạng dao động riêng bậc cao lên hàm đáp ứng tần số của kết cấu bằng các hệ thống giảm chấn cản nhót không đối xứng. Ma trận đáp ứng tần số được rút ra dựa trên định lý khai triển Neumann. Failla [18] đã nghiên cứu, phân tích đáp ứng tần số của dầm và khung phẳng có số lượng bộ giảm chấn đàn hồi nhót Kelvin–Voigt tùy ý. Nghiên cứu đã trình bày công thức chính xác cho chuyển vị, góc xoay của dầm, khung dưới tác dụng của lực điều hòa. Huang và đồng nghiệp [19] đã trình bày một phương pháp mới để phát hiện hư hỏng của các dầm của tòa nhà được trang bị bộ giảm chấn ma sát bán chủ động thông qua cập nhật mô hình dựa vào hàm đáp ứng tần số.

Nhiều tác giả đã sử dụng phân tích wavelet đối với đáp ứng của dầm để phát hiện hư hỏng. Tác giả Kim và Melhem [20] đã trình bày tổng quan về các nghiên cứu phát hiện hư hỏng của dầm thông qua phân tích wavelet. Báo cáo trình bày lý thuyết phân tích wavelet, biến đổi wavelet liên tục, rời rạc và ứng dụng của biến đổi wavelet trong giám sát sức khỏe của kết cấu. Ovanesova và Suarez [21] đã trình bày các ứng dụng của phép biến đổi wavelet để phát hiện vết nứt trong các kết cấu dầm, khung phẳng. Phương pháp này chỉ cần biết đáp ứng của kết cấu khi đã bị hư hỏng mà không cần thông tin về kết cấu ban đầu khi chưa hư hỏng. Vị trí vết nứt có thể xác định bằng cách sử dụng đáp ứng của dầm từ tải trọng tĩnh hoặc động thu được ở những vùng nghi ngờ có thể có hư hỏng. Li và đồng nghiệp [22] đã đề xuất một phương pháp phát hiện hư hỏng của dầm có vết nứt dựa trên biến đổi wavelet liên tục sử dụng sóng đàn hồi ngang (flexural wave). Khi sóng tới gặp hư hỏng nó sẽ ảnh hưởng tới sóng phản xạ và sóng truyền. Trong biến đổi wavelet sóng đàn hồi ngang của dầm có vết nứt sẽ xuất hiện các đỉnh tại vị trí vết nứt. Gokdag và Kopmaz [23] đã sử dụng phép biến đổi wavelet để phát hiện vết nứt của dầm. Dạng riêng của dầm có hư hỏng được giả định bằng dạng riêng của dầm nguyên vẹn cộng với các thành phần khác như ảnh hưởng của phép đo và sự thay đổi địa phương do hư hỏng gây ra. Các tác giả sử dụng biến đổi wavelet rời rạc để trích xuất một hàm xấp xỉ (AF) từ dạng dao động của dầm bị hư hỏng và xem hàm này như dạng dao động của dầm không hư hỏng. Sau đó, chỉ số hư hỏng được xác định dựa trên sự sai khác giữa các hệ số của biến đổi wavelet liên tục của dạng dao động của dầm hư

hông và của hàm xấp xỉ. Solis và đồng nghiệp [24] đã trình bày một phương pháp sử dụng dạng riêng và phép biến đổi wavelet liên tục để xác định vị trí của hư hỏng trên dầm dựa vào sự thay đổi của dạng riêng. Dạng riêng của dầm nguyên vẹn và khi dầm có hư hỏng cần được xác định. Sau đó, tác giả áp dụng biến đổi wavelet liên tục cho hiệu của các dạng dao động để xác định vị trí hư hỏng. Kết quả nghiên cứu chỉ ra rằng, phương pháp này nhạy cảm với hư hỏng nhỏ và cũng đã kiểm chứng bằng thực nghiệm đối với dầm thép chứa nhiều vết nứt và có kích thước, vị trí khác nhau.

Trong những thập kỷ gần đây, vật liệu có cơ tính biến thiên (Functionally Graded Materials – FGM) với các đặc tính thay đổi trơn và liên tục đã được nghiên cứu rộng rãi do những ưu điểm vượt trội trong ứng dụng kỹ thuật. Ảnh hưởng của vết nứt đến dao động của dầm FGM cũng đã được nhiều tác giả nghiên cứu. Các nghiên cứu này sẽ là tiền đề để phát triển các phương pháp phát hiện vết nứt trên các kết cấu FGM. Yang và đồng nghiệp [25] đã nghiên cứu dao động tự do và ổn định uốn đàn hồi của dầm FGM có vết nứt dựa trên lý thuyết dầm Euler - Bernoulli. Ke và đồng nghiệp [26] đã mở rộng nghiên cứu dựa trên lý thuyết dầm Timoshenko với mô hình lò xo xoắn đàn hồi không khối lượng. Rajasekaran và đồng nghiệp [27] đã sử dụng lý thuyết dầm Euler-Bernoulli kết hợp với phương pháp phần tử hữu hạn để phân tích dao động của dầm FGM biến thiên theo hai phương có vết nứt. Zhao và đồng nghiệp [28] đã đề xuất phương pháp symplectic để nghiên cứu bài toán Saint-Venant của dầm FGM với mô đun Young biến thiên theo hàm mũ dọc theo trục dầm và hệ số Poisson không đổi. Aydin [29] đã nghiên cứu dao động tự do của dầm FGM chứa số lượng vết nứt bất kỳ, dựa trên lý thuyết dầm Euler-Bernoulli. Các vết nứt được mô hình như các lò xo xoắn không khối lượng nối các đoạn dầm nguyên vẹn. Yan [30] đã sử dụng lý thuyết dầm Timoshenko để nghiên cứu dao động tự do của dầm FGM có vết nứt, trong đó dầm được mô hình hóa như một tổ hợp của hai đoạn dầm liên kết với nhau thông qua một lò xo xoắn tuyến tính. Banerjee và đồng nghiệp [31] đã phân tích đáp ứng động lực học của dầm FGM Timoshenko có vết nứt bằng phương pháp xấp xỉ Ritz. Tác giả Trần Văn Liên và đồng nghiệp [32-35] đã phân tích dao động của dầm làm từ vật liệu có cơ tính biến thiên có nhiều vết nứt, dựa trên lý thuyết dầm Timoshenko và phương pháp độ cứng động. Vết nứt được mô hình hóa bằng lò xo không khối lượng với độ cứng phụ thuộc vào độ sâu vết nứt. Các tác giả đã sử dụng tần số riêng và dạng riêng kết hợp với biến đổi wavelet để phát hiện vị trí và độ sâu của vết nứt.

Mặc dù đã có nhiều công trình nghiên cứu về dao động của dầm FGM có vết nứt, phần lớn các nghiên cứu này chỉ giới hạn ở các dầm có thiết diện đều. Trong những năm gần đây, các dầm có thiết diện thay đổi chế tạo từ vật liệu biến thiên theo trục đã thu hút được sự quan tâm ngày càng tăng của các nhà nghiên cứu. Tuy nhiên, chỉ có rất ít nghiên cứu về dao động của dầm AFG có vết nứt được công bố. Mazanoglu và đồng nghiệp [36] đã trình bày phương pháp dựa trên năng lượng để nhận dạng dao động của dầm Euler–Bernoulli có thiết diện thay đổi có nhiều vết nứt mở dọc theo chiều dài và chiều dày dầm. Zeng và Fan [37] đã tính toán tần số riêng của dầm có thiết diện thay đổi có số lượng bất kỳ các vết nứt mở theo phương ngang bằng cách sử dụng chuỗi Fourier cải tiến.

Trong những năm gần đây, dầm có thiết diện thay đổi chế tạo từ vật liệu biến thiên theo trục (Axially Functionally Graded – AFG) đã thu hút được sự quan tâm ngày càng tăng của các nhà nghiên cứu. Dầm AFG cũng đã bắt đầu có ứng dụng trong thực tiễn, ví dụ như hãng InssTek (Hàn Quốc) bằng phương pháp in 3D đã chế tạo vòi phun tên lửa với vật liệu thay đổi theo hướng dọc trục nhằm tăng khả năng chịu nhiệt độ cực cao ở miệng vòi [38]. Các nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về dầm AFG cũng bắt đầu phát triển do nó có rất nhiều tiềm năng trong tương lai. Müller và đồng nghiệp [39] đã nghiên cứu thực nghiệm dầm AFG để ứng dụng như một máy phát nhiệt điện. Dầm AFG cũng có tiềm năng ứng dụng như một tua bin động cơ với gốc làm từ vật liệu cứng, chịu lực tốt hơn trong khi gần ngọn nhẹ hơn, chịu nhiệt tốt hơn, hoặc dầm AFG có tiềm năng ứng dụng như cánh của tua bin phát điện gió với gốc cứng hơn, chịu lực tốt hơn, gần đầu cánh nhẹ hơn nhằm cải thiện công suất động cơ, v.v.

Qua các nghiên cứu ở trên, có thể thấy rằng mặc dù đã có nhiều công trình nghiên cứu về dao động của dầm FGM có vết nứt, nhưng các nghiên cứu này chủ yếu tập trung vào dầm có thiết diện đều. Trong khi đó, các nghiên cứu về dao động của dầm FGM có thiết diện thay đổi và có vết nứt chưa có nhiều. Đặc biệt là các nghiên cứu về dầm AFG có thiết diện thay đổi và có vết nứt vẫn còn rất ít.

1.2. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung và vết nứt đến đặc trưng động lực học của kết cấu

Bài toán động lực học của kết cấu có khối lượng tập trung là bài toán có ý nghĩa thực tế, đã và đang được các nhà nghiên cứu quan tâm. Khối lượng tập trung có thể gây nên những ảnh hưởng xấu đến hoạt động của kết cấu như hà bám ở các cột của giàn khoan biển, như sự tích tụ dầu trong ống dẫn dầu v.v. Khối lượng tập

trung có thể làm thay đổi đặc trưng động lực học của kết cấu, từ sự thay đổi đó có thể phát hiện sự xuất hiện khối lượng tập trung như một dạng hư hỏng của dầm nhờ đo đặc các tín hiệu dao động.

Như đã biết, khi kết cấu có hư hỏng, các tham số động lực học của kết cấu như tần số riêng hay dạng riêng có sự thay đổi so với kết cấu nguyên vẹn. Tuy nhiên, những thay đổi này là nhỏ và khó có thể đo được khi độ sâu vết nứt là nhỏ. Trong khi đó, nếu kết cấu có khối lượng tập trung thì tương tác giữa khối lượng tập trung và hư hỏng lại có thể làm khuếch đại ảnh hưởng của vết nứt lên các tham số động lực học của kết cấu. Trong trường hợp này, khối lượng tập trung lại có thể được sử dụng như một tham số khuếch đại để phát hiện hư hỏng trong kết cấu. Do đó việc nghiên cứu ảnh hưởng của khối lượng tập trung đến các tính chất động lực học của kết cấu có vết nứt là một vấn đề rất hữu ích có thể ứng dụng trong việc phát hiện hư hỏng của kết cấu.

Đã có rất nhiều tác giả nghiên cứu bài toán động lực học của kết cấu có khối lượng tập trung. Lau [40] đã xác định năm tần số đầu tiên của dầm công xôn có thiết diện thay đổi mang khối lượng tập trung tại đầu tự do của dầm dựa trên lý thuyết Euler-Bernoulli. Ercoli và Laura [41] đã phân tích dao động của dầm liên tục mang khối lượng tập trung gắn qua lò xo sử dụng phương pháp số và phương pháp thực nghiệm. Tác giả đã tính tần số riêng của dầm cho nhiều mô hình dầm khác nhau theo cả hai phương pháp. Kết quả thu được cho thấy sự phù hợp tốt giữa hai kết quả của hai phương pháp này. Wu và Lin [42] đã đề xuất phương pháp kết hợp giải tích và mô phỏng số để phân tích dao động tự do của dầm công xôn đồng nhất đẳng hướng mang khối lượng tập trung. Tần số riêng và dạng dao động riêng của dầm được tính bằng phương pháp chia đôi và phương pháp khử Gauss. Qua phân tích, các tác giả có nhận xét rằng phương pháp đề xuất có thể áp dụng cho dầm có thiết diện không đổi mang số lượng khối lượng tập trung tùy ý, có độ lớn và phân bố khác nhau dọc theo chiều dài của dầm và có thể thu được các tần số bậc cao hơn với độ chính xác cao. Maurizi và Belles [43] đã sử dụng lý thuyết Euler-Bernoulli và Timoshenko để tính tần số riêng của dầm gối tựa đơn giản có khối lượng tập trung gắn trên dầm. Từ đó tác giả đưa ra nhận định rằng nếu chỉ cần xác định các tần số riêng đầu tiên của dầm gối tựa đơn giản có khối lượng tập trung thì lý thuyết Euler-Bernoulli là lựa chọn phù hợp hơn so với lý thuyết Timoshenko.

Một số công trình công bố [44-48] đã nghiên cứu sự thay đổi của tần số riêng và dạng riêng của dầm do khối lượng tập trung gây ra. Laura và đồng nghiệp [49] đã nghiên cứu dao động ngang của dầm liên tục chịu ảnh hưởng của lực dọc trục và

có khối lượng tập trung đặt trên dầm. Báo cáo này đã tính tần số riêng của dầm gối tựa đơn giản có gối đỡ trung gian và có khối lượng tập trung với các trường hợp lực căng khác nhau và khối lượng đặt lên dầm khác nhau. Tác giả Gurgoze [50] đã tính toán gần đúng tần số riêng và dạng riêng thứ nhất của dầm hoặc thanh có gắn khối lượng tập trung qua bài toán giá trị riêng. Ảnh hưởng của vị trí khối lượng lên tần số riêng và dạng riêng của dầm cũng được nghiên cứu. Các kết quả phân tích đã được kiểm chứng cho dầm công xôn với ba trường hợp thay đổi vị trí khối lượng tập trung. Rossi và đồng nghiệp [51] đã trình bày nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về các dầm liên tục mang khối lượng gắn trên lò xo đàn hồi. Các tác giả nghiên cứu dầm Timoshenko và dầm Euler-Bernoulli ở ba trường hợp điều kiện biên khác nhau: hai đầu gối tựa, một đầu gối tựa – một đầu ngàm và hai đầu ngàm, có gắn với khối lượng qua một lò xo hoạt động như một bộ hấp thụ động lực triệt tiêu chuyển động với bốn dạng dao động riêng đầu tiên.

Gurgoze và Batan [52] đã nghiên cứu định tính ảnh hưởng của hệ khối lượng-lò xo gắn tại từng điểm dọc theo chiều dài của dầm lên phổ tần số của dầm công xôn. Nghiên cứu chỉ ra rằng, khi điểm gắn hệ khối lượng-lò xo gắn với đầu tự do của dầm thì tham số tần số thứ nhất của dầm giảm xuống, tham số tần số thứ hai tăng lên trong khi tham số tần số thứ ba hầu như không bị ảnh hưởng. Trong các công bố [53-56], tác giả Gurgoze đã nghiên cứu các tham số tần số của dầm công xôn Euler-Bernoulli có khối lượng tập trung ở đầu tự do của dầm và gắn thêm một hệ khối lượng-lò xo lên dầm. Tần số riêng của dầm được tính trong hai bài toán: dầm có hệ khối lượng-lò xo gắn vào đầu tự do của dầm và hệ khối lượng-lò xo gắn vào một nhịp của dầm. Từ đó, tác giả mở rộng sang bài toán xác định tần số riêng của dầm công xôn Euler-Bernoulli có nhiều hệ khối lượng-lò xo và dầm có hệ khối lượng-lò xo và cản nhớt được gắn vào nhịp cầu. Tác giả cũng chỉ ra rằng, mặc dù báo cáo trình bày công thức áp dụng cho dầm công xôn nhưng cách tiếp cận này cũng có thể áp dụng cho các điều kiện biên khác của dầm. Posiadala [57] đã giải bài toán dao động tự do của dầm có thiết diện không đổi Timoshenko gắn lò xo quay-tĩnh tiến và mang khối lượng tập trung bằng cách sử dụng công thức nhân tử Lagrange. Nghiên cứu đã chỉ ra rằng sự thay đổi tần số riêng của hệ dầm không chỉ phụ thuộc vào các thông số của lò xo hay khối lượng mà còn phụ thuộc vào vị trí của chúng dọc theo chiều dài dầm.

Low [58-59] đã xuất phát từ phương trình tần số để tính toán các tần số riêng của dầm mang một khối lượng tập trung ở vị trí bất kỳ với mười điều kiện biên khác nhau. Sau đó tác giả mở rộng bài toán tính toán tần số riêng của dầm ngàm hai đầu

mang hai khối lượng tập trung khác nhau ở vị trí bất kỳ bằng hai cách khác nhau, đó là tính định thức của phương trình tần số và áp dụng biến đổi Laplace. Tuy nhiên, tác giả cũng lưu ý rằng với hai cách được đưa ra khi áp dụng đối với dầm có nhiều hơn hai khối lượng tập trung thì thời gian tính toán sẽ tăng thêm đáng kể. Wu và Chou [60] đã tìm các giá trị riêng và véc tơ riêng tương ứng đầu tiên của dầm có thiết diện không đổi mang nhiều hệ khối lượng- lò xo với các điều kiện biên cơ bản bằng kỹ thuật tính toán số.

Tác giả Cha [61] nghiên cứu tần số riêng của một kết cấu dầm hồi tuyến tính, với điều kiện biên tùy ý mang n khối lượng tập trung và lò xo-cản nhót. Trong nghiên cứu này, tác giả đã đề xuất công thức xác định các giá trị riêng của dầm đàn hồi tuyến tính mang nhiều khối lượng tập trung, lò xo và bộ giảm chấn nhót. Phương pháp này có thể dễ dàng mở rộng để phù hợp với bất kỳ dầm đàn hồi tuyến tính nào với bất kỳ điều kiện biên nào. Wu và Hsu [62] đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để nghiên cứu dao động tự do của dầm gối tựa đơn giản mang nhiều hệ khối lượng-lò xo, trong đó có xét đến khối lượng của lò xo. Lò xo xoắn (helical spring) của mỗi hệ khối lượng-lò xo gắn với dầm được xem như một thanh liên tục có khối lượng phân bố đều theo chiều dài. Trong nghiên cứu này các tác giả sử dụng hai phương pháp quy đổi khối lượng: khối lượng được đưa về khối lượng phân bố (khối lượng được chia đều trên một đơn vị chiều dài); khối lượng được chia đều về hai đầu. Nghiên cứu chỉ ra rằng năm tần số riêng đầu tiên giảm khi khối lượng được gắn ở bốn điểm cách đều nhau trên dầm. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung lên dạng riêng phụ thuộc vào ảnh hưởng của chúng đối với các tần số riêng tương ứng.

Dầm đa nhịp hay dầm có thiết diện thay đổi mang khối lượng tập trung cũng đã được nhiều tác giả nghiên cứu tới. Lin và Tsai [63] đã tìm nghiệm chính xác cho tần số riêng và dạng riêng của dầm đa nhịp đồng nhất mang nhiều hệ khối lượng-lò xo từ phương trình vi phân chuyển động của dầm liên tục. Tác động của hệ khối lượng-lò xo đối với đặc tính dao động tự do của dầm được các tác giả nghiên cứu trên dầm có từ một đến bốn nhịp. Tác giả Rosa và đồng nghiệp [64] đã sử dụng một phần mềm toán học để giải phương trình tần số của dầm thuôn Euler-Bernoulli mang khối lượng tập trung ở một đầu, có gắn cản ở vị trí bất kỳ và có ràng buộc đàn hồi ở đầu còn lại của dầm. Wu và Chang [65] đã sử dụng phương pháp ma trận truyền khối lượng-liên tục (CTMM- continuous – mass transfer matrix method) để nghiên cứu dao động tự do của dầm Timoshenko thay đổi thiết diện theo nhiều bậc (dầm nhiều bậc) có lực dọc trục, mang nhiều khối lượng tập trung với các điều kiện

biên khác nhau. Trong nghiên cứu này, các tác giả đã sử dụng thêm một hàm mới cho biến dạng cắt để đơn giản hóa việc xây dựng bài toán và thuật toán lập trình máy tính. Torabi và đồng nghiệp [66] phân tích dao động của dầm bậc thang Euler-Bernoulli và Timoshenko, mang khối lượng tập trung với các điều kiện biên khác nhau bằng phương pháp ma trận truyền. Các tác giả đã nghiên cứu ảnh hưởng của lực quán tính tịnh tiến và quán tính quay của khối lượng gắn trên dầm và vị trí của khối lượng đối với tần số của dầm. Kết quả cho thấy, tần số riêng của dầm giảm theo giá trị của khối lượng, ngoại trừ các trường hợp khối lượng nằm tại các điểm nút của dạng riêng tương ứng.

Farghaly và EI-sayed [67] đã phân tích tần số riêng, dạng riêng của hệ dầm Timoshenko nhiều bậc, chịu tải dọc trục kết hợp với nhiều hệ khối lượng-lò xo gắn trên dầm. Ảnh hưởng của vị trí của hệ khối lượng-lò xo lên tần số riêng và dạng riêng của dầm cũng được xét đến trong nghiên cứu này. Bên cạnh đó, các tác giả cũng đưa ra phương pháp để giảm kích thước của ma trận hệ số tần số của dầm, giúp cho việc giải bài toán nhanh hơn. Tác giả Nguyễn Việt Khoa [68] đã sử dụng phân tích wavelet để nghiên cứu ảnh hưởng của khối lượng tập trung và hư hỏng lên tần số riêng của hệ dầm kép. Tác giả đã thiết lập mối liên hệ giữa tần số riêng và vị trí của khối lượng tập trung, từ đó dựa vào sự thay đổi của tần số riêng kết hợp với biến đổi wavelet để khuếch đại tín hiệu và xác định vị trí vết nứt trên dầm. Eshagh và đồng nghiệp [69] sử dụng phương pháp số và phương pháp thực nghiệm để tìm tần số riêng và đáp ứng dao động của dầm sandwich ba lớp dạng công xôn mang khối lượng ở đầu tự do của dầm. Khối lượng gắn trên dầm có khối tâm lệch so với điểm gắn.

Banerjee [70] đã sử dụng phương pháp độ cứng động để phân tích dao động tự do của dầm công-xôn mang hệ khối lượng - lò xo. Bài toán giá trị riêng của dầm được xây dựng bằng cách ghép các ma trận độ cứng động của các phần tử dầm với các phần tử có khối lượng-lò xo. Thuật toán Wittrick – Williams sau đó được áp dụng để xác định các tần số và dạng riêng tương ứng của cơ hệ. Torabi và đồng nghiệp [71] đã phát triển phương pháp phần tử cầu phương vi phân (DQEM- a differential quadrature element method) để phân tích dao động của dầm công xôn Timoshenko có thiết diện thay đổi với nhiều khối lượng tập trung. Đồng thời, các tác giả cũng đã đánh giá ảnh hưởng của số lượng, độ lớn và vị trí của khối lượng lên tần số riêng của dầm. Khi khối lượng tập trung tăng lên, tần số riêng của dầm sẽ giảm đi, tuy nhiên nếu khối lượng tập trung được đặt tại các nút của dạng riêng, tần số của dầm không bị ảnh hưởng.

Chen và đồng nghiệp [72] sử dụng ma trận truyền để phân tích dao động cưỡng bức và dao động tự do của dầm bậc thang Timoshenko có gắn hệ khối lượng-lò xo. Trong báo cáo này, dầm được mô hình hóa như một chuỗi các phần tử, trong đó mỗi phần tử bao gồm dầm và khối lượng-lò xo và phương trình truyền của mỗi phần tử được rút ra dựa trên phương pháp tách biến. Hantati và đồng nghiệp [73] đã nghiên cứu, phân tích dao động cưỡng bức phi tuyến của dầm bậc thang theo các phương chiều dày và chiều rộng và mang khối lượng tập trung dựa trên lý thuyết dầm Euler-Bernoulli và các giả định phi tuyến tính của Von Karman. Ảnh hưởng của sự thay đổi thiết diện, quán tính, tỉ lệ chiều dài và độ lớn khối lượng đối với phản ứng động phi tuyến của dầm bậc thang đã được xét đến, làm cơ sở cho việc nghiên cứu dao động cưỡng bức, dự đoán đáp ứng hay ước tính tuổi thọ mỏi của dầm. Ghadimi và đồng nghiệp [74] đã sử dụng hệ khối lượng – lò xo để phát hiện vết nứt của dầm có mặt cắt ngang tùy ý. Chuyển vị theo thời gian của mỗi điểm trên dầm được thu thập và tổng hợp để xác định độ cứng tương đối của từng đoạn dầm lân cận điểm đo. Sự khác biệt trong hệ đáp ứng của dầm đo được được dùng để xác định vị trí của vết nứt.

Farghaly và EI-Sayed [75] đã nghiên cứu sự thay đổi của tần số riêng và dạng dao động riêng của dầm Timoshenko có một khối lượng lệch tâm được gắn trên hai nền đàn hồi bằng phương pháp lý thuyết và thực nghiệm. Ảnh hưởng của quán tính quay, biến dạng cắt, tải trọng dọc dầm, khối lượng lệch tâm và tỷ lệ khoảng cách của hai nền đàn hồi đối với tần số riêng và dạng riêng của dầm đã được xét đến trong báo cáo này.

Gần đây, ảnh hưởng của khối lượng đến đặc trưng động lực học của dầm AFG cũng đã được một số tác giả quan tâm nghiên cứu, tuy nhiên số lượng các công trình nghiên cứu còn rất hạn chế [76-79]. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung đến tần số riêng của dầm công xôn AFG đã được nghiên cứu trong Shahba và đồng nghiệp [76] và Rossit và đồng nghiệp [77]. Salinie và đồng nghiệp [78] đã trình bày nghiên cứu dao động tự do của dầm AFG mang khối lượng tại hai đầu. Mahmoud và đồng nghiệp [79] đã nghiên cứu dao động tự do của dầm Euler-Bernoulli AFG có thiết diện thay đổi bằng phương pháp ma trận truyền khối lượng tập trung.

Qua phân tích các tài liệu nêu trên cho thấy rằng dao động của dầm đẳng hướng, đồng nhất mang khối lượng tập trung đã được quan tâm nghiên cứu nhiều, trong khi dao động của dầm có tính chất vật liệu biến thiên, chẳng hạn như dầm AFG mang khối lượng tập trung, vẫn chưa được quan tâm nhiều. Hơn nữa, theo hiểu biết của tác giả luận án này, công thức chính xác cho dạng riêng và hàm

receptance của dầm AFG có vết nứt, mang khối lượng tập trung, cho đến nay vẫn chưa được công bố. Hơn nữa, ảnh hưởng đồng thời của khối lượng tập trung, vết nứt và sự biến thiên tính chất vật liệu đến hàm receptance của dầm FGM vẫn chưa được nghiên cứu.

1.3. Ảnh hưởng của khối lượng di động và vết nứt đến phản ứng động lực học của dầm

Việc nghiên cứu đáp ứng động lực học của kết cấu chịu tải trọng di động đã và đang được nhiều nhà khoa học quan tâm và nghiên cứu, bằng cả phương pháp giải tích, phương pháp số và phương pháp thực nghiệm. Bên cạnh đó ảnh hưởng đồng thời của khối lượng di động và hư hỏng đến các tính chất động lực học của kết cấu cũng đã và đang được nghiên cứu và ứng dụng trong phát hiện hư hỏng kết cấu.

Một trong các tài liệu quan trọng trong phân tích kết cấu dầm chịu tải trọng di động là sách chuyên khảo của Fryba [80], trong đó nghiệm giải tích cho một loạt bài toán dầm chịu tác dụng của các loại tải trọng di động khác nhau được xây dựng trên cơ sở biến đổi Fourier và biến đổi Laplace. Tác giả Lin và Chang [81] đã phát triển một phương pháp giải tích để nghiên cứu đáp ứng động của dầm công xôn bị hư hỏng chịu tải trọng di động. Trong nghiên cứu này, hệ dầm bị nứt được mô hình hóa như một dầm hai nhịp và mỗi nhịp của dầm liên tục được giả định là tuân theo lý thuyết dầm Euler-Bernoulli. Vết nứt được mô hình hóa như một lò xo có độ mềm thay đổi phụ thuộc vào độ sâu vết nứt. Bằng cách sử dụng phương pháp ma trận truyền, tác giả đã rút ra được nghiệm dao động riêng của hệ dầm. Các đáp ứng động được rút ra bằng cách sử dụng các hàm dạng riêng đã được xác định.

Alebrahim và đồng nghiệp [82] đã khảo sát dao động của dầm Timoshenko nhiều vết nứt dưới tác động của khối lượng di động. Nghiên cứu này đã áp dụng phương pháp dạng dao động giả định để tìm giá trị riêng và vector riêng của dầm bị nứt. Các vết nứt trong kết cấu dầm được mô hình hóa như độ mềm địa phương và được thay thế bằng cặp lò xo ngang và quay. Do có vết nứt, dầm được chia thành các đoạn, các phương trình tương thích đã được thực hiện để liên kết mỗi hai đoạn. Yang và đồng nghiệp [83] đã nghiên cứu dao động của dầm Euler-Bernoulli có tính chất vật liệu không đồng nhất có chứa vết nứt mở bằng phương pháp giải tích. Dầm chịu tác dụng của lực nén dọc trục và một tải trọng tập trung di chuyển dọc theo dầm. Các nghiệm giải tích của tần số riêng và độ võng được xác định với các điều kiện biên cơ bản khác nhau, trong đó các đặc tính vật liệu biến thiên theo quy luật hàm mũ theo chiều dày. Ảnh hưởng của vết nứt, gradient tính chất vật liệu, lực nén

đọc trực và vận tốc của tải trọng di động được phân tích chi tiết trong nghiên cứu này.

Tác giả Cicirello [84] đã nghiên cứu đáp ứng của các dầm Euler–Bernoulli với số lượng vết nứt tùy ý và chịu một hoặc nhiều khối lượng di động luôn tiếp xúc với dầm. Tác giả đã sử dụng mô hình vết nứt hở để biểu diễn vết nứt ở dạng mở hoặc đóng tại một thời điểm cụ thể tùy thuộc vào dấu của biến dạng dọc trục tại tâm vết nứt và có tính đến vị trí của vết nứt. Mô hình này cho phép tính toán công thức chính xác của dạng dao động riêng của dầm có hư hỏng tính theo bốn hằng số tích phân, được tính toán thông qua các điều kiện biên và tham số chuyển đổi vết nứt hở (nhận giá trị 1 khi vết nứt mở hoặc 0 khi vết nứt đóng). Shafiei và Khaji [85] đã sử dụng phương pháp giải tích để phân tích đáp ứng dao động của dầm có thiết diện không đổi có số lượng bất kỳ các vết nứt mở, chịu tác động bởi tải trọng di động. Dầm có vết nứt được mô hình hóa thành các đoạn dầm liên kết với nhau thông qua các lò xo xoắn đàn hồi tuyến tính không khối lượng, mỗi đoạn của dầm liên tục được giả thiết tuân theo lý thuyết dầm Timoshenko.

Tác giả Nguyễn Tiến Khiêm và đồng nghiệp [86] đã phân tích đáp ứng tần số của dầm FGM bị nứt được liên kết với lớp điện áp làm cảm biến phân bố dưới tác động của tải trọng di động để phát hiện vết nứt. Lớp áp điện được sử dụng như một cảm biến phân bố để đo đáp ứng cơ học của dầm chịu tải trọng di động. Các tác giả đã sử dụng nguyên lý Hamilton để rút ra phương trình chuyển động của hệ dầm và sử dụng phương pháp giải tích để tìm nghiệm trong miền tần số. Phương pháp số đã được áp dụng để khảo sát đáp ứng của dầm theo các tham số như chỉ số biến thiên vật liệu, tần số và vận tốc tải, cũng như độ sâu và vị trí vết nứt.

Tác giả Li và đồng nghiệp [87] đã đề xuất một phương pháp bán giải tích mới để phân tích dao động phi tuyến của các cây cầu dạng dầm có các vết nứt hở chịu tải trọng của phương tiện di chuyển trên cầu, có tính đến các tương tác động giữa phương tiện và cầu bị nứt. Hàm delta Dirac được sử dụng để biểu thị sự thay đổi độ cứng cục bộ tại vị trí vết nứt, từ đó rút ra được công thức chính xác cho dạng dao động riêng của dầm có vết nứt. Quá trình hở của vết nứt, làm cho các đặc tính riêng của dầm thay đổi theo thời gian, được đặc trưng bởi độ cong thay đổi theo thời gian của cây cầu. Sau đó, phương trình động lực học phi tuyến tính của hệ thống tương tác giữa cầu và xe bị nứt được thiết lập, phương trình này được giải thông qua sơ đồ số lặp kép.

Michaltsos và đồng nghiệp [88] đã nghiên cứu đáp ứng động lực học của dầm có thiết diện không đổi gối tựa đơn giản dưới tác động của khối lượng di động trên dầm bằng phương pháp số. Trong nghiên cứu này khối lượng di động có độ lớn và vận tốc là hằng số. Mahmoud và Zaid [89] sử dụng phương pháp phân tích modal gần đúng để xác định ảnh hưởng của vết nứt đối với các đáp ứng động lực học của dầm Euler – Bernoulli gối tựa đơn giản, không cản chịu tác động của một khối lượng di động. Sự xuất hiện của vết nứt có ảnh hưởng đến độ võng của dầm và khi độ sâu vết nứt lớn, sự thay đổi trong đáp ứng của dầm trở lên rõ rệt. Sự ảnh hưởng của vết nứt và khối lượng lên đáp ứng của dầm phụ thuộc vào tốc độ di chuyển của khối lượng, độ lớn của khối lượng, kích thước vết nứt và vị trí của vết nứt.

Tác giả Nguyễn Việt Khoa và Trần Thanh Hải [90] đã đề xuất phương pháp phát hiện nhiều vết nứt trong kết cấu dạng dầm chịu tác động của xe di động dựa trên phân tích động lực học của kết cấu bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Mô hình vết nứt được thiết lập theo cơ học phá hủy, đáp ứng động lực học của hệ được đo trực tiếp từ xe di động. Khi xe chạy qua các vết nứt sẽ gây nên các biến dạng nhỏ trong đáp ứng động lực học của dầm. Các biến dạng nhỏ này khó có thể phát hiện được bằng trực quan. Tuy nhiên, khi áp dụng phép biến đổi wavelet để phân tích đáp ứng động lực học của dầm thì các biến dạng nhỏ này sẽ được khuếch đại thành các đỉnh trong biến đổi wavelet. Như vậy, đỉnh xuất hiện trong phép biến đổi wavelet chỉ ra sự tồn tại của vết nứt, vị trí của đỉnh chính là vị trí của vết nứt trên dầm. Tác giả Zhu và Law [91] đã đánh giá việc giám sát sức khỏe của dầm dựa vào các dữ liệu tương tác giữa cầu và phương tiện giao thông (VBI). Nghiên cứu có sử dụng các kỹ thuật xử lý tín hiệu như biến đổi wavelet và biến đổi Hilbert-Huang để xác định sự gián đoạn trong tín hiệu phản hồi của dầm.

Ozturk và đồng nghiệp [92] đã nghiên cứu đáp ứng động lực học của dầm có vết nứt tựa trên nền đàn hồi chịu tác động của tải trọng di động với vận tốc không đổi bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Nghiên cứu có xét đến ảnh hưởng của độ sâu vết nứt, vị trí vết nứt, nền đàn hồi và vận tốc tải trọng đối với chuyển vị tại các vị trí khác nhau của dầm. Mofid và Shadnam [93] đã phát triển phương pháp phần tử hữu hạn để giải bài toán đáp ứng động của dầm Euler–Bernoulli chịu tác dụng của khối lượng di động. Yavari và đồng nghiệp [94] tiếp tục mở rộng phương pháp phần tử hữu hạn bằng cách xét đến biến dạng cắt và quán tính quay của dầm để phân tích đáp ứng động của dầm Timoshenko dưới tác động của khối lượng di động.

Esmailzadeh và Ghorashi [95] đã nghiên cứu dao động của dầm chịu tác dụng của khối lượng di động phân bố đều và phân bố cục bộ.

Sarvestan và đồng nghiệp [96-97] đã nghiên cứu dao động của dầm Timoshenko có vết nứt chịu tải trọng di động bằng phương pháp phần tử hữu hạn phổ, trong đó vết nứt được mô hình hóa bằng các lò xo không khối lượng. Ma trận độ cứng và vector tải trọng được thiết lập trong miền tần số, có xét đến các điều kiện tương thích tại vị trí vết nứt cũng như ảnh hưởng của vận tốc và gia tốc tải trọng. Kết quả cho thấy phương pháp phần tử hữu hạn phổ đạt độ chính xác cao hơn và cần ít phần tử hơn so với phương pháp phần tử hữu hạn. Đồng thời, các nghiên cứu cũng chỉ ra ảnh hưởng của tham số vết nứt và đặc trưng chuyển động của tải trọng đến đáp ứng động của dầm.

Zhang và Zhu [98] đã nghiên cứu phương pháp phát hiện hư hỏng của cầu dựa trên phân tích tương quan của đáp ứng dao động do tải trọng xe gây ra, sử dụng các hệ số tương quan như Pearson, Spearman và Kendall để xây dựng chỉ số hư hỏng. Kết quả mô phỏng và thực nghiệm thu được từ nghiên cứu này cho thấy phương pháp có khả năng xác định chính xác vị trí hư hỏng, trong đó chỉ số Pearson cho hiệu quả tốt nhất. Việc kết hợp nhiều chỉ số giúp nâng cao độ tin cậy trong nhận dạng.

Zhu và đồng nghiệp [99] đã đề xuất một phương pháp dựa trên wavelet để xác định vết nứt của dầm FGM có tính chất vật liệu thay đổi theo chiều dày của dầm theo quy luật hàm mũ. Chỉ số hư hỏng được xác định dựa trên vị trí của hệ số mô đun cực đại wavelet. Vị trí vết nứt được xác định thông qua sự thay đổi đột ngột của chỉ số hư hỏng. Một hệ số cường độ, liên hệ giữa kích thước vết nứt và hệ số biến đổi wavelet, được sử dụng để ước lượng độ sâu vết nứt. Yan và đồng nghiệp [100] đã nghiên cứu đáp ứng động lực học của dầm bằng vật liệu FGM có vết nứt mở, đặt trên nền đàn hồi và chịu tác dụng của tải trọng di chuyển với vận tốc không đổi. Các đặc tính vật liệu của dầm biến thiên theo quy luật hàm mũ theo phương chiều dày. Vết nứt trên dầm được mô hình hóa như một lò xo xoắn tuyến tính. Các phương trình chuyển động được thiết lập bằng nguyên lý Hamilton và được chuyển đổi thành hệ phương trình động lực học thông qua phương pháp Galerkin.

Ghannadiazl và Ajirlou [101] đã nghiên cứu đáp ứng động của dầm một nhịp và nhiều nhịp có nhiều vết nứt, có cản, chịu tác dụng của tải trọng di động với điều kiện biên đàn hồi dựa trên lý thuyết dầm Timoshenko. Đáp ứng động của dầm có vết nứt được tính bằng phương pháp sử dụng hàm Green. Yin và đồng nghiệp [102]

đã phân tích ảnh hưởng của vết nứt và độ nhám mặt đường đến đáp ứng của cầu dưới tác động của phương tiện di động. Trong nghiên cứu này, hai mô hình xe được phân tích, bao gồm mô hình xe một bậc tự do (SDOF) và mô hình xe bảy bậc tự do (DOF). Ba loại cầu điển hình đã được khảo sát, bao gồm cầu đồng nhất một nhịp, cầu ba nhịp và cầu liên tục ba nhịp có thiết diện thay đổi. Vết nứt trên cầu được mô hình bằng lò xo xoắn không khối lượng.

Tác giả Ariaei và đồng nghiệp [103] đã phân tích dao động của dầm Euler–Bernoulli không cản với các vết nứt thờ có một khối lượng di động trên dầm. Các tác giả đã sử dụng kỹ thuật phần tử rời rạc (DET- Discrete Element Technique) và phương pháp phần tử hữu hạn để nghiên cứu ảnh hưởng của vận tốc di động, vị trí và kích thước của vết nứt lên độ võng của dầm. Kết quả nghiên cứu đã chỉ ra rằng, ảnh hưởng của vết nứt và tải trọng lên đáp ứng của dầm phụ thuộc vào độ lớn của khối lượng và vận tốc di động, kích thước và vị trí của vết nứt. Nguyễn Việt Khoa [104] so sánh việc phát hiện vết nứt mở và vết nứt thờ đối với hệ xe-cầu chịu tải trong di động. Tác giả đã sử dụng phổ wavelet để phát hiện vết nứt thờ. Vết nứt mở và vết nứt thờ có thể được phân biệt bằng cách giám sát tần số tức thời của hệ. Định xuất hiện trong phép biến đổi wavelet của đáp ứng của hệ có vết nứt thờ sẽ nhỏ hơn so với vết nứt mở có cùng độ sâu, qua đó cảnh báo rằng đỉnh nhỏ trong biến đổi wavelet không phải luôn đồng nghĩa với độ sâu vết nứt là nhỏ, mà nó còn tùy thuộc vết nứt là vết nứt mở hay vết nứt thờ.

Tác giả Fu [105] sử dụng phương pháp số để nghiên cứu ảnh hưởng của các vết nứt đến dao động của dầm chịu tác dụng của xe di động. Các vết nứt được mô phỏng dưới dạng vết nứt thờ, có khả năng đóng và mở hoàn toàn một cách tức thời, và ứng xử của dầm được xem như một chuỗi các trạng thái tuyến tính, trong đó mỗi trạng thái có thể được đánh giá thông qua phân tích dạng dao động của dầm. Tác giả Zhu và Zhang [106] đã nghiên cứu dao động hệ cầu – xe di chuyển (VBI- vehicle-bridge interaction system) và đề xuất phương pháp sử dụng chỉ số hư hỏng dựa trên sự suy giảm tần số do vết nứt thờ gây ra để phát hiện vết nứt trên cầu. Cicirello và Palmeri [107] đã phân tích tĩnh một dầm Euler–Bernoulli có số lượng bất kỳ các vết nứt mở, chịu tác dụng của lực kéo hoặc lực nén kết hợp với các tải trọng ngang tùy ý. Vết nứt mở được biểu diễn toán học thông qua các hàm delta Dirac.

Tác giả Bilello và Bergman [108] đã nghiên cứu đáp ứng của dầm Euler – Bernoulli bị hư hỏng khi có khối lượng chạy qua bằng phương pháp lý thuyết và thực nghiệm. Hư hỏng trên dầm được mô hình hóa thông qua các lò xo xoắn không khối lượng. Kết quả của nghiên cứu đã chỉ ra rằng, khi dầm có khối lượng chạy qua

thì đáp ứng của dầm nhảy với hư hỏng hơn so với tần số riêng. Chatterjee và Vaidya [109] đã phân tích dao động của dầm dưới tác động của khối lượng di động bằng phương pháp thực nghiệm để xác định vết nứt. Sự xuất hiện và vị trí của vết nứt được xác định bằng đáp ứng dao động với đại lượng đo là gia tốc. Tại vị trí có hư hỏng xuất hiện sự gián đoạn trong đáp ứng gia tốc của dầm. Jena và Parhi [110] đã nghiên cứu đáp ứng động lực học của dầm công xôn có nhiều vết nứt có khối lượng chạy trên dầm bằng phương pháp số và phương pháp thực nghiệm. Trong công bố này, các tác giả đã nghiên cứu đáp ứng của dầm với nhiều trường hợp khác nhau của độ lớn và tốc độ di chuyển của khối lượng, độ sâu và vị trí vết nứt.

Bên cạnh các thành phần cơ bản của các kết cấu như dầm, dây cáp là một thành phần quan trọng nhất chịu các tải trọng chủ yếu trong các kết cấu cầu dây văng. Trong quá trình làm việc, dây cáp có thể bị hư hỏng bởi nhiều nguyên nhân như oxy hóa quá mức, ăn mòn, ma sát, mỏi,... Bất kỳ hư hỏng nào xảy ra trên cáp đều có thể dẫn đến nguy cơ mất an toàn cho công trình cầu nên việc phát hiện hư hỏng cáp là hết sức cần thiết nhằm tránh các thảm họa tiềm ẩn. Khi dây cáp của cầu dây văng chịu tải trọng dọc trục thì độ cứng chống uốn EI sẽ trở nên lớn. Đồng thời, đối với đa số cáp cầu dây văng (ngoại trừ cáp có độ dài đặc biệt lớn) thì độ võng của dây cáp là nhỏ. Trong các điều kiện như vậy thì bài toán dao động ngang của cáp có thể coi như bài toán dao động của dầm [111-114].

Hiện nay việc nghiên cứu và ứng dụng rô bốt di động trên cáp của cầu dây văng trong giám sát kết cấu đang được triển khai trên thế giới. Trên các rô bốt này được tích hợp các cảm biến như camera, cảm biến đo rò rỉ từ thông v.v. để sử dụng các phương pháp kiểm tra không phá hủy như phương pháp từ thông, phương pháp thị giác máy tính v.v. cho dây cáp do ưu điểm tiết kiệm thời gian và chi phí [115-124] Tuy nhiên, các phương pháp này chỉ có thể kiểm tra các hư hỏng rõ ràng trên bề mặt cáp, trong khi sẽ khó sử dụng để phát hiện các hư hỏng ẩn hoặc hư hỏng trơn như vết nứt dưới lớp bọc cáp hoặc thay đổi trơn tru đường kính cáp. Ngoài ra, trong trường hợp cáp cầu được bảo vệ bằng lớp bọc thép, các phương pháp này có thể gặp khó khăn do nhiễu loạn từ thông do lớp bọc thép của cáp gây ra. Trong khi đó, theo hiểu biết của tác giả luận án này thì hiện chưa có nghiên cứu nào về việc sử dụng rô bốt giám sát dây cáp bằng phương pháp dao động.

1.4. Kết luận

Dựa trên các phân tích ở trên ta có thể thấy:

- Mặc dù đã có nhiều nghiên cứu về dao động của dầm FGM có vết nứt, nhưng hiện chỉ có một số ít nghiên cứu về dao động của dầm FGM có thiết diện không đổi và có vết nứt được thực hiện. Đặc biệt, bài toán dao động của dầm AFG có thiết diện thay đổi, có vết nứt, có khối lượng tập trung vẫn chưa được quan tâm giải quyết.

- Hầu hết các nghiên cứu về dao động của dầm có hư hỏng chịu tải trọng di động đều áp dụng cho dầm cầu. Trong khi đó, dao động của các kết cấu khác như dây cáp có hư hỏng dưới tác động của tải trọng di động chưa được nghiên cứu nhiều. Đặc biệt, các dạng hư hỏng khác như mài mòn, suy giảm đường kính cáp còn chưa được nghiên cứu.

Vì vậy, luận án sẽ thực hiện các nội dung nghiên cứu sau:

- Xây dựng phương trình động lực học của dầm AFG có thiết diện thay đổi dọc theo trục của dầm, có vết nứt, và có khối lượng tập trung. Giải phương trình này để tìm dạng riêng của dầm để từ đó tìm công thức chính xác cho hàm receptance. Sử dụng công thức của hàm receptance tìm được để tính toán mô phỏng số nhằm phân tích ảnh hưởng của vết nứt và khối lượng tập trung lên hàm receptance.

- Xây dựng phương trình động lực học của dầm có hư hỏng chịu tác động của khối lượng di động. Giải phương trình động lực học này để tìm phản ứng động lực học của hệ. Dựa trên nghiệm của phương trình động lực học này, mô phỏng và phân tích sự ảnh hưởng của hư hỏng đến ứng xử động lực học của hệ.

- Phân tích kết quả mô phỏng số cho hai trường hợp kể trên để từ đó đề xuất các phương pháp phát hiện hư hỏng dầm dựa trên hàm receptance của dầm có khối lượng tập trung. Đồng thời, đề xuất phương pháp phát hiện hư hỏng dạng vết nứt và dạng suy giảm thiết diện dựa trên tín hiệu đo dao động của hệ dầm – khối lượng di động, ứng dụng cho việc phát hiện hư hỏng của cáp cầu dây văng bằng rô bốt di động trên cáp.

- Thực hiện một số thí nghiệm để kiểm chứng công thức lý thuyết thu được từ luận án và đánh giá khả năng ứng dụng của các phương pháp đề xuất để phát hiện hư hỏng của dầm.

CHƯƠNG 2. PHÁT HIỆN HƯ HỎNG CỦA DẦM AFG CÓ THIẾT DIỆN THAY ĐỔI, CÓ VẾT NÚT VÀ KHỐI LƯỢNG TẬP TRUNG

Trong chương này, ảnh hưởng của các tính chất của dầm AFG và vết nứt cùng với khối lượng tập trung đến hàm receptance sẽ được nghiên cứu để từ đó đề xuất một phương pháp phát hiện vết nứt của dầm AFG. Hàm receptance là hàm chỉ phụ thuộc vào bản chất của kết cấu mà không phụ thuộc vào ngoại lực. Do vậy, khi có vết nứt và khối lượng tập trung thì bản chất của kết cấu đã bị thay đổi dẫn đến hàm receptance sẽ bị thay đổi, từ đó sẽ dẫn đến phương pháp phát hiện vết nứt của dầm có khối lượng tập trung dựa trên sự thay đổi của hàm receptance này.

Nội dung của Chương này là thiết lập biểu thức của hàm receptance và tìm ra biểu thức dạng dao động riêng của dầm AFG có thiết diện thay đổi, có vết nứt, có khối lượng tập trung. Sau đó, các tính toán mô phỏng số sẽ được thực hiện để khảo sát ảnh hưởng của sự thay đổi các tính chất của dầm dọc theo chiều dài dầm, ảnh hưởng của vết nứt và khối lượng tập trung lên hàm receptance. Dựa trên các kết quả khảo sát số, luận án sẽ đề xuất phương pháp phát hiện vết nứt của dầm AFG có khối lượng tập trung.

2.1. Hàm receptance của dầm AFG có vết nứt, có khối lượng tập trung

Xét dầm Euler-Bernoulli với thiết diện đều như Hình 2.1. Phương trình chuyển động của hệ đơn giản này được thiết lập bằng phương pháp cân bằng lực trên một phân tố của dầm như Hình 2.1b. Cân bằng tất cả các lực theo phương thẳng đứng ta có:

$$Y(x,t) + p(x,t)dx - [Y(x,t) + Y'(x,t)dx] - f_I(x,t) = 0 \quad (2.1)$$

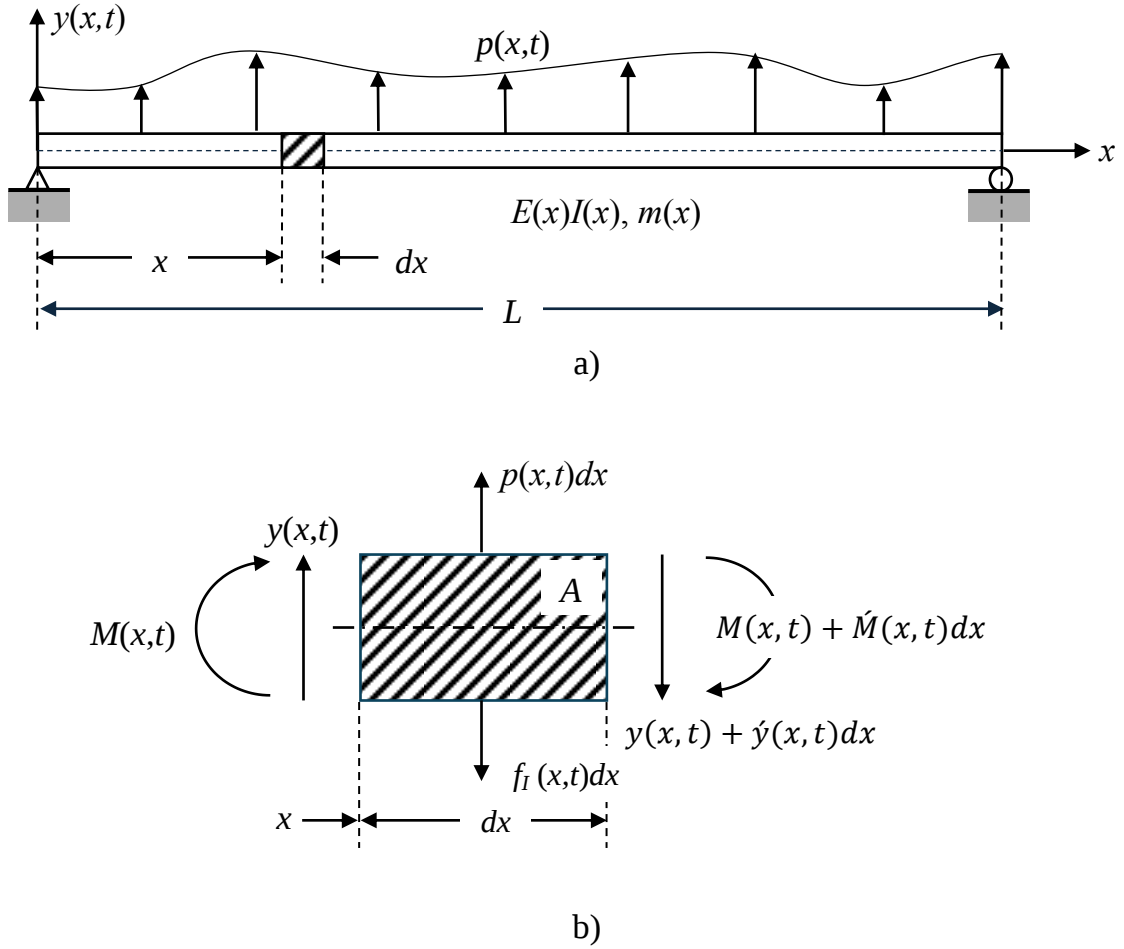
trong đó, $Y(x,t)$ là lực cắt, $f_I(x,t)dx$ là lực quán tính.

$$f_I(x,t)dx = \rho(x)A(x)dx \cdot \ddot{y}(x,t) \quad (2.2)$$

Kí hiệu dấu “ $\dot{}$ ” là kí hiệu của đạo hàm theo biến không gian, “ $\ddot{}$ ” là kí hiệu của đạo hàm theo biến thời gian.

Thay phương trình (2.2) vào phương trình (2.1) ta được:

$$Y'(x,t) = p(x,t) - \rho(x)A(x)\ddot{y}(x,t) \quad (2.3)$$



Hình 2. 1. Mô hình dầm Euler-Bernoulli thiết diện đều

Phương trình trình cân bằng moment quanh điểm A sau khi loại bỏ moment bậc 2 liên quan đến lực quán tính và tải trọng ngoài là:

$$M(x,t) + Y(x,t)dx - [M(x,t) + M'(x,t)dx] = 0 \quad (2.4)$$

Bỏ qua lực quán tính quay, phương trình trở thành mối quan hệ moment và lực cắt trong cân bằng tĩnh:

$$M'(x,t) = Y(x,t) \quad (2.5)$$

Lấy đạo hàm pt này theo x và thay vào (17.3) ta có

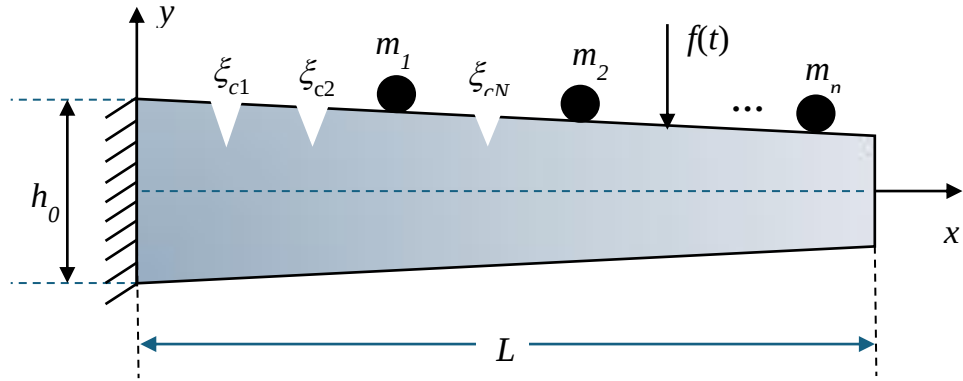
$$M''(x,t) + \rho(x)A(x)\ddot{y}(x,t) = p(x,t) \quad (2.6)$$

Lưu ý mối quan hệ giữa mô men và độ cong của dầm $M = EIy''$ ta có:

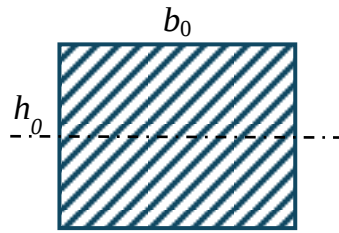
$$[EI(x)y''(x,t)]'' + \rho(x)A(x)\ddot{y}(x,t) = p(x,t) \quad (2.7)$$

Đây chính là phương trình vi phân cho trường hợp cơ bản của dầm chịu uốn.

Tiếp theo, ta xét một dầm Euler-Bernoulli có tính chất vật liệu thay đổi dọc dầm mang n khối lượng tập trung m_i , với $i = 1, \dots, n$; và chịu tác dụng của một lực $f(t)$ như minh họa trong Hình 2.2.



a) Mô hình dầm



b) Thiết diện của dầm tại đầu ngàm

Hình 2. 2. Dầm Euler-Bernoulli mang n khối lượng tập trung

Phương trình dao động uốn của dầm trong bài toán này theo Wu cùng đồng nghiệp [60] như sau:

$$\left[E(x)I(x)y'' \right]'' + \left[\rho(x)A(x) + \sum_{k=1}^n m_k \delta(x - x_{mk}) \right] \ddot{y} = \delta(x - x_f) f(t) \quad (2.8)$$

trong đó, $E(x)$ là mô đun đàn hồi; $I(x)$ là mô men quán tính mặt cắt ngang; $\rho(x)$ là mật độ khối lượng của dầm; $A(x)$ là diện tích thiết diện của dầm, m_k là khối lượng tập trung thứ k ở vị trí x_{mk} ; $y(x, t)$ là chuyển vị của dầm tại vị trí x và thời gian t ; $f(t)$ là lực tác động lên dầm ở vị trí x_f ; $\delta(x - x_f)$ là hàm delta Dirac.

Để thuận tiện, phương trình dao động uốn của dầm có biểu diễn trong hệ tọa độ không thứ nguyên $\xi = \frac{x}{L}$ dưới dạng như sau:

$$\left[E(\xi) I(\xi) y'' \right]'' + L^4 \rho(\xi) A(\xi) \ddot{y} + L^4 \sum_{k=1}^n m_k \delta(\xi - \xi_{mk}) \ddot{y} = L^4 \delta(\xi - \xi_f) f(t) \quad (2.9)$$

Chuyển hạng tử thứ ba ở vế trái sang vế phải ta được phương trình:

$$\left[EI y'' \right]'' + L^4 \mu \ddot{y} = L^4 \delta(\xi - \xi_f) f(t) - L^4 \sum_{k=1}^n m_k \delta(\xi - \xi_{mk}) \ddot{y} \quad (2.10)$$

với $\mu(\xi) = \rho(\xi) A(\xi)$ là khối lượng của dầm trên một đơn vị chiều dài.

Khi đó, ta có thể coi phương trình (2.10) như là phương trình dao động cưỡng bức của một dầm không có khối lượng tập trung, chịu tác dụng của các lực quán tính từ n khối lượng tập trung và lực ngoài $f(t)$. Nghiệm của phương trình (2.10) có thể được tìm dưới dạng:

$$y(\xi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi) q_i(t) \quad (2.11)$$

trong đó, ϕ_i là dạng dao động riêng thứ i của dầm không có khối lượng tập trung và q_i là tọa độ tổng quát thứ i của dầm.

Thế phương trình (2.11) vào phương trình (2.10) thu được:

$$\begin{aligned} & \left[EI \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i''(\xi) \right]'' q_i(t) + L^4 \mu \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi) \ddot{q}_i(t) \\ & = -L^4 \sum_{k=1}^n \delta(\xi - \xi_{mk}) m_k \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi) \ddot{q}_i(t) + L^4 \delta(\xi - \xi_f) f(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Nhân hai vế của phương trình (2.12) với $\phi_j(\xi)$ và lấy tích phân từ 0 đến 1 hai vế của biểu thức sau khi nhân ta được:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left[EI \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i''(\xi) \right]'' \phi_j(\xi) q_i(t) d\xi + L^4 \int_0^1 \mu \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) \ddot{q}_i(t) d\xi \\ & = -L^4 \int_0^1 \sum_{k=1}^n m_k \delta(\xi - \xi_{mk}) \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) \ddot{q}_i(t) d\xi + L^4 \int_0^1 \delta(\xi - \xi_f) \phi_j(\xi) f(t) d\xi \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sử dụng tính chất tích phân của hàm delta Dirac [125], phương trình (2.13) trở thành:

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \left[EI \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i''(\xi) \right]'' \phi_j(\xi) q_i(t) d\xi + L^4 \int_0^1 \mu \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) \ddot{q}_i(t) d\xi \\
& = -L^4 \sum_{k=1}^n m_k \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(\xi_{mk}) \phi_j(\xi_{mk}) \ddot{q}_i(t) + L^4 \phi_j(\xi_f) f(t)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Sử dụng tính chất trực giao của các dạng dao động riêng của dầm không có khối lượng tập trung ta có:

$$\int_0^1 \phi_i(\xi) \left[EI \phi_j''(\xi) \right]'' d\xi = 0 \quad \text{khi } i \neq j \tag{2.15}$$

$$\int_0^1 \phi_i(\xi) \mu \phi_j(\xi) d\xi = 0 \quad \text{khi } i \neq j \tag{2.16}$$

Lấy tích phân từng phần 2 lần đối với phương trình (2.15) ta được:

$$\phi_i(\xi) EI \phi_j'''(\xi) \Big|_0^1 - \phi_i'(\xi) EI \phi_j''(\xi) \Big|_0^1 + \int_0^1 \phi_i''(\xi) EI \phi_j''(\xi) d\xi = 0 \quad \text{khi } i \neq j \tag{2.17}$$

Với chú ý rằng, đối với các điều kiện biên thông thường thì hai thành phần đầu tiên của phương trình (2.15) là bằng không:

$$\begin{cases} \phi_i(\xi) EI \phi_j'''(\xi) \Big|_0^1 = 0, & \forall i, j \\ \phi_i'(\xi) EI \phi_j''(\xi) \Big|_0^1 = 0, & \forall i, j \end{cases} \tag{2.18}$$

Do đó, từ phương trình (2.15) và (2.16) ta có:

$$\int_0^1 \phi_i''(\xi) EI \phi_j''(\xi) d\xi = \begin{cases} 0 & \text{if } i \neq j \\ \int_0^1 \phi_i''^2(\xi) EI d\xi & \text{if } i = j \end{cases} \tag{2.19}$$

Sử dụng các phương trình từ (2.15) – (2.19), phương trình (2.14) có thể được viết lại bằng:

$$\begin{aligned}
& L^4 \left[\int_0^1 \mu \phi_i^2(\xi) d\xi + \sum_{k=1}^n m_k \phi_i(\xi_{mk}) \phi_j(\xi_{mk}) \right] \ddot{q}_i(t) + \left[\int_0^1 EI \phi_i''^2(\xi) d\xi \right] q_i(t) \\
& = L^4 \phi_j(\xi_f) f(t)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Phương trình (2.20) có thể biểu diễn dưới dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{\Phi}(\xi_f) f(t) \quad (2.21)$$

Trong đó, ma trận khối lượng $\mathbf{M}$ là ma trận vuông đối xứng cấp $N \times N$ và ma trận độ cứng $\mathbf{K}$ của dầm là ma trận đường chéo chính cấp $N \times N$ có dạng như sau:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \int_0^1 \mu \phi_1^2 d\xi + \sum_{k=1}^n m_k \phi_1^2(\xi_{mk}) & \sum_{k=1}^n m_k \phi_1(\xi_{mk}) \phi_2(\xi_{mk}) & \dots & \sum_{k=1}^n m_k \phi_1(\xi_{mk}) \phi_N(\xi_{mk}) \\ \sum_{k=1}^n m_k \phi_2(\xi_{mk}) \phi_1(\xi_{mk}) & \int_0^1 \mu \phi_2^2 d\xi + \sum_{k=1}^n m_k \phi_2^2(\xi_{mk}) & \dots & \sum_{k=1}^n m_k \phi_2(\xi_{mk}) \phi_N(\xi_{mk}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=1}^n m_k \phi_N(\xi_{mk}) \phi_1(\xi_{mk}) & \sum_{k=1}^n m_k \phi_N(\xi_{mk}) \phi_2(\xi_{mk}) & \dots & \int_0^1 \mu \phi_N^2 d\xi + \sum_{k=1}^n m_k \phi_N^2(\xi_{mk}) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{L^4} \begin{bmatrix} \int_0^1 EI \phi_1''^2 d\xi & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \int_0^1 EI \phi_2''^2 d\xi & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \int_0^1 EI \phi_N''^2 d\xi \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{\Phi}(\xi) = [\phi_1(\xi), \dots, \phi_N(\xi)]^T, \quad \ddot{\mathbf{q}}(t) = [\ddot{q}_1(t), \dots, \ddot{q}_N(t)]^T, \quad \mathbf{q}(t) = [q_1(t), \dots, q_N(t)]^T \quad (2.24)$$

Nếu dầm không có lực kích động, phương trình (2.21) trở thành:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

Phương trình (2.25) là phương trình dao động tự do của hệ dầm có khối lượng tập trung. Tần số riêng Ω của dầm mang các khối lượng tập trung có thể tính được từ việc giải các bài toán giá trị riêng dựa vào phương trình (2.25), đó là:

$$\det[\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}] = 0 \quad (2.26)$$

Nếu lực kích động tác động lên dầm là lực điều hòa $f(t) = \bar{f}e^{i\omega t}$ thì nghiệm của phương trình (2.21) có thể tìm dưới dạng:

$$\mathbf{q}(t) = \bar{\mathbf{q}}e^{i\omega t} \quad (2.27)$$

Thế phương trình (2.27) vào phương trình (2.21) thu được:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \bar{\mathbf{q}} = \Phi(\xi_f) \bar{f} \quad (2.28)$$

Nhân trái hai vế của phương trình (2.28) với $\frac{\Phi^T(\xi)}{\bar{f}} [\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}]^{-1}$, hàm receptance tại vị trí ξ do lực kích động tại vị trí ξ_f gây ra được tính bằng:

$$\alpha(\xi, \xi_f, \omega) = \frac{\Phi^T(\xi) \bar{\mathbf{q}}}{\bar{f}} = \Phi^T(\xi) (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})^{-1} \Phi(\xi_f) \quad (2.29)$$

Trong đó, thành phần $\Phi^T(\xi) \bar{\mathbf{q}}$ và $\bar{f}$ tương ứng lần lượt là biên độ của đáp ứng tại vị trí ξ và biên độ của lực ở vị trí ξ_f .

Nếu xác định được các dạng dao động riêng của dầm thì các tích phân $\int_0^1 \mu \phi_i^2 d\xi$ và $\int_0^1 EI \phi_i''^2 d\xi$ ở các ma trận $\mathbf{M}$ và $\mathbf{K}$ trong phương trình (2.22) và (2.23) sẽ được xác định. Từ đó, công thức tổng quát cho hàm receptance của dầm sẽ được xác định theo phương trình (2.29).

2.2. Dạng dao động riêng của dầm AFG có thiết diện thay đổi, có vết nứt và khối lượng tập trung

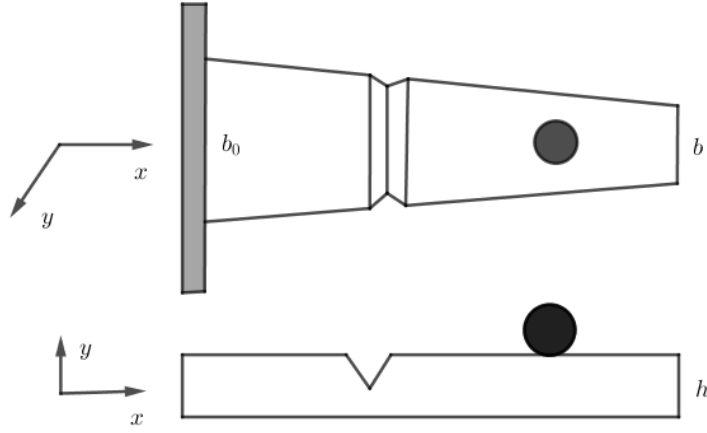
Như đã trình bày ở trên, để tính được hàm receptance của dầm thì dạng dao động riêng của dầm phải được xác định. Trong phần này, luận án trình bày việc tìm công thức chính xác cho dạng dao động riêng và hàm receptance của dầm AFG, có vết nứt và có khối lượng tập trung. Từ đó sử dụng hàm receptance của dầm để phát hiện hư hỏng trên dầm.

Xét dầm AFG Euler-Bernoulli có thiết diện mặt cắt ngang là hình chữ nhật thay đổi dọc theo chiều dài của dầm, có vết nứt và có khối lượng tập trung như minh họa trong Hình 2.2.

Giả thiết rằng kích thước và tính chất vật liệu của dầm thay đổi theo quy luật sau [131, 132]:

$$\begin{aligned} E(\xi) &= E_0 (1 - \alpha_1 \xi^{n_1}) \\ b &= b_0 (1 - \alpha_2 \xi^{n_2}) \\ h &= h_0 (1 - \alpha_3 \xi^{n_3}) \\ \rho &= \rho_0 (1 - \alpha_4 \xi^{n_4}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

trong đó, E_0, b_0, h_0 và ρ_0 tương ứng là mô đun đàn hồi, chiều rộng, chiều dày và mật độ khối lượng của dầm tại đầu ngàm $\xi = 0$; $0 \leq \alpha_i \leq 1$; $n_i, i = \overline{1,4}$ là các hệ số thay đổi tính chất của dầm.



Hình 2. 3. Mô hình dầm AFG có thiết diện thay đổi, có vết nứt và khối lượng tập trung

Khi dầm có vết nứt tại vị trí ξ_{cj} ($0 < \xi_{cj} < 1$) trên dầm, biểu thức độ cứng uốn EI có dạng [7]:

$$E(\xi)I(\xi) = E(\xi)I(\xi)[1 - f^*(\xi)] \quad (2.31)$$

trong đó,

$$f^*(\xi) = \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta(\xi - \xi_{cj}) \quad (2.32)$$

với: γ_j là một tham số biểu thị cường độ vết nứt của vết nứt tập trung thứ j nằm tại vị trí ξ_{cj} trên dầm; $\delta(\xi - \xi_{cj})$ là Delta Dirac.

Dạng dao động riêng của dầm ϕ_i được giải từ bài toán trị riêng của phương trình (2.12):

$$\left\{ E(\xi)I(\xi)[1 - f^*(\xi)]\phi_i''(\xi) \right\}'' q_i(t) + L^4 \mu(\xi)\phi_i(\xi)\ddot{q}_i(t) = 0 \quad (2.33)$$

Đây là phương trình vi phân cấp 2 đối với $q(t)$. Nghiệm $q(t)$ sẽ có dạng $q(t) = e^{i\omega t}$.

Thay nghiệm này vào (2.33) ta được:

$$\left\{E(\xi)I(\xi)[1-f^*(\xi)]\phi_i''(\xi)\right\}'' q_i(t) - L^4\omega^2\mu(\xi)\phi_i(\xi)q_i(t) = 0 \quad (2.34)$$

hoặc

$$\left\{E(\xi)I(\xi)[1-f^*(\xi)]\phi_i''(\xi)\right\}'' - L^4\omega^2\mu(\xi)\phi_i(\xi) = 0 \quad (2.35)$$

Thực hiện phép lấy đạo hàm trong biểu thức (2.35) ta được:

$$\phi_i''' = -\frac{2(EI)'}{EI}\phi_i''' - \frac{(EI)''}{EI}\phi_i'' + \frac{L^4\omega^2\rho A}{EI}\phi_i - \frac{\left[EI\sum_{j=1}^N\gamma_j\delta(\xi-\xi_{cj})\phi_i''\right]''}{EI} \quad (2.36)$$

Áp dụng tính chất của hàm Delta Dirac [125]:

$$\begin{aligned} \varphi(\xi)\delta'(\xi) &= \varphi(0)\delta'(\xi) - \varphi'(0)\delta(\xi) \\ \varphi(\xi)\delta''(\xi) &= \varphi(0)\delta''(\xi) - 2\varphi'(0)\delta'(\xi) + \varphi''(0)\delta(\xi) \end{aligned} \quad (2.37)$$

với φ là hàm bất kỳ.

Khi đó, phương trình (2.36) được viết lại bằng:

$$\begin{aligned} \phi_i''' &= -\frac{2(EI)'}{EI}\phi_i''' - \frac{(EI)''}{EI}\phi_i'' + \frac{L^4\omega^2\rho A}{EI}\phi_i \\ &\quad - \frac{\phi_i''}{EI}\sum_{j=1}^N\gamma_j\delta''(\xi-\xi_{cj}) + 2\frac{(EI\phi_i'')'}{EI}\sum_{j=1}^N\gamma_j\delta'(\xi-\xi_{cj}) - \frac{(EI\phi_i'')''}{EI}\sum_{j=1}^N\gamma_j\delta(\xi-\xi_{cj}) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Phương trình (2.38) là phương trình vi phân cấp bốn đối với ϕ_i , phương pháp giải được sử dụng trong Luận án này là phương pháp phân rã Adomian [126] trong đó, các hệ số n_1, n_2, n_3, n_4 được xét đến là các số tự nhiên. Nghiệm dạng riêng ϕ_i được biểu diễn dưới dạng tổng vô hạn của một chuỗi hội tụ:

$$\phi_i(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \xi^k \quad (2.39)$$

Khi đó, các biểu thức đạo hàm cấp một, cấp hai, cấp ba của hàm dạng riêng của dầm có dạng:

$$\begin{aligned}
\phi_i' &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) C_{k+1} \xi^k \\
\phi_i'' &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)(k+2) C_{k+2} \xi^k \\
\phi_i''' &= \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)(k+2)(k+3) C_{k+3} \xi^k
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Nếu các hệ số C_k được xác định, công thức giải tích cho hàm dạng riêng ϕ_i sẽ được thiết lập.

Để tìm hàm dạng riêng, toán tử vi phân tuyến tính $\ell = \frac{d^4}{d\xi^4}$ và toán tử tích phân tuyến tính $\ell^{-1} = \int_0^\xi \int_0^\xi \int_0^\xi \int_0^\xi (\dots) d\xi d\xi d\xi d\xi$ sẽ được sử dụng.

$$\ell^{-1} \ell \{\phi_i\} = \ell^{-1} \{\phi_i'''\} = \phi_i - b_0 - b_1 \xi - b_2 \xi^2 - b_3 \xi^3 \tag{2.41}$$

Khi đó, dạng dao động riêng của dầm được tính theo biểu thức:

$$\begin{aligned}
\phi_i &= \sum_{k=0}^3 C_{0k} \xi^k + \ell^{-1} \left\{ -\frac{2(EI)'}{EI} \phi_i''' - \frac{(EI)''}{EI} \phi_i'' + \frac{L^4 \omega^2 \rho A}{EI} \phi_i \right\} \\
&+ \ell^{-1} \left\{ -\frac{\phi_i''}{EI} \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta''(\xi - \xi_{cj}) + 2 \frac{(EI \phi_i'')'}{EI} \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta'(\xi - \xi_{cj}) - \frac{(EI \phi_i'')''}{EI} \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta(\xi - \xi_{cj}) \right\}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Phương trình (2.42) có thể viết lại dưới dạng:

$$\phi_i = \sum_{k=0}^3 C_{0k} \xi^k + \ell^{-1} \{\mathcal{A}\} + \ell^{-1} \{\mathcal{B}\} \tag{2.43}$$

trong đó,

$$\mathcal{A} = -\frac{2(EI)'}{EI} \phi_i''' - \frac{(EI)''}{EI} \phi_i'' + \frac{L^4 \omega^2 \rho A}{EI} \phi_i \tag{2.44}$$

hay,

$$\mathcal{A} = -\frac{2(EI' + E'I)}{EI} \phi_i''' - \frac{E''I + 2ET' + EI''}{EI} \phi_i'' + \frac{L^4 \omega^2 \mu}{EI} \phi_i \tag{2.45}$$

và

$$\mathcal{B} = -\frac{\phi_i''}{EI} \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta''(\xi - \xi_{cj}) + 2 \frac{(EI\phi_i'')'}{EI} \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta'(\xi - \xi_{cj}) - \frac{(EI\phi_i'')''}{EI} \sum_{j=1}^N \gamma_j \delta(\xi - \xi_{cj}) \quad (2.46)$$

Ở biểu thức trên, thành phần $\mathcal{A}$ là thành phần chỉ liên quan đến dầm nguyên vẹn. Để thiết lập ảnh hưởng của vết nứt đến nghiệm của dạng riêng, luận án đã đưa vào thành phần $\mathcal{B}$ là thành phần liên quan đến ảnh hưởng của vết nứt. Thành phần $\mathcal{B}$ này sẽ chỉ tham gia vào bốn thành phần đầu tiên của chuỗi lũy thừa mà không ảnh hưởng đến bất cứ thành phần nào khác. Do vậy về mặt hình thức, nghiệm sẽ giống như nghiệm của dầm không có vết nứt. Nên đây sẽ là ưu điểm của phương pháp đề xuất trong luận án này. Như vậy, khi dầm chưa có vết nứt, biểu thức dạng dao động riêng của dầm chỉ bao gồm hai thành phần sau:

$$\phi_i = \sum_{k=0}^3 C_{0k} \xi^k + \ell^{-1} \{\mathcal{A}\} \quad (2.47)$$

Cần lưu ý rằng, với giả thiết kích thước và tính chất vật liệu của dầm thay đổi theo quy luật hàm đa thức (2.30), độ cứng chống uốn EI của dầm là hàm đa thức có dạng:

$$EI = E_0 I_0 (1 - \alpha_1 \xi^{n_1}) (1 - \alpha_2 \xi^{n_2}) (1 - \alpha_3 \xi^{n_3})^3 \quad (2.48)$$

Sử dụng phương pháp phân tích từng phần đối với hàm phân thức, các thành phần $\frac{(EI)'}{EI}$ và $\frac{(EI'')}{EI}$ sẽ phân tích thành tổng các hàm phân thức có mẫu là các đa thức bậc nhất hoặc bậc hai có dạng như sau:

$$\frac{a}{(\beta_i \xi + 1)^m} \quad \text{hoặc} \quad \frac{a\xi + b}{(\beta_i^2 \xi^2 + \beta_i \xi + 1)^n} \quad (2.49)$$

Với $\beta_i = \sqrt[n]{\alpha_i}$

Nếu hàm phân thức có mẫu là đa thức bậc một có dạng $\frac{a}{(\beta_i \xi + 1)^m}$ thì các hàm này có thể biểu diễn dưới dạng chuỗi hình học đơn giản như sau:

$$\frac{a}{1 - \beta_i \xi} = a \sum_{k=0}^{\infty} (\beta_i \xi)^k \quad \text{do } |\beta_i \xi| < 1 \quad (2.50)$$

Nếu trong các hàm phân thức có mẫu là đa thức bậc hai có dạng $\frac{a\xi + b}{(\beta_i^2 \xi^2 + \beta_i \xi + 1)^n}$ thì biệt thức $\Delta = -3\beta_i^2 < 0$. Khi đó các hàm này không thể biểu diễn dưới dạng các chuỗi hình học đơn giản. Để khắc phục điều này, luận án đã tìm được một chuỗi hội tụ có các hệ số được tính theo công thức truy hồi để có thể biểu diễn được dạng hàm phân thức này.

Để minh họa cho phương pháp đề xuất, hai trường hợp dầm có tính chất vật liệu và thiết diện thay đổi được sử dụng để giải chi tiết tìm dạng dao động riêng của dầm.

a) Trường hợp 1: Dầm có độ cứng chống uốn thay đổi theo quy luật mà các thành phần $\frac{(EI)'}{EI}$ và $\frac{(EI)''}{EI}$ sẽ phân tích được thành tổng các hàm phân thức có mẫu là các đa thức bậc nhất:

$$E(\xi)I(\xi) = E_0 I_0 (1 - \alpha_1 \xi^{n_1})(1 - \alpha_3 \xi^{n_3})^3 \quad (2.51)$$

với $n_1 = n_3$, $n_2 = 0$, $\alpha_1 = 1 - \frac{E_0}{E_1}$, $\alpha_3 = 1 - \frac{h_0}{h_1}$; chỉ số dưới “0” và “1” tương ứng với hệ số biến đổi tính chất vật liệu của dầm tại vị trí $\xi = 0$ và $\xi = 1$.

Khi đó, các thành phần đạo hàm cấp một, cấp hai của EI bằng:

$$-2[E'I + EI'] = 2E_0 I_0 n_1 \left[(\alpha_1 + 3\alpha_2) \xi^{n_1-1} - 6(\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2 \xi^{2n_1-1} + 3(3\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2^2 \xi^{3n_1-1} - 4\alpha_1 \alpha_2^3 \xi^{4n_1-1} \right] \quad (2.52)$$

$$-[E''I + 2E'I' + EI''] = E_0 I_0 n_1 \left[(n_1 - 1)(\alpha_1 + 3\alpha_2) \xi^{n_1-2} - 6(2n_1 - 1)(\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2 \xi^{2n_1-2} + 3(3n_1 - 1)(3\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2^2 \xi^{3n_1-2} - 4(4n_1 - 1) \alpha_1 \alpha_2^3 \xi^{4n_1-2} \right] \quad (2.53)$$

Thành phần $\frac{1}{EI}$ trong biểu thức tính dạng riêng của dầm bằng:

$$\frac{1}{EI} = \frac{1}{E_0 I_0 (1 - \beta_1^{n_1} \xi^{n_1})(1 - \beta_3^{n_1} \xi^{n_1})^3} \quad (2.54)$$

với các kí hiệu $\beta_1 = \sqrt[n_1]{\alpha_1}$, $\beta_3 = \sqrt[n_3]{\alpha_3}$.

Do thành phần $\beta_i \xi < 1, i=1,3$ nên ta có thể áp dụng khai triển chuỗi hình học cho các thành phần của biểu thức (2.54) như sau:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \beta_1^{n_1} \xi^{n_1}} &= \sum_{u=0}^{\infty} (\beta_1^{n_1} \xi^{n_1})^u \\ \frac{1}{(1 - \beta_3^{n_3} \xi^{n_3})^3} &= \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(v+1)(v+2)}{2} (\beta_3^{n_3} \xi^{n_3})^v \end{aligned} \quad (2.55)$$

Áp dụng tích Cô-si cho hai chuỗi hình học trên, biểu thức (2.54) có thể biểu diễn dưới dạng chuỗi lũy thừa như sau:

$$\frac{1}{EI} = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{u=0}^{\infty} (\beta_1^{n_1} \xi^{n_1})^u \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(v+1)(v+2)}{2} (\beta_3^{n_3} \xi^{n_3})^v = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \xi^i \quad (2.56)$$

$$\text{với } \Theta_i = \sum_{j=0}^i \frac{(j+1)(j+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-j)} \beta_3^{n_3 j}.$$

Lưu ý rằng, ở dạng tổng quát khi $n_1 \neq n_3$ thì ta sẽ không tìm được quy luật để thiết lập tích Cô-si ở dạng chuỗi lũy thừa như (2.56).

Thay các thành phần $\phi_i, \phi_i'', \phi_i'''$ dưới dạng chuỗi như ở các phương trình (2.39), (2.40) vào phương trình (2.44) và tiếp tục tính tích Cô-si với hai chuỗi ta có:

$$\frac{\phi_i'''}{EI} = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \xi^i \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)(k+2)(k+3) C_{k+3} \xi^k = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{k=0}^{\infty} \xi^k D_k \quad (2.57)$$

với,

$$D_k = \sum_{j=0}^m \left[\sum_{l=0}^j \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(j-l)} \beta_2^{n_2 l} \right] (k - n_1 j + 1)(k - n_1 j + 2)(k - n_1 j + 3) C_{k - n_1 j + 3}$$

$$\frac{\phi_i''}{EI} = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \xi^i \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)(k+2) C_{k+2} \xi^k = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{k=0}^{\infty} \xi^k E_k \quad (2.58)$$

$$\text{với, } E_k = \sum_{j=0}^m \left[\sum_{l=0}^j \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(j-l)} \beta_2^{n_2 l} \right] (k - n_1 j + 1)(k - n_1 j + 2) C_{k - n_1 j + 2}$$

và

$$\frac{\phi_i}{EI} = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \xi^i \cdot \sum_{k=0}^{\infty} C_k \xi^k = \frac{1}{E_0 I_0} \sum_{k=0}^{\infty} \xi^k F_k \quad (2.59)$$

$$\text{với, } F_k = \sum_{j=0}^m \left[\sum_{l=0}^j \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n(j-l)} \beta_2^{nl} \right] C_{k-nj}$$

Thay các tích Cô-si vừa tính được vào biểu thức (2.44), thu được biểu thức $\mathcal{A}$ có dạng chuỗi như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & 2n_1(\alpha_1 + 3\alpha_2) \sum_{i=0}^{\infty} D_i \xi^{i+n_1-1} - 12n_1(\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2 \sum_{i=0}^{\infty} D_i \xi^{i+2n_1-1} \\ & + 6n_1(3\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2^2 \sum_{i=0}^{\infty} D_i \xi^{i+3n_1-1} - 8n_1 \alpha_1 \alpha_2^3 \sum_{i=0}^{\infty} D_i \xi^{i+4n_1-1} \\ & + n_1(n_1-1)(\alpha_1 + 3\alpha_2) \sum_{i=0}^{\infty} E_i \xi^{i+n_1-2} - 6n_1(2n_1-1)(\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2 \sum_{i=0}^{\infty} E_i \xi^{i+2n_1-2} \\ & + 3n_1(3n_1-1)(3\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2^2 \sum_{i=0}^{\infty} E_i \xi^{i+3n_1-2} - 4n_1(4n_1-1) \alpha_1 \alpha_2^3 \sum_{i=0}^{\infty} E_i \xi^{i+4n_1-2} \\ & + \lambda^2 \sum_{i=0}^{\infty} F_i \xi^i - \lambda^2 \alpha_3 \sum_{i=0}^{\infty} F_i \xi^{i+n_3} \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\text{trong đó, } \lambda^2 = \frac{L^4 \omega^2 \rho_0 A_0}{E_0 I_0}, A_0 = b_0 h_0$$

Thay $\mathcal{A}$ ở biểu thức (2.60) vừa tìm được vào phương trình (2.47) và lấy tích phân ta thu được biểu thức dạng riêng của dầm nguyên vẹn như sau:

$$\begin{aligned} \phi_i = & \sum_{i=0}^3 C_k \xi^k + \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+n_1+3} \frac{2n_1(\alpha_1 + 3\alpha_2) D_i}{(i+n_1)(i+n_1+1)(i+n_1+2)(i+n_1+3)} \\ & - \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+2n_1+3} \frac{12n_1(\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2 D_i}{(i+2n_1)(i+2n_1+1)(i+2n_1+2)(i+2n_1+3)} \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+3n_1+3} \frac{6n_1(3\alpha_1 + \alpha_2) \alpha_2^2 D_i}{(i+3n_1)(i+3n_1+1)(i+3n_1+2)(i+3n_1+3)} \\ & - \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+4n_1+3} \frac{8n_1 \alpha_1 \alpha_2^3 D_i}{(i+4n_1)(i+4n_1+1)(i+4n_1+2)(i+4n_1+3)} \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+n_1+2} \frac{n_1(n_1-1)(\alpha_1 + 3\alpha_2) E_i}{(i+n_1-1)(i+n_1)(i+n_1+1)(i+n_1+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+2n_1+2} \frac{6n_1(2n_1-1)(\alpha_1+\alpha_2)\alpha_2 E_i}{(i+2n_1-1)(i+2n_1)(i+2n_1+1)(i+2n_1+2)} \\
& + \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+3n_1+2} \frac{3n_1(3n_1-1)(3\alpha_1+\alpha_2)\alpha_2^2 E_i}{(i+3n_1-1)(i+3n_1)(i+3n_1+1)(i+3n_1+2)} \\
& - \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+4n_1+2} \frac{4n_1(4n_1-1)\alpha_1\alpha_2^3 E_i}{(i+4n_1-1)(i+4n_1)(i+4n_1+1)(i+4n_1+2)} \\
& + \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+4} \frac{\lambda^2 F_i}{(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)} \\
& - \sum_{i=0}^{\infty} \xi^{i+n_3+4} \frac{\lambda^2 \alpha_3 F_i}{(i+n_3+1)(i+n_3+2)(i+n_3+3)(i+n_3+4)}
\end{aligned} \tag{2.61}$$

Biểu thức (2.61) được viết gọn lại bằng:

$$\phi_i = \sum_{k=0}^3 C_{0k} \xi^k + \sum_{k=4}^{\infty} C_k \xi^k \tag{2.62}$$

với các hệ số C_k khi $k \geq 4$ được tính theo công thức truy hồi phụ thuộc vào giá trị của n_1 như sau:

$$\begin{aligned}
C_k = & \frac{2n_1(\alpha_1+3\alpha_2)D_1}{(k-3)(k-2)(k-1)k} - \frac{12n_1(\alpha_1+\alpha_2)\alpha_2 D_2}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{6n_1(3\alpha_1+\alpha_2)\alpha_2^2 D_3}{(k-3)(k-2)(k-1)k} - \frac{8n_1\alpha_1\alpha_2^3 D_4}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{n_1(n_1-1)(\alpha_1+3\alpha_2)E_1}{(k-3)(k-2)(k-1)k} - \frac{6n_1(2n_1-1)(\alpha_1+\alpha_2)\alpha_2 E_2}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{3n_1(3n_1-1)(3\alpha_1+\alpha_2)\alpha_2^2 E_3}{(k-3)(k-2)(k-1)k} - \frac{4n_1(4n_1-1)\alpha_1\alpha_2^3 E_4}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{\lambda^2 F_1}{(k-3)(k-2)(k-1)k} - \frac{\lambda^2 \alpha_3 F_2}{(k-3)(k-2)(k-1)k}
\end{aligned} \tag{2.63}$$

trong đó,

$$D_1 = \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

$$D_2 = \sum_{i=0}^{m_2} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l} C_{k-n_1 i-2n_1} (k-n_1 i-2n_1-2)(k-n_1 i-2n_1-1)(k-n_1 i-2n_1)$$

$$D_3 = \sum_{i=0}^{m_3} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l} C_{k-n_1 i-3n_1} (k-n_1 i-3n_1-2)(k-n_1 i-3n_1-1)(k-n_1 i-3n_1)$$

$$D_4 = \sum_{i=0}^{m_4} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l} C_{k-n_1 i-4n_1} (k-n_1 i-4n_1-2)(k-n_1 i-4n_1-1)(k-n_1 i-4n_1)$$

$$E_1 = \sum_{i=0}^{m_5} (k-n_1 i-n_1-1)(k-n_1 i-n_1) C_{k-n_1 i-n_1} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

$$E_2 = \sum_{i=0}^{m_6} (k-n_1 i-2n_1-1)(k-n_1 i-2n_1) C_{k-n_1 i-2n_1} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

$$E_3 = \sum_{i=0}^{m_7} (k-n_1 i-3n_1-1)(k-n_1 i-3n_1) C_{k-n_1 i-3n_1} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

$$E_4 = \sum_{i=0}^{m_8} (k-n_1 i-4n_1-1)(k-n_1 i-4n_1) C_{k-n_1 i-4n_1} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

$$F_1 = \sum_{i=0}^{m_9} C_{k-n_1 i-4} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

$$F_2 = \sum_{i=0}^{m_{10}} C_{k-n_1 i-n_3-4} \sum_{l=0}^i \frac{(l+1)(l+2)}{2} \beta_1^{n_1(i-l)} \beta_2^{n_1 l}$$

và,

$$m_1 = \left\lfloor \frac{k-n_1-3}{n_1} \right\rfloor; m_2 = \left\lfloor \frac{k-2n_1-3}{n_1} \right\rfloor; m_3 = \left\lfloor \frac{k-3n_1-3}{n_1} \right\rfloor;$$

$$m_4 = \left\lfloor \frac{k-4n_1-3}{n_1} \right\rfloor; m_5 = \left\lfloor \frac{k-n_1-2}{n_1} \right\rfloor; m_6 = \left\lfloor \frac{k-2n_1-2}{n_1} \right\rfloor;$$

$$m_7 = \left\lfloor \frac{k-3n_1-2}{n_1} \right\rfloor; m_8 = \left\lfloor \frac{k-4n_1-2}{n_1} \right\rfloor; m_9 = \left\lfloor \frac{k-4}{n_1} \right\rfloor;$$

$$m_{10} = \left\lfloor \frac{k - n_3 - 4}{n_1} \right\rfloor.$$

Các hệ số $C_k, k < 4$ được xác định từ các điều kiện biên của dầm.

b) Trường hợp 2: Dầm có độ cứng chống uốn thay đổi theo quy luật mà các thành phần $\frac{(EI)'}{EI}$ và $\frac{(EI)''}{EI}$ sẽ phân tích được thành tích các hàm phân thức có mẫu là các tam thức bậc hai có biệt thức Δ âm.

Để minh họa cho quy luật này, các tham số vật liệu của dầm được giả định thay đổi theo các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} E(\xi) &= E_0(1 - \alpha_1 \xi) \\ b &= b_0(1 - \alpha_2 \xi^3) \\ h &= h_0 \\ \rho &= \rho_0(1 - \alpha_4 \xi^{n_4}) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Độ cứng chống uốn của dầm trong mô hình này thay đổi theo quy luật sau:

$$E(\xi)I(\xi) = E_0 I_0 (1 - \alpha_1 \xi^{n_1})(1 - \alpha_2 \xi^3) \quad (2.65)$$

Biểu thức $\frac{1}{EI}$ tách được thành:

$$\frac{1}{EI} = \frac{1}{E_0 I_0} \frac{1}{(1 - \alpha_1 \xi^{n_1})(1 - \alpha_2 \xi^3)} \quad (2.66)$$

Mặc dù $\frac{1}{(1 - \alpha_1 \xi^{n_1})}$ và $\frac{1}{(1 - \alpha_2 \xi^3)}$ đều có thể phân tích trực tiếp thành chuỗi hình học nhưng tích của chúng lại không có quy luật để biểu diễn dưới dạng chuỗi lũy thừa với các hệ số ở dạng hiển. Để giải quyết vấn đề này ta sẽ phân tích $\frac{1}{EI}$ như sau:

$$\begin{aligned} \frac{1}{EI} &= \frac{1}{E_0 I_0} \frac{1}{(1 - \alpha_1 \xi^{n_1})(1 - \alpha_2 \xi^3)} \\ &= \frac{1}{3E_0 I_0} \frac{1}{[1 - (\beta_1 \xi)^{n_1}]} \left[\frac{1}{1 - \beta_2 \xi} + \frac{\beta_2 \xi + 2}{1 + \beta_2 \xi + \beta_2^2 \xi^2} \right], \beta_2 = \sqrt[3]{\alpha_2} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Trong trường hợp này, xuất hiện hạng tử là hàm phân thức $\frac{\beta_2 \xi + 2}{1 + \beta_2 \xi + \beta_2^2 \xi^2}$ có mẫu là tam thức bậc hai có biệt thức Δ âm nên không thể phân tích thành chuỗi hình học đơn giản. Để xử lý vấn đề này ta sẽ biểu diễn phân thức này dưới dạng tổng của hai chuỗi lũy thừa với các hệ số được tính theo công thức truy hồi như trình bày dưới đây.

Trước hết ta có:

$$\frac{1}{1 + \beta_2 \xi + \beta_2^2 \xi^2} = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \xi^k \quad (2.68)$$

với,

$$\begin{cases} Q_0 = 1 \\ Q_1 = -\beta_2 \\ Q_k = -\beta_2 Q_{k-1} - \beta_2^2 Q_{k-2}, k \geq 2 \end{cases}$$

Do đó,

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \beta_2 \xi + \beta_2^2 \xi^2} &= \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \xi^k = \xi^0 - \beta_2^1 \xi^1 + \beta_2^3 \xi^3 - \beta_2^4 \xi^4 + \beta_2^6 \xi^6 - \beta_2^7 \xi^7 + \dots \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} Q_k^* \end{aligned} \quad (2.69)$$

Chuỗi trên là một chuỗi đan dấu, hội tụ theo tiêu chuẩn hội tụ Leibniz:

$$\begin{cases} Q_{n+1}^* < Q_n^*, \forall n \\ \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n^* = 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

Vậy:

$$\frac{\beta_2 \xi + 2}{1 + \beta_2 \xi + \beta_2^2 \xi^2} = \beta_2 \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \xi^{k+1} + 2 \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \xi^k \quad (2.71)$$

Thay (2.71) và (2.67) vào (2.45), sau đó áp dụng tính tích Cô-si thu được thành phần $\mathcal{A}$ dưới dạng chuỗi lũy thừa. Thực hiện phép tính tích phân $\ell^{-1}\{\mathcal{A}\}$ ta tìm ra dạng dao động riêng của dầm:

$$\phi_i = \sum_{k=0}^3 C_{0k} \xi^k + \sum_{k=4}^{\infty} C_k \xi^k \quad (2.72)$$

với các hệ số C_k khi $k \geq 4$ được tính theo công thức truy hồi phụ thuộc vào giá trị của n_1, n_4 như sau:

$$\begin{aligned}
C_k = & \frac{2}{3} n_1 \alpha_1 \frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-3} (B_{1i} + 2B_{2i})(k-n_1-i-2)(k-n_1-i-1)(k-n_1-i)C_{k-n_1-i}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{2}{3} n_1 \alpha_1 \beta_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-4} B_{2i}(k-n_1-i-3)(k-n_1-i-2)(k-n_1-i-1)C_{k-n_1-i-1}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + 2\alpha_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-6} (B_{1i} + 2B_{2i})(k-i-5)(k-i-4)(k-i-3)C_{k-i-3}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + 2\alpha_2 \beta_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-7} B_{2i}(k-i-6)(k-i-5)(k-i-4)C_{k-i-4}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& - \frac{2}{3} (n_1 + 3) \alpha_1 \alpha_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-6} (B_{1i} + 2B_{2i})(k-n_1-i-5)(k-n_1-i-4)(k-n_1-i-3)C_{k-n_1-i-3}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& - \frac{2}{3} (n_1 + 3) \alpha_1 \alpha_2 \beta_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-7} B_{2i}(k-n_1-i-6)(k-n_1-i-5)(k-n_1-i-4)C_{k-n_1-i-4}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{1}{3} \alpha_1 n_1 (n_1 - 1) \frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-2} (B_{1i} + 2B_{2i})(k-n_1-i-1)(k-n_1-i)C_{k-n_1-i}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + \frac{1}{3} \alpha_1 \beta_2 n_1 (n_1 - 1) \frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-3} B_{2i}(k-n_1-i-2)(k-n_1-i-1)C_{k-n_1-i-1}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + 2\alpha_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-5} (B_{1i} + 2B_{2i})(k-i-4)(k-i-3)C_{k-i-3}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& + 2\alpha_2 \beta_2 \frac{\sum_{i=0}^{k-6} B_{2i}(k-i-5)(k-i-4)C_{k-i-4}}{(k-3)(k-2)(k-1)k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{3}\alpha_1\alpha_2(n_1+2)(n_1+3)\frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-5}(B_{1i}+2B_{2i})(k-n_1-i-4)(k-n_1-i-3)C_{k-n_1-i-3}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& -\frac{1}{3}\alpha_1\alpha_2\beta_2(n_1+2)(n_1+3)\frac{\sum_{i=0}^{k-n_1-6}(B_{1i}+2B_{2i})(k-n_1-i-5)(k-n_1-i-4)C_{k-n_1-i-4}}{(k-3)(k-2)(k-1)k} \\
& -\lambda^2\alpha_3\frac{\sum_{i=0}^{\left[\frac{k-n_4-4}{n_1}\right]}\beta_1^{n_1i}C_{k-n_4-n_1i-4}}{(k-3)(k-2)(k-1)k}+\lambda^2\frac{\sum_{i=0}^{\left[\frac{k-4}{n_1}\right]}\beta_1^{n_1i}C_{k-n_1i-4}}{(k-3)(k-2)(k-1)k}
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Khi dầm có vết nứt, ảnh hưởng của vết nứt sẽ được thêm vào trong biểu thức dạng dao động của dầm nguyên vẹn. Khi đó, ảnh hưởng của vết nứt được tính riêng và sau đó cộng vào biểu thức dạng riêng của dầm nguyên vẹn để tạo thành biểu thức dạng riêng của dầm có vết nứt. Trong bài toán này, ảnh hưởng của vết nứt được tính như dưới đây.

Áp dụng toán tử tích phân ℓ^{-1} hai vế biểu thức (2.46) đồng thời sử dụng tích chập của hàm Delta Dirac ta được:

$$\begin{aligned}
\ell^{-1}[\mathcal{B}] &= \sum_j^N \gamma_j \phi'' \Big|_{\xi_{cj}} (\xi - \xi_{cj}) U(\xi - \xi_{cj}) + \sum_{k=0}^3 \bar{b}_k \xi^k \\
&+ \sum_j^N \gamma_{cj} \frac{2(EI)'\phi''}{EI} \Big|_{\xi_{cj}} (\xi - \xi_{cj})^2 U(\xi - \xi_{cj}) + \sum_{k=0}^3 \tilde{b}_k \xi^k \\
&+ \sum_j^N \gamma_{cj} \left[\frac{2(EI)'^2\phi''}{E^2I^2} \Big|_{\xi_{cj}} - \frac{(EI)''\phi''}{EI} \Big|_{\xi_{cj}} \right] (\xi - \xi_{cj})^3 U(\xi - \xi_{cj}) + \sum_{k=0}^3 \tilde{\tilde{b}}_k \xi^k
\end{aligned} \tag{2.74}$$

hoặc biểu diễn dưới dạng sau:

$$\begin{aligned}
\ell^{-1}(\mathcal{B}) = & \left(-\sum_{j=0}^N B_{0j} \xi_{cj} + \sum_{j=0}^N B_{1j} \xi_{cj}^2 - \sum_{j=0}^N B_{2j} \xi_{cj}^3 \right) U(\xi - \xi_{cj}) \\
& + \left(\sum_{j=0}^N B_{0j} - 2 \sum_{j=0}^N B_{1j} \xi_{cj} + 3 \sum_{j=0}^N B_{2j} \xi_{cj}^2 \right) \xi U(\xi - \xi_{cj}) \\
& + \left(\sum_{j=0}^N B_{1j} - 3 \sum_{j=0}^N B_{2j} \xi_{cj} \right) \xi^2 U(\xi - \xi_{cj}) \\
& + \sum_{j=0}^N B_{3j} \xi^3 U(\xi - \xi_{cj}) + \sum_{k=0}^3 \bar{b}_k \xi^k + \sum_{k=0}^3 \tilde{b}_k \xi^k + \sum_{k=0}^3 \check{b}_k \xi^k
\end{aligned} \tag{2.75}$$

Phương trình (2.75) được viết rút gọn lại dưới dạng:

$$\ell^{-1}[\mathcal{B}] = \sum_{k=0}^3 \left[\sum_{j=1}^N B_{kj} U(\xi - \xi_{cj}) + \hat{b}_k \right] \xi^k = \sum_{k=0}^3 (B_k^* + \hat{b}_k) \xi^k \tag{2.76}$$

Trong đó,

$$\begin{aligned}
B_k^* &= \sum_{j=1}^N B_{kj} U(\xi - \xi_{cj}), k = 1, \dots, 3 \\
B_{0j} &= (-\gamma_{cj} \xi_{cj} + d_{2j} \xi_{cj}^2 - d_{3j} \xi_{cj}^3) \phi''(\xi_{cj}), \\
B_{1j} &= (-d_{1j} - 2d_{2j} \xi_{cj} + 3d_{3j} \xi_{cj}^2) \phi''(\xi_{cj}) \\
B_{2j} &= (d_{2j} - 3d_{3j} \xi_{cj}) \phi''(\xi_{cj}), \\
B_{3j} &= d_{3j} \phi''(\xi_{cj})
\end{aligned}$$

$$d_{1j} = \gamma_j, \quad d_{2j} = \gamma_j \left. \frac{2(EI)'}{E^2 I^2} \right|_{\xi_{cj}}, \quad d_{3j} = \gamma_j \left[\left. \frac{2(EI)'^2}{E^2 I^2} \right|_{\xi_{cj}} - \left. \frac{(EI)''}{EI} \right|_{\xi_{cj}} \right]$$

$\hat{b}_k = \bar{b}_k + \tilde{b}_k + \check{b}_k$ là các hằng số tích phân

Thay các biểu thức ở (2.76) và (2.72) vào biểu thức (2.43) ta thu được biểu thức của dạng riêng như sau:

$$\begin{aligned}
\phi_i &= \sum_{k=0}^3 C_{0k} \xi^k + \sum_{k=0}^3 (\hat{b}_k + B_k^*) \xi^k + \sum_{k=4}^{\infty} C_k \xi^k \\
&= \sum_{k=0}^3 C_k \xi^k + \sum_{k=4}^{\infty} C_k \xi^k
\end{aligned} \tag{2.77}$$

với,

$$C_k = C_{0k} + \hat{b}_k + B_k^* = b_k^* + B_k^*, k < 4 \quad (2.78)$$

Biểu thức giải tích dạng dao động riêng của dầm có vết nứt được xác định bởi (2.77). Bốn hệ số $C_k < 4$ chứa các hạng tử b_k^* được xác định từ các điều kiện biên của dầm, các hạng tử B_k^* được xác định qua các điều kiện tương thích tại các vị trí có vết nứt. Các hệ số C_k với $k \geq 4$ được xác định theo công thức truy hồi như ở biểu thức (2.63) hoặc (2.73).

Xét trường hợp cụ thể với dầm công xôn (C-F). Sử dụng các điều kiện biên cho một đầu ngàm một đầu tự do, ta có:

$$\phi(0) = 0, \phi'(0) = 0 \quad (2.79)$$

$$\phi''(1) = 0, \phi'''(1) = 0 \quad (2.80)$$

Khi đó:

$$\phi(0) = C_0 = b_0^* + B_0^* = b_0^* + \sum_{j=1}^N B_{0j} U(0 - \xi_{cj}) = b_0^* + 0 = 0 \quad (2.81)$$

$$\phi'(0) = C_1 = b_1^* + B_1^* = b_1^* + \sum_{j=1}^N B_{1j} U(0 - \xi_{cj}) = b_1^* + 0 = 0 \quad (2.82)$$

Từ các biểu thức (2.81) và (2.82) ta xác định được các hằng số:

$$b_0^* = 0, b_1^* = 0 \quad (2.83)$$

Như vậy, cần phải xác định hai hằng số tích phân b_2^* , b_3^* và $4N$ hằng số B_{kj} . Các hằng số này được xác định dựa vào các điều kiện tương thích tại các vị trí vết nứt trên dầm:

$$\phi(\xi_{cj}^-) = \phi(\xi_{cj}^+) \quad (2.84)$$

$$\phi'(\xi_{cj}^-) = \phi'(\xi_{cj}^+) - hC(\beta)\phi''(\xi_{cj}^+) \quad (2.85)$$

$$\phi''(\xi_{cj}^-) = \phi''(\xi_{cj}^+) \quad (2.86)$$

$$\phi'''(\xi_{cj}^-) = \phi'''(\xi_{cj}^+) \quad (2.87)$$

trong đó, ξ_{cj}^- và ξ_{cj}^+ là các tọa độ bên trái và bên phải của vết nứt thứ j .

Từ điều kiện (2.84) tại vết nứt thứ j ta có:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^N B_{0j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) + \sum_{l=1}^N B_{1j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \xi_{cj} + \left[b_2^* + \sum_{l=1}^N B_{2j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^2 \\
& + \left[b_3^* + \sum_{l=1}^N B_{3j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^3 + C_4 \xi_{cj}^4 + \dots \\
& = \sum_{l=1}^N B_{0j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) + \sum_{l=1}^N B_{1j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \xi_{cj} + \left[b_2^* + \sum_{l=1}^N B_{2j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^2 \\
& + \left[b_3^* + \sum_{l=1}^N B_{3j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^3 + C_4 \xi_{cj}^4 + \dots = 0
\end{aligned} \tag{2.88}$$

Phương trình (2.88) có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^N B_{0j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) - \sum_{l=1}^N B_{0j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \\
& + \sum_{l=1}^N B_{1j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \xi_{cj} - \sum_{l=1}^N B_{1j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \xi_{cj} \\
& + \left[b_2^* + \sum_{l=1}^N B_{2j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^2 - \left[b_2^* + \sum_{l=1}^N B_{2j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^2 \\
& + \left[b_3^* + \sum_{l=1}^N B_{3j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^3 - \left[b_3^* + \sum_{l=1}^N B_{3j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^3 \\
& + C_4 (\xi_{cj}^+) \xi_{cj}^4 - C_4 (\xi_{cj}^-) \xi_{cj}^4 \dots = 0
\end{aligned} \tag{2.89}$$

Sử dụng các tính chất của hàm Heaviside, ta có:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^N B_{0j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) - \sum_{l=1}^N B_{0j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) = B_{0j} \\
& \sum_{l=1}^N B_{1j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \xi_{cj} - \sum_{l=1}^N B_{1j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \xi_{cj} = B_{1j} \xi_{cj}
\end{aligned} \tag{2.90}$$

$$\begin{aligned}
& \left[b_2^* + \sum_{l=1}^N B_{2j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^2 - \left[b_2^* + \sum_{l=1}^N B_{2j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^2 = B_{2j} \xi_{cj}^2 \\
& \left[b_3^* + \sum_{l=1}^N B_{3j} U(\xi_{cj}^+ - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^3 - \left[b_3^* + \sum_{l=1}^N B_{3j} U(\xi_{cj}^- - \xi_{cl}) \right] \xi_{cj}^3 = B_{3j} \xi_{cj}^3
\end{aligned} \tag{2.91}$$

$$\sum_{k=4}^{\infty} \left[C_k (\xi_{cj}^+) \xi_{cj}^k - C_k (\xi_{cj}^-) \xi_{cj}^k \right] = g_{1j} (B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}) \tag{2.92}$$

Do đó, điều kiện tương thích đầu tiên (2.84) tại vị trí vết nứt thứ j trở thành:

$$B_{0j} + B_{1j} \xi_{cj} + B_{2j} \xi_{cj}^2 + B_{3j} \xi_{cj}^3 + g_{1j} (B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}) = 0 \tag{2.93}$$

với g_{1j} làm hàm liên quan đến các hệ số C_k khi $k \geq 4$.

Phương trình (2.93) là phương trình tuyến tính của các biến $B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}$ có thể biểu diễn dưới dạng ma trận như sau:

$$f_{1j}(B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}) = 0 \quad (2.94)$$

Ba phương trình còn lại từ (2.85)-(2.87) được tính một cách tương tự ta được:

$$f_{2j}(B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}) = g_{4j}(b_{2j}^*, b_{3j}^*) \quad (2.95)$$

$$f_{3j}(B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}) = 0 \quad (2.96)$$

$$f_{4j}(B_{0j}, B_{1j}, B_{2j}, B_{3j}) = 0 \quad (2.97)$$

Từ điều kiện biên tại đầu tự do $\xi = 1$ ta có:

$$\begin{aligned} 2\left(b_2^* + \sum_{j=1}^N B_{2j}\right) + 6\left(b_3^* + \sum_{j=1}^N B_{3j}\right) \\ + g_7(B_{01}, B_{11}, B_{21}, B_{31}, \dots, B_{0N}, B_{1N}, B_{2N}, B_{3N}, b_2^*, b_3^*) = 0 \end{aligned} \quad (2.98)$$

$$6\left(b_3^* + \sum_{j=1}^N B_{3j}\right) + g_8(B_{01}, B_{11}, B_{21}, B_{31}, \dots, B_{0N}, B_{1N}, B_{2N}, B_{3N}, b_2^*, b_3^*) = 0 \quad (2.99)$$

Các phương trình (2.98) và (2.99) có thể viết thành:

$$f_5(B_{01}, B_{11}, B_{21}, B_{31}, \dots, B_{0N}, B_{1N}, B_{2N}, B_{3N}, b_2^*, b_3^*) = 0 \quad (2.100)$$

$$f_6(B_{01}, B_{11}, B_{21}, B_{31}, \dots, B_{0N}, B_{1N}, B_{2N}, B_{3N}, b_2^*, b_3^*) = 0 \quad (2.101)$$

Lúc này các phương trình (2.94-2.97) tại N vết nứt cùng với các phương trình (2.100) và (2.101) có thể biểu diễn dưới dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{\Gamma} \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (2.102)$$

trong đó, $\mathbf{B} = [B_{01}, B_{11}, B_{21}, B_{31}, \dots, B_{0N}, B_{1N}, B_{2N}, B_{3N}, b_2^*, b_3^*]^T$ và $\mathbf{\Gamma}$ là ma trận kích thước $(4N+2) \times (4N+2)$.

Để phương trình (2.102) có nghiệm không tầm thường thì điều kiện sau phải thỏa mãn:

$$\det(\Gamma) = 0 \quad (2.103)$$

Giải phương trình (2.103) sẽ xác định được tần số không thứ nguyên λ_i . Sau đó, thế các giá trị λ_i vừa tìm được vào phương trình (2.102) để xác định **B**. Các hệ số C_k với $k < 4$ sẽ tính được theo (2.78) và các hệ số C_k với $k \geq 4$ được tính theo biểu thức (2.72) của dầm nguyên vẹn. Khi đó dạng riêng thứ i của dầm ϕ_i tương ứng với tham số tần số λ_i sẽ được xác định.

2.3. Mô phỏng số

2.3.1. Kiểm tra độ tin cậy của lý thuyết

Để kiểm tra độ tin cậy của công thức lý thuyết thu được trong luận án, một mô hình dầm C-F được cấu thành từ hai vật liệu là thép và nhôm theo tài liệu [127] sẽ được áp dụng. Sự thay đổi của tính chất vật liệu và chiều dày của dầm tuân theo quy luật:

$$E(\xi) = E_0(1 - \alpha_1 \xi^{n_1}), \quad h = h_0(1 - \alpha_2 \xi^{n_2}), \quad \rho(\xi) = \rho_0(1 - \alpha_3 \xi^{n_3}) \quad (2.104)$$

Trong đó, $n_1 = n_3 = 2$, $\alpha_1 = 1 - \frac{E_1}{E_0}$, $\alpha_3 = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}$, hệ số thay đổi chiều dày của dầm α_2 thay đổi trong khoảng từ 0.2 đến 0.8. Các chỉ số bên dưới “0” và “1” tương ứng kí hiệu cho các tham số của dầm tại đầu bên trái $\xi = 0$ và đầu bên phải $\xi = 1$ của dầm.

Tần số riêng chuẩn hóa của dầm được định nghĩa bằng:

$$\Omega_n = \frac{\omega_n L^2}{h_0} \sqrt{\frac{12\rho_s}{E_s}} \quad (2.105)$$

Để kiểm tra sự hội tụ của chuỗi, các hệ số C_k có thể được tính gần đúng bằng chuỗi rút gọn với M số hạng như sau:

$$\phi(\xi) = \sum_{k=0}^M C_k \xi^k \quad (2.106)$$

Quá trình tính toán, mô phỏng số cho thấy chuỗi rút gọn với 40 số hạng trong biểu thức (2.106) sẽ hội tụ theo điều kiện là:

$$|\lambda_1^M - \lambda_1^{M-1}| < \varepsilon = 1.0E - 10 \quad (2.107)$$

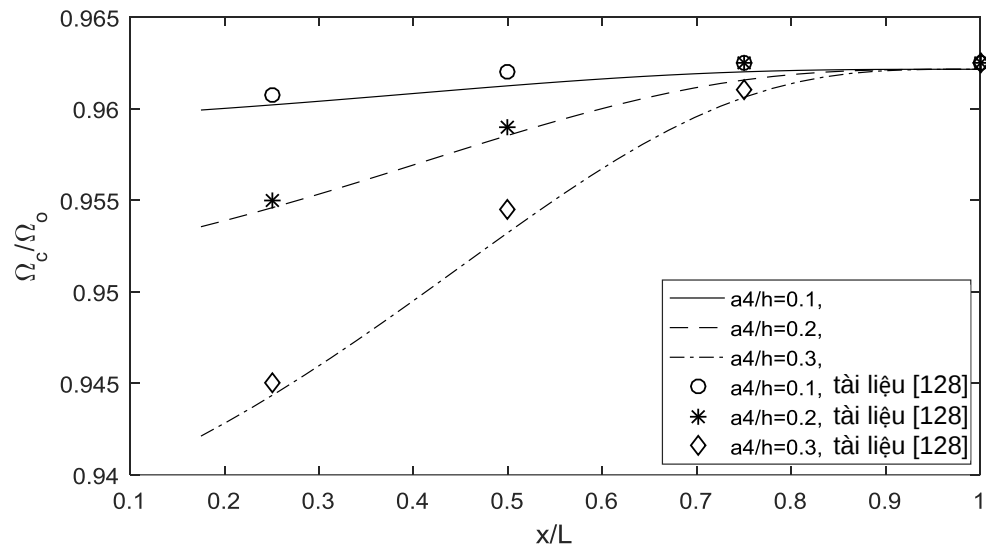
Do đó, chuỗi lũy thừa trong biểu thức (2.106) được rút gọn với $M = 40$ sẽ được sử dụng trong tất cả các mô phỏng số cho các trường hợp dầm công xôn này. Đối với các dầm khác, phải chọn số M thích hợp sao cho tham số λ_i hội tụ.

Bảng 2.1 so sánh kết quả tính toán bằng công thức của luận án với tài liệu [127] cho ba tần số riêng chuẩn hóa đầu tiên của dầm C-F AFG có chiều dày thay đổi. Các kết quả tính được có kết quả phù hợp rất tốt với các kết quả đã công bố trong tài liệu [127] cho trường hợp hệ số thay đổi chiều dày của dầm $\alpha_2 = 0.8$ và $n_2 = 2$. Độ sai khác giữa hai kết quả là rất nhỏ, không quá 0.005%.

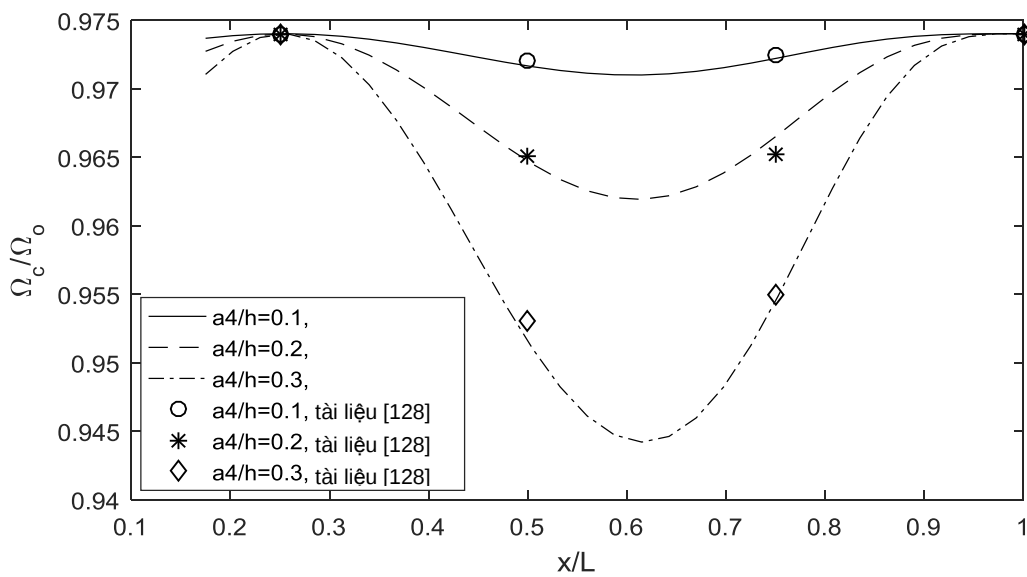
Bảng 2. 1. Tần số riêng đã chuẩn hóa của dầm công xôn AFG nguyên vẹn có chiều dày thay đổi.

α_2		Tài liệu so sánh [127]			Kết quả đạt được			Sai số (%)		
		Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0.2	$n_2=1$	-	-	-	5.266	31.283	85.270	-	-	-
	$n_2=2$	-	-	-	5.429	32.533	88.471	-	-	-
0.4	$n_2=1$	-	-	-	5.440	28.720	75.716	-	-	-
	$n_2=2$	-	-	-	5.799	31.330	82.238	-	-	-
0.6	$n_2=1$	-	-	-	5.709	25.928	65.346	-	-	-
	$n_2=2$	-	-	-	6.304	30.105	75.427	-	-	-
0.8	$n_2=1$	-	-	-	6.211	22.835	53.562	-	-	-
	$n_2=2$	7.067	29.091	67.867	7.067	29.091	67.870	0.0	0.0	0.0044

Tính toán tần số cho dầm có bốn vết nứt tại các vị trí $0.05L$, $0.1L$, $0.15L$ và vị trí vết nứt thứ tư thay đổi trong khoảng từ $0.175L$ đến $0.975L$, với độ sâu của các vết nứt khác nhau: $a_1 = 0.3h$, $a_2 = 0.2h$, $a_3 = 0.1h$, a_4 thay đổi từ $0.1h$ đến $0.3h$ cũng được thực hiện và so sánh kết quả với tài liệu [128]. Trong tính toán này, hệ số thay đổi chiều dày của dầm là $\alpha_2 = 0.5$. Các tỷ số tần số riêng đã được chuẩn hóa đối với tần số riêng thứ nhất và thứ hai của dầm thu được bằng phương pháp đề xuất và theo tài liệu tham khảo [128] được trình bày trong Hình 2.4.



a) Tỷ số của tần số riêng thứ nhất



b) Tỷ số của tần số riêng thứ hai

Hình 2. 4. Tỷ số tần số riêng của hai tần số cơ bản đầu tiên theo vị trí của vết nứt thứ tư

Từ hình vẽ này ta có thể nhận thấy sự phù hợp rất tốt giữa kết quả nghiên cứu của luận án và tài liệu tham khảo [128], qua đó xác nhận độ tin cậy của công thức đề xuất cho mô hình dầm có vết nứt.

Như vậy, các kết quả so sánh trên cho thấy các công thức lý thuyết phát triển trong luận án là đáng tin cậy.

2.3.2. Nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt và sự thay đổi tính chất vật liệu đối với tần số riêng và dạng riêng của dầm.

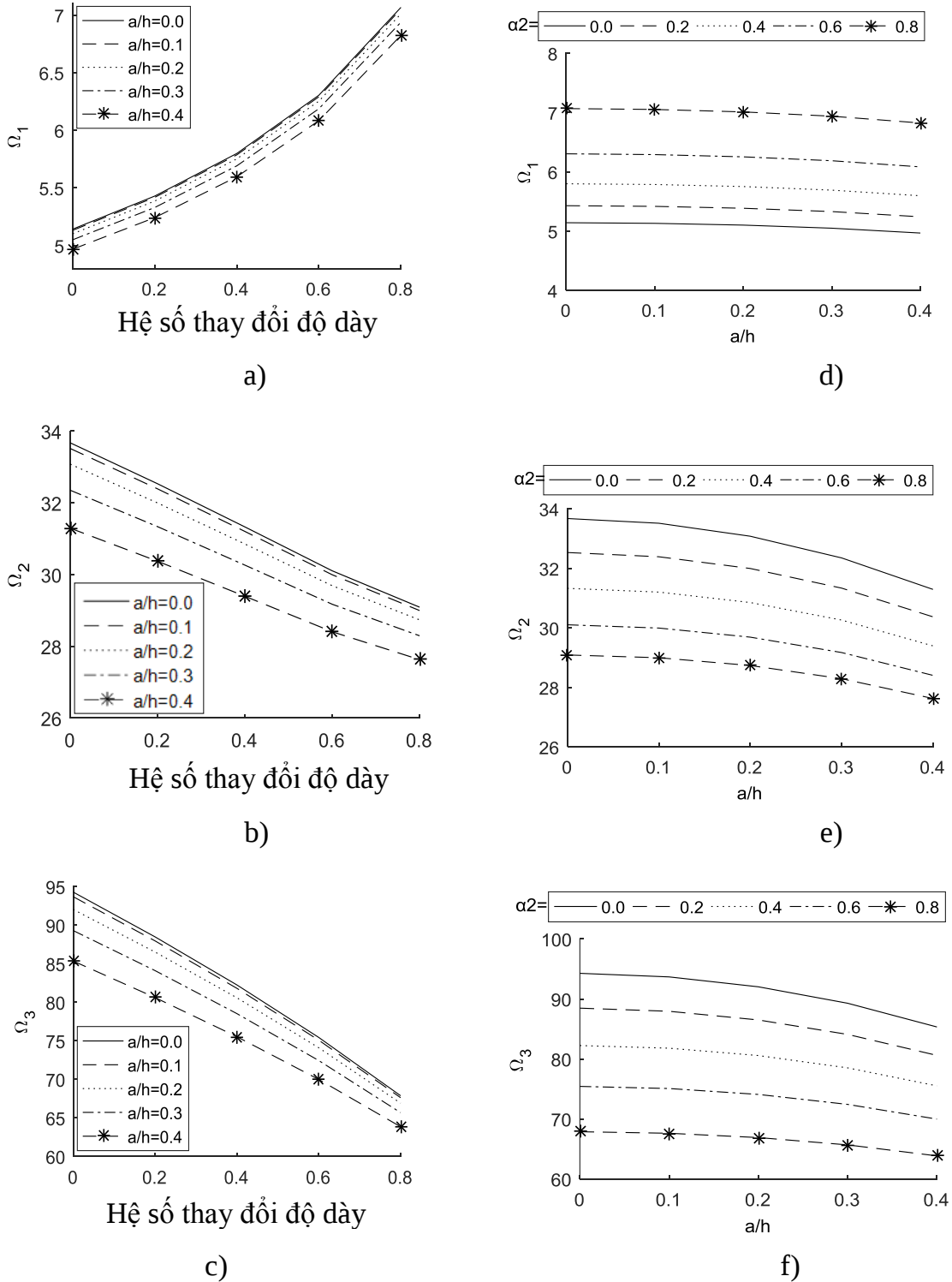
a) Ảnh hưởng của vết nứt và sự thay đổi chiều dày đối với tần số riêng của dầm.

Bảng 2. 2. Tần số riêng chuẩn hóa của dầm với các mức độ của độ sâu vết nứt và tham số thay đổi kích thước của dầm khác nhau

	Độ sâu vết nứt α_2	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
Ω_1	0.0	5.1421	5.1316	5.1018	5.0497	4.9679
	0.2	5.4292	5.4179	5.3859	5.3299	5.2421
	0.4	5.7989	5.7867	5.7521	5.6915	5.5966
	0.6	6.3043	6.2910	6.2533	6.1873	6.0838
	0.8	7.0670	7.0523	7.0109	6.9383	6.8243
Ω_2	0.0	33.6746	33.5168	33.0806	32.3525	31.2943
	0.2	32.5330	32.3909	31.9971	31.3374	30.3727
	0.4	31.3298	31.2036	30.8534	30.2641	29.3963
	0.6	30.1054	29.9957	29.6902	29.1733	28.4061
	0.8	29.0915	28.9983	28.7378	28.2943	27.6291
Ω_3	0.0	94.2765	93.6788	92.0292	89.2883	85.3348
	0.2	88.4712	87.9483	86.5027	84.0928	80.5984
	0.4	82.2379	81.7955	80.5696	78.5164	75.5178
	0.6	75.4273	75.0733	74.0886	72.4279	69.9769
	0.8	67.8702	67.6141	66.8980	65.6771	63.8450

Để nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt và sự thay đổi chiều dày đối với tần số riêng của dầm, một mô hình dầm công xôn AFG có bốn vết nứt ở các vị trí $\xi_{c_1} = 0.34L$, $\xi_{c_2} = 0.5L$, $\xi_{c_3} = 0.7L$ và $\xi_{c_4} = 0.8L$ với độ sâu thay đổi từ $0.0h$ đến $0.4h$ được áp dụng để tính toán tần số riêng của dầm. Các hệ số thay đổi của tính chất vật liệu là: $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.0 \div 0.8$, $\alpha_3 = 0.5$. Các kết quả tính toán tần số riêng chuẩn hóa của dầm với các độ sâu vết nứt khác nhau và các hệ số thay đổi độ dày khác nhau của dầm được trình bày ở Bảng 2.2.

Qua các kết quả thu được ở bảng 2.2, ta nhận thấy rằng ứng với mỗi hệ số thay đổi độ dày, tần số riêng của dầm giảm dần khi độ sâu vết nứt tăng. Khi hệ số thay đổi độ dày của dầm tăng, thì với cùng một độ sâu vết nứt, tần số riêng thứ nhất của dầm tăng trong khi tần số riêng thứ hai và thứ ba của dầm giảm.



Hình 2. 5. Tần số riêng chuẩn hóa của dầm công xôn AFG có vết nứt với chiều dày thay đổi.

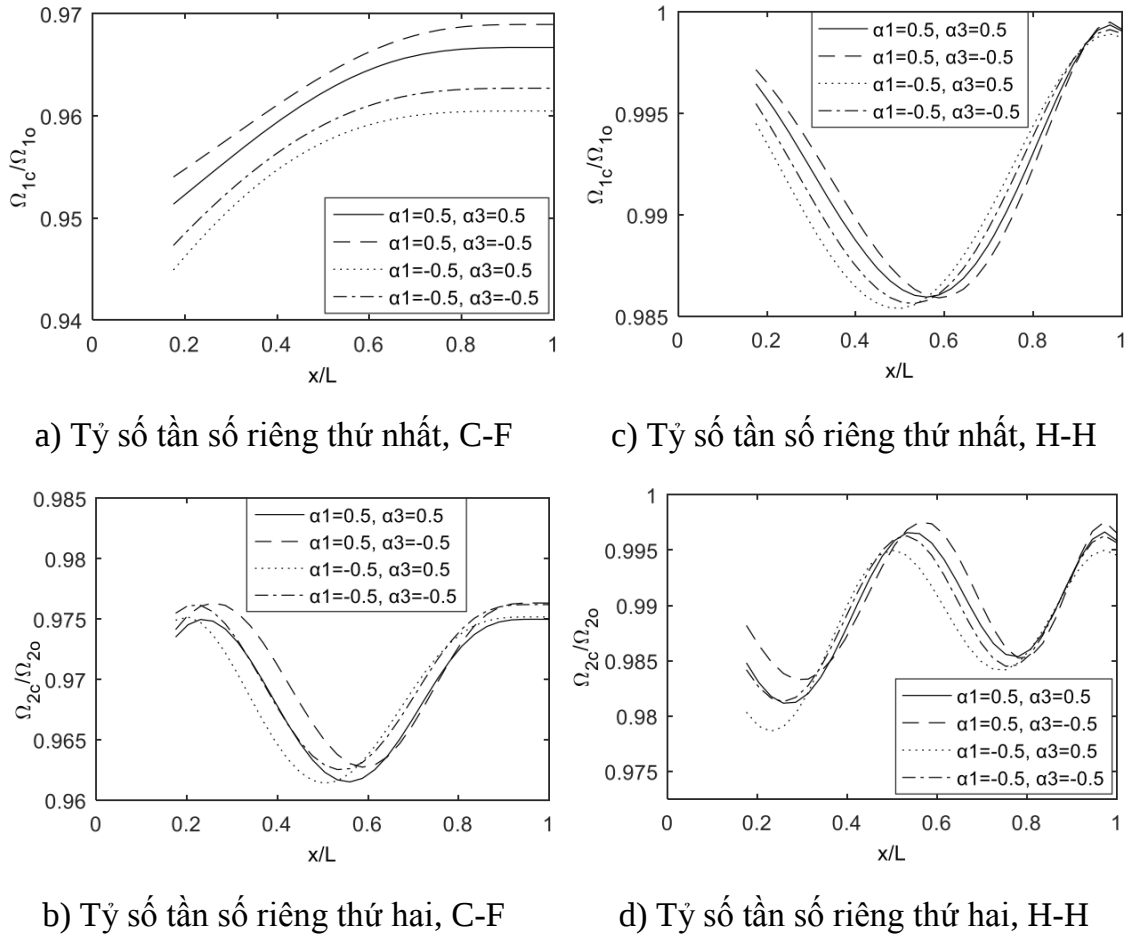
Tuy nhiên, ta thấy rằng ảnh hưởng đồng thời của vết nứt và hệ số thay đổi độ dày của dầm lên tần số không phải là tuyến tính. Đồ thị tần số riêng thứ hai, thứ ba theo hệ số thay đổi độ dày sẽ dịch chuyển xuống khi độ sâu vết nứt tăng lên như Hình 2.5b, 2.5c. Tuy nhiên, các đồ thị này dịch chuyển chậm khi độ sâu vết nứt nhỏ và dịch chuyển nhanh khi độ sâu vết nứt lớn hơn. Ngược lại, đối với bất kỳ hệ số thay đổi độ dày nào, khi độ sâu vết nứt tăng lên thì tần số riêng của dầm luôn giảm như thể hiện trong Hình 2.5d, 2.5e, 2.5f. Khi hệ số thay đổi độ dày tăng lên (chiều dày giảm), đồ thị tần số riêng theo độ sâu vết nứt sẽ dịch chuyển xuống dưới. Các đồ thị dịch chuyển xuống dưới nhanh khi hệ số thay đổi độ dày nhỏ nhưng dịch chuyển chậm hơn khi hệ số thay đổi độ dày lớn hơn.

b) Ảnh hưởng của vết nứt và tính chất vật liệu đối với tần số riêng của dầm.

Mô hình dầm áp dụng để nghiên cứu trong phần này là dầm công xôn (C-F) và dầm gối tựa hai đầu (H-H). Điều kiện biên cho dầm C-F là chuyển vị và góc quay ở đầu ngàm là bằng không, mô men và lực cắt ở đầu tự do bằng không. Trong khi điều kiện biên của dầm H-H là chuyển vị và mô men ở hai đầu dầm bằng không. Dầm sẽ có bốn vết nứt, ba vết nứt đầu tiên ở các vị trí $0.05L$, $0.1L$, $0.15L$ và vị trí vết nứt thứ tư thay đổi trong khoảng từ $0.175L$ đến $0.975L$. Độ sâu của các vết nứt là không thay đổi: $a_1 = 0.3h$, $a_2 = 0.2h$, $a_3 = 0.1h$, $a_4 = 0.3h$. Dầm có chiều dày và chiều rộng giảm dần từ đầu bên trái sang đầu bên phải với hệ số thay đổi chiều dày là $\alpha_2 = 0.5$.

Hình 2.6 biểu diễn hai tỷ số tần số riêng đầu tiên của dầm trong bốn trường hợp thay đổi tính chất của mô đun đàn hồi và mật độ khối lượng của dầm từ đầu bên trái sang đầu bên phải: (1) cả mô đun đàn hồi và mật độ khối lượng của dầm đều giảm: $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.5$; (2) mô đun đàn hồi giảm, mật độ khối lượng tăng: $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_3 = -0.5$; (3) mô đun đàn hồi tăng và mật độ khối lượng giảm: $\alpha_1 = -0.5$, $\alpha_3 = 0.5$; (4) cả mô đun đàn hồi và mật độ khối lượng tăng: $\alpha_1 = \alpha_3 = -0.5$.

Từ các kết quả trình bày trong Hình 2.6 có thể nhận thấy rằng ảnh hưởng đồng thời của vết nứt và hệ số thay đổi tính chất vật liệu đến dao động tự do của dầm là khá phức tạp. Mặc dù vậy, một số xu hướng đặc trưng vẫn có thể rút ra từ các kết quả này.



Hình 2. 6. Tỷ số tần số của hai tần số riêng cơ bản đầu tiên theo vị trí vết nứt thứ tư

Cụ thể, đối với cả hai điều kiện biên C-F và H-H, các đồ thị biểu diễn tỷ số tần số riêng có xu hướng dịch chuyển về phía đầu dầm tại đó mô đun đàn hồi nhỏ hơn và khối lượng riêng lớn hơn. Chẳng hạn, trong trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_3 = -0.5$, khi mô đun đàn hồi đạt giá trị nhỏ nhất và khối lượng riêng đạt giá trị lớn nhất tại đầu bên phải của dầm, đồ thị tương ứng dịch chuyển về phía đầu phải so với các đồ thị còn lại. Ngược lại, trong trường hợp $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_3 = 0.5$, khi mô đun đàn hồi đạt giá trị nhỏ nhất và khối lượng riêng đạt giá trị lớn nhất tại đầu trái, đồ thị tương ứng dịch chuyển về phía đầu trái so với các đồ thị khác.

Các kết quả này cho thấy tần số riêng trở nên nhạy cảm hơn đối với vết nứt nằm về phía có khối lượng riêng lớn hơn và mô đun đàn hồi nhỏ hơn. Đối với trường hợp dầm công xôn AFG có thiết diện thay đổi dọc theo dầm, các kết quả này hàm ý rằng tần số riêng sẽ nhạy cảm hơn đối với các vết nứt gần đầu tự do nếu mô đun đàn hồi giảm và khối lượng riêng tăng từ đầu ngàm đến đầu tự do. Do đó, đối với dầm công xôn AFG có thiết diện thay đổi dọc theo dầm, cần xem xét không chỉ các vết nứt gần đầu ngàm mà cả các vết nứt gần đầu tự do.

c) Ảnh hưởng của vết nứt và hệ số thay đổi thiết diện đến dạng riêng của dầm

Như đã biết, ảnh hưởng của vết nứt đến dạng riêng của dầm thường rất nhỏ khi vết nứt nhỏ. Để làm rõ các biến dạng nhỏ ở dạng riêng gây bởi vết nứt, phép biến đổi wavelet, một công cụ rất hiệu quả trong việc phân tích các biến dạng nhỏ trong tín hiệu dao động sẽ được sử dụng. Phép biến đổi wavelet liên tục được định nghĩa như sau [129]:

$$W(\underline{a}, \underline{b}) = \frac{1}{\sqrt{\underline{a}}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi^* \left(\frac{x - \underline{b}}{\underline{a}} \right) dx \quad (2.108)$$

Trong đó, $\underline{a}$ là số thực gọi là tỷ lệ hoặc độ giãn nở, $\underline{b}$ là số thực chỉ là vị trí;

$W(\underline{a}, \underline{b})$ là hệ số wavelet tại tỷ lệ $\underline{a}$ và vị trí $\underline{b}$,

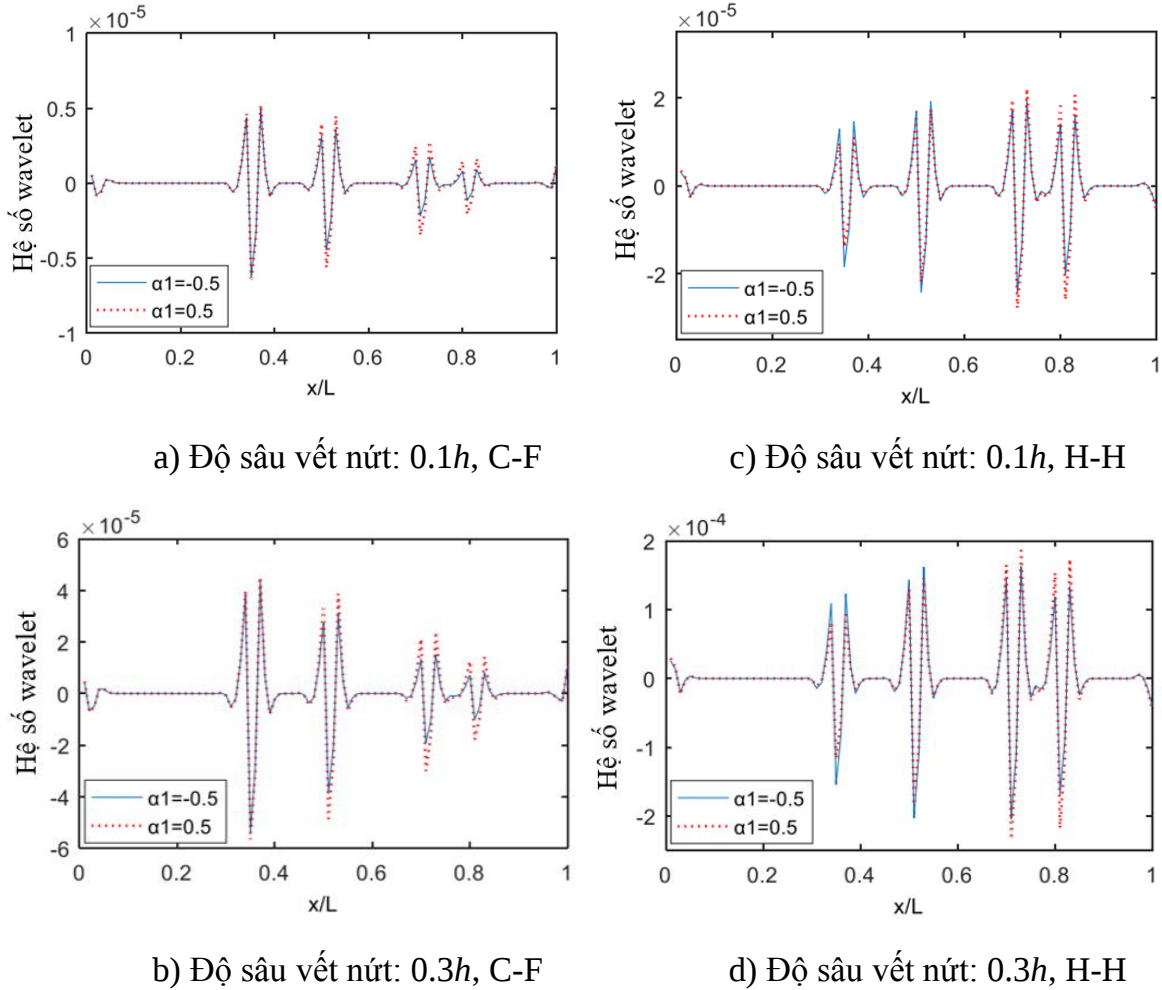
$f(x)$ là hàm đầu vào,

$\psi \left(\frac{x - \underline{b}}{\underline{a}} \right)$ và $\psi^* \left(\frac{t - \underline{b}}{\underline{a}} \right)$ là hàm wavelet và liên hợp phức của hàm wavelet.

Trong mục này, mô hình dầm với bốn vết nứt được giả định tại các vị trí $0.34L$, $0.5L$, $0.7L$ và $0.8L$ sẽ được khảo sát với độ sâu vết nứt bằng nhau và thay đổi trong khoảng từ $0.1h$ đến $0.3h$. Hệ số thay đổi chiều dày và hệ số thay đổi của khối lượng riêng được giữ không đổi với $\alpha_2 = 0.5$ và $\alpha_3 = -0.5$, tương ứng với thiết diện dầm giảm từ đầu trái sang đầu phải, trong khi khối lượng riêng tăng theo chiều này. Sự thay đổi của tính chất vật liệu sẽ được nghiên cứu với hai trường hợp: (1) $\alpha_1 = -0.5$, tương ứng với mô đun đàn hồi tăng từ đầu trái sang đầu phải; và (2) $\alpha_1 = 0.5$, tương ứng với mô đun đàn hồi giảm. Hàm symlet trong biến đổi wavelet sẽ được sử dụng để phân tích dạng dao động riêng của dầm là sự lựa chọn phù hợp cho nghiên cứu của luận án.

Hình 2.7 trình bày kết quả biến đổi wavelet của dạng dao động thứ nhất ứng với các độ sâu vết nứt và các điều kiện biên khác nhau. Các đỉnh rõ rệt xuất hiện tại vị trí các vết nứt trong hình cho thấy ảnh hưởng của vết nứt đến dạng dao động. Khi độ sâu vết nứt tăng, cao độ của các đỉnh này cũng tăng theo. Đối với dầm C-F, trong cả hai trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_1 = -0.5$, ảnh hưởng của các vết nứt tại các vị trí gần đầu tự do nhỏ hơn đáng kể so với các vết nứt gần đầu ngàm. Trong khi đó, với trường hợp $\alpha_1 = 0.5$, tức là khi mô đun đàn hồi tại đầu tự do là nhỏ nhất, ảnh hưởng của các vết nứt gần đầu tự do lớn hơn so với trường hợp $\alpha_1 = -0.5$, khi mô đun đàn hồi ở đầu tự do là lớn nhất, như thể hiện trong các Hình 2.7a và 2.7b. Kết

quả này cho thấy đối với dầm C-F, dạng riêng trở nên nhạy cảm hơn đối với các vết nứt gần đầu tự do, khi mô đun đàn hồi ở đó nhỏ đi.



Hình 2. 7. Biến đổi wavelet của dạng riêng thứ nhất của dầm với các điều kiện biên khác nhau

Đối với dầm H–H, trong cả hai trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_1 = -0.5$, các đỉnh tại vị trí các vết nứt gần đầu phải lớn hơn so với các đỉnh tại các vết nứt gần đầu trái, như thể hiện trong các Hình 2.7c và 2.7d. Điều này cho thấy dạng riêng nhạy cảm hơn đối với các vết nứt gần đầu phải, nơi thiết diện dầm nhỏ hơn so với đầu trái.

Ngoài ra, khi $\alpha_1 = 0.5$, hai đỉnh ở phía phải là lớn hơn so với trường hợp $\alpha_1 = -0.5$. Hiện tượng này có thể được giải thích rằng, với cùng độ sâu vết nứt và cùng khối lượng riêng, ảnh hưởng của các vết nứt tại các vị trí có mô đun đàn hồi nhỏ hơn lên dạng riêng là đáng kể hơn so với các vị trí có mô đun đàn hồi lớn hơn. Từ đó có thể kết luận rằng, đối với điều kiện biên H–H, các vết nứt nằm tại các thiết diện nhỏ hơn có ảnh hưởng lớn hơn đến dạng riêng của dầm.

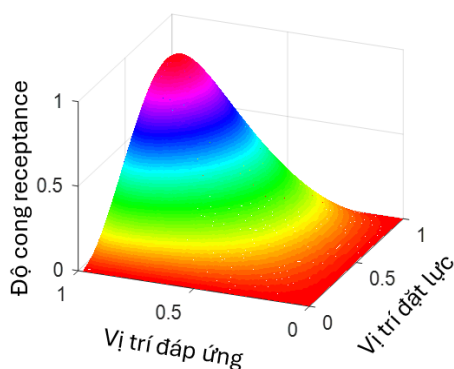
2.3.3. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung và vết nứt đến hàm receptance của dầm AFG

a) Ảnh hưởng của vết nứt đến độ cong receptance

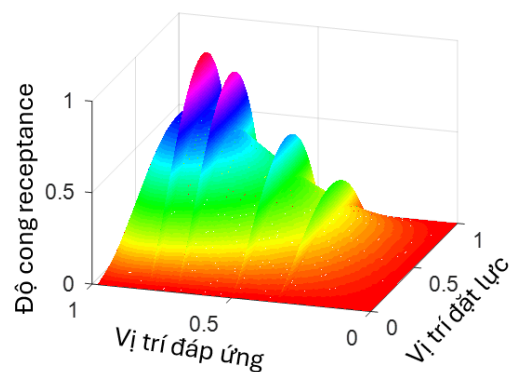
Từ các phương trình (2.22)-(2.24) và (2.29), rõ ràng là hàm receptance phụ thuộc vào dạng riêng. Chúng ta cũng biết rằng, các vết nứt sẽ gây nên sự biến dạng cục bộ của dạng riêng tại vị trí vết nứt. Hệ quả là, vết nứt cũng gây nên sự biến dạng cục bộ của hàm receptance tại vị trí vết nứt. Thông thường thì sự biến dạng này là nhỏ khi vết nứt nhỏ. Tuy nhiên, sự biến dạng nhỏ này có thể được khuếch đại đáng kể thông qua hàm độ cong receptance. Vì vậy, luận án sẽ khảo sát ảnh hưởng của vết nứt đến hàm receptance thông qua độ cong của nó, được định nghĩa như đạo hàm bậc hai của hàm receptance.

Kết quả khảo sát số cho trường hợp dầm H-H sẽ được trình bày trong luận án này. Dầm H-H được đặc trưng bởi các tham số $\alpha_1=-0.5$, $\alpha_2=2/3$, $\alpha_3=2/3$, $\alpha_4=0.5$, tức là thiết diện của dầm và mật độ khối lượng giảm, trong khi mô đun đàn hồi tăng từ trái sang phải dọc theo dầm. Bốn vết nứt giả thiết ở các vị trí $0.34L$, $0.5L$, $0.7L$ và $0.8L$ có cùng độ sâu, thay đổi trong khoảng từ 10% đến 30%.

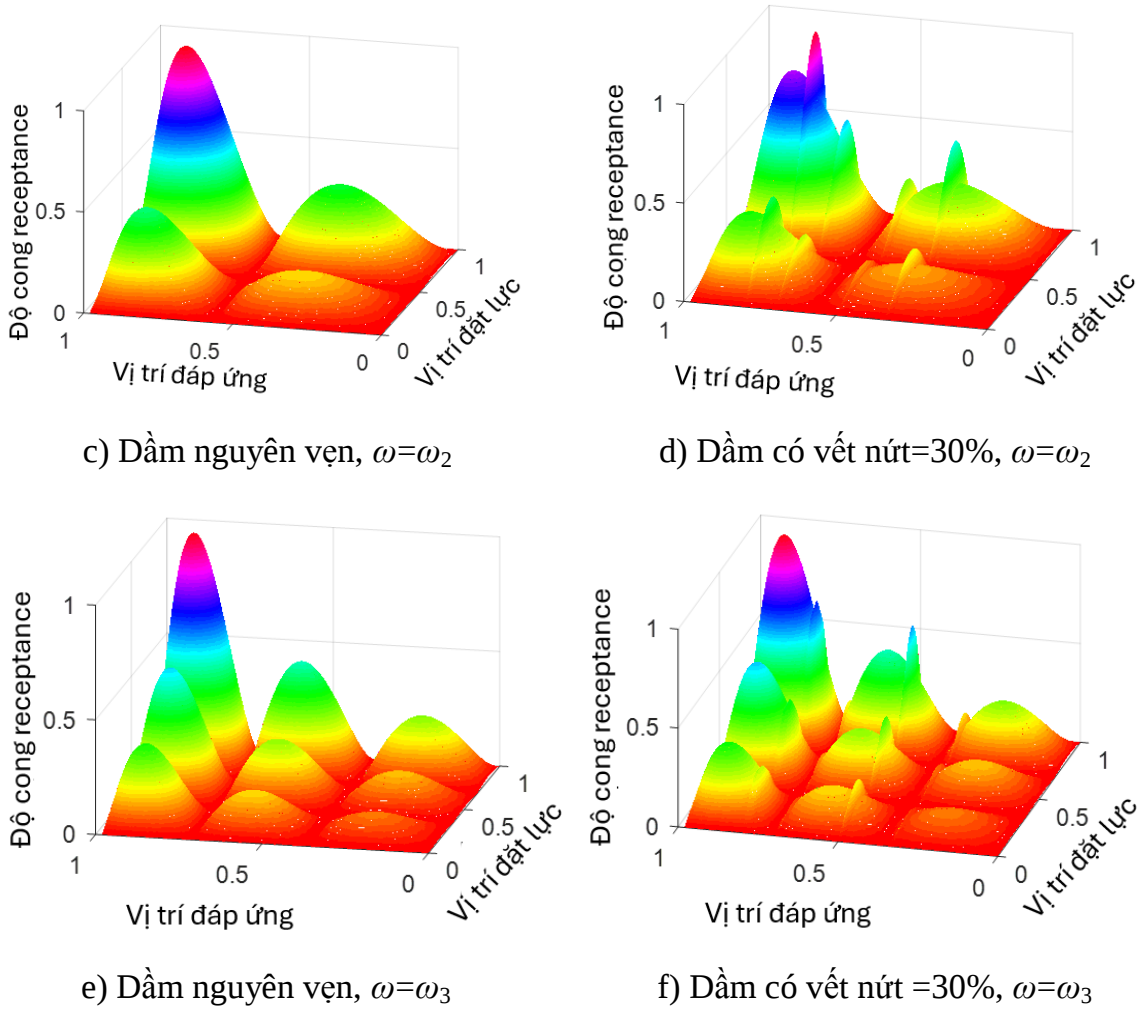
Hình 2.8 biểu diễn ma trận độ cong receptance của dầm H-H nguyên vẹn và có vết nứt với độ sâu là 30% khi tần số của lực kích động trùng với ba tần số riêng đầu tiên. Ta có thể thấy rằng ma trận độ cong receptance của dầm nguyên vẹn là trơn tru, trong khi đối với dầm có vết nứt thì nó có những đỉnh nhọn tại các vị trí có vết nứt. Điều này chỉ ra rằng vết nứt gây ảnh hưởng cục bộ đến ma trận độ cong receptance của dầm.



a) Dầm nguyên vẹn, $\omega=\omega_1$



b) Dầm có vết nứt=30%, $\omega=\omega_1$



Hình 2. 8. Ma trận độ cong receptance của dầm H-H

b) Ảnh hưởng đồng thời của khối lượng tập trung và vết nứt đến độ cong receptance của dầm

Để phát triển phương pháp phát hiện vết nứt của dầm có khối lượng tập trung, phần này sẽ khảo sát ảnh hưởng của khối lượng tập trung và vết nứt lên độ cong hàm receptance của dầm AFG. Từ đó đề xuất phương án phát hiện vết nứt dựa trên việc đặt các khối lượng tập trung ở các vị trí phù hợp trên dầm AFG có vết nứt.

Mô hình dầm AFG hai đầu gối tựa có bốn vết nứt tại các vị trí $\xi_{c1} = 0.34L$, $\xi_{c2} = 0.5L$, $\xi_{c3} = 0.7L$ và $\xi_{c4} = 0.8L$ sẽ được sử dụng để nghiên cứu. Dầm AFG ở đây là dầm thép-oxit nhôm. Tính chất vật liệu của dầm này là $E_s = 210$ GPa, $\rho_s = 7800$ kg/m³ cho thép, $E_a = 390$ GPa và $\rho_a = 3960$ kg/m³ cho ô xít nhôm (AlO₃). Ở đây, các hệ số thay đổi được cho như sau: $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, $\alpha_1 = 1 - \frac{E_1}{E_0}$,

$\alpha_2 = \alpha_3 = -\frac{2}{3}$, $\alpha_4 = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}$. Các tham số tần số được tính bằng công thức:

$$\lambda_j = L^2 \omega_j \sqrt{\frac{\rho_0 A_0}{E_0 I_0}}.$$

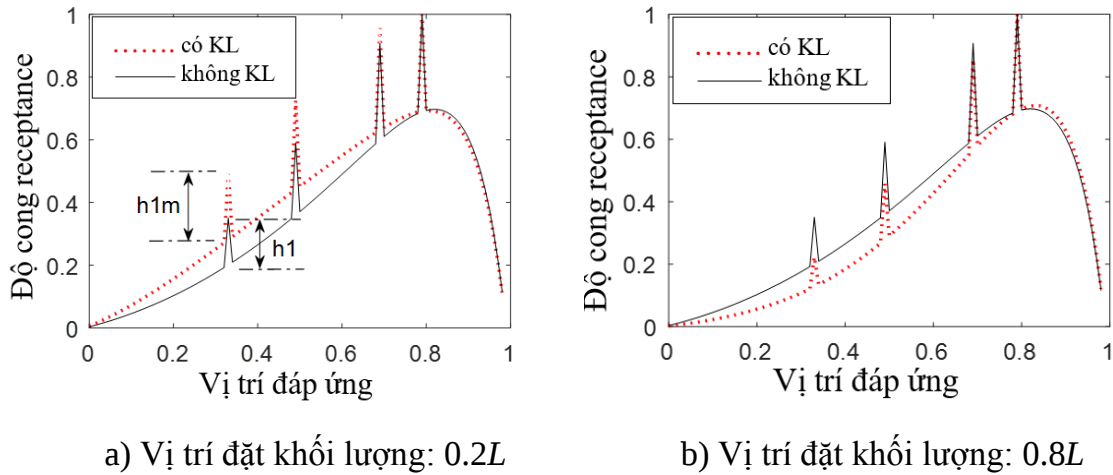
Các kết quả khảo sát cho thấy khi có khối lượng tập trung, vị trí của các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm độ cong receptance có xu hướng dịch chuyển về phía có khối lượng tập trung. Điều này dẫn đến sự thay đổi vị trí tương đối giữa các đỉnh nhọn do vết nứt gây ra và các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm độ cong receptance. Ảnh hưởng của khối lượng tập trung và vết nứt và đến độ cong receptance của dầm gối tựa đơn giản với $\alpha_2 = -2/3$, $\alpha_3 = -2/3$ được nghiên cứu trong hai trường hợp: 1) Dầm được đặc trưng bởi các hệ số $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, dẫn đến giảm mô đun đàn hồi và tăng mật độ khối lượng dọc theo dầm; 2) Dầm được đặc trưng bởi các hệ số $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_4 = 0.5$, dẫn đến tăng mô đun đàn hồi và giảm mật độ khối lượng.

Để nghiên cứu ảnh hưởng của khối lượng tập trung lên độ lớn của các đỉnh gây bởi vết nứt của hàm độ cong receptance, sự thay đổi chiều cao của các đỉnh nhọn trong đường độ cong receptance của dầm có và không có khối lượng tập trung, được định nghĩa là $P_j = \frac{h_{jm} - h_j}{h_j}$ sẽ được áp dụng. Trong đó, h_{jm} và h_j lần lượt biểu

thị chiều cao của đỉnh thứ j trong độ cong receptance của dầm có và không có khối lượng tập trung, như minh họa trong Hình 2.8a. Độ sâu 30% sẽ được áp dụng cho tất cả các vết nứt trong nghiên cứu này.

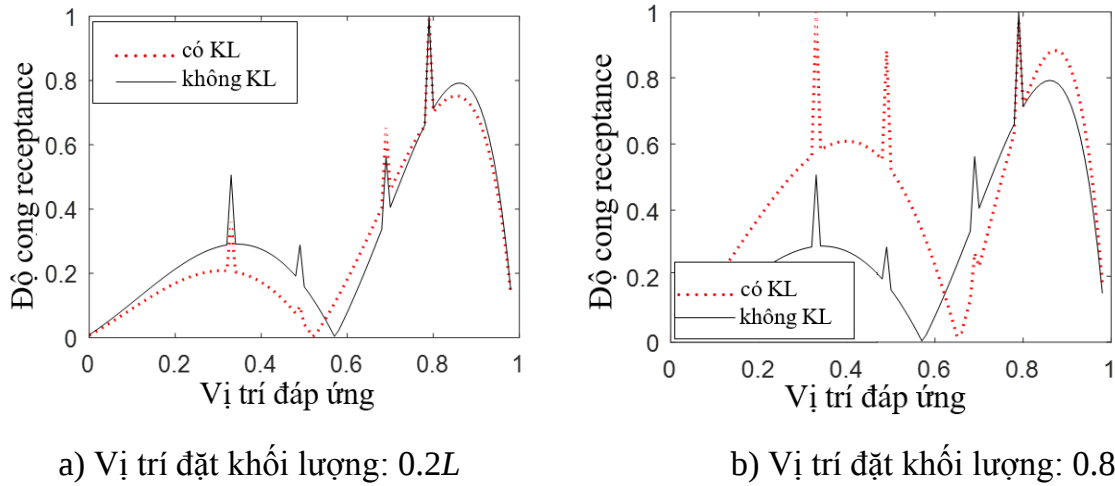
Trong trường hợp thứ nhất, khi $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, Hình 2.9 minh họa sự thay đổi độ cao của các đỉnh nhọn trong độ cong receptance của dầm khi một khối lượng tập trung được đặt tại $0.2L$ hoặc $0.8L$, trong khi lực kích động có tần số trùng với ω_1 được giữ cố định tại vị trí $0.5L$. Như thể hiện trong Hình 2.9a, khi không có khối lượng tập trung, độ cao của ba đỉnh đầu tiên, cách xa vị trí cực đại của độ cong độ receptance, nhỏ hơn đỉnh thứ tư nằm gần vị trí cực đại đó. Tuy nhiên, khi có một khối lượng tập trung tại $0.2L$, độ cong receptance có xu hướng dịch nhẹ sang trái, khiến cực đại của nó dịch gần hơn về phía ba đỉnh đầu tiên. Đồng thời, biên độ trong vùng độ cong receptance chứa các đỉnh nhỏ này tăng lên. Kết quả là, độ cao của ba đỉnh này trong hàm độ cong receptance tăng lên rất rõ ràng, tương ứng là 38.74%, 21.22%, và 4.21% như được chỉ ra trong Bảng 2.3. Ngược lại, cực đại của độ cong receptance lại dịch nhẹ ra xa so với đỉnh lớn nhất tại vị trí $0.8L$, dẫn đến sự

suy giảm nhỏ trong độ cao của đỉnh này là 1.9%. Tuy nhiên, khi khối lượng tập trung được đặt tại $0.8L$, độ cong receptance có xu hướng dịch sang phải và giá trị của nó giảm nhẹ, khiến cực đại dịch ra xa bốn đỉnh như Hình 2.9b, dẫn đến độ cao của 2 đỉnh đầu tiên giảm mạnh lần lượt trong khi 2 đỉnh sau giảm nhẹ tương ứng là 37.18%, 23.45%, 6.52%, và 0.37% chiều cao của chúng.



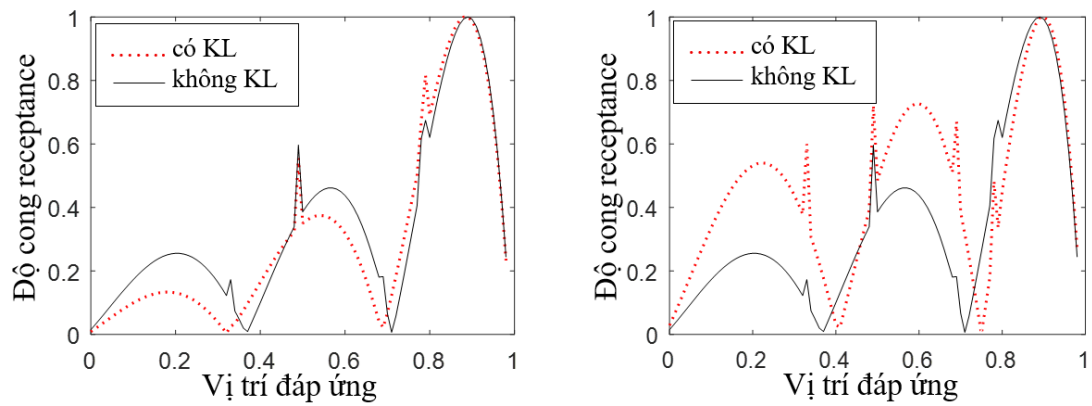
Hình 2. 9. Độ cong hàm receptance của dầm AFG hai đầu gối tựa có vết nứt và khối lượng tập trung, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, $\omega = \omega_1$

Hình 2.10 thể hiện ảnh hưởng của khối lượng tập trung đến độ cao của các đỉnh nhọn trong độ cong receptance khi tần số lực kích động bằng với tần số riêng ω_2 . Khi có một khối lượng tập trung tại $0.2L$, độ cong receptance có xu hướng dịch chuyển sang trái, khiến cực tiểu của nó dịch gần hơn tới đỉnh thứ nhất và thứ hai. Ngược lại, cực tiểu của độ cong receptance dịch ra xa đỉnh thứ ba và thứ tư, trong khi cực đại thứ hai lại dịch gần hơn tới các đỉnh này, như thể hiện trong Hình 2.10a. Kết quả là, độ cao của hai đỉnh nhọn đầu tiên giảm mạnh tương ứng là 29.95% và 77.88%, trong khi độ cao của đỉnh nhọn thứ ba và thứ tư tăng nhẹ tương ứng là 10.59% và 1.62% như được thể hiện ở Bảng 2.3. Khi khối lượng tập trung được đặt tại $0.8L$, độ cong receptance dịch sang phải, làm cho cực tiểu của nó dịch ra xa hai đỉnh nhọn đầu tiên nhưng lại gần hơn với đỉnh nhọn thứ ba, như được minh họa trong Hình 2.10b. Ngoài ra, biên độ của vùng xung quanh cực đại thứ nhất, nơi chứa hai đỉnh nhọn đầu tiên, tăng đáng kể so với trường hợp dầm không có khối lượng tập trung. Những thay đổi này trong độ cong receptance dẫn đến mức tăng mạnh của độ cao hai đỉnh nhọn đầu tiên lần lượt là 100.60% và 240.10%, đồng thời độ cao của đỉnh nhọn thứ ba giảm tương đối mạnh với 37.15%.



Hình 2. 10. Độ cong hàm receptance của dầm AFG hai đầu gối tựa có vết nứt và khối lượng tập trung, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, $\omega = \omega_2$

Hình 2.11 trình bày ảnh hưởng của khối lượng tập trung đến độ cao của các đỉnh nhọn trong độ cong receptance khi tần số kích thích trùng với ω_3 . Khi có một khối lượng tập trung tại $0.2L$, độ cong receptance có xu hướng dịch sang trái, như thể hiện trong Hình 2.11a. Điều này dẫn đến: cực tiểu thứ nhất của độ cong receptance gần trùng với đỉnh nhọn thứ nhất đồng thời cực đại thứ nhất dịch nhẹ ra xa khỏi đỉnh nhọn thứ hai, trong khi cực tiểu thứ hai gần trùng với đỉnh nhọn thứ ba đồng thời dịch xa khỏi đỉnh nhọn thứ tư. Kết quả là, đỉnh nhọn thứ nhất và thứ ba biến mất, độ cao của đỉnh nhọn thứ hai giảm nhẹ 10.29%, trong khi độ cao của đỉnh nhọn thứ tư tăng mạnh 152.54% như kết quả đã thống kê trong Bảng 2.3. Như thể hiện trong Hình 2.11b, khi khối lượng tập trung được đặt tại $0.8L$, độ cong receptance dịch sang phải, khiến cực tiểu thứ nhất dịch ra xa đỉnh nhọn thứ nhất, và cực tiểu thứ hai dịch ra xa đỉnh nhọn thứ ba. Ngoài ra, biên độ của hai vùng xung quanh hai cực đại đầu tiên, nơi chứa ba đỉnh nhọn đầu tiên, tăng đáng kể so với khi không có khối lượng tập trung. Điều này dẫn đến mức tăng rất lớn trong độ cao của các đỉnh nhọn thứ nhất và thứ 3 lần lượt là 340.48% và 9893.75% như đã liệt kê trong bảng 2.3. Mặc dù cực tiểu thứ nhất của độ cong receptance dịch gần hơn tới đỉnh nhọn thứ hai, điều này có thể làm giảm độ cao của đỉnh thứ hai, nhưng biên độ vùng xung quanh cực đại thứ hai (nơi chứa đỉnh thứ hai) lại tăng lên đáng kể, nên kết quả cuối cùng là độ cao của đỉnh thứ hai tăng lên 28.01%. Đáng chú ý, trong trường hợp này, việc thêm một khối lượng tập trung vào dầm có thể khiến các đỉnh nhọn rất nhỏ (như đỉnh thứ nhất và thứ ba) được khuếch đại mạnh mẽ thành các đỉnh rất lớn.

a) Vị trí đặt khối lượng: $0.2L$ b) Vị trí đặt khối lượng: $0.8L$

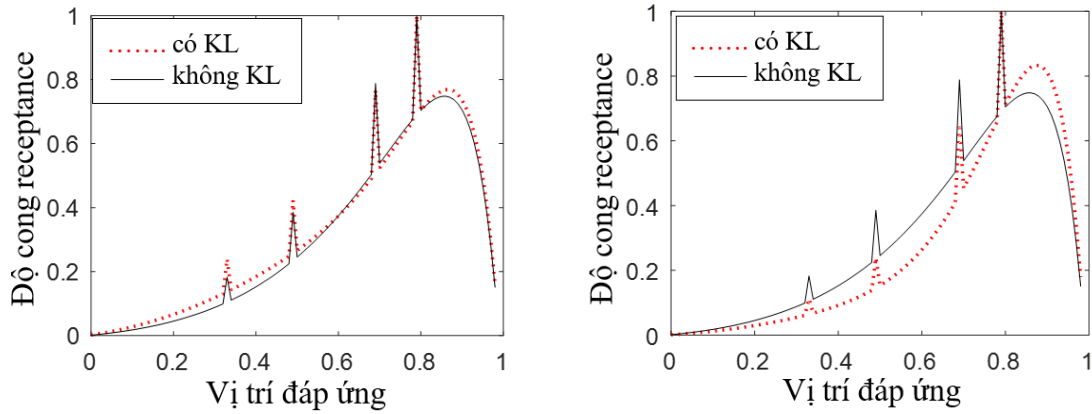
Hình 2. 11. Độ cong hàm receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$, $\omega = \omega_3$

Bảng 2. 3. Sự thay đổi độ cao của đỉnh trong độ cong receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$.

Tần số lực kích động	Vị trí khối lượng	P_1 (%)	P_2 (%)	P_3 (%)	P_4 (%)
ω_1	$0.2L$	38.74	21.22	4.21	-1.9
	$0.8L$	-37.18	-23.4	-6.52	-0.37
ω_2	$0.2L$	-29.95	-77.88	10.59	1.62
	$0.8L$	100.60	240.10	-37.15	7.04
ω_3	$0.2L$	-	-10.29	-	17.62
	$0.8L$	340.48	28.01	9893.75	12.99

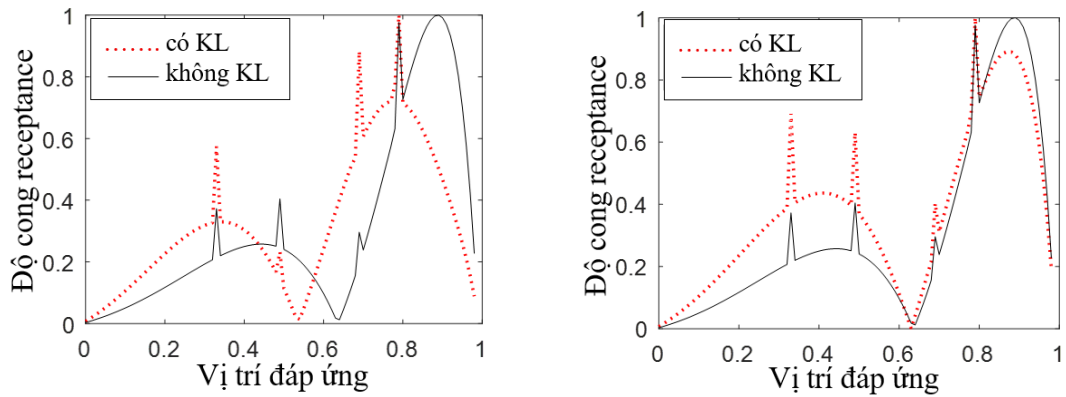
Trong trường hợp thứ hai, khi $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_4 = 0.5$, vị trí của các giá trị cực tiểu và cực đại của độ cong receptance khác với trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$ như thể hiện trong các hình từ Hình 2.12 đến Hình 2.14. Do đó, tác động của khối lượng tập trung lên chiều cao của các đỉnh nhọn do vết nứt gây ra sẽ khác nhau.

Có thể thấy rằng ảnh hưởng của khối lượng tập trung lên độ cong receptance khi tần số lực kích động trùng với ω_1 nhỏ hơn trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$ như trình bày trong Hình 2.9, Hình 2.11, Bảng 2.3 và Bảng 2.4.

a) Vị trí đặt khối lượng: $0.2L$ b) Vị trí đặt khối lượng: $0.8L$

Hình 2. 12. Độ cong hàm Receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản,

$$\alpha_1 = -0.5 \text{ và } \alpha_4 = 0.5, \omega = \omega_1$$

a) Vị trí đặt khối lượng: $0.2L$ b) Vị trí đặt khối lượng: $0.8L$

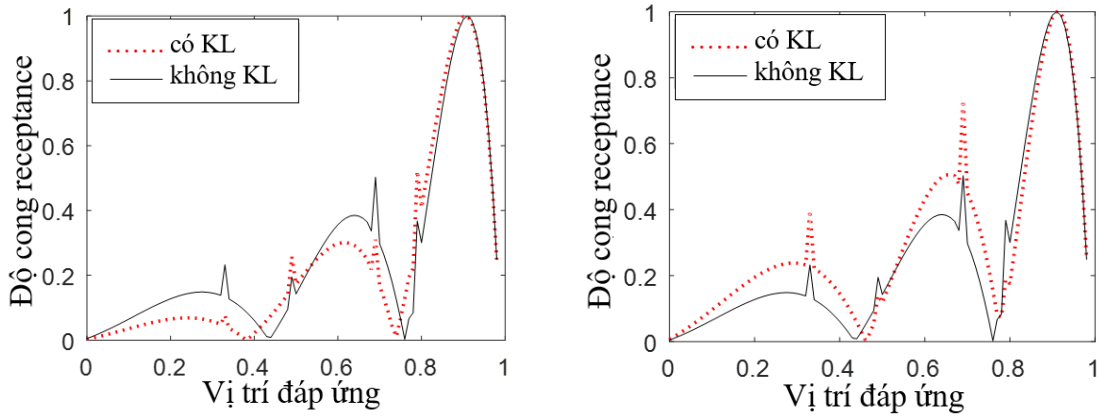
Hình 2. 13. Độ cong hàm Receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản,

$$\alpha_1 = -0.5 \text{ và } \alpha_4 = 0.5, \omega = \omega_2$$

Khi tần số lực kích động bằng với tần số riêng ω_2 của dầm, khối lượng đặt ở vị trí $0.2L$, thì cực đại đầu tiên sẽ dịch chuyển gần đến đỉnh nhọn thứ nhất, cực tiểu đầu tiên dịch chuyển gần đỉnh nhọn thứ hai và cực tiểu này dịch chuyển ra xa khỏi đỉnh nhọn thứ ba, dẫn đến sự thay đổi chiều cao đáng kể của đỉnh nhọn thứ nhất này tương ứng là 49.24%, -57.80% và 145.02%, như thể hiện trong Hình 2.13a và Bảng 2.4. Lưu ý rằng, trong trường hợp ở trên $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$ thì chiều cao của các đỉnh nhọn này thay đổi là -29.65%, -77.88% và 10.59% như trong Bảng 2.3.

Khi khối lượng tập trung được đặt ở vị trí $0.8L$, biên độ của vùng xung quanh cực đại đầu tiên, nơi có hai đỉnh nhọn đầu tiên tăng lên, dẫn đến sự gia tăng chiều cao của hai đỉnh nhọn đầu tiên này là 84.03%, 52.02% như được mô tả trong Hình

2.13b. Tuy nhiên, mức tăng này nhỏ hơn so với 100.60% và 240.10% trong trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$.



a) Vị trí đặt khối lượng: $0.2L$

b) Vị trí đặt khối lượng: $0.8L$

Hình 2. 14. Độ cong hàm Receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_4 = 0.5$, $\omega = \omega_3$

Khi tần số lực kích động bằng với ω_3 , khối lượng tập trung nằm ở $0.2L$, thì cực tiểu thứ nhất và thứ hai dịch chuyển gần hơn đến đỉnh nhọn thứ nhất và thứ ba một cách tương ứng, dẫn đến chiều cao của đỉnh thứ nhất và thứ ba trong độ cong receptance của dầm giảm đáng kể như thể hiện trong Hình 2.14 và Bảng 2.4, trong khi các đỉnh nhọn này biến mất trong trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$. Khi khối lượng tập trung được đặt ở $0.8L$, cực đại thứ nhất và thứ hai của độ cong receptance dịch chuyển gần hơn đến đỉnh nhọn thứ nhất và thứ ba, dẫn đến sự tăng chiều cao của các đỉnh này lần lượt là 75.43% và 52.50%, nhỏ hơn nhiều so với trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$ với đỉnh thứ nhất và thứ ba tăng 340.48 % và 9893.75 %. Ngoài ra, cực tiểu thứ nhất và thứ hai của độ cong receptance dịch chuyển gần hơn đến đỉnh thứ hai và thứ tư, dẫn đến độ cao của hai đỉnh này giảm lần lượt là -13.32% và -59.70%, trong khi hai đỉnh này tăng nhẹ trong trường hợp $\alpha_1 = 0.5$ và $\alpha_4 = -0.5$.

Các kết quả khảo sát ảnh hưởng của khối lượng tập trung đến độ cong receptance của dầm AFG hai đầu gối tựa đơn giản, có vết nứt trong hai trường hợp $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_4 = -0.5$ và $\alpha_1 = -0.5$, $\alpha_4 = 0.5$ chỉ ra rằng các đỉnh nhọn gây bởi vết nứt có cùng độ sâu gần điểm cực tiểu của độ cong receptance sẽ nhỏ hơn các đỉnh nhọn gần điểm cực đại của độ cong receptance. Đỉnh nhọn gây bởi vết nứt nằm ở vị trí trùng với cực tiểu của độ cong receptance là rất nhỏ, có thể không phát hiện được. Ngoài ra, các đỉnh nhọn nằm ở vùng cực đại có biên độ thấp hơn sẽ nhỏ hơn các đỉnh nhọn nằm ở vùng cực đại có biên độ cao hơn. Do vậy, một khối lượng tập

trung gắn vào dầm có thể dịch chuyển cực tiểu và cực đại của độ cong receptance, làm thay đổi vị trí tương đối giữa các đỉnh nhọn gây bởi vết nứt và cực tiểu và cực đại của độ cong receptance. Kết quả là, chiều cao của các đỉnh nhọn do vết nứt gây ra thay đổi và mức độ thay đổi phụ thuộc vào vị trí của khối lượng tập trung. Do đó, để khuếch đại ảnh hưởng của các vết nứt nằm gần hoặc trùng với các điểm cực tiểu, cần gắn khối lượng tập trung vào vị trí thích hợp để dịch chuyển cực tiểu của độ cong receptance ra xa khỏi vị trí vết nứt, hoặc dịch chuyển cực đại của độ cong receptance đến gần các vị trí vết nứt hơn, hoặc làm tăng biên độ của các vùng chứa các vết nứt này. Vị trí thích hợp của khối lượng tập trung phụ thuộc vào các thông số khác nhau của dầm AFG.

Bảng 2. 4. Sự thay đổi độ cao của đỉnh nhọn trong độ cong hàm receptance của dầm AFG gối tựa đơn giản, $\alpha_1 = -0.5$ và $\alpha_4 = 0.5$

Tần số lực kích động	Vị trí khối lượng	P_1 (%)	P_2 (%)	P_3 (%)	P_4 (%)
ω_1	$0.2L$	29.22	7.87	-3.26	3.08
	$0.8L$	-38.98	-37.57	-15.17	5.45
ω_2	0.2	49.24	-57.80	145.02	-38.81
	$0.8L$	84.03	52.02	34.42	-12.66
ω_3	$0.2L$	-71.81	17.53	-44.98	5.93
	$0.8L$	75.43	-13.32	52.50	-59.70

2.4. Đề xuất phương pháp phát hiện vết nứt

Dựa trên các mô phỏng số ở trên, luận án đề xuất một phương pháp phát hiện vết nứt trên dầm AFG điều kiện biên gối tựa hai đầu như sau:

Bước 1: Đo độ cong hàm receptance dọc theo chiều dài của dầm dưới tác động của lực điều hòa tác động tại một điểm trên dầm.

Bước 2: Lựa chọn đặt khối lượng tập trung:

Bước 2.1: Với đường độ cong hàm receptance có tần số lực kích động gần với tần số riêng thứ nhất của dầm thì cần đặt thêm khối lượng tập trung tại vị trí gần với đầu dầm có thiết diện lớn hơn.

Bước 2.2: Với đường độ cong hàm receptance có tần số lực kích động gần với tần số riêng thứ hai thì cần đặt thêm khối lượng tập trung tại vị trí gần với đầu dầm có thiết diện nhỏ hơn.

Bước 2.3: Với đường độ cong hàm receptance với lực có tần số kích động gần với tần số riêng thứ ba thì cần đặt thêm khối lượng tập trung tại vị trí gần với đầu dầm có thiết diện nhỏ hơn.

Bước 3: Xác định vị trí các đỉnh nhọn trên các đường độ cong receptance, đây chính là vị trí của vết nứt.

Với các phương án đặt khối lượng tập trung như trên, các đỉnh nhọn nhỏ sẽ được khuếch đại và các đỉnh nhọn bị ẩn ở các nút của độ cong receptance sẽ được chuyển ra khỏi vị trí nút và được khuếch đại lên mà không bị bỏ sót.

Lưu ý: Việc đặt khối lượng vào vị trí nào để khuếch đại được các đỉnh nhọn nhỏ và đỉnh nhọn bị ẩn ở các điểm nút của độ cong receptance phải tùy thuộc điều kiện biên của dầm.

2.5. Kết luận

Trong chương này, tác giả của luận án đã xây dựng được phương trình động lực học của dầm có thiết diện và tính chất vật liệu thay đổi dọc trục, có vết nứt và có khối lượng tập trung. Hàm receptance chính xác đã tìm được dưới dạng chuỗi lũy thừa dựa trên phương pháp phân rã Adomian.

Khi $1/EI$ có thể phân tích thành các phân số thành phần có mẫu số là các đa thức bậc nhất hoặc bội của các đa thức bậc nhất thì hàm này có thể dễ dàng biểu diễn thông qua chuỗi hình học để giải phương trình động lực học như các công bố trước đây. Tuy nhiên, khi mẫu số của phân số thành phần là đa thức bậc hai với biệt số Δ âm thì không thể áp dụng chuỗi hình học. Trong trường hợp này, luận án đã tìm được một chuỗi lũy thừa mới cho $1/EI$ với các hệ số được tính theo công thức truy hồi.

Hàm độ cong receptance chứa đựng những thông tin về vết nứt, do đó việc tính toán và mô phỏng số hàm độ cong receptance của dầm có thiết diện và tính chất vật liệu thay đổi dọc theo trục của dầm, có vết nứt và có khối lượng tập trung đã

được thực hiện. Việc phân tích kết quả cho thấy độ cong của receptance có đỉnh nhọn tại vị trí vết nứt. Vết nứt có kích thước càng lớn thì đỉnh nhọn càng lớn. Điều này có thể sử dụng làm cơ sở cho phương pháp phát hiện vết nứt trên dầm có thiết diện và tính chất vật liệu thay đổi dọc theo trục của dầm. Ngoài ra việc đặt khối lượng tập trung lên những vị trí phù hợp có thể khuếch đại các đỉnh nhọn gây ra bởi vết nứt nên đây cũng là cơ sở cho phương pháp phát hiện vết nứt sử dụng khối lượng tập trung.

Kết quả của chương này được công bố trên các bài báo số 1-3, 5-7 và 11-12 trong “Danh mục công trình liên quan tới Luận án”, trong đó có 02 bài báo đăng trên Tạp chí quốc tế thuộc danh mục SCIE, 01 bài trên Tạp chí trong nước và 05 bài trên Tuyển tập Hội nghị Khoa học chuyên ngành.

CHƯƠNG 3. PHÁT HIỆN HƯ HỎNG DẦM CÓ KHỐI LƯỢNG DI ĐỘNG

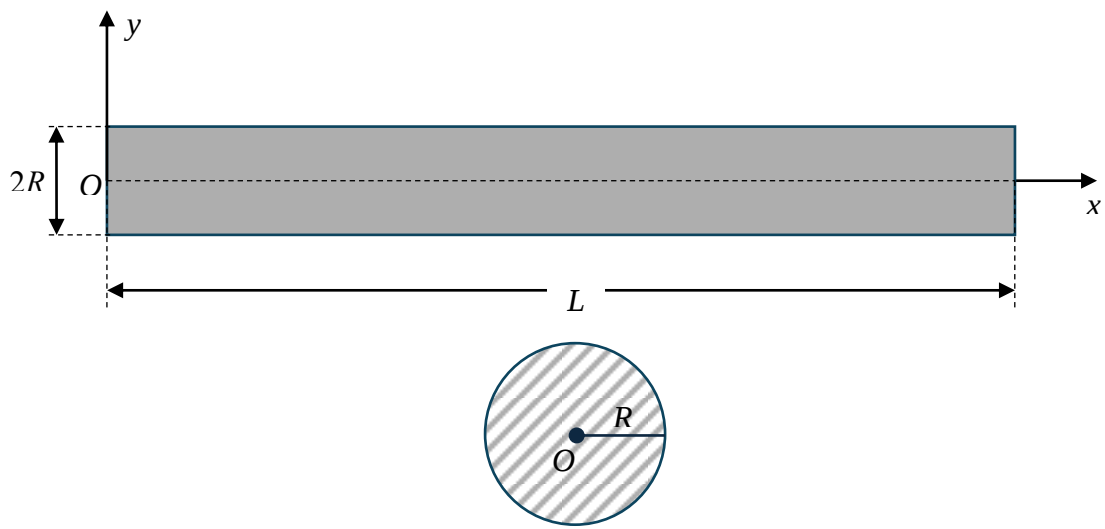
Động lực học của kết cấu dầm chịu tác động của tải trọng di động đã và đang được nghiên cứu rất mạnh mẽ trong các lĩnh vực kỹ thuật. Các kết cấu dạng dầm chịu tác động của tải trọng di động có thể kể đến như cầu dạng dầm chịu tác động của các phương tiện giao thông, cầu trục, cáp của cầu dây văng khi tính đến độ cứng uốn EI , v.v. Việc phát hiện các hư hỏng của kết cấu dầm dựa trên các số liệu dao động của kết cấu dầm chịu tác động của tải trọng di động vì thế là bài toán đang được nhiều nhà khoa học quan tâm.

Chương này của luận án sẽ trình bày một phương pháp phát hiện hư hỏng của kết cấu dạng dầm chịu tác động của khối lượng di động. Trong bài toán cụ thể này của luận án, khối lượng di động được mô tả như một rô bốt di động. Rô bốt bao gồm khối lượng của thân và bánh xe, gắn với dầm thông qua các lò xo. Phương trình động lực học của một dầm thép có thiết diện tròn, có hư hỏng, chịu tác động của rô bốt di động sẽ được thiết lập. Dầm được giả định có hai dạng hư hỏng là dạng vết nứt và dạng suy giảm đường kính của dầm. Kết quả tính toán phản ứng động của hệ dầm – rô bốt di động sau đó sẽ được phân tích bằng biến đổi wavelet để phát hiện ra ảnh hưởng của hư hỏng của dầm đến phản ứng động lực học của hệ dầm – rô bốt di động, từ đó đề xuất một phương pháp nhằm xác định sự tồn tại của hư hỏng và vị trí của hư hỏng.

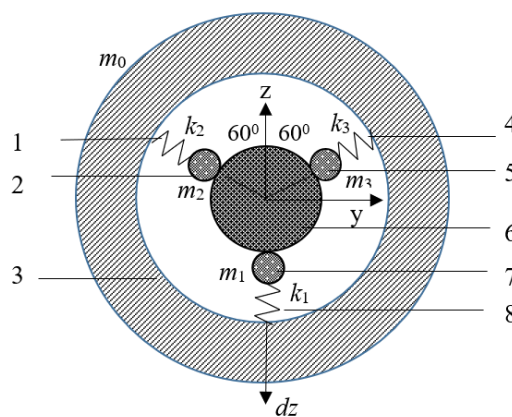
Phương pháp phát hiện hư hỏng dựa trên tín hiệu dao động của hệ dầm – rô bốt di động trong chương này có thể áp dụng cho một số kết cấu dầm khác nhau, trong đó có dây cáp cầu dây văng. Hiện nay, việc giám sát tình trạng kỹ thuật của dây cáp cầu dây văng dựa trên các rô bốt di động đang được đặc biệt quan tâm trên thế giới. Tuy nhiên các phương pháp này chủ yếu dựa vào việc quay phim trên bề mặt cáp sẽ khó có thể phát hiện được hư hỏng bên trong cáp hoặc sự suy giảm đường kính cáp một cách trơn tru dựa trên hình ảnh. Trong khi đó, như đã đề cập ở phần Tổng quan, khi dây cáp của cầu dây văng chịu tải trọng dọc trục sẽ có độ cứng chống uốn EI lớn và có độ võng nhỏ, nên dao động ngang của cáp có thể coi như dao động ngang của dầm. Khi đó việc phân tích dao động ngang của hệ cáp – rô bốt cho mục đích phát hiện hư hỏng thì hệ cáp – rô bốt có thể được coi như là một kết cấu dầm chịu tác động của tải trọng di động và có thể áp dụng phương pháp đề xuất trong chương này để phát hiện hư hỏng của dây cáp.

3.1. Mô hình dầm chịu tác động của rô bốt di động

Trong nghiên cứu này, dầm được coi như là dầm Euler - Bernoulli. Xét mô hình dầm - rô bốt di động như được minh họa trong Hình 3.1. Dầm có chiều dài L , thiết diện tròn không thay đổi dọc theo chiều dài của dầm, bán kính thiết diện bằng R . Robot gồm phần thân có khối lượng m_0 , ba bánh xe có khối lượng $m_1=m_2=m_3=m$, và các lò xo $k_1=k_2=k_3=k$. Góc giữa hai bánh xe liên tiếp bất kỳ là 120° . Dầm nghiêng tạo với phương ngang một góc α như được trình bày trong Hình 3.2.



a) Mô hình dầm có thiết diện hình tròn



b) Mô hình rô bốt di động

Hình 3. 1. Mô hình dầm - rô bốt di động.

- | | |
|--------------------------------------|----------------|
| 1, 4, 8: Lò xo – cơ cấu giữ bánh xe; | 3: Thân rô bốt |
| 2, 5, 7: Bánh xe; | 6: Dầm |

Giả sử rằng: 1) Hệ dầm – rô bốt di động chỉ dao động theo phương vuông góc với trục dầm;

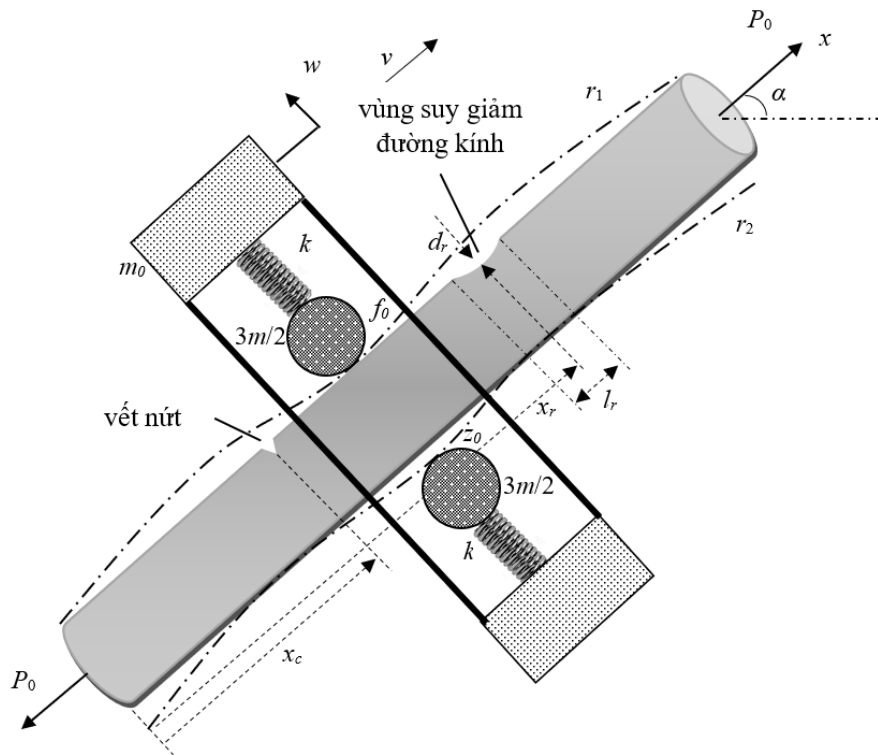
2) Rô bốt luôn dao động vuông góc với dầm;

3) Ba bánh xe luôn tiếp xúc với dầm.

Khi rô bốt dao động tương đối so với dầm theo phương z một khoảng dz , lực tác dụng lên dầm theo phương z là:

$$\begin{aligned} F &= k_1 dz + k_2 dz \cos 60^\circ + k_3 dz \cos 60^\circ \\ &= k_1 dz + \frac{k_2 + k_3}{2} dz = 2k dz \end{aligned} \quad (3.1)$$

Từ phương trình (3.1), có thể thấy ba lò xo k_1, k_2, k_3 hoạt động như một lò xo có độ cứng là $2k$. Do đó, để đơn giản hệ dầm – rô bốt có thể được mô hình hóa như trình bày trong Hình 3.2.



Hình 3. 2. Dầm dưới tác động của rô bốt di động

Trong hình vẽ 3.2 này, rô bốt bao gồm:

Thân rô bốt có khối lượng là m_0 ;

Hai bánh xe với mỗi bánh xe có khối lượng là $3m/2$;

Hai lò xo với mỗi lò xo có độ cứng là k ;

w là chuyển vị tịnh tiến của thân rô bốt theo hướng z ;

v là vận tốc của rô bốt;

z_0 là chuyển vị ngang của dầm tại điểm tiếp xúc;

f_0 là lực tương tác giữa rô bốt và dầm tại điểm tiếp xúc;

u_{01} và u_{02} là chuyển vị của dầm bên dưới hai bánh xe.

Giả thiết rằng bề mặt trên và dưới của dầm không bằng phẳng mà mấp mô và độ mấp mô của các bề mặt được biểu thị như sau [130]:

$$\begin{aligned}\bar{r}_1(x) &= \frac{\bar{d}_1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi x}{\bar{l}_1} + \theta_1 \right) \right] \\ \bar{r}_2(x) &= \frac{\bar{d}_2}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi x}{\bar{l}_2} + \theta_2 \right) \right]\end{aligned}\quad (3.2)$$

trong đó,

$\bar{d}_1, \bar{d}_2, \bar{l}_1, \bar{l}_2$ lần lượt là độ sâu và chiều dài của độ mấp mô của bề mặt trên và dưới của dầm;

θ_1, θ_2 lần lượt biểu diễn các góc pha khác nhau giữa các điểm ở bề mặt trên và dưới của dầm.

Trong bài toán này, giả định rằng vết nứt chỉ xuất hiện trên một bề mặt phía trên của dầm. Trong khi đó, sự suy giảm đường kính có thể được biểu thị dưới dạng hàm nửa sóng hình sin như được mô tả trong Hình 3.2:

$$\begin{aligned}r_1(x) &= -d_{r1} \text{rect}(x) \sin \left[\frac{\pi(x - x_{r1})}{l_{r1}} + \frac{\pi}{2} \right] \\ r_2(x) &= -d_{r2} \text{rect}(x) \sin \left[\frac{\pi(x - x_{r2})}{l_{r2}} + \frac{\pi}{2} \right]\end{aligned}\quad (3.3)$$

Trong đó:

x_{r1}, x_{r2} : tương ứng là vị trí tâm của vùng suy giảm đường kính ở mặt trên và mặt dưới của dầm,

d_{r1}, d_{r2} : tương ứng là độ sâu của vùng suy giảm đường kính ở mặt trên và mặt dưới của dầm,

l_{r1}, l_{r2} : tương ứng là bề rộng của vùng suy giảm đường kính ở mặt trên và mặt dưới của dầm,

và

$$rect(x) = \begin{cases} 0, & |x - x_{ri}| > \frac{l_{ri}}{2} \\ 1, & |x - x_{ri}| \leq \frac{l_{ri}}{2} \end{cases} \quad (3.4)$$

Khi đó chuyển vị bên dưới mỗi bánh xe là tổng chuyển vị của dầm, độ mấp mô bề mặt và độ suy giảm đường kính như sau:

$$\begin{aligned} u_{01} &= z_0 + r_1 + \bar{r}_1 \\ u_{02} &= z_0 - r_2 - \bar{r}_2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Với mô hình rô bốt được trình bày theo Hình 3.1, động năng của rô bốt được tính theo công thức:

$$T_{robot} = \frac{1}{2} m_0 \dot{w}^2 + \frac{3m}{4} \dot{u}_{01}^2 + \frac{3m}{4} \dot{u}_{02}^2 \quad (3.6)$$

Thế năng của rô bốt là:

$$\Pi_{robot} = \frac{1}{2} k (w - u_{01})^2 + \frac{1}{2} k (w - u_{02})^2 \quad (3.7)$$

Sử dụng phương pháp Lagrange $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{w}} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial w} = 0$, phương trình chuyển động của rô bốt tính được bằng:

$$m_0 \ddot{w} + k(w - u_{01}) + k(w - u_{02}) = m_0 \ddot{w} + k(2w - 2z_0 - r_1 - \bar{r}_1 + r_2 + \bar{r}_2) = 0 \quad (3.8)$$

Đối với dầm Euler–Bernoulli, ta có các tham số sau:

E – mô đun đàn hồi,

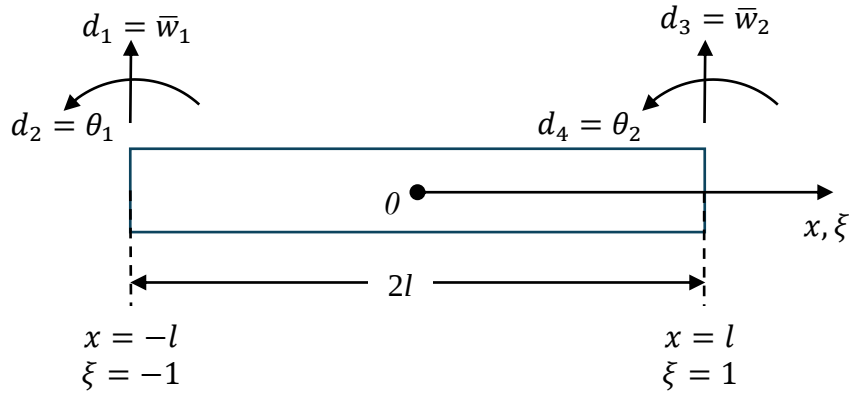
I – mômen quán tính của thiết diện,

ρ – mật độ khối lượng,

P_0 là lực dọc trục.

Hệ tương tác dầm và rô bốt di động là một hệ phức tạp nên Luận án sẽ sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để tính phản ứng động lực học của hệ dầm – rô bốt di động. Trong mô hình phần tử hữu hạn, để đơn giản dầm được coi là dầm

Euler-Bernulli g  i t  a hai đau, trong   o gi   s   b   qua   nh h  ng của bi  n d  ng c  t v   qu  n t  nh quay của dầm. Chia d  m thành c  c ph  n t   bằng nhau c   chiều dài $2l$ như Hình 3.3. V  i gi   thiết như tr  n này th  i chuy  n v  i n  t của ph  n t   d  m ch  i bao gồm chuy  n v  i th  ng theo ph  ng z vuông góc với d  m v   chuy  n v  i quay quay trục y . Như vậy m  i ph  n t   d  m s   c   2 n  t v   4 b  c t  y do. T   c  c gi   thiết này ta s   ti  n h  nh x  y dựng ph  ng tr  nh chuy  n   ng cho dầm như sau.



Hình 3. 3. Ph  n t   d  m v   h  y t  a   o   i ph  ng.

Tr  c h  t, m  i quan h   gi  ra bi  n d  ng dọc tr  c v   chuy  n v  i ngang cho b  i ph  ng trình:

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{w} \quad (3.9)$$

với $\bar{w}(\xi)$ l   chuy  n v  i của dầm theo ph  ng z .

M  i quan h   gi  ra   ng suất v   bi  n d  ng theo ph  ng dọc tr  c của dầm l  

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (3.10)$$

    thu  n ti  n trong t  nh to  n, t  a   o không th  r nguy  n $\xi = \frac{x}{l}$ được s   d  ng.

Chuyển v  i của ph  n t   d  m t  i v   tr   ξ bất kỳ được t  nh n  i suy th  ng qua chuy  n v  i n  t như sau:

$$\bar{w}(\xi) = \mathbf{N}(\xi) \mathbf{d}_e \quad (3.11)$$

trong   o,

$\mathbf{d}_e$ l   v  c-t   chuy  n v  i n  t của ph  n t  ;

$\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$ l   v  c-t   h  m d  ng c   c  c thành ph  n:

$$\begin{aligned}
N_1 &= \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) \\
N_2 &= \frac{l}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \\
N_3 &= \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) \\
N_4 &= \frac{l}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Động năng của phần tử dầm là:

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}_e &= \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{w}}^2 dV = \frac{1}{2} \left(\int_V \rho \dot{\mathbf{d}}_e^T \mathbf{N}^T \dot{\mathbf{d}}_e \mathbf{N} dV \right) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}_e^T \left(\int_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \right) \dot{\mathbf{d}}_e \\
&= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}_e^T \left(\rho \int_A dA \int_{-1}^1 l \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\xi \right) \dot{\mathbf{d}}_e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}_e^T \left(\rho A l \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\xi \right) \dot{\mathbf{d}}_e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}_e^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{d}}_e
\end{aligned} \tag{3.13}$$

với A là diện tích mặt cắt của dầm, và

$$\mathbf{m}_e = \rho A l \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\xi \tag{3.14}$$

là ma trận khối lượng của phần tử dầm.

Từ mối quan hệ ứng suất biến dạng ở trên, thế năng của phần tử dầm được tính như sau:

$$\begin{aligned}
\Pi_e &= \frac{1}{2} \int_V E \varepsilon_{xx}^2 dV = \frac{1}{2} \int_A \frac{E z^2}{l^3} dA \int_{-1}^1 \mathbf{N}''^T \mathbf{d}_e^T \mathbf{N}'' \mathbf{d}_e d\xi \\
&= \frac{E}{2l^3} \left(\int_A z^2 dA \right) \left(\int_{-1}^1 \mathbf{N}''^T \mathbf{d}_e^T \mathbf{N}'' \mathbf{d}_e d\xi \right) = \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \left(\frac{EI_y}{l^3} \int_{-1}^1 \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' d\xi \right) \mathbf{d}_e = \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{d}_e
\end{aligned} \tag{3.15}$$

với,

$$\mathbf{k}_e = \frac{EI}{l^3} \int_{-1}^1 \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' d\xi \tag{3.16}$$

là ma trận độ cứng phần tử dầm và $\mathbf{N}'' = [N_1'' \quad N_2'' \quad N_3'' \quad N_4'']$,

$$\begin{aligned}
N_1'' &= \frac{3}{2}\xi; & N_2'' &= \frac{l}{2}(-1 + 3\xi) \\
N_3'' &= -\frac{3}{2}\xi; & N_4'' &= \frac{l}{2}(1 + 3\xi)
\end{aligned}$$

Công sinh ra do lực dọc trục P_0 trên chuyển vị uốn được tính như sau:

$$V_e = \frac{1}{2} \int_{-l}^l P_0 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \left(\frac{1}{l} \int_{-1}^1 P_0 \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' d\xi \right) \mathbf{d}_e = \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \mathbf{k}_{eg} \mathbf{d}_e \quad (3.17)$$

với,

$$\mathbf{k}_{eg} = \frac{P_0}{l} \int_{-1}^1 \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' d\xi \quad (3.18)$$

là ma trận độ cứng hình học của phần tử, và $\mathbf{N}' = [N'_1 \quad N'_2 \quad N'_3 \quad N'_4]$,

$$N'_1 = \frac{3}{4}(-1 + \xi^2); \quad N'_2 = \frac{l}{4}(-1 - 2\xi + 3\xi^2)$$

$$N'_3 = \frac{3}{4}(1 - \xi^2); \quad N'_4 = \frac{l}{4}(-1 + 2\xi + 3\xi^2)$$

Phần tử dầm chịu tác động bởi lực tương tác f_0 do rô bốt tác dụng lên dầm tại điểm tiếp xúc theo phương vuông góc với dầm và trọng lực $\mathbf{f}_s$ của dầm, trong đó

$$f_0 = -(m_0 + 3m)g \cos \alpha - m_0 \ddot{w} - 3m \ddot{z}_0 \quad (3.19)$$

$$\mathbf{f}_s = Al\rho g \cos \alpha \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T d\xi = A\rho g \cos \alpha \begin{bmatrix} l & \frac{l^2}{3} & l & -\frac{l^2}{3} \end{bmatrix}^T \quad (3.20)$$

trong đó, g gia tốc trọng trường.

Công sinh ra bởi các ngoại lực được xác định bằng:

$$W_e = \mathbf{d}_e^T \mathbf{N}^T f_0 + \mathbf{d}_e^T \mathbf{f}_s = \mathbf{d}_e^T \mathbf{f}_e \quad (3.21)$$

với,

$$\mathbf{f}_e = f_0 \mathbf{N}^T + \mathbf{f}_s$$

Hàm Lagrange của hệ dầm – rô bốt di động là:

$$L = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}_e^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{d}}_e - \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{d}_e - \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \mathbf{k}_{eg} \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_e^T \mathbf{f}_e \quad (3.22)$$

Áp dụng nguyên lý Haminton, phương trình chuyển động của phần tử dầm thu được như sau:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{d}}_e^T \mathbf{m}_e \dot{\mathbf{d}}_e - \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{d}_e - \frac{1}{2} \mathbf{d}_e^T \mathbf{k}_{eg} \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_e^T \mathbf{f}_e \right] dt = 0 \quad (3.23)$$

Áp dụng nguyên lý biến phân, phương trình chuyển động của hệ thống dầm – rô bốt di động sẽ là:

$$\mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{d}}_e + \mathbf{k}_e \mathbf{d}_e + \mathbf{k}_{eg} \mathbf{d}_e = \mathbf{f}_e \quad (3.24)$$

Chuyển vị tại vị trí z_0 tùy ý được nội suy từ hàm dạng như sau:

$$z_0 = \mathbf{N} \mathbf{d}_e \quad (3.25)$$

Thế phương trình (3.25) vào phương trình (3.8), phương trình chuyển động của rô bốt có dạng:

$$m_0 \ddot{w} + k(2w - 2\mathbf{N} \mathbf{d}_e - r_1 - r_2 - \bar{r}_1 - \bar{r}_2) = 0 \quad (3.26)$$

Ta có đạo hàm cấp hai theo thời gian của z_0 là:

$$\ddot{z}_0(\xi, t) = \frac{\partial^2 z_0}{\partial \xi^2} \dot{\xi}^2 + 2 \frac{\partial^2 z_0}{\partial \xi \partial t} \dot{\xi} + \frac{\partial z_0}{\partial \xi} \ddot{\xi} + \frac{\partial^2 z_0}{\partial t^2} \quad (3.27)$$

Do $\mathbf{N}$ là đại lượng phụ thuộc không gian và $\mathbf{d}_e$ là đại lượng phụ thuộc thời gian nên:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z_0}{\partial \xi^2} &= \mathbf{N}'' \mathbf{d}_e \\ \frac{\partial^2 z_0}{\partial \xi \partial t} &= \mathbf{N}' \dot{\mathbf{d}}_e \\ \frac{\partial z_0}{\partial \xi} &= \mathbf{N}' \mathbf{d}_e \\ \frac{\partial^2 z_0}{\partial t^2} &= \mathbf{N} \ddot{\mathbf{d}}_e \end{aligned} \quad (3.28)$$

với kí hiệu dấu “ $\dot{}$ ” là kí hiệu của đạo hàm theo biến không gian.

Thế các phương trình (3.27) và (3.28) vào phương trình (3.19) ta có:

$$f_0 = -(m_0 + 3m)g \cos \alpha - m_0 \ddot{w} - 3m \left(\dot{\xi}^2 \mathbf{N}'' \mathbf{d}_e + 2 \dot{\xi} \mathbf{N}' \dot{\mathbf{d}}_e + \ddot{\xi} \mathbf{N}' \mathbf{d}_e + \mathbf{N} \ddot{\mathbf{d}}_e \right) \quad (3.29)$$

Thế phương trình (3.29) vào phương trình (3.24) ta được:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{d}}_e + \mathbf{k}_e \mathbf{d}_e + \mathbf{k}_{eg} \mathbf{d}_e &= \mathbf{f}_s - (m_0 + 3m)g \cos \alpha \mathbf{N}^T - m_0 \ddot{w} \mathbf{N}^T \\ &\quad - 3m \mathbf{N}^T \left(\mathbf{N}'' \mathbf{d}_e \dot{\xi}^2 + 2 \mathbf{N}' \dot{\mathbf{d}}_e \dot{\xi} + \mathbf{N}' \mathbf{d}_e \ddot{\xi} + \mathbf{N} \ddot{\mathbf{d}}_e \right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Từ các phương trình (3.26) và (3.30), các phương trình chuyển động của phần tử dầm chịu tác động của rô bốt có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{m}_e + 3m\mathbf{N}^T\mathbf{N} & m_0\mathbf{N}^T \\ 0 & m_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_e \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 6m\dot{\xi}\mathbf{N}^T\mathbf{N}' & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{d}}_e \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{eg} + 3m(\dot{\xi}^2\mathbf{N}^T\mathbf{N}'' + \ddot{\xi}\mathbf{N}^T\mathbf{N}') + 2k\mathbf{N}^T\mathbf{N} & 0 \\ -2k\mathbf{N} & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_e \\ w \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s - (m_0 + 3m)g \cos \alpha \mathbf{N}^T \\ k(r_1 + \bar{r}_1 - r_2 - \bar{r}_2) \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Sau khi ghép các ma trận khối lượng và ma trận độ cứng địa phương để tạo thành các ma trận khối lượng và độ cứng tổng thể của dầm, phương trình chuyển động của hệ dầm – rô bốt di động có thể được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{M} + 3m\mathbf{N}^T\mathbf{N} & m_0\mathbf{N}^T \\ 0 & m_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 6m\dot{\xi}\mathbf{N}^T\mathbf{N}' & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{D}} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{K}_{eg} + 3m(\dot{\xi}^2\mathbf{N}^T\mathbf{N}'' + \ddot{\xi}\mathbf{N}^T\mathbf{N}') & 0 \\ -2k\mathbf{N} & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ w \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s - (m_0 + 3m)g \cos \alpha \mathbf{N}^T \\ k(r_1 + \bar{r}_1 - r_2 - \bar{r}_2) \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \quad (3.32)$$

trong đó:

$\mathbf{M}$ là ma trận khối lượng tổng thể,

$\mathbf{K}$ là ma trận độ cứng tổng thể,

$\mathbf{K}_{eg}$ là ma trận độ cứng hình học,

$\mathbf{D}$ là véc-tơ chuyển vị tổng thể của dầm,

và các ma trận phần tử có biểu thức như sau:

$$\mathbf{m}_e = \frac{\rho Al}{105} \begin{bmatrix} 78 & 22l & 27 & -13l \\ 22l & 8l^2 & 13l & -6l^2 \\ 27 & 13l & 78 & -22l \\ -13l & -6l^2 & -22l & 8l^2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{k}_e = \frac{EI}{2l^3} \begin{bmatrix} 3 & 3l & -3 & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & 2l^2 \\ -3 & -3l & 3 & -3l \\ 3l & 2l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{k}_{eg} = \frac{P_0}{60l} \begin{bmatrix} 36 & 6l & -36 & 6l \\ 6l & 16l^2 & -6l & -4l^2 \\ -36 & -6l & 36 & -6l \\ 6l & -4l^2 & -6l & 16l^2 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

3.2. Mô hình dầm 2 chiều có vết nứt

Khi dầm có hư hỏng dạng vết nứt, ma trận độ cứng $\mathbf{K}$ ở phương trình (3.32) bị thay đổi. Sự thay đổi này sẽ nằm ở ma trận độ cứng phần tử có vết nứt. Đối với dầm có thiết diện là hình tròn, ma trận độ cứng phần tử có chứa vết nứt đã được đề xuất bởi tác giả D. Y. Zheng [6]. Dưới đây là trình bày tóm tắt phương pháp thu được ma trận độ cứng phần tử có vết nứt có thiết diện hình tròn.

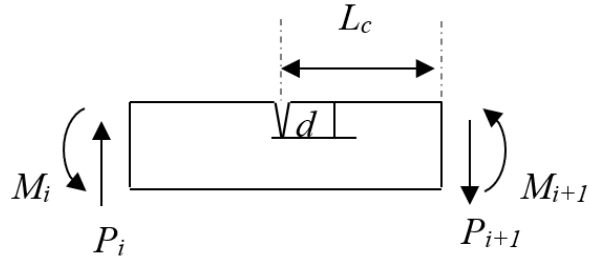
Xét mô hình dầm với vết nứt tại vị trí L_c kể từ đầu bên trái của dầm được minh họa như trong Hình 3.4. Theo nguyên lý Castigliano, trường ứng suất chỉ bị ảnh hưởng ở khu vực lân cận vết nứt nên ta có thể coi các phần tử không chứa vết nứt có ma trận độ cứng bằng với trường hợp dầm nguyên vẹn. Năng lượng biến dạng thêm vào phần tử do có vết nứt được tính như sau:

$$W^{(1)} = \int_{A_c} G dA = \int_{-b}^b \left[\int_0^{d'} G d\zeta' \right] d\eta \quad (3.36)$$

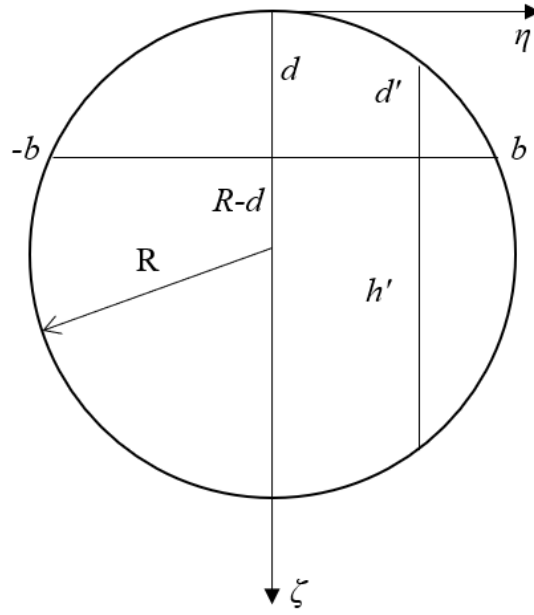
Ở đây G là hàm tốc độ giải phóng năng lượng biến dạng với A_c là diện tích hiệu dụng của vết nứt, được mô tả như sau:

$$G = \frac{1}{E'} \left[(K_{IP} + K_{IM})^2 + K_{IIP}^2 \right] \quad (3.37)$$

với $E' = E$ đối với bài toán ứng suất phẳng và $E' = \frac{E}{1-\mu^2}$ cho bài toán biến dạng phẳng; K_{IP} , K_{IM} và K_{IIP} là các hệ số cường độ ứng suất do lực cắt P và mô men uốn M gây ra.



Hình 3. 4. Mô hình dầm có vết nứt tại vị trí L_c



Hình 3. 5. Mô hình phần mặt cắt tròn có chứa vết nứt.

Kích thước hình học của vết nứt của mặt cắt tròn trên Hình 3.5 được mô tả như sau [6]:

$$\zeta' = \zeta + \sqrt{R^2 - \eta^2} - R \quad (3.38)$$

$$b = \sqrt{2Rd - d^2} \quad (3.39)$$

$$h' = 2\sqrt{R^2 - \eta^2} \quad (3.40)$$

$$d' = \sqrt{R^2 - \eta^2} - (R - d) \quad (3.41)$$

Các hệ số cường độ ứng suất được tính theo các công thức [6]:

$$K_{IP} = \frac{2PL_c h'}{\pi R^4} \sqrt{\pi \zeta'} F_1 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right) \quad (3.42)$$

$$K_{IM} = \frac{2Mh'}{\pi R^4} \sqrt{\pi \zeta'} F_1 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right) \quad (3.43)$$

$$K_{IIP} = \frac{P}{\pi R^2} \sqrt{\pi \zeta'} F_2 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right) \quad (3.44)$$

$$F_1 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right) = \sqrt{\frac{2h'}{\pi \zeta'} \tan \left(\frac{\pi \zeta'}{2h'} \right)} \frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi \zeta'}{2h'} \right)^4}{\cos \frac{\pi \zeta'}{2h'}} \quad (3.45)$$

$$F_2 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right) = \frac{1.122 - 0.561 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right) + 0.085 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right)^2 + 0.18 \left(\frac{\zeta'}{h'} \right)^3}{\sqrt{1 - \frac{\zeta'}{h'}}} \quad (3.46)$$

Ở đây ζ' là biến độ sâu vết nứt; F_1, F_2 là các hệ số điều chỉnh cho hệ số cường độ ứng suất, phụ thuộc vào độ sâu vết nứt.

Áp dụng lý thuyết Castigliano, các thành phần của ma trận độ mềm của phần tử có vết nứt sẽ bằng tổng của ma trận độ mềm của phần tử khi không có vết nứt cộng với ma trận độ mềm tăng thêm do vết nứt gây ra:

$$c_{ij} = c_{ij}^{(0)} + c_{ij}^{(1)} \quad (3.47)$$

với,

$$c_{ij}^{(0)} = \frac{\partial^2 W^{(0)}}{\partial P_i \partial P_j}; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.48)$$

là các phần tử của ma trận độ mềm của phần tử không có vết nứt, $W^{(0)}$ là năng lượng biến dạng của phần tử không có vết nứt, và:

$$c_{ij}^{(1)} = \frac{\partial^2 W^{(1)}}{\partial P_i \partial P_j}; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.49)$$

là các phần tử của ma trận độ mềm tăng lên do vết nứt.

Từ các phương trình (3.48)-(3.49), ma trận độ mềm tổng thể của phần tử có chứa vết nứt sẽ được xác định. Các phần tử $c_{ij}^{(1)}$ của ma trận độ mềm tăng thêm do có vết nứt có thể được viết dưới dạng không thứ nguyên và được tính như sau:

$$c_{11}^{(1)} = \frac{F(1,1)}{2E'R} \quad (3.50)$$

$$c_{12}^{(1)} = \frac{F(1,2)L_c}{8E'R^3} \quad (3.51)$$

$$c_{22}^{(1)} = \frac{F(2,2)}{8E'R^3} \quad (3.52)$$

trong đó,

$$\begin{aligned} F(1,1) \approx & e^{1/(1-s)} \left(-0.0181106s^{0.4} + 0.483199s^{0.8} - 5.519102s^{1.2} \right. \\ & + 35.485789s^{1.6} - 141.871055s^2 + 367.853395s^{2.4} \\ & - 610.901666s^{2.8} + 639.711620s^{3.2} - 384.398763s^{3.6} \\ & \left. + 98.728659s^4 \right) + \left(\frac{L_c}{2R} \right)^2 F(2,2) \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} F(2,2) \approx & e^{1/(1-s)} \left(0.102895s^{0.4} - 3.653566s^{0.8} + 53.161890s^{1.2} \right. \\ & - 423.977411s^{1.6} + 2072.129084s^2 - 6447.218742s^{2.4} \\ & + 13613.390334s^{2.8} - 17873.887075s^{3.2} \\ & \left. + 12985.643127s^{3.6} - 3999.171110s^4 \right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$F(1,2) = F(2,2) \quad (3.55)$$

với $s = \frac{\zeta}{2R}$.

Các ma trận độ mềm của phần tử không có vết nứt và ma trận độ mềm tăng thêm khi có vết nứt sẽ có dạng như sau:

$$\mathbf{c}^{(0)} = \begin{bmatrix} \frac{l^3}{3EI} & \frac{l^2}{2EI} \\ \frac{l^2}{2EI} & \frac{l}{EI} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{c}^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{F(1,1)}{2E'R} & \frac{F(1,2)L_c}{8E'R^3} \\ \frac{F(1,2)L_c}{8E'R^3} & \frac{F(2,2)}{8E'R^3} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Ma trận độ mềm tổng thể của phần tử có vết nứt sẽ là tổng của hai ma trận trên:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}^{(0)} + \mathbf{c}^{(1)} \quad (3.58)$$

Ma trận độ cứng của phần tử có vết nứt sẽ được tính như sau:

$$\mathbf{k}_c = \mathbf{T}^T \mathbf{c}^{-1} \mathbf{T} \quad (3.59)$$

với

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -l & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Các ma trận tổng thể sẽ được ghép nối từ các ma trận phần tử, trong đó ma trận khối lượng $\mathbf{M}$ được ghép nối từ các ma trận khối lượng phần tử $\mathbf{m}_e$ và ma trận độ cứng tổng thể $\mathbf{K}$ của dầm có vết nứt được ghép nối từ các ma trận phần tử $\mathbf{K}_e$ và $\mathbf{K}_c$.

3.3. Mô phỏng số

Trong phần này, luận án trình bày kết quả mô phỏng số cho trường hợp dầm có hư hỏng dạng vết nứt và suy giảm đường kính chịu tác động của rô bốt di động. Biến đổi wavelet sẽ được áp dụng cho chuyển vị động của hệ dầm-rô bốt di động để phát hiện hư hỏng nhỏ trên dầm.

3.3.1. Phát hiện hư hỏng dạng vết nứt

Các tham số của dầm được sử dụng tính toán mô phỏng số như sau: mật độ khối lượng $\rho = 7855 \text{ kg/m}^3$; mô đun đàn hồi $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$; đường kính của dầm $d = 0.2 \text{ m}$; chiều dài dầm $L = 80 \text{ m}$. Góc nghiêng của dầm so với phương ngang 30° . Độ sâu và chiều dài của vùng suy giảm được tính theo Cheng (1999) như sau:

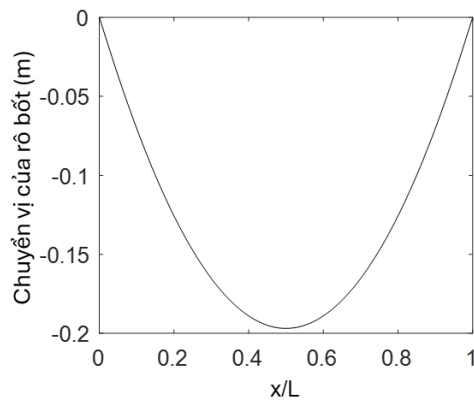
$\bar{d}_{1,2} = -\frac{r_d(m_0 + 3m)gL^3}{48EI}$, $\bar{l}_{1,2} = \frac{L}{r_l}$ trong đó, $r_d = 0.05$ and $r_l = 5$. Các tham số của rô

bốt: $m_0 = 15$ kg; $m = 0.3$ kg; $k_1 = k_2 = k_3 = 1000$ N/m. Dao động của rô bột theo phương z sẽ được thu thập để phân tích và phát hiện vết nứt. Khi rô bột di chuyển qua các vị trí vết nứt của dầm sẽ có những thay đổi đột ngột trong đáp ứng động của rô bột, những thay đổi này thường rất nhỏ nên khó phát hiện bằng mắt thường. Do đó, phép biến đổi wavelet đã được áp dụng để phát hiện sự thay đổi nhỏ đột ngột này trong tín hiệu dao động của rô bột. Bốn mức độ sâu vết nứt từ 0 đến 20% đường kính dầm được áp dụng cho mô phỏng số. Trong mô phỏng này, vết nứt được giả định tại vị trí $x_c = L/3$, rô bột di chuyển với vận tốc không đổi $v = 0.025$ m/s, phương trình (3.32) được viết lại dưới dạng:

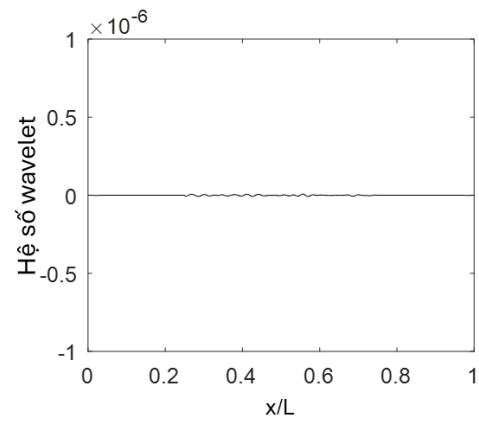
$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M} + 3m\mathbf{N}^T\mathbf{N} & m_0\mathbf{N}^T \\ 0 & m_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 6m\dot{\xi}\mathbf{N}^T\mathbf{N}' & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{D}} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K} + P_0\mathbf{K}_{eg} + 3m(\dot{\xi}^2\mathbf{N}^T\mathbf{N}'' + \ddot{\xi}\mathbf{N}^T\mathbf{N}') & 0 \\ -2k\mathbf{N} & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ w \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s - (m_0 + 3m)g \cos \alpha \mathbf{N}^T \\ k(r_1 + \bar{r}_1 - r_2 - \bar{r}_2) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Giải phương trình (3.61) ta sẽ thu được chuyển vị động học của rô bột.

Các hình từ Hình 3.6 đến Hình 3.9 cho thấy đáp ứng động học của rô bột và biến đổi wavelet của các đáp ứng động học tương ứng khi lực căng của dầm $P_0 = 5 \times 10^6$ N. Qua quan sát được ở các Hình 3.6a, 3.7a và 3.8a, ta thấy rằng khi độ sâu của vết nứt tăng từ 0% đến 10% thì di chuyển của rô bột là trơn chu, không có những biến dạng đột ngột nào trong đồ thị chuyển vị của rô bột. Tuy nhiên, khi độ sâu vết nứt tăng lên 20% so với chiều dày của dầm thì trong đồ thị chuyển vị của rô bột có điểm thay đổi đột ngột tại vị trí $L/3$ như quan sát được ở Hình 3.9a. Điều này có nghĩa rằng, vết nứt làm biến dạng chuyển vị của rô bột khi nó di chuyển qua vết nứt. Tuy nhiên, sự thay đổi đột ngột do vết nứt gây ra là nhỏ và không dễ kiểm tra bằng mắt thường khi độ sâu vết nứt nhỏ. Để phát hiện ra sự thay đổi đột ngột này, phép biến đổi wavelet sẽ được áp dụng.

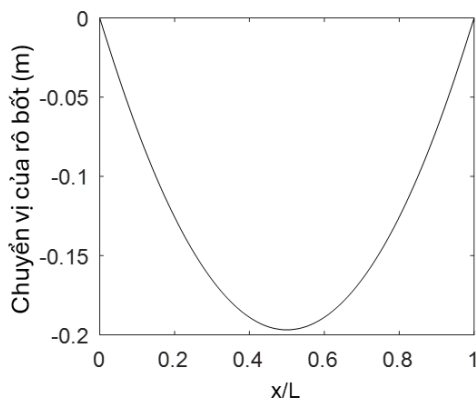


a) Chuyển vị của rô bốt

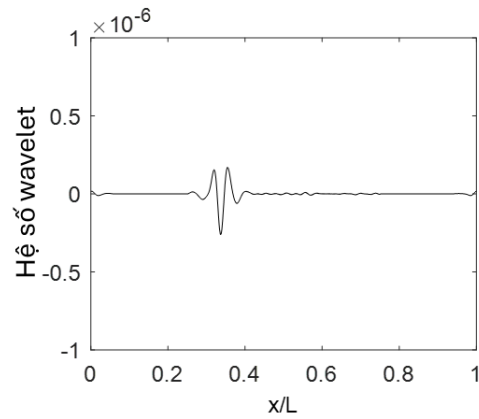


b) Biến đổi wavelet của chuyển vị

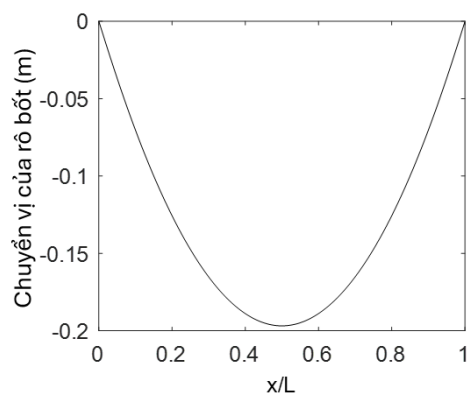
Hình 3. 6. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet chuyển vị, độ sâu vết nứt = 0%.



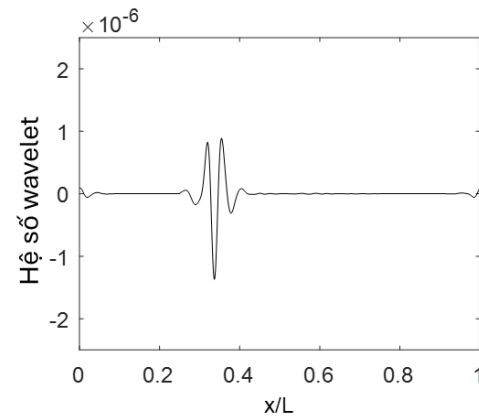
a) Chuyển vị của rô bốt



b) Biến đổi wavelet của chuyển vị

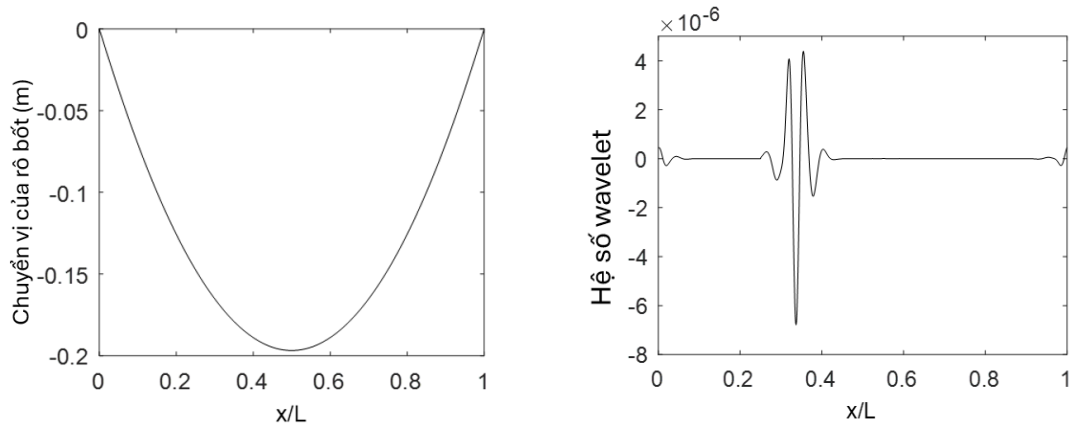
Hình 3. 7. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị,
độ sâu vết nứt = 5%.

a) Chuyển vị của rô bốt



b) Biến đổi wavelet của chuyển vị

Hình 3. 8. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị,
độ sâu vết nứt = 10%.



a) Chuyển vị của rô bốt

b) Biến đổi wavelet của chuyển vị

Hình 3. 9. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị,
độ sâu vết nứt = 20%

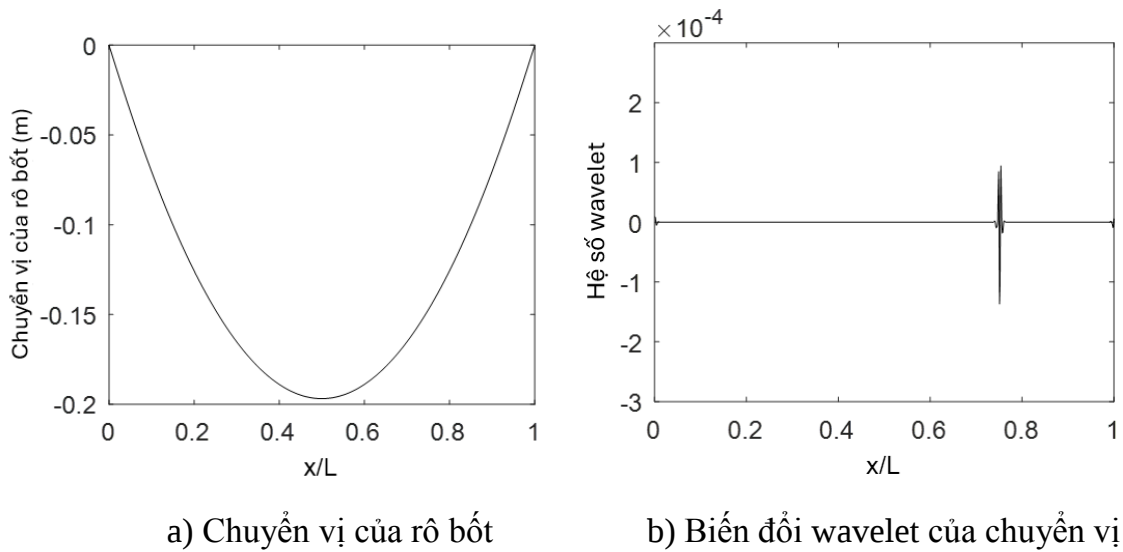
Các hình 3.6b, 3.7b, 3.8b, 3.9b trình bày các phép biến đổi wavelet của chuyển vị của rô bốt ở bốn mức độ sâu vết nứt. Như được mô tả trong Hình 3.6a, khi không có vết nứt, không có đỉnh nào được biểu diễn tại vị trí vết nứt. Tuy nhiên, khi có vết nứt, sẽ có một đỉnh nhọn đáng kể tại vị trí vết nứt như có thể thấy trong Hình 3.7b, 3.8b, 3.9b.

Các kết quả này chỉ ra rằng khi có vết nứt, chuyển vị của rô bốt sẽ có thay đổi đột ngột nhỏ có thể nhận thấy được bằng đỉnh nhọn có độ lớn đáng kể trong phép biến đổi wavelet của chuyển vị của rô bốt tương ứng.

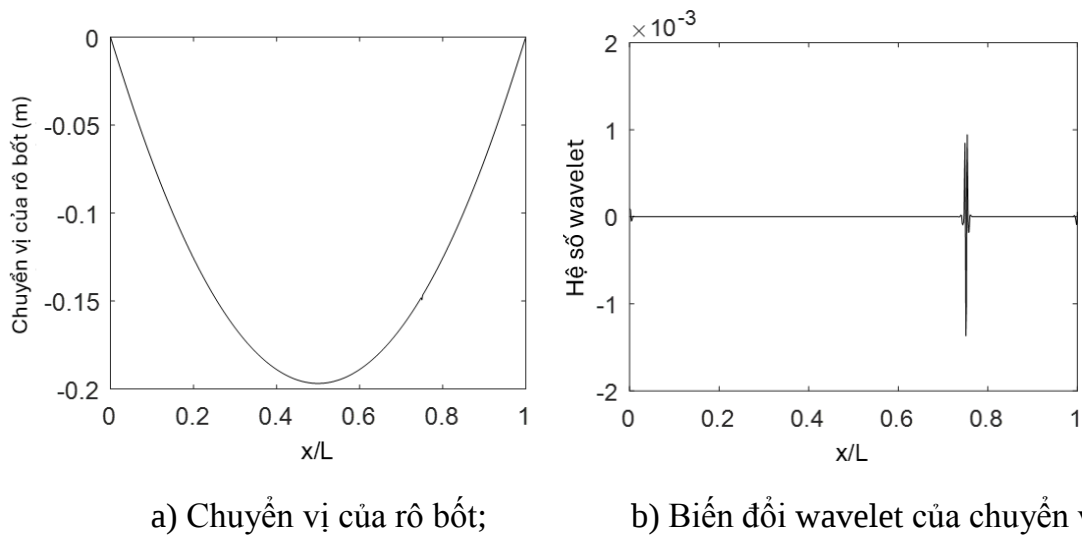
3.3.2. Phát hiện hư hỏng dạng suy giảm đường kính của dầm

Trong nội dung nghiên cứu này, ảnh hưởng của biên độ và chiều dài vùng suy giảm đường kính lên chuyển vị của rô bốt và phép biến đổi wavelet của nó sẽ được nghiên cứu. Giả sử rằng có một điểm suy giảm đường kính trên bề mặt dây dầm với tâm của vùng suy giảm ở vị trí $0.75L$, chiều dài vùng giảm là $0.1m$, biên độ vùng giảm dao động từ 0.1% đến 5% đường kính dầm. Chuyển vị của rô bốt sẽ được xác định bằng cách giải phương trình (3.61).

Các hình từ 3.10 đến 3.12 thể hiện các chuyển vị của rô bốt và các phép biến đổi wavelet của chúng thu được từ tính toán số áp dụng cho bài toán này.



Hình 3. 10. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của nó. Độ sâu vùng suy giảm = 0.1% đường kính dầm.



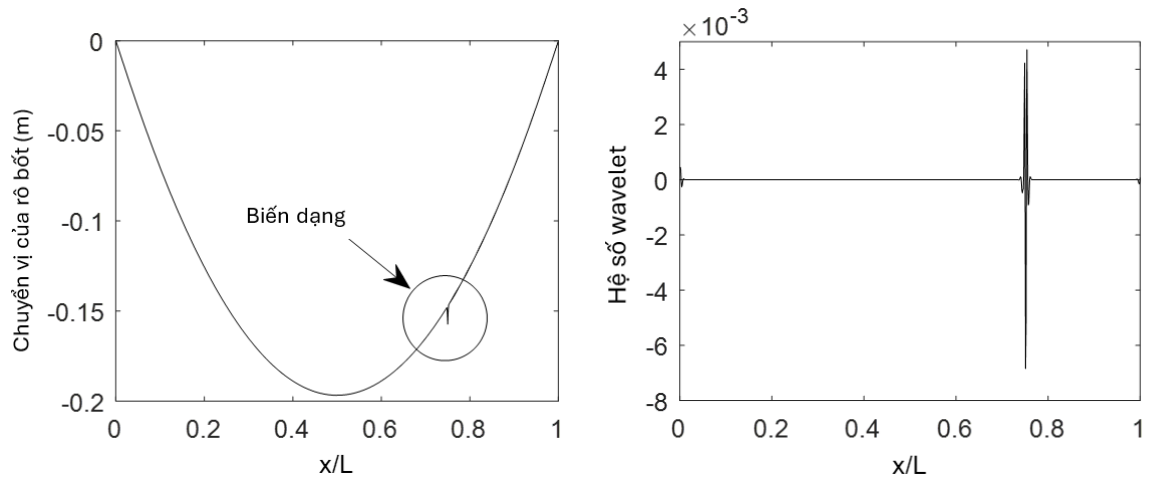
Hình 3. 11. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị;

Độ sâu vùng suy giảm = 1% đường kính dầm.

Như có thể thấy trong Hình 3.10a và 3.11a, khi biên độ vùng suy giảm nhỏ hơn 1% đường kính của dầm, ta không phát hiện sự thay đổi bất thường trên các đồ thị chuyển vị này. Tuy nhiên, các kết quả từ biến đổi wavelet của các chuyển vị này cho thấy xuất hiện các đỉnh nhọn tại vị trí của vùng suy giảm đường kính dầm như quan sát trong Hình 3.10b và 3.11b. Rõ ràng là đỉnh nhọn trong biến đổi wavelet trở nên lớn hơn khi độ sâu vùng suy giảm đường kính tăng lên.

Khi độ sâu của vùng suy giảm đường kính tăng lên 5%, ta có thể quan sát thấy có sự thay đổi đột ngột trong đồ thị chuyển vị tại vị trí suy giảm đường kính

như được mô tả trong Hình 3.12a. Trong trường hợp này, đỉnh nhọn trong phép biến đổi wavelet của chuyển vị là rất lớn như thể hiện trong Hình 3.12b. Những kết quả này ngụ ý rằng, sự suy giảm nhỏ về đường kính có thể được phát hiện bằng cách sử dụng phép biến đổi wavelet của chuyển vị rô bốt. Khi sự suy giảm đường kính tăng lên, sự thay đổi đột ngột trong chuyển vị của rô bốt thậm chí có thể được nhận biết bằng trực quan mà không cần thông qua biến đổi wavelet.



a) Chuyển vị của rô bốt

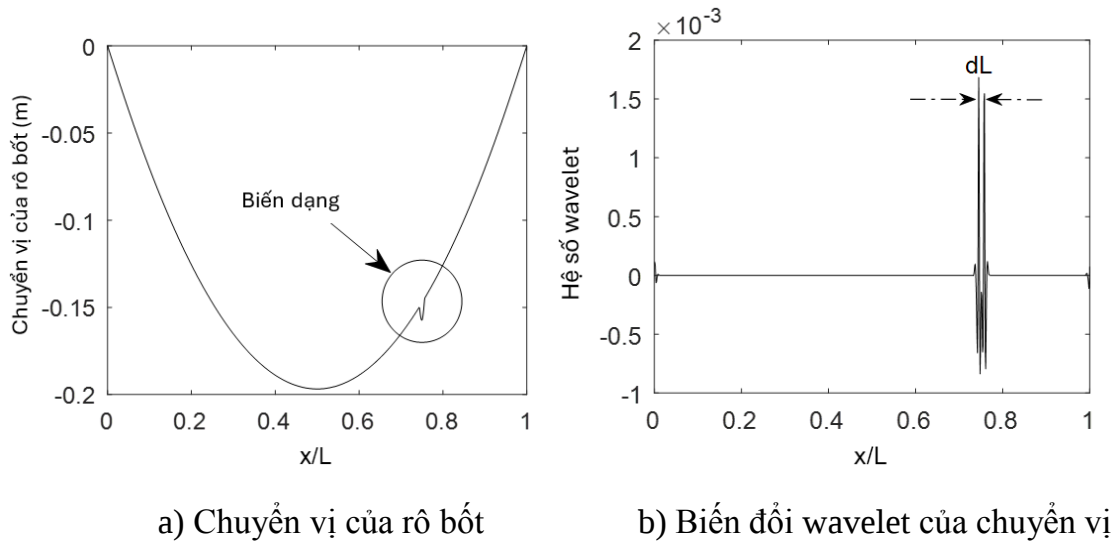
b) Biến đổi wavelet của chuyển vị

Hình 3. 12. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị;

Độ sâu vùng suy giảm = 5% đường kính dầm

3.3.3. Ảnh hưởng của chiều dài vùng suy giảm đường kính

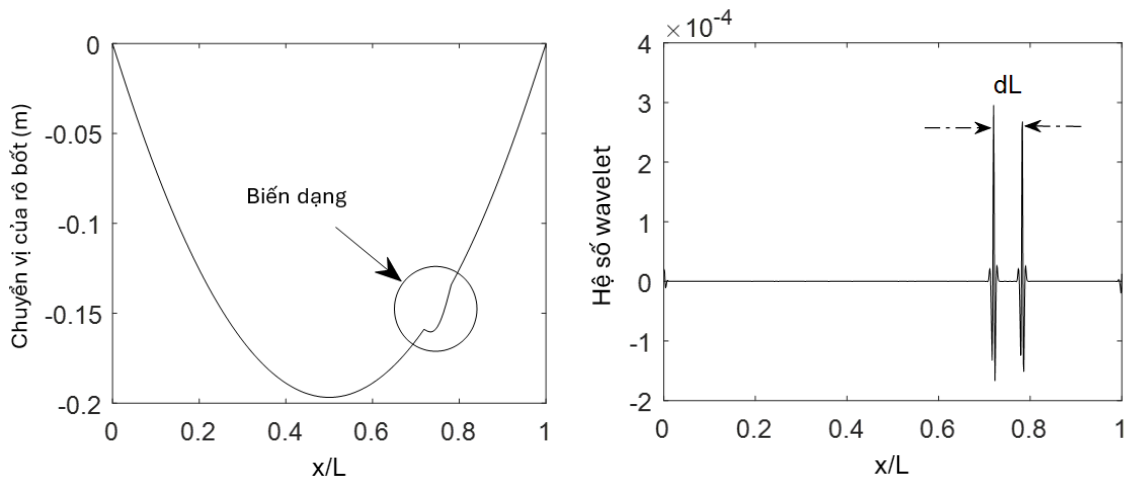
Các hình 3.13 và 3.14 thể hiện chuyển vị của rô bốt và phép biến đổi wavelet của chúng khi biên độ vùng suy giảm đường kính là 5% và chiều dài vùng suy giảm dao động từ 1m đến 5m. Có thể quan sát thấy chuyển vị của rô bốt có sự biến dạng tại vùng suy giảm đường kính và sự biến dạng này trở nên trơn hơn khi chiều dài vùng suy giảm đường kính tăng lên, như thể hiện ở Hình 3.13a và Hình 3.14a. Khi đó vị trí bắt đầu hoặc kết thúc của vùng biến dạng trong chuyển vị của rô bốt gây bởi sự suy giảm đường kính trở nên khó quan sát một cách chính xác hơn. Tuy nhiên, sự biến dạng trong chuyển vị của rô bốt tại các vị trí bắt đầu và kết thúc vùng suy giảm đường kính lại có thể được khuếch đại bằng phép biến đổi wavelet như thể hiện bởi hai đỉnh lớn trong Hình 3.13b và Hình 3.14b. Do đó, ta có thể xác định được vị trí chính xác của điểm bắt đầu và kết thúc vùng suy giảm đường kính bằng cách xác định vị trí của hai đỉnh nhọn trong biến đổi wavelet.



Hình 3. 13. Chuyển vị của rô bột và biến đổi wavelet của chuyển vị, độ dài vùng suy giảm =1m.

Cần lưu ý rằng số lượng đỉnh và độ cao của chúng trong phép biến đổi wavelet phụ thuộc vào chiều dài vùng suy giảm đường kính. Khi chiều dài vùng suy giảm là nhỏ, ví dụ $l_r = 0.1\text{m}$, thì chỉ có một đỉnh xuất hiện trong phép biến đổi wavelet tại vùng suy giảm, như ở Hình 3.10b, 3.11b và 3.12b. Nguyên nhân là, mặc dù luôn tồn tại hai sự thay đổi đột ngột tại điểm bắt đầu và điểm kết thúc của vùng suy giảm, nhưng do hai điểm này nằm rất gần nhau nên vùng suy giảm có thể được coi như một hư hỏng duy nhất trên dầm, dẫn đến chỉ xuất hiện một đỉnh trong phép biến đổi wavelet. Tuy nhiên, khi chiều dài vùng suy giảm tăng, hai sự thay đổi đột ngột này tách rời nhau, dẫn đến xuất hiện hai đỉnh riêng biệt trong phép biến đổi wavelet tại vùng suy giảm. Hình 3.13b và 3.14b thể hiện các phép biến đổi wavelet khi độ sâu vùng suy giảm là 5% và chiều dài vùng giảm thay đổi từ 1m đến 5m. Hình 3.13b cho thấy có hai đỉnh tách biệt trong phép biến đổi wavelet, và khoảng cách giữa chúng là $dL=1\text{m}$, bằng với chiều dài vùng suy giảm. Vị trí của các đỉnh này trùng với vị trí bắt đầu và kết thúc của vùng suy giảm. Kết quả tương tự cũng thu được ở Hình 3.14 b: khi chiều dài vùng suy giảm là 5m, trên đồ thị của phép biến đổi wavelet xuất hiện hai đỉnh riêng biệt và khoảng cách giữa chúng là $dL=5\text{m}$.

Cần lưu ý rằng, khi chiều dài vùng suy giảm đường kính tăng lên thì độ cao của các đỉnh trong phép biến đổi wavelet giảm xuống. Nguyên nhân là khi chiều dài vùng suy giảm tăng, vùng suy giảm trở nên trơn hơn, do đó các thay đổi đột ngột tại điểm bắt đầu và điểm kết thúc trở nên nhỏ hơn, dẫn đến các đỉnh trong phép biến đổi wavelet cũng thấp hơn.



a) Chuyển vị của rô bốt b) Biến đổi wavelet của chuyển vị

Hình 3. 14. Chuyển vị của rô bốt và biến đổi wavelet của chuyển vị, độ dài vùng suy giảm = 5m:

Các kết quả mô phỏng số này cho thấy phương pháp wavelet có thể áp dụng để phát hiện cả sự suy giảm đột ngột và sự giảm dần về đường kính. Phương pháp này cũng có thể được sử dụng để xác định vị trí bắt đầu và kết thúc của vùng giảm đường kính trên dầm một cách chính xác dựa trên việc xác định vị trí của các đỉnh nhọn trong biến đổi wavelet.

3.4 Đề xuất phương pháp phát hiện hư hỏng

Dựa vào các kết quả mô phỏng trên, luận án đề xuất phương pháp phát hiện hư hỏng của dầm dưới tác động của rô bốt di động bằng phương pháp biến đổi wavelet như sau:

Bước 1: Gắn cảm biến đo dao động lên rô bốt.

Bước 2: Cho rô bốt di động trên dầm với vận tốc hằng số v .

Bước 3: Đo và truyền số liệu về chuyển vị của rô bốt về máy tính.

Bước 4: Phân tích wavelet số liệu chuyển vị của rô bốt.

Bước 5: Xác định vị trí và độ rộng của miền hư hỏng của dầm:

* Đối với hư hỏng dạng vết nứt:

Bước 5.1: Xác định thời gian xuất hiện các đỉnh nhọn t_i trên biến đổi wavelet của tín hiệu chuyển vị của rô bốt.

Bước 5.2: Xác định các vị trí của hư hỏng bằng cách nhân thời gian xuất hiện đỉnh nhọn với vận tốc của rô bốt vt_i .

* Đối với hỏng dạng suy giảm đường kính dầm:

Bước 5.1: Xác định thời gian xuất hiện các đỉnh nhọn t_i trên biến đổi wavelet của tín hiệu chuyển vị của rô bốt.

Bước 5.2: Xác định các vị trí của điểm bắt đầu và điểm kết thúc vùng hư hỏng bằng cách nhân thời gian xuất hiện đỉnh nhọn với vận tốc của rô bốt vt_i .

Bước 5.3: Xác định độ rộng của miền suy giảm thiết diện bằng cách tính khoảng cách giữa hai đỉnh nhọn liên tiếp: $vt_i - vt_{i-1}$.

Lưu ý rằng, phương pháp xác định độ rộng của vùng suy giảm đường kính cần có sự trợ giúp của các phương pháp khác, ví dụ như camera nhằm phân biệt hư hỏng là loại suy giảm đường kính với các loại hư hỏng khác.

3.5. Kết luận

Chương 3 đã thiết lập phương trình chuyển động của hệ dầm – rô bốt di động bằng phương pháp phần tử hữu hạn nhằm phát hiện hư hỏng trên dầm bằng cách sử dụng tín hiệu dao động thu được từ cảm biến được lắp trên rô bốt di động. Rô bốt di động bao gồm phần thân và ba bánh xe được kết nối với dầm bằng ba lò xo.

Dầm được coi là một dầm Euler – Bernoulli chịu tải dọc trục. Trong bài toán của này hai dạng hư hỏng được xét đến là hư hỏng dạng vết nứt và hư hỏng dạng suy giảm đường kính dầm. Dựa trên phương trình chuyển động của hệ dầm – rô bốt di động thu được, việc mô phỏng số dao động của rô bốt di động trên dầm đã được thực hiện. Ảnh hưởng của hư hỏng dạng vết nứt và dạng suy giảm đường kính của dầm đến tín hiệu dao động của rô bốt di động đã được phân tích, làm cơ sở cho việc phát triển các phương pháp phát hiện hư hỏng của dầm.

Đã đề xuất phương pháp sử dụng biến đổi wavelet để phát hiện hư hỏng dạng vết nứt và hư hỏng dạng suy giảm đường kính dầm. Phân tích wavelet đã chỉ ra rằng, khi robot di chuyển qua vị trí vết nứt, biến đổi wavelet có các đỉnh nhọn tại vị trí vết nứt. Vị trí của vết nứt hoàn toàn xác định được nếu biết vận tốc của rô bốt. Kết quả mô phỏng số cho thấy phương pháp đề xuất có thể phát hiện vết nứt có độ sâu nhỏ tới 5% đường kính dầm.

Khi rô bốt di chuyển qua vùng hư hỏng dạng suy giảm đường kính thì biến đổi wavelet sẽ xuất hiện hai đỉnh, tương ứng với thời điểm rô bốt đi qua vị bắt đầu và vị trí kết thúc của vùng suy giảm đường kính. Khoảng cách của vùng suy giảm đường kính có thể được tính từ hai đỉnh trên biến đổi wavelet này khi biết vận tốc

của rô bốt. Phương pháp đề xuất có thể áp dụng để xác định sự mức độ suy giảm đường kính nhỏ đến 0.1% đường kính dầm.

Phương trình dao động ngang của hệ dầm – rô bốt di động thu được ở chương này có thể áp dụng cho hệ cáp cầu dây văng – rô bốt đối với các cầu dây văng thông thường, có độ cứng chống uốn EI lớn và có độ võng nhỏ. Đây là cơ sở để thực hiện thí nghiệm phát hiện hư hỏng cho dây cáp cầu dây văng sẽ được trình bày trong Chương 4. Lưu ý rằng phương trình này không áp dụng cho các dây cáp của cầu treo có độ võng lớn và có độ cứng chống uốn EI nhỏ, hoặc cáp cầu dây văng có độ dài đặc biệt lớn.

Nội dung chính của chương này đã được công bố trên các công trình số 08, 10 trong “Danh mục công trình liên quan tới Luận án”, trong đó có 01 bài đã đăng trên Tạp chí quốc tế thuộc danh mục SCIE và 01 bài trên Tuyển tập Hội nghị Khoa học chuyên ngành.

CHƯƠNG 4. THỰC NGHIỆM KIỂM CHỨNG

Trong chương này, Luận án cũng trình bày kết quả thực nghiệm cho 2 trường hợp: dầm có khối lượng tập trung và dây cáp có rô bốt di động. Do hạn chế về khả năng chế tạo dầm AFG nên đối với trường hợp dầm có khối lượng tập trung, thực nghiệm chỉ được thực hiện đối với dầm đồng chất, có thiết diện thay đổi nhằm kiểm tra tính đúng đắn của công thức lý thuyết trong một trường hợp cụ thể.

Đối với trường hợp thứ hai, thực nghiệm chỉ thực hiện đối với dây cáp có hư hỏng dạng suy giảm đường kính nhằm kiểm tra khả năng ứng dụng phương pháp đã đề xuất nhằm phát hiện một dạng hư hỏng cụ thể của dây cáp bằng rô bốt di động.

Cả hai thí nghiệm trên đều được thực hiện tại phòng thí nghiệm Cơ học Công trình, Viện Cơ học. Dưới đây là mô tả cụ thể cho hai thí nghiệm và kết quả thu được, đồng thời trình bày sự so sánh giữa kết quả mô phỏng số và kết quả thực nghiệm.

4.1. Dầm có khối lượng tập trung

4.1.1. Đo hàm receptance của dầm thép có chiều rộng thay đổi và có khối lượng tập trung

Các thiết bị chính được sử dụng cho thí nghiệm bao gồm:

- Thiết bị kích rung

Lực kích động điều hòa trong thực nghiệm được tạo bởi Thiết bị tạo rung chuẩn Bruel & Kjaer Permanent magnet Vibration Exciter Type 4808 (Đan Mạch), dải tần rộng 5-10 kHz, biên độ dao động 12,7mm. Thiết bị có thể tạo ra lực kích động cực đại từ 112N đến 187N. Thiết bị được kết nối với bộ khuếch đại công suất Type 2719.



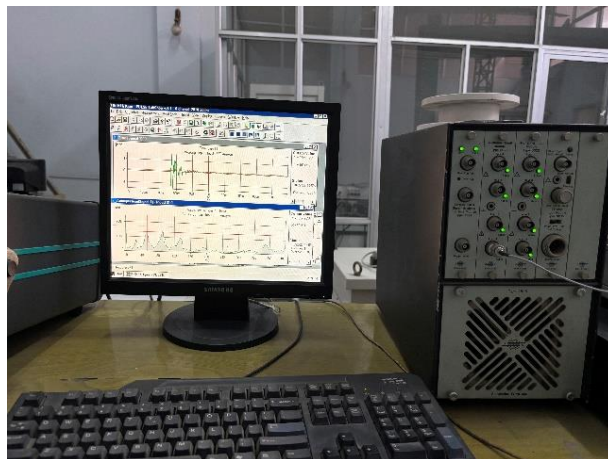
Hình 4. 1. Thiết bị kích rung Bruel & Kjaer Permanent magnet Vibration Exciter Type 4808

Với thiết bị rung chuẩn này, lực kích động tạo ra được kiểm soát biên độ và tần số với độ tin cậy và độ chính xác cao.

- Thiết bị đo dao động Bruel & Kjaer Pulse

Thiết thống Bruel & Kjaer Pulse và phần mềm Pulse Labshop là một hệ thống đo và phân tích tín hiệu dao động do hãng Brüel & Kjær (Đan Mạch) phát triển. Đây không phải chỉ là một máy đơn lẻ mà là một nền tảng tích hợp phần cứng và phần mềm giúp thu thập, xử lý và phân tích dữ liệu.

Thiết bị này có các ưu điểm: Hỗ trợ nhiều kênh đầu vào; Tích hợp các bộ xử lý tín hiệu thời gian thực; Phù hợp đo dao động thời gian thực; Thiết kế chắc chắn, dùng trong phòng thí nghiệm và ngoài hiện trường.



Hình 4. 2. Hệ thống đo dao động Bruel & Kjaer Pulse

Sơ đồ bố trí thực nghiệm được thiết lập như mô tả trong Hình 4.3. Trong thí nghiệm này dầm là dầm công xôn, vật liệu bằng thép, có chiều rộng thay đổi, chiều dày không đổi.

- Các thông số kích thước của dầm:

Chiều dài: $L = 0.7 \text{ m}$;

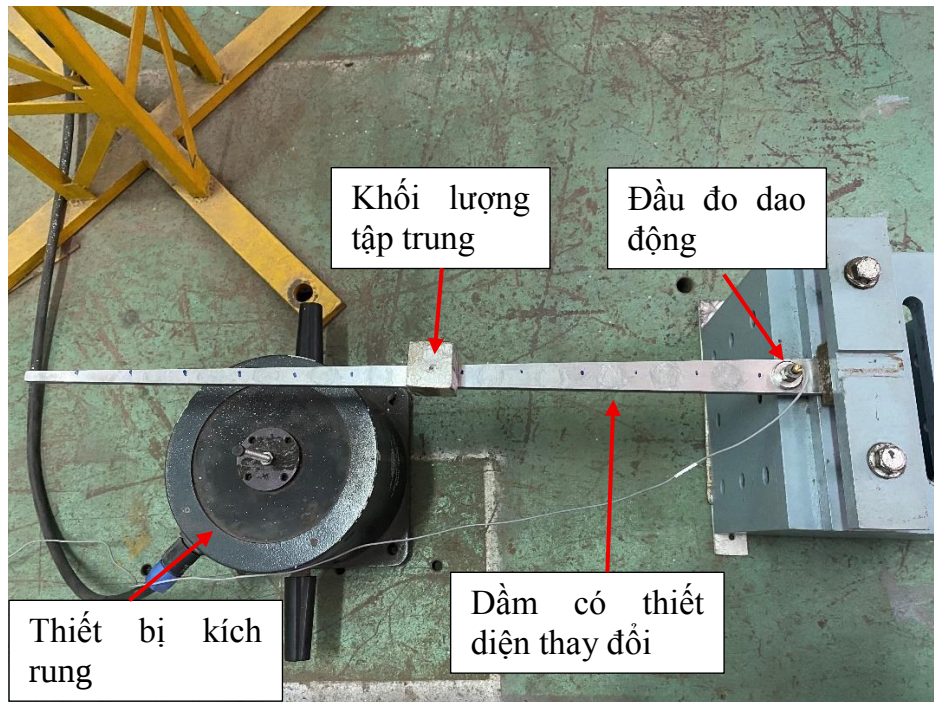
Chiều dày không đổi: $h = 0.01 \text{ m}$.

Chiều rộng thay đổi: tại đầu ngàm $b_0 = 0.03 \text{ m}$, tại đầu tự do $b_1 = 0.01 \text{ m}$;

Khối lượng tập trung gắn trên dầm: 0.6 kg .

Dầm được kích động bởi máy kích rung Exciter Bruel & Kjaer 4808 và đáp ứng dạng chuyển vị của dầm được đo bằng thiết bị Bruel & Kjaer Pulse và phần mềm Pulse Labshop. Khối lượng tập trung 0.6 kg được gắn vào dầm trong hai trường hợp như liệt kê trong Bảng 4.1. Giá trị của hàm receptance được đo dọc theo

dầm khi tần số của lực kích động được đặt ở ba tần số riêng đầu tiên của hệ dầm – khối lượng. Dầm được chia thành 14 điểm chia cách đều nhau.



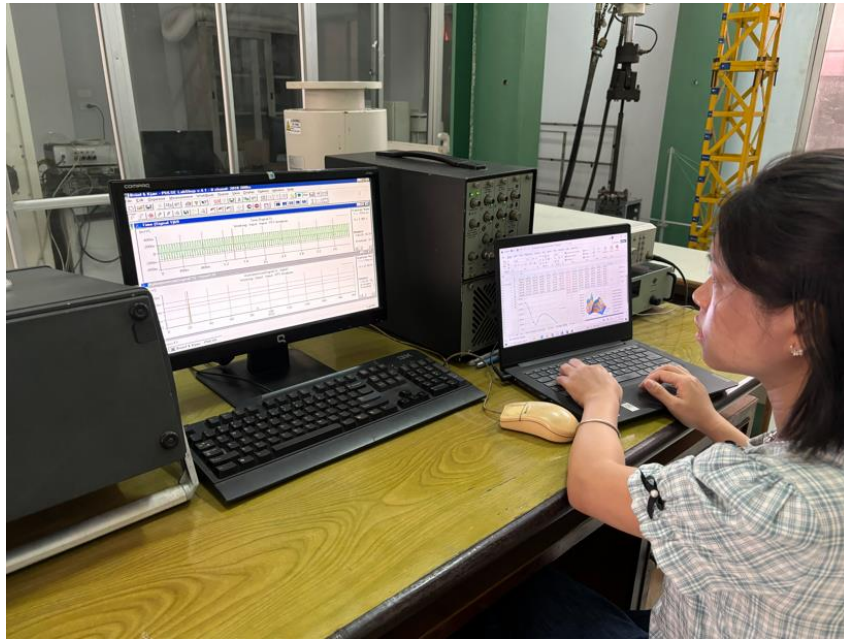
Hình 4. 3. Lắp đặt thí nghiệm đo thực nghiệm ma trận receptance của dầm mang khối lượng tập trung

Để đo một đường cong receptance ứng với một tần số của lực kích động, lực kích động được đặt ở một vị trí cố định trên dầm, sau đó di chuyển đầu đo để đo lần lượt dao động tại 14 điểm chia trên dầm. Vẽ đồ thị biên độ receptance - vị trí đo từ các số liệu đo được tại 14 điểm trên dầm ta thu được một đường cong receptance của dầm.

Bảng 4. 1. Hai trường hợp gắn khối lượng khi đo đặc receptance của dầm có khối lượng tập trung.

Trường hợp	ω	Vị trí đặt khối lượng
1	$\omega = \omega_2$	$0.5L$
2	$\omega = \omega_3$	$0.75L$

Để đo một ma trận receptance ứng với một tần số của lực kích động ta sẽ đo 14 đường cong receptance tương ứng với 14 vị trí đặt lực kích động trên dầm. Vẽ đồ thị từ bảng số liệu thu được từ 14 đường cong này ta thu được ma trận receptance của dầm.



Hình 4. 4. Thu thập số liệu đo đáp ứng của dầm từ phần mềm Pulse Labshop



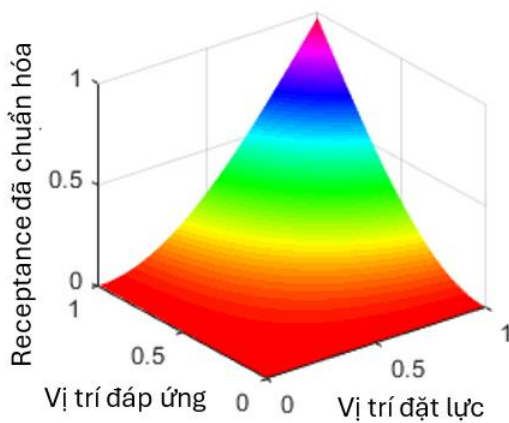
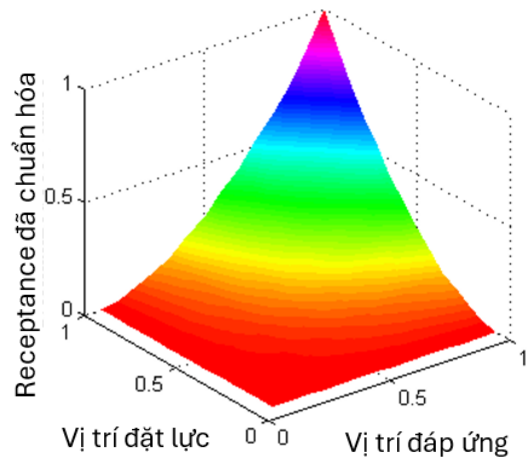
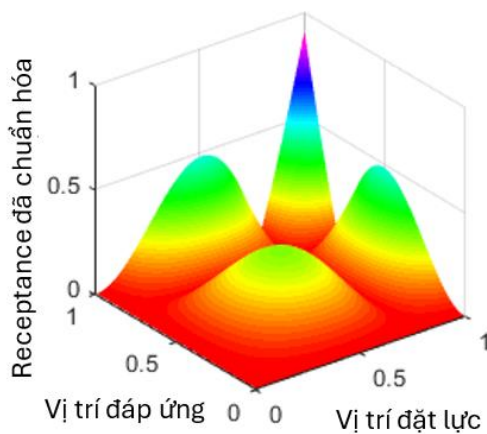
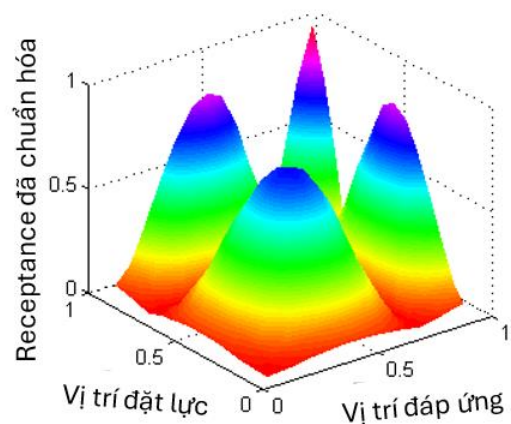
Hình 4. 5. Đo đặc hàm receptance của dầm

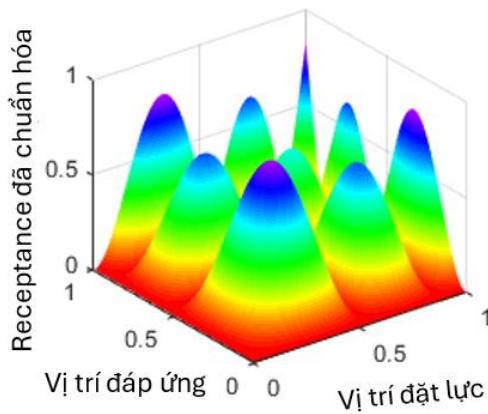
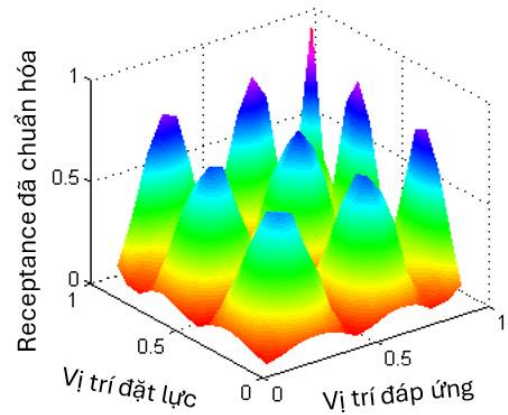
4.1.2. Kết quả đo hàm receptance của dầm thép có thiết diện thay đổi và có khối lượng tập trung

Sau khi tiến hành làm thực nghiệm như đã trình bày ở mục 4.1.1, ma trận receptance của dầm thép, một đầu ngàm, một đầu tự do có chiều rộng thay đổi có kết quả như ở các hình từ 4.6 đến 4.9.

Như có thể thấy trong Hình 4.6, đồ thị 3D của ma trận receptance của dầm có thiết diện thay đổi từ mô phỏng số rất phù hợp với đồ thị thu được từ thí nghiệm.

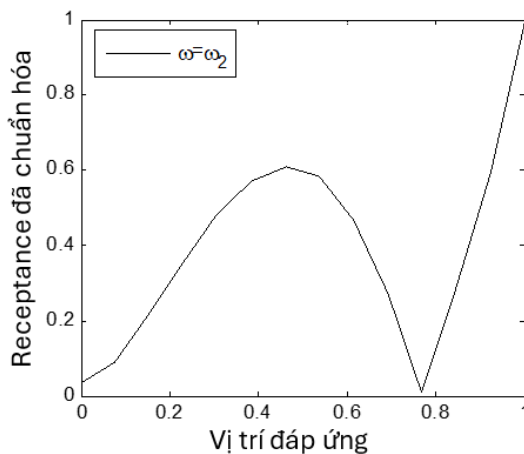
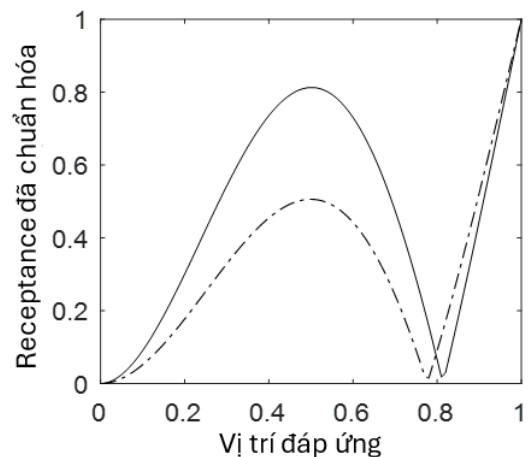
Theo kết quả này, khi tần số của lực kích động bằng tần số riêng thứ nhất của dầm thì giá trị của ma trận receptance sẽ tăng dần khi vị trí lực và vị trí đo tiến từ đầu ngàm đến đầu tự do như có thể thấy từ các đồ thị 4.6a và 4.6d. Các hình 4.6b và 4.6e trình bày ma trận receptance của dầm khi tần số của lực kích động bằng tần số riêng thứ hai của dầm. Từ những kết quả đo này ta thấy rằng, ma trận receptance đạt giá trị cực đại ở giữa dầm, các giá trị cực đại này được gọi là “đỉnh của receptance”. Ma trận receptance này có giá trị cực tiểu ở vị trí khoảng $0.78L$, điểm cực tiểu này được gọi là “điểm nút của receptance”. Các hình 4.6c và 4.6f biểu thị kết quả tính toán và đo đạc khi tần số của lực kích động bằng tần số riêng thứ ba của dầm, ma trận receptance có bốn đỉnh khi vị trí của lực và vị trí đáp ứng của dầm ở khoảng $0.25L$ và $0.75L$, trong khi đó chúng có các điểm nút khi vị trí lực và vị trí đáp ứng nằm tại các vị trí khoảng $0.5L$ và $0.85L$.

a) Giải tích, $\omega=\omega_1$ d) Thực nghiệm, $\omega=\omega_1$ b) Giải tích, $\omega=\omega_2$ e) Thực nghiệm, $\omega=\omega_2$

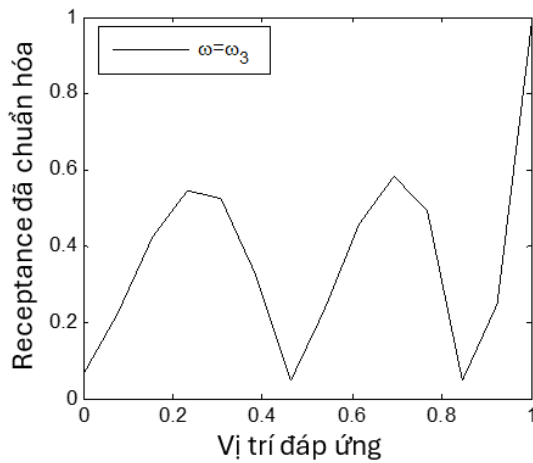
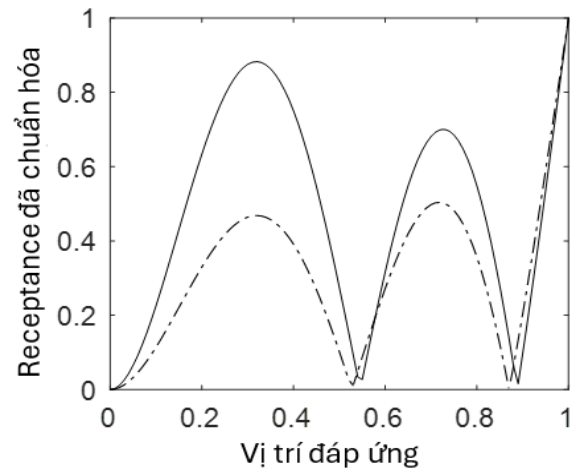
c) Giải tích, $\omega=\omega_3$ f) Thực nghiệm, $\omega=\omega_3$

Hình 4. 6. Ma trận receptance của dầm C-F có chiều rộng thay đổi khi không có khối lượng.

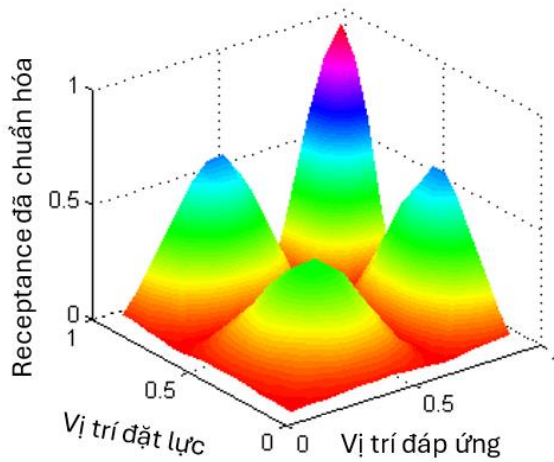
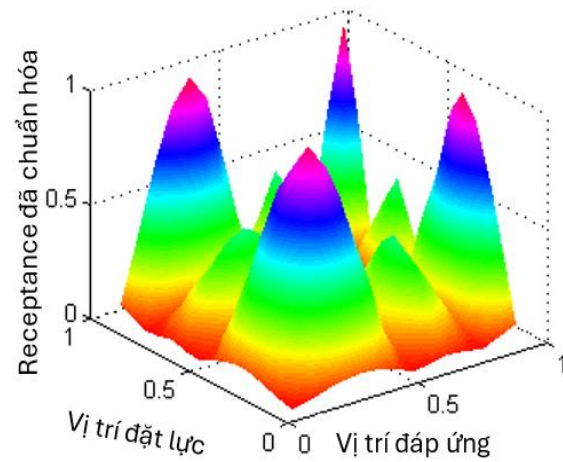
Khi sử dụng đồ thị 3D, vị trí của các đỉnh và các điểm nút sẽ khó có thể xác định một cách chính xác. Vì vậy, để so sánh chi tiết kết quả đo được từ thí nghiệm với kết quả thu được từ tính toán số, đồ thị 2D sẽ được sử dụng. Như có thể thấy từ Hình 4.7, khi lực kích động có tần số bằng tần số riêng thứ hai và thứ ba, các đường cong receptance của dầm có thiết diện thay đổi thu được từ thí nghiệm có biên độ, vị trí của đỉnh và vị trí của điểm nút rất phù hợp với các đường cong receptance thu được từ tính toán số (đường nét đứt). Qua các hình vẽ này ta thấy rằng giá trị của hàm receptance tại đầu tự do lớn hơn nhiều so với giá trị ở đỉnh của receptance.

a) Thực nghiệm, $\omega=\omega_2$ 

b) Mô phỏng số $\omega=\omega_2$. Đường nét liền: chiều rộng không đổi; Đường nét đứt: chiều rộng thay đổi

c) Thực nghiệm, $\omega=\omega_3$ b) Mô phỏng số, $\omega=\omega_3$. Đường nét liền: chiều rộng không đổi; Đường nét đứt: chiều rộng thay đổi

Hình 4. 7. Đường cong receptance của dầm

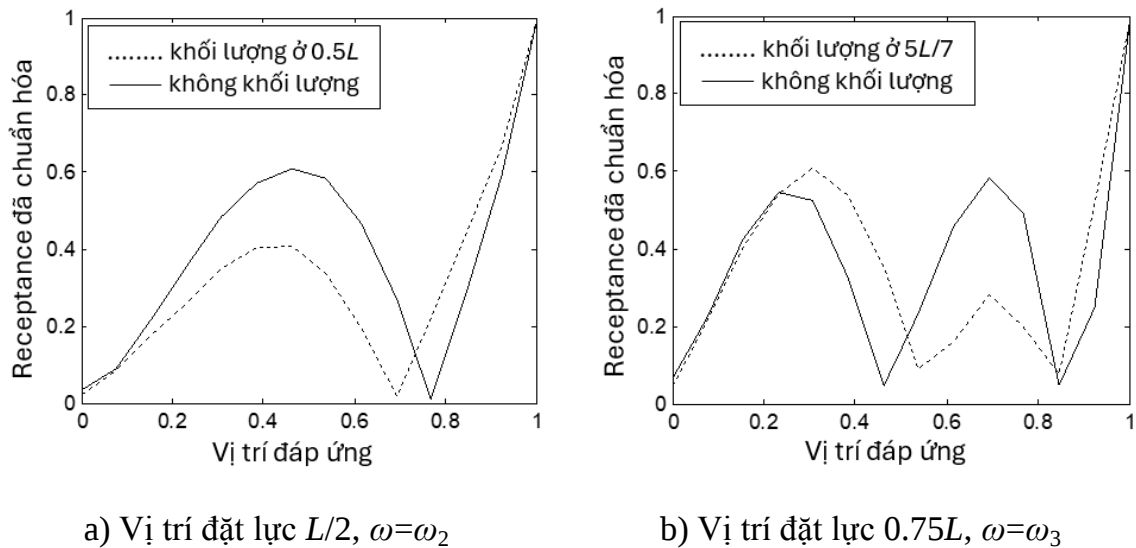
a) $\omega=\omega_2$, vị trí khối lượng $L/2$ b) $\omega=\omega_3$, vị trí khối lượng $2L/3$

Hình 4. 8. Ma trận receptance của dầm C-F có chiều rộng thay đổi và có khối lượng đo được từ thực nghiệm.

Khi dầm có khối lượng tập trung, ma trận receptance có sự thay đổi so với khi dầm chưa có khối lượng tập trung. Hình 4.8 trình bày các ma trận receptance đo được của dầm có khối lượng tập trung khi tần số của lực kích động tương ứng bằng tần số riêng thứ hai và thứ ba của dầm. Như có thể quan sát được từ hình 4.8a, khi tần số của lực kích động bằng tần số riêng thứ hai của dầm và khối lượng được gắn ở vị trí $L/2$ (vị trí đỉnh của receptance) thì ma trận receptance đo được có độ cao tại

đỉnh này giảm đi đáng kể so với dầm không có khối lượng tập trung. Khi khối lượng được gắn vào vị trí $5L/7$, tần số của lực kích động bằng tần số riêng thứ ba, thì độ cao của cả ba đỉnh của ma trận receptance tương ứng với vị trí đo hoặc vị trí lực là $5L/7$ cũng giảm đáng kể. Đặc biệt, đỉnh tương ứng với vị trí lực và vị trí đo đồng thời nằm ở $5L/7$ giảm đi nhiều nhất như trong Hình 4.8b.

Sự khác biệt giữa hàm receptance của dầm có chiều rộng thay đổi khi không có và khi có khối lượng tập trung có thể được quan sát chi tiết hơn bằng cách sử dụng đồ thị 2D như được trình bày trong Hình 4.9. Hình 4.9a cho biết đường cong receptance thực nghiệm của dầm khi không có và khi có khối lượng tập trung tại vị trí $L/2$, khi tần số của lực bằng tần số riêng thứ hai của dầm và lực được đặt ở vị trí $L/2$. Như có thể thấy từ hình này, khi có khối lượng thì độ lớn của đỉnh của receptance ở vị trí có khối lượng này giảm đi đáng kể. Vị trí các điểm nút của receptance “di chuyển” về phía có gắn khối lượng tập trung. Tương tự, khi tần số của lực bằng tần số riêng thứ ba và vị trí đặt lực là $L/3$, khối lượng tập trung đặt tại vị trí $5L/7$ thì độ lớn đỉnh của receptance tại vị trí có khối lượng giảm đi đáng kể. Vị trí nút của đường cong receptance cũng di chuyển về phía bên phải của dầm nơi có gắn vật nặng lên dầm như có thể thấy trong Hình 9b.



Hình 4. 9. Đường cong receptance của dầm có khối lượng đo được từ thực nghiệm.

4.2. Dây cáp có hư hỏng dạng suy giảm đường kính chịu tác động của rô bốt di động

4.2.1. Lắp đặt thực nghiệm

Như đã nêu ở Chương 3, khi chỉ xét dao động ngang của một dây cáp của cầu dây văng có độ võng nhỏ thì mô hình dầm có thể được sử dụng. Để hướng tới việc ứng dụng các công thức phát triển ở Chương 3 trong việc phát hiện hư hỏng cho dây cáp của cầu dây văng, phần này sẽ trình bày kết quả thực nghiệm để kiểm chứng khả năng phát hiện hư hỏng của một dây cáp dựa trên phương pháp đề xuất.

Tuy nhiên, do không thể thực hiện được thực nghiệm trên dây cáp của cầu thực nên quá trình thực nghiệm được thực hiện trong phòng thí nghiệm. Đồng thời việc thực hiện thí nghiệm với dây cáp bằng kim loại có đường kính lớn cũng rất khó khăn nên Luận án sử dụng mô hình ống nhựa thay thế cho dây cáp bằng kim loại. Để có thể kiểm chứng xem phương pháp đề xuất có thể phát hiện vị trí hư hỏng cũng như độ rộng của hư hỏng hay không, trong thí nghiệm này, hư hỏng dạng suy giảm đường kính sẽ được áp dụng.

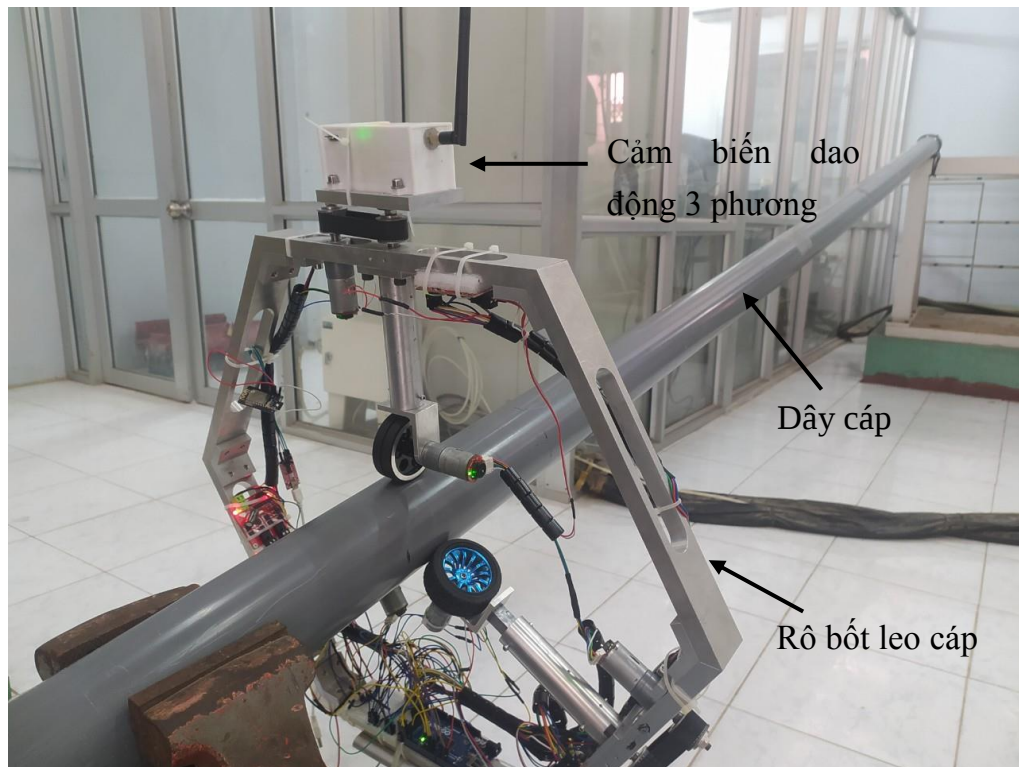
Mô hình thực nghiệm bao gồm:

Dây cáp có chiều dài là 4 m, đường kính 0.1 m và độ dày 0.004 m. Ba vùng hư hỏng dạng suy giảm đường kính được tạo tại các vị trí $0.37L$, $0.6L$ và $0.8L$ với năm kịch bản khác nhau với độ rộng của các vùng suy giảm thay đổi từ 20 mm đến 100 mm và độ sâu thay đổi từ 1 mm đến 2 mm, tương đương 1% đến 2% đường kính ống như mô tả trong Bảng 4.3. Vùng suy giảm thứ nhất và thứ hai được tạo trên một phần bề mặt ống, trong khi vùng giảm thứ ba được tạo bao quanh ống.

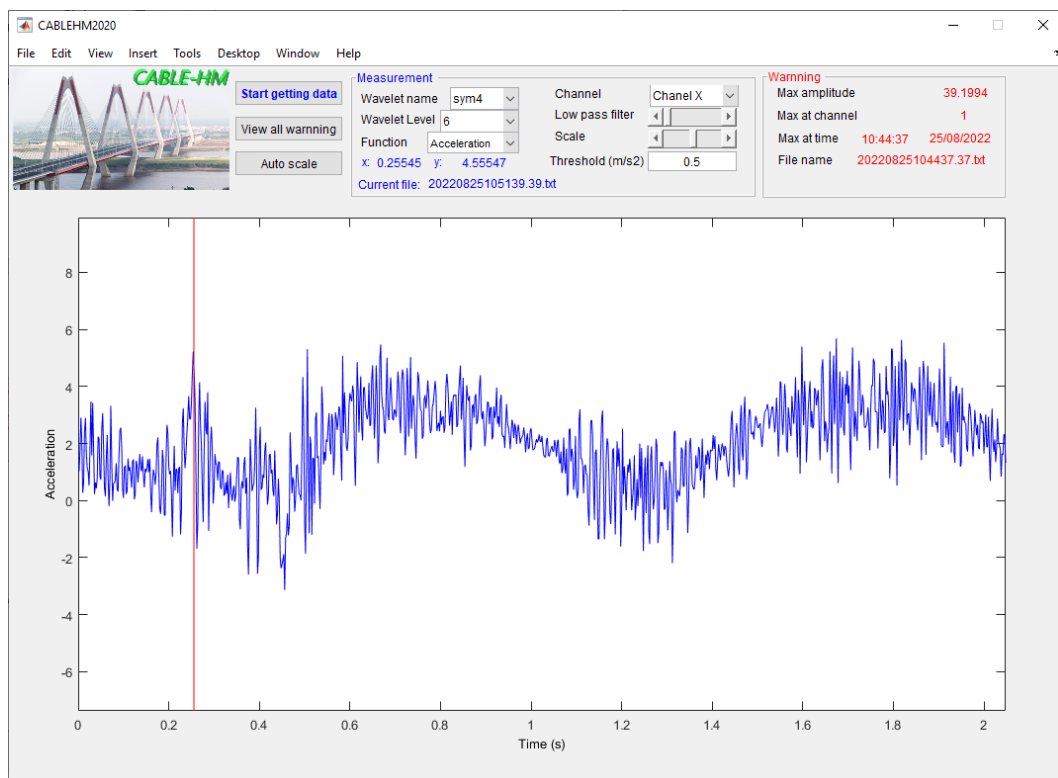
Rô bốt leo cáp là một hình trụ có đường kính 600 mm. Tốc độ leo cáp tối đa 0.38 m/s. Tốc độ trượt tối đa 10 m/s. Tổng trọng lượng của rô bốt là 5 kg. Quãng đường rô bốt di chuyển là $L = 3$ m.

Đầu đo dao động là đầu đo không dây, ba phương được đặt trên thân rô bốt, phía trên của bánh xe, hướng vuông góc với dây cáp. Đây là đầu đo dựa trên cảm biến dao động MEMs, được chế tạo bởi nhóm nghiên cứu của Viện Cơ học do GS.TS. Nguyễn Việt Khoa chủ trì. Thiết bị này đã được chuẩn hóa dựa trên hệ thống thiết bị chuẩn của hãng Bruel & Kjaer, Đan Mạch.

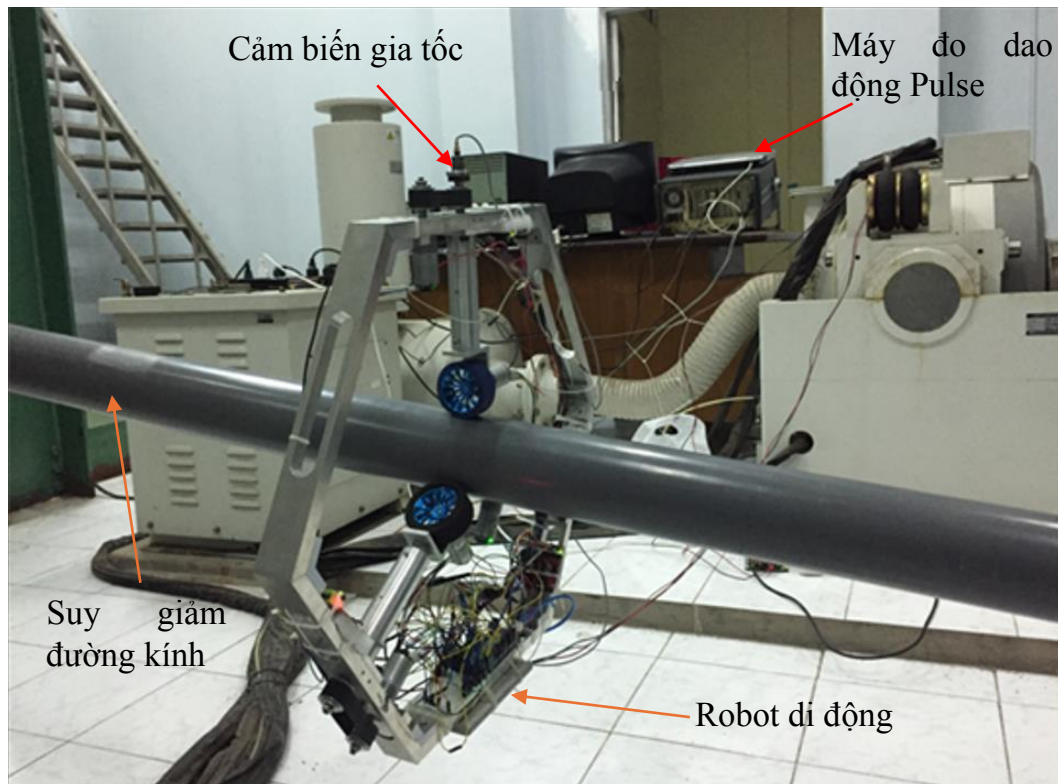
Phần mềm máy tính để nhận và phân tích tín hiệu dao động tạo động là phần mềm CABLEHM2020 được phát triển bởi nhóm nghiên cứu của Viện Cơ học do GS.TS. Nguyễn Việt Khoa chủ trì.



Hình 4. 10. Mô hình dây cáp và rô bốt leo cáp trong thực nghiệm.



Hình 4. 11. Giao diện phần mềm hiển thị tín hiệu



Hình 4. 12. Toàn cảnh mô hình thực nghiệm

Chuẩn hóa tín hiệu đo của hệ thống thiết bị

Đầu đo dao động ba phương sử dụng trong thực nghiệm đã được chuẩn hóa dựa trên các thiết bị: Bộ rung chuẩn Bruel & Kjaer 4808 Vibration Exciter (Đan Mạch), dải tần 5-10 kHz; Thiết bị đo dao động laser PVD-100 (Đức), dải tần 0-22 kHz.

Bảng 4. 2. Chuẩn hóa thiết bị đo

Biên độ Tần số	PVD-100 (m/s ²)	Cảm biến ba phương (m/s ²)	Sai số (%)
5 Hz	5.0	5.18	3.6
10 Hz	5.5	5.40	1.8
25 Hz	10.0	10.23	2.3
50 Hz	10.0	10.21	2.1

Các bước tiến hành chuẩn hóa:

+ Bước 1: Lắp thiết bị lên giá đỡ đã được lắp trên thiết bị tạo rung Bruel & Kjaer 4808 Vibration Exciter.

+ Bước 2: Kích hoạt thiết bị Bruel & Kjaer 4808 tạo tín hiệu dạng sin có tần số tăng dần từ 5Hz, 10 Hz, 25 Hz và 50 Hz.

+ Bước 3: Đo gia tốc bằng thiết bị đo laser PVD-100 và cảm biến đo ba phương và so sánh tín hiệu của thiết bị truyền về và tín hiệu thu được từ máy PVD-100 để chuẩn hóa tín hiệu cho thiết bị.

Kiểm tra khả năng leo dây cáp của rô bốt trong phòng thí nghiệm

Để kiểm tra khả năng leo dây cáp của rô bốt, rô bốt được cài đặt cho chạy trên dây cáp với vận tốc 0.38 m/s. Tín hiệu dao động của rô bốt được truyền về máy tính, ghi vào ổ cứng và được hiển thị một cách trực tuyến qua phần mềm CABLEHM2020.

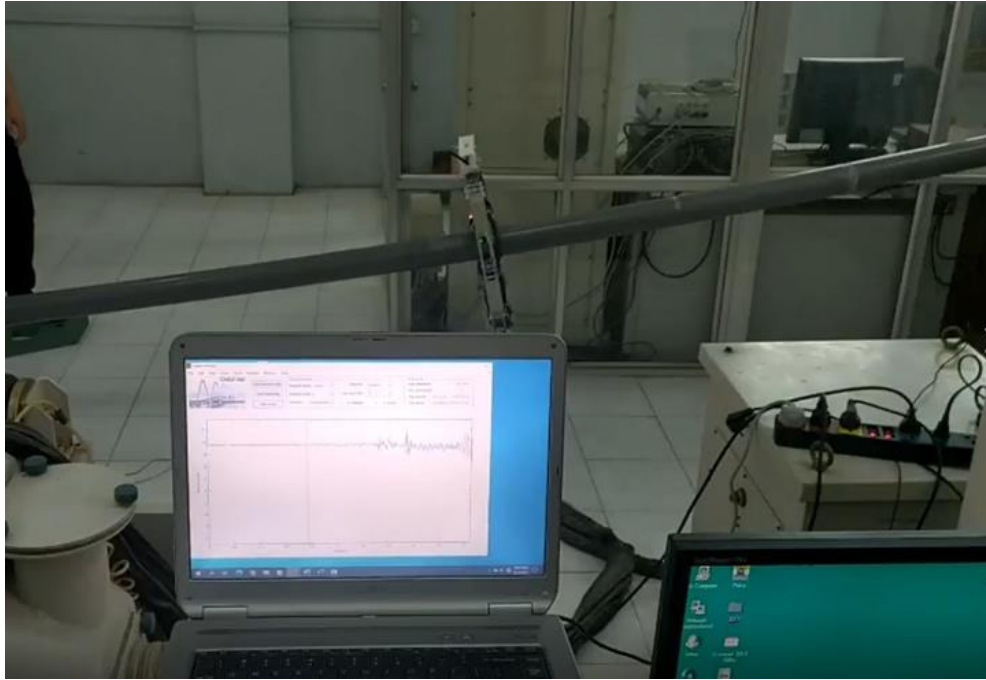
Các hình từ 4.13 - 4.15 biểu diễn quá trình chạy trên cáp của rô bốt và truyền tín hiệu về máy tính. Hình 4.13 thể hiện hình ảnh rô bốt bắt đầu chạy. Khi đó, tín hiệu dao động truyền về máy tính là rất nhỏ.



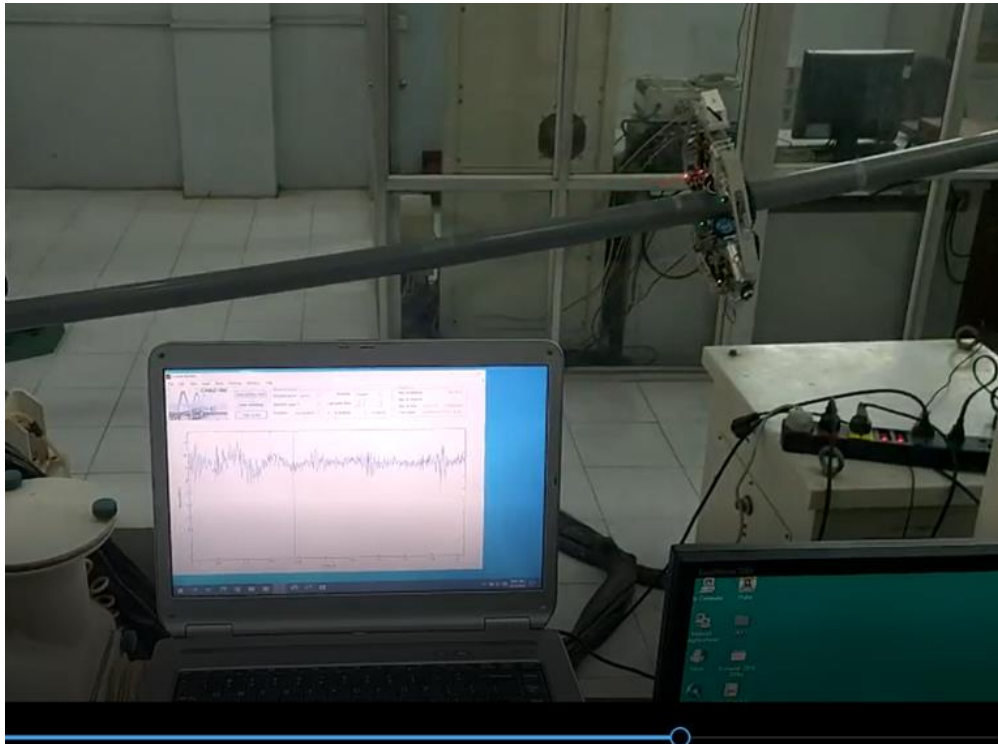
Hình 4. 13. Rô bốt bắt đầu chạy

Hình 4.14 hình ảnh minh họa rô bốt chạy qua vùng hư hỏng đầu tiên. Trong hình này ta có thể thấy tín hiệu dao động truyền về máy tính có vị trí biên độ tăng lên gây ra do rô bốt tương tác với vùng hư hỏng.

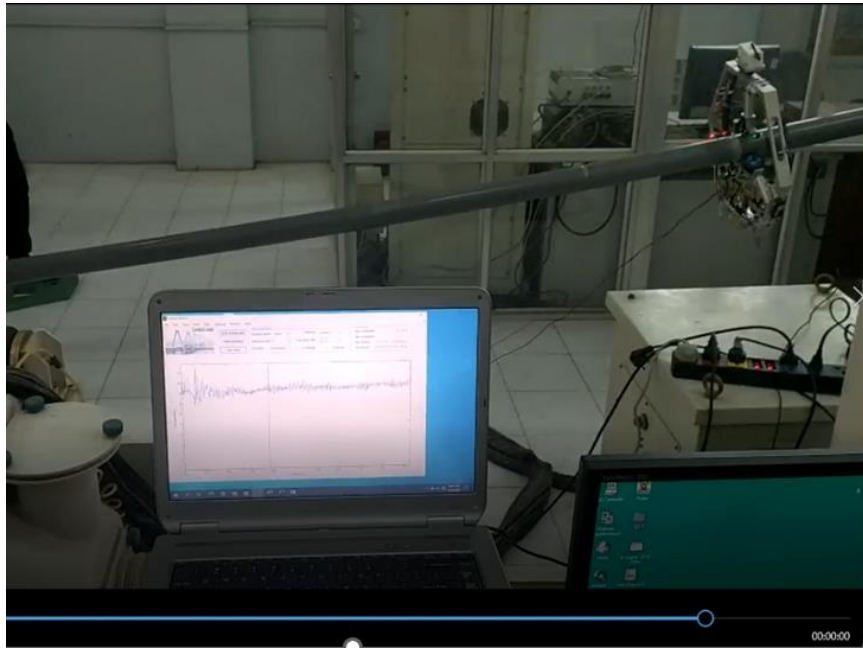
Tương tự, Hình 4.15 và 4.16 hình ảnh minh họa rô bốt chạy qua vùng hư hỏng thứ 2 và thứ 3. Trong các hình này ta có thể thấy tín hiệu dao động truyền về máy tính có những vị trí có biên độ dao động tăng lên gây ra do rô bốt tương tác với vùng hư hỏng thứ 2 và thứ 3.



Hình 4. 14. Rô bốt chạy qua vùng hư hỏng đầu tiên



Hình 4. 15. Rô bốt chạy qua vùng hư hỏng thứ 2



Hình 4. 16. Rô bốt chạy qua vùng hư hỏng thứ 3

4.2.2. Kết quả thực nghiệm

Quá trình thực nghiệm được thực hiện với năm kích bản hư hỏng của dây cáp dạng suy giảm đường kính như trong Bảng 4.3.

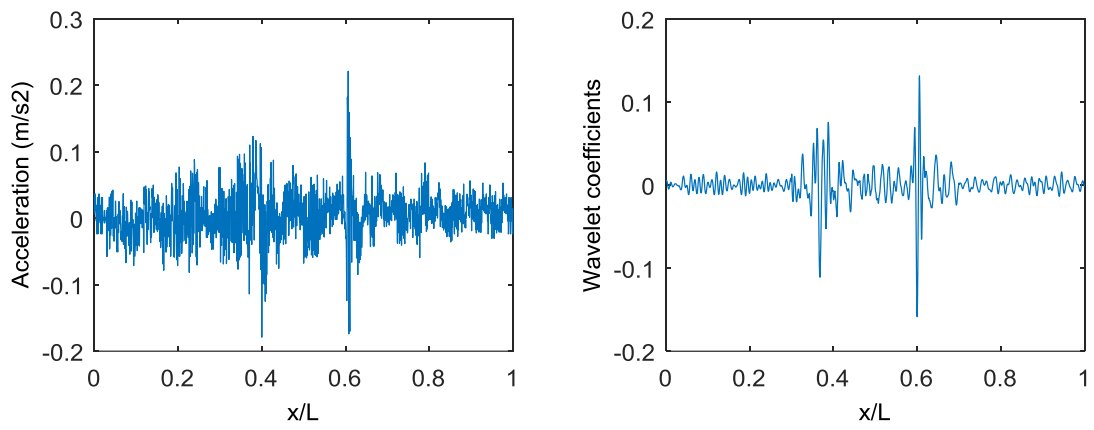
Bảng 4. 3. Năm kích bản suy giảm đường kính dây cáp

Kích bản	Độ rộng vùng suy giảm thứ 1 (mm)	Độ sâu của vùng suy giảm thứ 1 (mm)	Độ rộng vùng suy giảm thứ 2 (mm)	Độ sâu của vùng suy giảm thứ 2 (mm)	Độ rộng vùng suy giảm thứ 3 (mm)	Độ sâu của vùng suy giảm thứ 3 (mm)
1	20	1	20	2	-	-
2	20	1.5	20	2		
3	60	1.5	20	2		
4	100	1.5	20	2	-	-
5	100	1.5	20	2	20	1.5

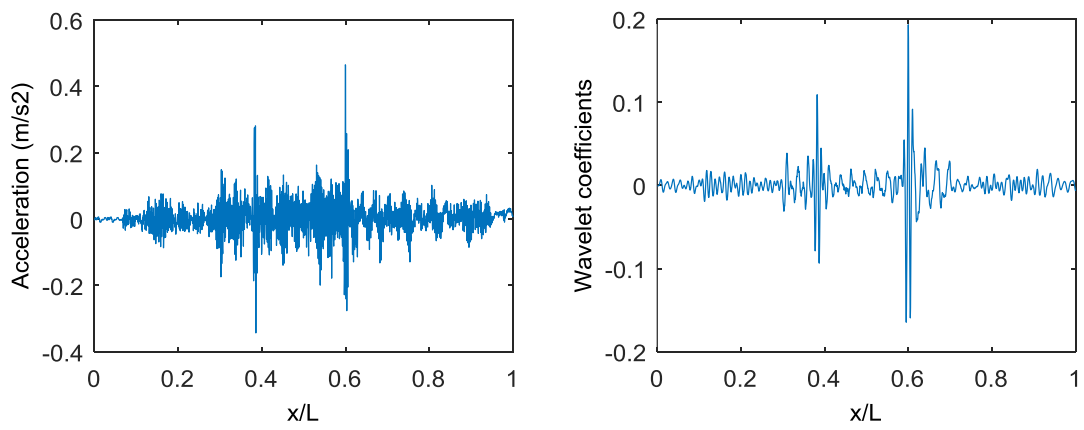
Các kết quả thực nghiệm chỉ ra rằng, mặc dù tín hiệu đo được bị nhiễu do quá trình đo nhưng tín hiệu dao động đo từ rô bốt lại rất nhạy với sự suy giảm đường kính dây cáp. Hình 4.17a mô tả tín hiệu dao động đo từ rô bốt và phép biến

đổi wavelet của nó trong kịch bản thứ nhất, trong đó độ sâu của vùng giảm thứ nhất và thứ hai lần lượt là 1 mm và 2 mm. Như quan sát được từ hình này, tại các vùng suy giảm đường kính, trên tín hiệu dao động của rô bốt xuất hiện hai khu vực có biên độ tăng lên đáng kể, nhưng các tín hiệu này là rất phức tạp. Rất khó để xác định chính xác vị trí của đỉnh gây bởi các vùng suy giảm đường kính, nhất là đối với vùng suy giảm thứ nhất do độ sâu của nó nhỏ hơn so với vùng suy giảm thứ hai. Tuy nhiên, phép biến đổi wavelet của tín hiệu dao động này cho thấy hai đỉnh được phân biệt rõ ràng tại các vị trí $0,37L$ và $0,6L$, nơi có các vùng suy giảm. Đỉnh trong biến đổi wavelet tại vùng giảm thứ nhất cũng nhỏ hơn đỉnh thứ hai. Trong kịch bản thứ hai, khi độ sâu của vùng giảm thứ nhất tăng lên 1,5 mm, các đỉnh trong tín hiệu dao động và biến đổi wavelet của nó tại các vùng giảm trở nên sắc nét và rõ rệt hơn, như thể hiện trong Hình 4.8b. Lưu ý, do độ rộng của các vùng suy giảm này là rất nhỏ nên các đỉnh trong biến đổi wavelet khi rô bốt đi qua vị trí bắt đầu và kết thúc vùng suy giảm đã bị trùng vào thành một.

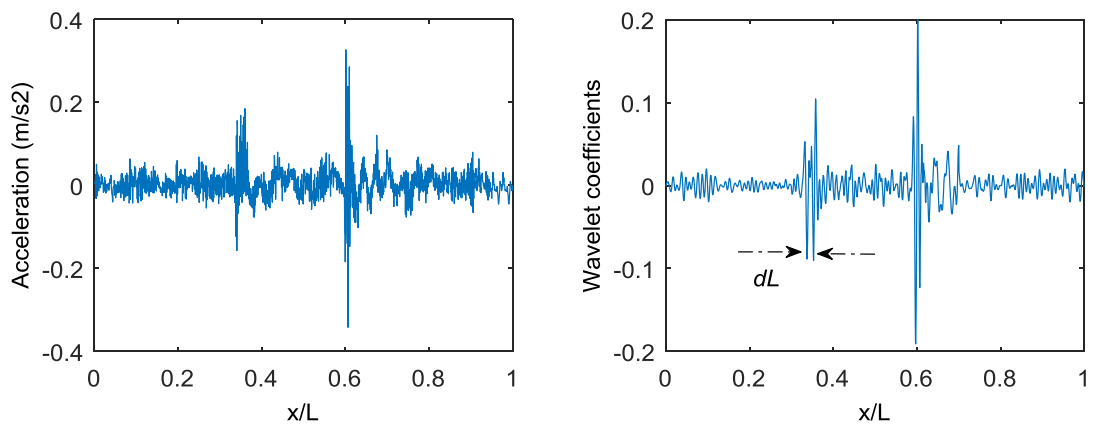
Như có thể thấy từ Hình 4.17c, khi độ rộng của vùng suy giảm đầu tiên tăng lên 60 mm trong kịch bản thứ 3, có hai đỉnh tách biệt trong phép biến đổi wavelet tại vùng suy giảm đường kính đầu tiên như dự đoán. Từ đồ thị của phép biến đổi wavelet, chiều dài khoảng cách giữa hai đỉnh tách biệt này là $dL = 50$ mm, tức là nhỏ hơn 10 mm so với độ rộng của vùng suy giảm thực. Điều này có thể được giải thích bởi thực tế là, đường kính của ống thay đổi khá trơn tru tại điểm bắt đầu vùng suy giảm và chỉ thay đổi đáng kể khi cách vùng suy giảm một khoảng xấp xỉ 5mm. Do đó ảnh hưởng của vùng suy giảm thứ nhất chỉ bắt đầu một cách rõ ràng sau khi rô bốt đi qua điểm bắt đầu một khoảng là 5mm. Tương tự như vậy với đỉnh trong biến đổi wavelet xảy ra tại điểm kết thúc sẽ xảy ra trước khi rô bốt đi qua điểm kết thúc là 5mm. Khi độ rộng của vùng giảm đầu tiên tăng lên 90 mm, độ rộng khoảng cách giữa hai đỉnh tách biệt này đo được là 80mm như được trình bày trong Hình 4.17d và 4.17e. Những kết quả này cho thấy độ rộng khoảng cách giữa hai đỉnh gần nhau do vùng suy giảm gây ra có thể được sử dụng để ước tính độ dài của vùng suy giảm đường kính cấp. Trong kịch bản thứ 5, khi vùng suy giảm thứ ba được tạo ra xung quanh đường ống, có ba đỉnh trong phép biến đổi wavelet tại ba vùng suy giảm và chiều cao tại đỉnh thứ ba là lớn nhất như minh họa trong Hình 4.14e. Điều này là do đối với vùng suy giảm thứ ba thì cả bề mặt trên và dưới đều bị suy giảm.



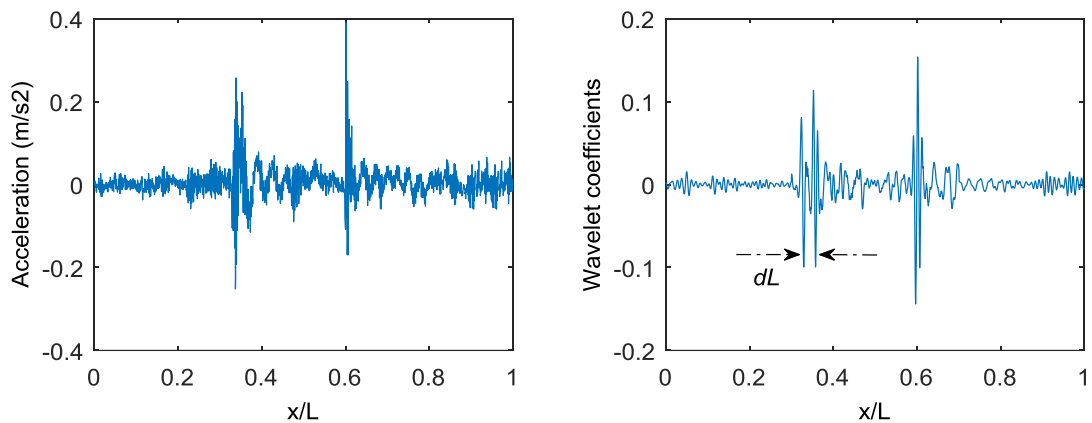
a) kích bản 1



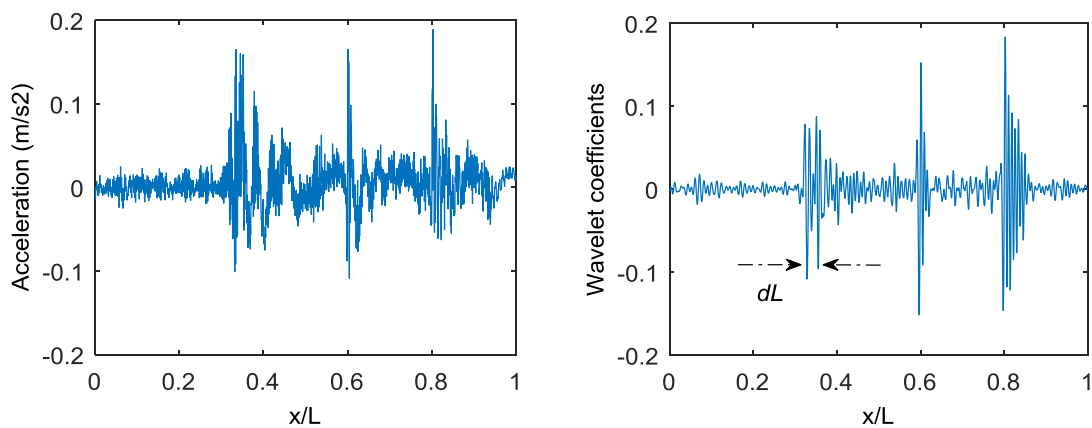
b) kích bản 2



c) kích bản 3



d) kịch bản 4



e) kịch bản 5

Hình 4. 17. Tín hiệu dao động của rô bốt và biến đổi wavelet của tín hiệu

Các thí nghiệm cho thấy hai kết quả chính: (1) Vùng suy giảm đường kính cáp có thể được phát hiện từ tín hiệu dao động đo được từ rô bốt leo cáp và phép biến đổi wavelet của nó; (2) Độ rộng của vùng suy giảm đường kính có thể được ước tính từ khoảng cách giữa hai đỉnh gây ra bởi sự suy giảm đường kính trong phép biến đổi wavelet. Kết quả này cho thấy sự phù hợp rất tốt giữa kết quả mô phỏng và thực nghiệm. Do đó, phương pháp đề xuất là có triển vọng và có thể được áp dụng để phát hiện hư hỏng dạng suy giảm đường kính dây cáp trong thực tế.

4.3. Kết luận

Hai thí nghiệm đã được tiến hành tại Phòng thí nghiệm Công trình của Viện Cơ học. Các thí nghiệm này cho thấy kết quả mô phỏng số cho hàm receptance của dầm có thiết diện thay đổi là phù hợp với kết quả thực nghiệm. Điều đó đã xác nhận độ tin cậy của công thức chính xác cho hàm receptance của dầm có thiết diện thay đổi dọc theo trục dầm, có khối lượng tập trung thu được từ luận án.

Sự phù hợp giữa kết quả mô phỏng số và thực nghiệm đối với việc phân tích ảnh hưởng của hư hỏng của dây cáp đến phép biến đổi wavelet cho thấy sự đúng đắn của phương trình động lực học hệ dầm-khối lượng di động được phát triển trong luận án. Đồng thời, kết quả này cũng cho thấy triển vọng trong việc ứng dụng rô bốt leo cáp trong việc phát hiện hư hỏng của dây cáp cầu dây văng bằng phương pháp dao động trong tương lai.

Kết quả của chương này đã được công bố trên các công trình số 4, 8 và 9-10 trong “Danh mục công trình liên quan tới Luận án”, trong đó có 01 bài đã đăng trên Tạp chí quốc tế thuộc danh mục SCIE, 03 bài đã đăng trên tuyển tập hội nghị khoa học.

KẾT LUẬN

Luận án đã xây dựng được phương trình động lực học của đầm AFG có thiết diện thay đổi dọc theo trục của đầm, có vết nứt, và có khối lượng tập trung. Từ việc giải phương trình này, dạng riêng của đầm và công thức chính xác cho hàm receptance đã được xác định. Dựa trên hàm receptance này luận án đã tiến hành tính toán mô phỏng số nhằm phân tích ảnh hưởng của vết nứt và khối lượng tập trung lên hàm receptance.

Luận án đã xây dựng được phương trình động lực học của đầm có hư hỏng chịu tác động của khối lượng di động bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Sau đó giải phương trình này để tìm phản ứng động lực học của hệ. Dựa trên nghiệm của phương trình động lực học này luận án đã mô phỏng và phân tích sự ảnh hưởng của hư hỏng dạng vết nứt và dạng suy giảm thiết diện đầm đến ứng xử động lực học của hệ.

Từ các phân tích kết quả mô phỏng số cho hai trường hợp trên, luận án đã đề xuất hai phương pháp phát hiện hư hỏng đầm:

(i) Phương pháp dựa trên hàm receptance của đầm có khối lượng tập trung. Các khối lượng tập trung được đặt tại các vị trí phù hợp để làm dịch chuyển các đỉnh và các điểm nút của hàm độ cong receptance. Khi đó, các đỉnh nhọn nhỏ gây bởi các vết nứt ở gần vị trí điểm nút của độ cong receptance sẽ được khuếch đại để dễ dàng phát hiện. Đồng thời, các đỉnh bị ẩn khi vị trí vết nứt trùng với điểm nút sẽ bị lộ diện và được khuếch đại;

(ii) Phương pháp dựa trên biến đổi wavelet nhằm phát hiện hư hỏng trên cấp dạng vết nứt và dạng suy giảm đường kính cáp khi chịu kích động của rô bốt di động. Khi rô bốt đi qua khu vực có hư hỏng dạng vết nứt hoặc suy giảm đường kính, biến đổi wavelet tín hiệu dao động của rô bốt sẽ xuất hiện các đỉnh nhọn rõ rệt ở các khu vực có hư hỏng. Dựa vào vận tốc của rô bốt, vị trí của hư hỏng sẽ được xác định. Đối với hư hỏng dạng suy giảm đường kính, khoảng cách giữa các đỉnh xuất hiện ở điểm đầu và điểm cuối vùng suy giảm sẽ được sử dụng để xác định độ rộng của vùng suy giảm.

Thực nghiệm đã được tiến hành cho 2 trường hợp là đầm có thiết diện thay đổi, có khối lượng tập trung và dây cáp hư hỏng dạng suy giảm đường kính có khối lượng di động. Kết quả cho thấy sự phù hợp tốt giữa kết quả mô phỏng số và kết quả thực nghiệm. Điều này khẳng định sự đúng đắn của công thức lý thuyết cho

hàm dạng riềng và hàm receptance của dầm AFG. Đồng thời, kết quả thí nghiệm cũng cho thấy triển vọng của việc ứng dụng rô bốt leo cáp trong việc phát hiện hư hỏng của dây cáp cầu dây văng bằng phương pháp dao động.

Luận án đã có những đóng góp mới như sau:

1. Đã xây dựng phương trình động lực học và tìm được công thức chính xác cho hàm receptance của dầm có thiết diện và tính chất vật liệu thay đổi dọc trục, có vết nứt và có khối lượng tập trung.
2. Đã xây dựng phương trình động lực học của hệ dầm – khối lượng di động với dầm có hư hỏng dạng vết nứt và dạng suy giảm đường kính. Giải phương trình động lực học này để thu được ứng xử động lực học của hệ.
3. Từ các công thức đã phát triển, luận án đã tính toán, mô phỏng số và phân tích ảnh hưởng đồng thời của khối lượng tập trung hoặc khối lượng di động đến các tính chất động lực học của dầm. Từ các kết quả đó, đề xuất các phương pháp phát hiện vết nứt của dầm dựa trên hàm receptance sử dụng khối lượng tập trung và phương pháp phát hiện hư hỏng của dầm có rô bốt di động dựa trên biến đổi wavelet.

Các hướng nghiên cứu trong tương lai.

Mặc dù luận án đã tìm được công thức chính xác cho hàm receptance đối với dầm AFG có vết nứt và có khối lượng tập trung, nhưng mới chỉ tìm được cho các dầm AFG có các quy luật thay đổi theo hàm đa thức, trong khi các dầm AFG có cấu trúc khác như dầm AFG có lớp áp điện bên ngoài hoặc có các tính chất thay đổi dọc trục khác như dạng sin, dạng hàm mũ v.v cần tiếp tục nghiên cứu trong tương lai.

Trong luận án này dầm AFG mới chỉ được nghiên cứu khi có khối lượng tập trung cố định, còn trường hợp dầm có nhiều khối lượng tập trung di động chưa được giải quyết nên cần được nghiên cứu trong tương lai. Đồng thời, việc thực nghiệm đối với dầm AFG cũng là một vấn đề cần được thực hiện khi khả năng chế tạo dầm AFG là khả thi trong thời gian tiếp theo.

Ngoài ra, việc ứng dụng robot leo cáp để phát hiện hư hỏng của cáp bằng phương pháp dao động mới chỉ bắt đầu. Việc phát hiện hư hỏng mới chỉ dựa trên các phân tích đơn lẻ của dạng hư hỏng như vết nứt, hoặc dạng suy giảm đường kính. Việc kết hợp ảnh hưởng của các dạng hư hỏng này cần được làm rõ trong các nghiên cứu trong tương lai. Hơn nữa, việc kết hợp phân tích wavelet với các công cụ hiện đại như AI cũng là vấn đề cần tiếp tục thực hiện theo hướng nghiên cứu của luận án.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

Kết quả của Luận án đã được công bố trên các Tạp chí Quốc tế, Tạp chí Quốc gia và Tuyển tập hội nghị khoa học chuyên ngành trong nước và quốc tế, cụ thể như sau:

1. Khoa Viet Nguyen, Thao Thi Bich Dao, 2026, Modified method for deriving the receptance function of a cracked nonuniform AFG beam carrying concentrated masses and its application for crack detection, *European Journal of Mechanics – A/Solids*, 116, 105947. (SCIE, Q1)
2. Khoa Viet Nguyen, Thao Thi Bich Dao, Quang Van Nguyen, 2024, Exact solution for mode shapes of cracked nonuniform axially functionally graded beams, *Mechanics Research Communications*, 139, 104306. (SCIE, Q2)
3. Nguyễn Việt Khoa, Đào Thị Bích Thảo, Nguyễn Văn Quang, Vũ Đỗ Long, 2024, Công thức dạng riêng chính xác cho dầm AFG bị nứt có thiết diện thay đổi, *Hội nghị Khoa học kỷ niệm 50 năm thành lập Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam, Tiểu ban Công nghệ thông tin, Điện tử, Tự động hóa, Khoa học và Công nghệ vũ trụ*, Hà Nội, 14/3/2025.
4. Đào Thị Bích Thảo, Nguyễn Việt Khoa, Nguyễn Văn Quang, Vũ Đỗ Long, 2024, Nghiên cứu bằng thực nghiệm hàm phổ phản ứng của dầm có chiều cao thay đổi. *Hội nghị Cơ học Toàn quốc Kỷ niệm 45 năm thành lập Viện Cơ học*, Hà Nội, 09/4/2024, pp. 513- 523.
5. Nguyễn Việt Khoa, Đào Thị Bích Thảo, Nguyễn Văn Quang, 2024, Nghiên cứu, so sánh đặc trưng động lực học của dầm AFG có chiều cao với dầm có chiều rộng thay đổi. *Hội nghị Cơ học Toàn quốc Kỷ niệm 45 năm thành lập Viện Cơ học*, Hà Nội, 09/4/2024, pp. 407- 416.
6. Thao Thi Bich Dao, Khoa Viet Nguyen, Quang Van Nguyen, 2023, Exact receptance function of tapered AFG beam with nonlinearly varying ratio of beam properties carrying concentrated masses, *Vietnam Journal of Mechanics*, Vol.45, No.4, pp. 296-317.
- 7.
8. Khoa Viet Nguyen and Thao Thi Bich Dao, 2023, Exact receptance function of a cracked axially functionally graded beam, *The 7th International Conference on Engineering Mechanics and Automation 2023*.
9. Thao Thi Bich Dao, Khoa Viet Nguyen, Quang Van Nguyen and Long Do Vu, 2023, Theoretical and experimental studies on the receptance function of a nonuniform AFG beam, *The 7th International Conference on Engineering Mechanics and Automation 2023*.

10. Khoa Viet Nguyen, Ngoc Van Bach Pham and Thao Thi Bich Dao, 2022, Damage detection of cables in cable-stayed bridge using vibration data measured from climbing robot, *Advances in Structural Engineering*, 2022, Vol 25(13), pp. 2705-2721. (SCIE, Q1)
11. Khoa Viet Nguyen, Thao Thi Bich Dao and Quang Nguyen Van, 2022, Influence of the varying axial force on the detection of diameter reduction of bridge cables using climbing robot, *Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI*, Hà Nội, 02-03/12/2022.
12. Thao Thi Bich Dao, Khoa Viet Nguyen and Long Do Vu, 2022, Receptance function of an axially functional graded beam with varying width using Adomian method, *Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI*, Hà Nội, 02-03/12/2022.
13. Khoa Viet Nguyen, Thao Thi Bich Dao, Long Do Vu and Quang Van Nguyen, 2021, Exact receptance and receptance curvature functions of the axially load cracked beam carrying concentrated mass, *The 6th International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA6)*, 2021.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Yang C., Oyadiji S.O., 2017, Damage detection using modal frequency curve and squared residual wavelet coefficients-based damage indicator, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 83, pp. 385-405
2. Sha G., Radzienski M., Cao M., Ostachowicz W., 2019, A novel method for single and multiple damage detection in beams using relative natural frequency changes, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 132, pp. 335-352.
3. Khiem N.T., Lien T.V., 2001, A simplified method for natural frequency analysis of a multiple cracked beam, *Journal of Sound and Vibration*, 245(4), pp. 737–751.
4. Khiem N.T., Lien T.V., 2004, Multi-crack detection of a beam by natural frequencies, *Journal of Sound and Vibration*, 273, pp. 175–184.
5. Lee Y-S., Chung M-J., 2000, A Study on crack detection using eigenfrequency test data, *Computers and Structures*, 77, pp.327-342.
6. Zheng D.Y., Kessissoglou N.J., 2004, Free vibration analysis of a cracked beam by finite element method, *Journal of Sound and Vibration*, 273, pp. 457–475.
7. Caddemi S., Calio I., 2009, Exact closed-form solution for the vibration modes of the Euler–Bernoulli beam with multiple open cracks, *Journal of Sound and Vibration*, 327, pp. 473-489.
8. Kisa M., Gurel M.A., 2006, Modal analysis of multi-cracked beams with circular cross section, *Engineering Fracture Mechanics*, 74, pp. 963-977.
9. Lee Y., Chung M., 2000, A study on crack detection using eigenfrequency test data, *Computers and Structures*, 77, pp. 327-342.
10. Khiem N.T., Hai T.T., 2013, A procedure for multiple crack identification in beam-like structures from natural vibration mode, *Journal of Vibration and Control*, 20 (9), pp. 1417-1427.
11. Nguyen K.V., 2014, Mode shapes analysis of a cracked beam and its application for crack detection, *Journal of Sound and Vibration*, 333, pp. 848-872.
12. Lin H., 2004, Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with a crack, *Engineering Structures*, 26, pp. 427–436.

13. Douka E., Bamnios G., Trochidis A., 2004, A method for determining the location and depth of cracks in double-cracked beams, *Applied Acoustics*, 65, pp. 997–1008.
14. Lee J., 2009, Identification of multiple cracks in a beam using natural frequencies, *Journal of Sound and Vibration*, 320, pp. 482–490.
15. Li H., Wang T., Wu G., 2023, Nonlinear vibration analysis of beam-like bridges with multiple breathing cracks under moving vehicle load, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 186, 109866.
16. Khiem N.T., Lien T.V., 2002, The dynamic stiffness matrix method in forced vibration analysis of multiple cracked beam, *Journal of Sound and Vibration*, 254 (3), pp. 541–555.
17. Li L., Hu Y., Wang X., Lu L., 2014, A hybrid expansion method for frequency response functions of non-proportionally damped systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 42, pp. 31-41.
18. Failla G., 2016, An exact generalised function approach to frequency response analysis of beams and plane frames with the inclusion of viscoelastic damping, *Journal of Sound and Vibration*, 360, pp. 171-202.
19. Huang Q., Xu Y. L., Li J. C., Su Z. Q., Liu H. J., 2012, Structural damage detection of controlled building structures using frequency response functions, *Journal of Sound and Vibration*, 331 (15), pp. 3476-3492.
20. Kim H., Melhem H., 2004, Damage detection of structures by wavelet ananlysis, *Engineering Structures*, 26, pp. 347-362.
21. Ovanesova A.V., Suarez L.E., 2004, Applications of wavelet transforms to damage detection in fram structures, *Engineering Structures*, 26, pp. 39-49.
22. Li Z., Xia S., Wang J., Su X., 2006, Damage Detection of Cracked Beams Based on Wavelet Transform, *International Journal of Impact Engineering*, 32, pp. 1190-1200.
23. Gokdag H., Kopmaz O., 2009, A new damage detection approach for beam-type structures based on the combination of continuous and discrete wavelet transforms, *Journal of Sound and Vibration*, 324, pp. 1158–1180.
24. Mario S., Mario A., Galvín P., 2013, Continuous wavelet analysis of mode shapes differences for damage detection, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 40, pp. 645–666.
25. Yang J., Chen Y., 2008, Free vibration and buckling analyses of functionally graded beams with edge cracks, *Composite Structures*, 83, pp. 48–60.

26. Ke L.L., Yang J., Kitipornchai S., Xiang Y., 2009, Flexural vibration and elastic buckling of a cracked Timoshenko beam made of functionally graded materials, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 16, pp. 488–502.
27. Rajasekaran S., Khaniki H.B., 2018, Free vibration analysis of bi-directional functionally graded single/multi-cracked beams, *International Journal of Mechanical Sciences*, 144, pp. 341–356.
28. Zhao L., Chen W.Q., Lü C.F., 2012, New assessment on the Saint-Venant solutions for functionally graded beams, *Mechanics Research Communications*, 43, pp. 1–6.
29. Aydin K., 2013, Free vibration of functional graded beams with arbitrary number of cracks, *European Journal of Mechanics A/Solid*, 42, pp. 112–124.
30. Yan T., Kitipornchai S., Yang J., He X.Q., 2011, Dynamic behaviour of edge-cracked shear deformable functionally graded beams on an elastic foundation under a moving load, *Composite Structures*, 93, pp. 2992–3001.
31. Banerjee A., Panigrahi B., Pohit G., 2015, Crack modelling and detection in Timoshenko FGM beam under transverse vibration using frequency contour and response surface model with GA, *Nondestructive Testing and Evaluation*, 31 (2), pp. 142–164.
32. Lien T.V, Duc N.T., Khiem N.T., 2017, Mode shape analysis of multiple cracked functionally graded Timoshenko beams, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 14 (7), pp. 1327–1344.
33. Lien T.V, Duc N.T., Khiem N.T., 2017, Free vibration analysis of multiple cracked functionally graded Timoshenko beams, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol 14 (9), pp. 1752–1766.
34. Lien T.V, Duc N.T., Khiem N.T., 2019, Free and forced vibration analysis of multiple cracked FGM multi span continuous beams using dynamic stiffness method, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 16 (2), pp. 1–26.
35. Khiem N.T., Lien T.V., Duc N.T., 2021, Crack identification in FGM framed structures using stationary wavelet transform and neural network, *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 22(8), pp. 657–671.
36. Mazanoglu K., Yesilyurt I., Sabuncu M., 2009, Vibration analysis of multiple-cracked nonuniform beams, *Journal of Sound and Vibration*, 320, pp. 977–989.

37. Zeng D.Y., Fan S.C., 2001, Natural frequencies of a non-uniform beam with multiple cracks via modified Fourier series, *Journal of Sound and vibration*, 242 (4), pp. 701–717.
38. <https://www.voxelmatters.com/insstek-3d-prints-multi-materials-fgm-rocket-nozzle/>
39. Müller E., Drašar C., Schilz J., Kaysser W.A., 2003, Functionally graded materials for sensor and energy applications, *Materials Science and Engineering*, A362, pp. 17–39.
40. Lau J. H., 1984, Vibration frequencies for non-uniform beam with end mass, *Journal of Sound and Vibration*, 97(3), pp. 513–521.
41. Ercoli L., Laura P.A.A., 1987, Analytical and experimental investigation on continuous beams carrying elastically mounted masses, *Journal of Sound and Vibration*, 114, pp. 519–533.
42. Wu J.S., Lin T.L., 1990, Free vibration analysis of a uniform cantilever beam with point masses by an analytical-and numerical-combined method, *Journal of Sound and Vibration*, 136, pp. 201–213.
43. Maurizi M.J., Belles P.M., 1991, Natural frequencies of the beam-mass system: Comparision of the two fundamental theories of beam vibrations, *Journal of Sound and Vibration*, 150 (2), pp. 330–334.
44. Goel R.P., 1973, Vibration of a beam carrying concentrated mass, *Journal of Applied Machanics*, 40, pp. 821–822.
45. Liu W.H., Haung C.C., 1988, Free vibration of restrained beam carrying concentrated masses, *Journal of Sound and Vibration*, 123, pp.31–42.
46. Salarieha H., Ghorashi M., 2006, Free vibration of Timoshenko beam with finitemass rigid tip load and flexural–torsional coupling, *International Journal of Mechanical Sciences*, 48, pp.763–779.
47. Banerjee J.R., 2012, Free vibration of beams carrying spring-mass systems- adynamic stiffness approach, *Computer and Structure*, 104–105, pp. 21–26.
48. Wu J-S., Chang B-H., 2013, Free vibration of axial-loaded multi-step Timoshenko beam carrying arbitrary concentrated elements using continuous-mass transfer matrix method, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 38, pp. 20–37.
49. Laura P.A.A., Verniere de Irassar P., Ficcadenti G.M., 1983, A note on transverse vibrations of continuous beams subject to an axial force and

- carrying concentrated masses, *Journal of Sound and Vibration*, 86(2), pp. 279-284.
50. Gurgoze M., 1984, A note on the vibrations of restrained beam and rods with point masses, *Journal of Sound and Vibration*, 96(4), pp. 461-468.
 51. Rossi R.E., Laura P.A.A., Avalos D.R., Larrondo H., 1993, Free vibrations of Timoshenko beams carrying elastically mounted, concentrated masses, *Journal of Sound and Vibration*, 165, pp. 209–223.
 52. Gurgoze M., Batan H., 1996, On the effect of an attached spring-mass system on the frequency spectrum of a cantilevered beam, *Journal of Sound and Vibration*, 195, pp. 163-168.
 53. Gurgoze M., 1996, On the eigenfrequencies of a cantilever beam with attached tip mass and a spring-mass system, *Journal of Sound and Vibration*, 190, pp. 149-162.
 54. Gurgoze M., 1996 On the eigenfrequencies of cantilevered beams carrying a tip mass and a spring-mass in-span, *International Journal of Mechanical Sciences*, 12, pp. 1295-1306.
 55. Gurgoze M., 1998, On the alternative formulations of the frequency equation of a bernoulli-euler beam to which several spring-mass systems are attached in-span, *Journal of Sound and Vibration*, 217, pp. 585-595.
 56. Gurgoze M., 1999, Alternative formulations of the characteristic equation of a Bernoulli–Euler beam to which several viscously damped spring–mass systems are attached in-span, *Journal of Sound and Vibration*, 223, pp. 666–677.
 57. Posiadala B., 1997, Free vibrations of uniform Timoshenko beams with attachments, *Journal of Sound and Vibration*, 204, pp. 359–369.
 58. Low K.H., 1998, On the eigenfrequencies for mass-loaded beams under classical boundary conditions, *Journal of Sound and Vibration*, 215, pp. 381-389.
 59. Low K.H., 2001, On the methods to derive frequency equations of beams carrying multiple masses, *International Journal of Mechanical Sciences*, 43, pp. 871-881.
 60. Wu J.S., Chou H.M., 1999, A new approach for determining the natural frequencies and mode shapes of a uniform beam carrying any number of spring masses, *Journal of Sound and Vibration*, 220, pp. 451–468.

61. Cha P.D., 2002, Eigenvalues of a linear elastica carrying lumped masses, springs and viscous dampers, *Journal of Sound and Vibration*, 257, pp. 798–808.
62. Wu J.S., Hsu T.F., 2007, Free vibration analyses of simply supported beams carrying multiple point masses and spring-mass systems with mass of each helical spring considered, *International Journal of Mechanical Sciences*, 49, pp. 834–852.
63. Lin H.Y., Tsai Y.C., 2007, Free vibration analysis of a uniform multi-span beam carrying multiple spring-mass systems, *Journal of Sound and Vibration*, 302, pp. 442-456.
64. Rosa M.A.D, Loppiello M., Maurizi M.J., Martin H.D., 2010, Free vibration of elastically restrained cantilever tapered beams with concentrated viscous damping and mass, *Mechanics Research and Communications*, 37, pp. 264-264.
65. Wu J.S., Chang B.H., 2013, Free vibration of axial-loaded multi-step Timoshenko beam carrying arbitrary concentrated elements using continuous-mass transfer matrix method, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 38, pp. 20-37.
66. Torabi K., Afshari H., Heidari-Rarani M., 2013, Free vibration analysis of a non-uniform cantilever Timoshenko beam with multiple concentrated masses using DQEM, *Engineering Solid Mechanics*, 1, pp. 9-20.
67. Farghaly S.H., El-sayed T.A., 2016, Exact free vibration of multi-step Timoshenko beam system with several attachments, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 72–73, pp. 525–546.
68. Nguyen K.V., 2016, Crack detection of double-beam carrying a concentrated mass, *Mechanics Research Communications*, 75, pp. 20-28.
69. Joubaneh E.F., Barryb O.R., Donatus C.D., 2019, Oguamanam. Vibrations of sandwich beams with tip mass: Numerical and experimental investigations, *Composite Structures*, 210, pp. 628-640.
70. Banerjee J.R., 2012, Free vibration of beams carrying spring-mass systems: A dynamic stiffness approach, *Computers and Structures*, 104–105, pp. 21–26.
71. Torabi K., Afshari H., H. Najafi, 2013, Vibration analysis of multi-step Bernoulli-Euler and Timoshenko beams carrying concentrated masses, *Journal of Solid Mechanics*, 5 (4), pp. 336–349.

72. Chen G., Zeng X., Liu X., Rui X., 2020, Transfer matrix method for the free and forced vibration analyses of multi-step Timoshenko beams coupled with rigid bodies on springs, *Applied Mathematical Modelling*, 87, pp.152-170.
73. Hantati I.E., Adri A., Khouddar Y.E., Fakhreddine H., Outassafte O., Benamar R., 2023, Large amplitude forced vibrations of multi-stepped beams carrying concentric masses, *Mechanics Research Communications*, 132, 104163.
74. Ghadimi S., Zamami-Ahari G., Kourehli S.S., 2023, Crack detection in arbitrary beam cross-sections using a new mass-spring system, *Structures*, 48, pp. 133-146
75. S.H. Farghaly, T.A. El-Sayed, 2017, Exact free vibration analysis for mechanical system composed of Timoshenko beams with intermediate eccentric rigid body on elastic supports: An experimental and analytical investigation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 82, pp. 376-393.
76. Shahba A., Attarnejad R., Marvi M.T., Hajilar S., 2011, Free vibration and stability analysis of axially functionally graded tapered Timoshenko beams with classical and non-classical boundary conditions, *Composite Structures*, Part B 42, pp. 801–808.
77. Rossit C.A., Bambill D.V., Gilardi G.J., 2017, Free vibration of AFG cantilever tapered beams carrying attached masses, *Structural Engineering and Mechanics*, 61 (5), pp. 685–691.
78. Salinie S., Obradovic A., Tomovic A., 2018, Free vibration analysis of axially functionally graded tapered, stepped, and continuously segmented rods and beams, *Composites Structures*, Part B 150, 135–143.
79. Mahmoud M.A., 2022, Free vibrations of tapered and stepped, axially functionally graded beams with any number of attached masses, *Engineering Structures*, 267, ID 114696.
80. Fryba L., 1972, *Vibration of solids and structural under moving loads*, Noordhoff, Groningen.
81. Lin H.P., Chang S.C., 2006, Forced responses of cracked cantilever beams subjected to a concentrated moving load, *International Journal of Mechanical Sciences*, 48, pp. 1456-1463.
82. Alebrahim R., Haris S.M., Mohamed N.A.N., Abdullal S., 2016, Vibration analysis of Multi-cracked beam traversed by moving mass, *Asian Journal of material science*, 8, pp.1-10.

83. Yang J., Chen Y., Xiang Y., Jia X.L., 2008, Free and forced vibration of cracked inhomogeneous beams under an axial force and a moving load, *Journal of Sound and Vibration*, 312(1–2), pp. 166–181.
84. Cicirello A., 2019, On the response bounds of damaged Euler-Bernoulli beams with switching cracks under moving masses, *International Journal of Solid and Structures*, 172-173, pp. 70-83.
85. Shafiei M., Khaji N., 2011, Analytical solutions for free and forced vibrations of a multiple cracked Timoshenko beam subject to a concentrated moving load, *Acta Mechanica*, 221, pp. 79–97.
86. Khiem N.T., Huan D.T., Hieu T.T., 2023, Vibration of Cracked FGM Beam with Piezoelectric Layer Under Moving Load, *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 11, pp. 755-769.
87. Li H., Wang T., Wu G., 2023, Nonlinear vibration analysis of beam-like bridges with multiple breathing cracks under moving vehicle load, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 186, 109866.
88. Michaltsos G., Sophianopoulos D., Kounadis A.N., 1996, The effect of a moving mass and other parameters on the dynamic response of a simply supported beam, *Journal of Sound and Vibration*, 191 (3), pp. 357-362
89. Mahmoud M.A., Zaid M.A.A., 2002, Dynamic response of a beam with a crack subject to a moving mass, *Journal of Sound and Vibration*, 256, pp. 591-603.
90. Nguyen K.V., Tran H.T., 2010, Multi-cracks detection of a beam-like structure based on the on-vehicle vibration signal and wavelet analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 329, p. 4455-4465.
91. Zhu X.Q., Law S.S., 2016, Structural health monitoring based on vehicle-bridge interaction: Accomplishments and challenges, *Advances in Structural Engineering*, 18 (12).
92. Ozturk H., Kiral Z. Kiral B.G., 2016, Dynamic analysis of elastically supported cracked beam subjected to a concentrated moving load, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13(1), pp. 175-200.
93. Mofid M., Shadnam M., 2000, On the response of beams with internal hinges, under moving mass, [*Advances in Engineering Software*](#), 31, pp. 323–328.
94. Yavari A., Nouri M., Mofid M., 2002, Discrete element analysis of a dynamic response of Timoshenko beams under moving mass, [*Advances in Engineering Software*](#), 33, pp.143–53.

95. Esmailzadeh E., Ghorashi M., 1995, Vibration analysis of beams traversed by uniform partially distributed moving masses. *Journal of Sound and Vibration*, 184, pp. 9–17.
96. Sarvestan V., Mirdamadi H.R., Ghayour M., 2017, Vibration analysis of cracked Timoshenko beam under moving load with constant velocity and acceleration by spectral finite element method, *International Journal of Mechanical Sciences*, 122, pp. 318-330.
97. Sarvestan V., Mirdamadi H.R., Ghayour M., Mokhtari A., 2015, Spectral finite element for vibration analysis of cracked viscoelastic Euler-Bernoulli beam subjected to moving load, *Acta Mechanica*, 226, pp. 4259–4280.
98. Zhang Y., Zhu J., 2021, Damage identification for bridge structures based on correlation of the bridge dynamic responses under vehicle load, *Structures*, 33, pp. 68-76.
99. Zhu L.F., Kea L.L., Zhu X.Q., Xiang Y., Wang Y.S., 2019, Crack identification of functionally graded beams using continuous wavelet transform, *Composite Structures*, 210, 473–485.
100. Yan T., Kitipornchai S., Yang J., He X.Q., 2011, Dynamic behaviour of edge-cracked shear deformable functionally graded beams on an elastic foundation under a moving load, *Composite Structures*, 93, pp. 2992–3001.
101. Ghannadiasl A., Ajirlou S.K., 2022, Dynamic analysis of multiple cracked Timoshenko beam under moving load-analytical method, *Journal of Vibration and Control*, 28 (3–4), pp. 379–395.
102. Yin X.F., Liu Y., Deng L., Kong X., 2016, Dynamic behavior of damaged bridge with multi-cracks under moving vehicular loads, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 16 (10), 1750019.
103. Ariaei A., Ziaei-Rad S., Ghayour M. , 2009, Vibration analysis of beams with open and breathing cracks subjected to moving masses, *Journal of Sound and Vibration*, 326, pp. 709-724.
104. Nguyen K.V., 2013, Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle, *Engineering Structures*, 51, pp. 306–314.
105. Fu C.Y., 2015, The effect of switching cracks on the vibration of a continuous beam bridge subjected to moving vehicles, *Journal of Sound and Vibration*, 339, pp. 157–175.

106. Zhu J.S., Zhang Y.F., 2021, Damage detection for bridge structures under vehicle loads based on frequency decay induced by breathing cracks, *Structure and Infrastructure Engineering*, 19 (3), pp. 1 -17.
107. Cicirello A., Palmeri A., 2014, Static analysis of Euler-Bernoulli beams with multiple unilateral cracks under combined axial and transverse loads, *International Journal of Solids and Structures*, 51 (5), pp. 1020–1029.
108. Bilello C., Bergman L.A., 2004, Vibration of damaged beams under a moving mass: theory and experimental validation, *Journal of Sound and Vibration*, 274, 2004, pp. 567-582.
109. Chatterjee A., Vaidya T., 2019, Experimental investigation: Daynamic Analysis of a beam under the moving mass to characterize the crack presense, *Journal of Vibration Engineering and Technologies*, 7, pp. 217-226.
110. Shakti P.J., Dayal R.P., 2018, Dynamic response and analysis of cracked beam subjected to transit mass, *International Journal of Dynamics and Control*, 6, pp. 961-972.
111. Otrin M., Boltežar M., 2007, Damped lateral vibrations of straight and curved cables with no axial pre-load. *Journal of Sound and Vibration*, 300, 3–5, pp. 676-694.
112. Fung R.F., Lu L.Y., Huang S.C., 2002, Dynamic modelling and vibration analysis of a flexible cable-stayed beam structure, *Journal of Sound and Vibration*, 254(4), pp. 717-726.
113. Zhang X., Xu H., Cao M., Sumarac D., Lu Y., Peng J., 2023, In-plane free vibrations of small-sag inclined cables considering bending stiffness with applications to cable tension identification, *Journal of Sound and Vibration*, 544, 117394.
114. Barbieria N., Junior O.H.S., Barbieri R., 2004, Dynamical analysis of transmission line cables. Part 1—linear theory. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, pp. 659–669.
115. Ege Y., Coramik M., 2018, A new measurement system using magnetic flux leakage method in pipeline inspection, *Measurement*, 123, pp. 163–174.
116. Liu X., Xiao J., Wu B., He C., 2018, A novel sensor to measure the biased pulse magnetic response in steelstay cable for the detection of surface and internal flaws, *Sensors and Actuators A: Physical*, 269, pp. 218–226.

117. Hou S., Dong B., Wang H., Wu G., 2020, Inspection of surface defects on stay cables using a robot and transfer learning, *Automation in Construction*, 119, 103382.
118. Ni Y., Zhang Q., Xin R., 2021, Magnetic flux detection and identification of bridge cable metal area loss damage, *Measurement*, 167, 108443.
119. Xia R., Zhang H., Zhou J., Liao L., Zhang Z., Yang F., 2021, Probability evaluation method of cable corrosion degree based on self-magnetic flux leakage, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 522, 167544.
120. Kim J.W., Kim J., Park S., 2019, Cross-sectional loss quantification for main cable NDE based on the B-H loop measurement using a total flux sensor, *Journal of Sensors*, 2019, ID 8014102.
121. Chen X., Liu N., You B., Xiao B., 2016, A novel method for surface defect inspection of optic cable with short-wave infrared illuminance, *Infrared Physics & Technology*, 77, pp. 456–463.
122. Xu F.Y., Wang X.S., Wang L., 2011, Cable inspection robot for cable-stayed bridges: design, analysis, and application, *Journal of Field Robotics*, 28, pp. 441–459.
123. Li X., Gao C., Guo Y., He F., Shao Y., 2019, Cable surface damage detection in cable-stayed bridges using optical techniques and image mosaicking, *Optics and Laser Technology*, 110, pp. 36–43.
124. Hou S., Dong B., Wang H., Wu G., 2020, Inspection of surface defects on stay cables using a robot and transfer learning, *Automation in Construction*, 119, pp. 103382.
125. Hoskins R.F., 2009, *Delta Functions: An Introduction to Generalised Functions*, Woodhead Publishing.
126. Mao Q., Pietrzko S., 2012, Free vibration analysis of a type of tapered beams by using Adomian decomposition method, *Applied Mathematics and Computation*, 219, pp. 3264–3271.
127. Mahmoud M.A., 2019, Natural frequency of axially functionlly graded, tapered cantilever beams with tip masses, *Engineering Structures*, 187, pp. 34–42.
128. Zeng D.Y., Fan S.C., 2001, Natural frequencies of a non-uniform beam with multiple cracks via modified Fourier series, *Journal of Sound and vibration*, 242 (4), 701–717.

129. Daubechies I., 1992, Ten lectures on wavelets, *CBMS-NSF Conference series*, 61. Philadelphia, PA: SISAM.
130. Cheng Y.S., Au F.T.K., Cheung Y.K., Zheng D.Y., 1999, On the separation between moving vehicles and bridge, *Journal of Sound and vibration*, 222(5), pp. 781–801.
131. Zhenga S., Chena D., Wang H., 2019, Size dependent nonlinear free vibration of axially functionally graded tapered microbeams using finite element method, *Thin-Walled Structures*, 139, pp. 46-52.
132. Mergen H.G., Hamed F., Alireza G., Mohammad T., 2017, Nonlinear bending and forced vibrations of axially functionally graded tapered microbeams, *International Journal of Engineering Science*, 120, pp. 51-62.